

# Задача о погоне

---

Казаков Александр НПИбд-02-19<sup>1</sup>

23 мая, 2022, Москва, Россия

<sup>1</sup>Российский Университет Дружбы Народов

# Цели и задачи работы

---

## Цель лабораторной работы

Изучение примера построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

## Задание к лабораторной работе

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в  $n$  раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

# **Процесс выполнения лабораторной работы**

---

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16.7 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.5 раза больше скорости браконьерской лодки

$t_0 = 0$ ,  $X_0 = 0$  - местонахождение лодки браконьеров в момент обнаружения

$X_0 = 16,7$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Вводим полярные координаты. Будем считать, что полюс - это точка обнаружения браконьеров  $x_0 = \theta = 0$

Полярная ось  $r$  будет проходить через точку местонахождения лодки береговой охраны.

За время  $t$  лодка пройдет  $x$ , а катер  $x - k$  (или  $x + k$ , в зависимости от случая).

Так как время, которое они двигались, одинаково, можем составить следующее уравнение:

$$\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v} \text{ для первого случая,}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v} \text{ для второго случая.}$$

Отсюда находим  $x_1$  и  $x_2$

$$x_1 = \frac{167}{55}, \text{ при } \theta = 0$$

$$x_2 = \frac{167}{35}, \text{ при } \theta = -\pi$$



Далее рассмотрим скорость катера. Она складывается из скорости радиальной и тангенциальной. Таким образом

$$v_r = r \frac{d\theta}{dt} = v$$

$$v_t = r \frac{d\theta}{dt}.$$

По теореме Пифагора тангенциальная скорость также равна  $v_t = \sqrt{20,25v_r^2 - v^2}$ .

Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ ,

$$v_t = \sqrt{20,25v^2 - v^2}.$$

$$\text{Следовательно, } v_t = v \frac{\sqrt{77}}{2}.$$

$$\text{Получим } r \frac{d\theta}{dt} = v \frac{\sqrt{77}}{2}$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = v \frac{\sqrt{77}}{2} \end{cases}$$

с начальными условиями

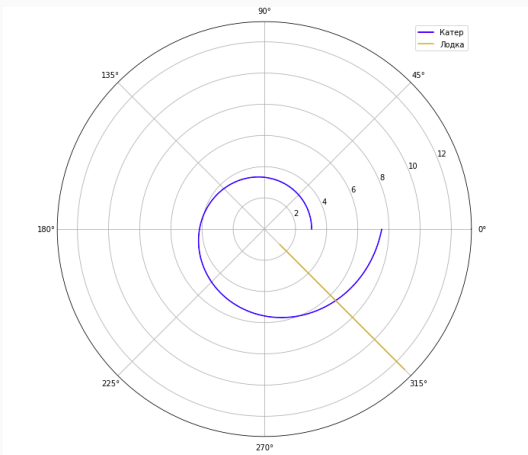
$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{167}{55} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{167}{35} \end{cases}$$

Из полученной системы возможно исключить производную по  $t$

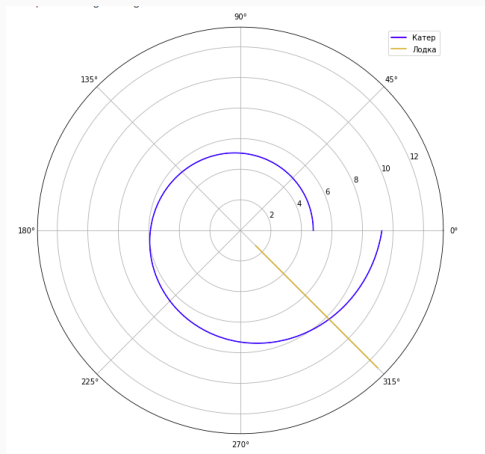
Получим следующее уравнение:  $\frac{dr}{d\theta} = \frac{2r}{\sqrt{77}}$

# Полученные в результате моделирования траектории. Первый случай



**Figure 1:** Траектории движения для первого случая

# Полученные в результате моделирования траектории. Второй случай



**Figure 2:** траектории движения для второго случая

## Итоги

---

Рассмотрена задача о погоне. Выведены соответствующие дифференциальные уравнения. Построена математическая модель для выбора правильной стратегии.