

Отчет по лабораторной работе №5

Модель хищник-жертва - вариант 48

Казаков Александр НПИбд-02-19

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Выполнение лабораторной работы	6
3.1	Теоретические сведения	6
3.2	Задача	7
4	Выводы	9
	Список литературы	10

List of Figures

3.1	График зависимости численности жертв и хищников от времени .	8
3.2	График зависимости численности хищников от изменения численности жертв	8

1 Цель работы

Изучить простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

2 Задание

1. Построить график зависимости x от y и графики функций $x(t)$, $y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях: 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dx(t)x(t)) \end{cases}$$

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и $dx(t)x(t)$ в правой части уравнения).

3.2 Задача

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.8x(t) + 0.055y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.78y(t) - 0.055y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 14, y_0 = 28$ Найдите стационарное состояние системы

```
model lab5
```

```
parameter Real a = 0.8;  
parameter Real b = 0.055;  
parameter Real c = 0.78;  
parameter Real d = 0.055;
```

```
Real x(start = 14);  
Real y(start = 28);
```

```
equation
```

```
der(x) = -a * x + b * x * y;  
der(y) = c * y - d * x * y;
```

```
annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 250, Interval = 0.05));  
end lab5;
```

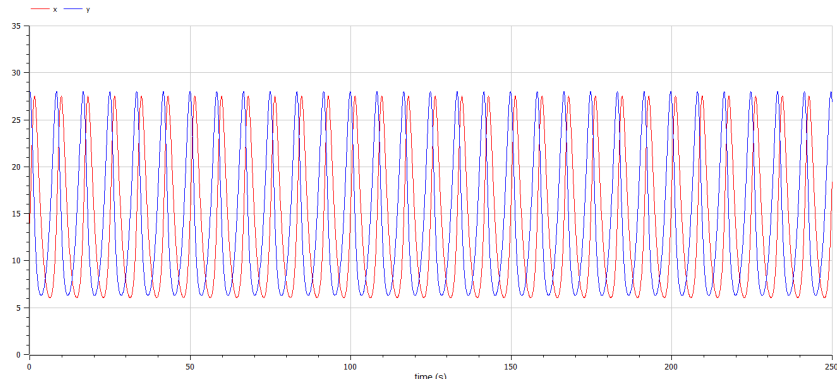


Figure 3.1: График зависимости численности жертв и хищников от времени

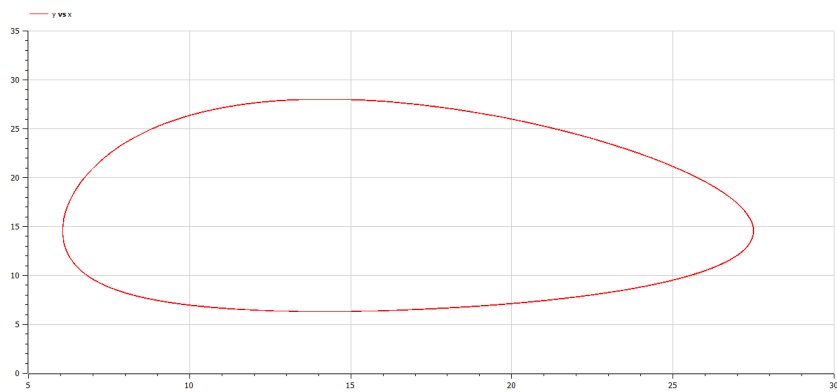


Figure 3.2: График зависимости численности хищников от изменения численности жертв

Стационарное состояние $x_0 = \frac{a}{b} = 1.026, y_0 = \frac{c}{d} = 1$

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры, построены графики зависимости численности жертв и хищников от времени и зависимости численности хищников от изменения численности жертв.

Список литературы

1. Документация по системе Modelica – Режим доступа: <https://www.modelica.org/>
2. Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В.Н. Ашихмин, М.Б. Гитман, И.Э. Келлер [и др.]; Под ред. П.В. Трусова. - Электронные текстовые данные. - М. : Логос, 2015. - 440 с. : ил. - (Новая Университетская Библиотека). - ISBN 978-5-98704-637-1.