Universidade Federal de Minas Gerais

Programa de Graduação em Física

ICEX

Notas em Teoria Clássica de Campos

Autores:
Álvaro Cássia Henrique
João Monteiro Mariana
Matheus Paulo Vitor

Professor:
Filipe Menezes

6 de junho de 2025

Sumário

1. Relatividade Especial, Notação de Índices e Cálculo Tensorial

Começar os estudos em Teoria Clássica de Campos com Relatividade Especial, além de ser usual nos livros mais adotados em cursos univesitários, é fundamental para a construção da base conceitual e do *framework* matemático necessário no tratamento de campos clássicos para as interações fundamentais. Talvez o principal e mais famoso exemplo de um campo clássico desse tipo é o campo eletromagnético, que, em sua natureza, é governado por leis físicas que são covariantes sob Transformações de Lorentz (i.e., são as mesmas após realizarmos mudanças de coordenadas entre referenciais inerciais). Começaremos agora a introduzir os conceitos mais importantes de relatividade especial para o tratamento de campos clássicos fundamentais.

1.1. Postulados da Relatividade Especial e Espaço-Tempo

Enunciados por Einstein em 1905, ao tratar, justamente, de questões fundamentais envolvendo o campo eletromagnético[1], os postulados da relatividade especial podem ser adaptados em linguagem moderna da seguinte forma:

I. As leis da Física são as mesmas para todos referenciais inerciais.

II. A velocidade da luz é finita, com valor definido c para todo e qualquer referencial.

Estes são os alicerces a partir dos quais construiremos toda a teoria. Usaremos principalmente o postulado (I) para nos guiar a respeito do estabelecimento de qualquer framework matématico que viermos a desenvolver. Para entender a motivação por trás dos postulados, vale conferir o primeiro parágrafo em [1].

Devido aos postulados, surge de forma natural um tratamento equivalente de espaço e tempo na relatividade especial, antes vistos como dois entes totalmente separados e independentes. Em outras palavras, devido à demanda de que as leis da Física sejam covariantes por Lorentz, acabamos, inevitavelmente, por tratar espaço e tempo de forma equivalente, fundindo-os no mesmo objeto que denominamos de “espaço-tempo”.

Nessa nova forma de tratar o espaço e o tempo, de modo que as leis Físicas não mudem sob mudanças de referenciais inerciais, acabamos introduzindo uma nova métrica, isto é, uma nova forma de “medir distâncias” nesse novo “espaço” construído a partir dessa “fusão” entre espaço e tempo. Essa nova métrica é dada por um escalar[1] ds^2, que não é para ser entendido como “um número pequeno elevado ao quadrado”, mas sim como um objeto por si só. Em coordenadas cartesianas para o espaço-tempo, esse escalar é dado por:

$$ds^2 = -dt^2 + d\vec{x}^2$$

onde $d\vec{x}^2$ representa $dx^2 + dy^2 + dz^2$ para o espaço tridimensional (notação boba). Novamente, dt e dx não representam “infinitesimais”, mas podem ser entendidos como tal a um primeiro momento; mais adiante pretendemos esclarecer do real significado matemático que esses objetos carregam, quando formos descrever a métrica de forma tensorial[2].

[1] “Escalar” empregado no sentido de ser um invariante por Lorentz, que significa que é um número que permanece o mesmo após mudarmos entre referenciais inerciais.

[2] Uma generalização de matrizes, ou melhor, de vetores; nada assustador.

2. Introdução ao Princípio Variacional

3. Lagrangiana do Campo Eletromagnético

Referências

[1] Albert Einstein. "Zur Elektrodynamik bewegter Körper". Em: *Annalen der Physik* 322 (1905), pp. 891–921. DOI: `10.1002/andp.19053221004`.