

Отчет по лабораторной работе №6

Модель эпидемии - вариант 48

Казаков Александр НПИбд-02-19

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Выполнение лабораторной работы	6
3.1	Теоретические сведения	6
3.2	Задача	7
4	Выводы	10
	Список литературы	11

List of Figures

3.1	График изменения числа особей в случае $I(0) \leq I^*$	9
3.2	График изменения числа особей в случае $I(0) > I^*$	9

1 Цель работы

Изучить простейшую модель эпидемии.

2 Задание

1. Изучить простейшую модель эпидемии.
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 7823$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 103$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 10$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1. $I(0) \leq I^*$
2. $I(0) > I^*$

```
model lab6_1
```

```
parameter Real a = 0.01;
```

```
parameter Real b = 0.02;
```

```
Real S(start = 7710);
```

```
Real I(start = 103);
```

```
Real R(start = 10);
```

```
equation
```

```
der(S) = 0;
```

```
der(I) = -b * I;
```

```
der(R) = b * I;
```

```
annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 500, Interval = 0.05));
```

```
end lab6_1;
```

```
model lab6_2
```

```
parameter Real a = 0.01;
```

```
parameter Real b = 0.02;
```

```
Real S(start = 7710);
```

```
Real I(start = 103);
```

```
Real R(start = 10);
```

```
equation
```

```
der(S) = -a * S;
```

```
der(I) = a * S - b * I;
```

```
der(R) = b * I;
```

```
annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 500, Interval = 0.05));
```



```
end lab6_2;
```

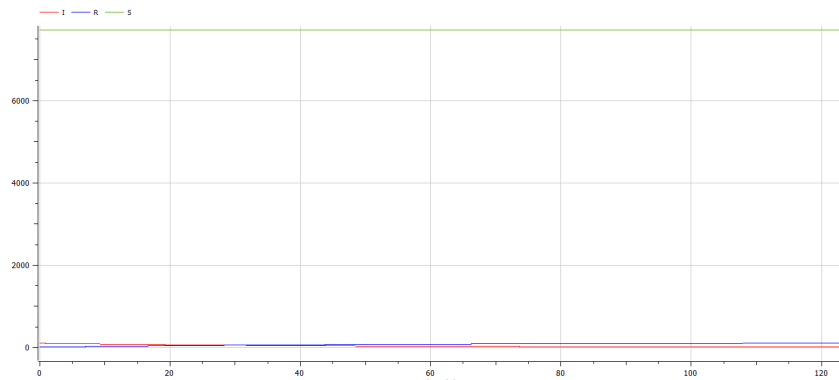


Figure 3.1: График изменения числа особей в случае $I(0) \leq I^*$

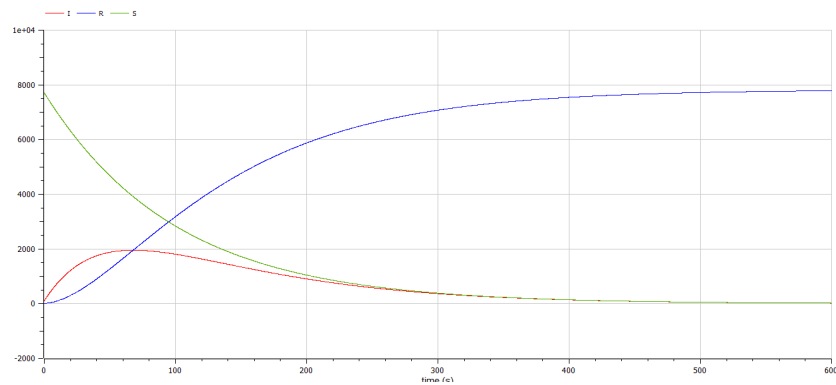


Figure 3.2: График изменения числа особей в случае $I(0) > I^*$

4 Выводы

Изучена простейшая модель эпидемии, построены графики изменения числа особей.

Список литературы

1. Документация по системе Modelica – Режим доступа: <https://www.modelica.org/>
2. Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В.Н. Ашихмин, М.Б. Гитман, И.Э. Келлер [и др.]; Под ред. П.В. Трусова. - Электронные текстовые данные. - М. : Логос, 2015. - 440 с. : ил. - (Новая Университетская Библиотека). - ISBN 978-5-98704-637-1.