Отчет по лабораторной работе №2

Задача о погоне - вариант 48

Казаков Александр НПИбд-02-19

Содержание

List of Figures

1 Цель работы

Изучение примера построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

2 Задание

1. Провести необходимые рассуждения и вывод дифференциальных уравнений, если скорость катера больше скорости лодки в n раз.
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить по графику точку пересечения катера и лодки.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16.7 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4.5 раза больше скорости браконьерской лодки

3.2 Вывод дифференциальных уравнений

$t_0 = 0, X_0 = 0$ - местонахождение лодки браконьеров в момент обнаружения $X_0 = 16,7$ - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Вводим полярные координаты. Будем считать, что полюс - это точка обнаружения браконьеров $x_0 = \theta = 0$ Полярная ось r будет проходить через точку местонахождения лодки береговой охраны.

Траектория движения катера должна быть такой, чтобы и катер и лодка находились на одном расстоянии от полюса θ . Поэтому, сначала катеру береговой охраны придётся двигаться прямолинейно. Когда он окажется на том же расстоянии от места обнаружения, что и лодка браконьеров, катер начнёт двигаться вокруг полюса.

За время t лодка пройдет x, а катер $x-k$ (или $x+k$, в зависимости от случая).

Так как время, которое они двигались, одинаково, можем составить следующее уравнение: $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$ для первого случая, $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$ для второго случая.

Отсюда находим x_1 и x_2

$x_1 = \frac{167}{55}$,при $\theta = 0$

$x_2 = \frac{167}{35}$,при $\theta = -\pi$

Далее рассмотрим скорость катера. Она складывается из скорости радиальной и тангенциальной. Таким образом $v_r = r\frac{d\theta}{dt} = v$

$v_t = r\frac{d\theta}{dt}$. По теореме Пифагора тангенциальная скорость также равна $v_t = \sqrt{20,25v_r^2 - v^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна v, $v_t = \sqrt{20,25v^2 - v^2}$. Следовательно, $v_t = v\frac{\sqrt{77}}{2}$.

Получим $r\frac{d\theta}{dt} = v\frac{\sqrt{77}}{2}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r\frac{d\theta}{dt} = v\frac{\sqrt{77}}{2} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{167}{55} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{167}{35} \end{cases}$$

Из полученной системы возможно исключить производную по t Получим следующее уравнение: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{2r}{\sqrt{77}}$

3.3 Код программы

```
from math import *
```

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plot

k=16.7
fi = pi*3/4

def f1(tetha, r):
    dr=2*r/sqrt(77)
    return dr

def f2(t):
    xt = tan(fi)*t
    return xt

r01=167/55
r02=167/35

tetha1 = np.arange(0, 2*pi, 0.01)
r1_1 = odeint(f1, r01, tetha1)
r1_2 = odeint(f1, r02, tetha1)

t=np.arange(0, 10, 1)
tetha2=np.arctan(f2(t)/t)
r2 = np.sqrt(t * t+ f2(t) * f2(t))

plot.polar(tetha1, r1_1, 'red', label = 'катер')
plot.polar(tetha2, r2, 'green', label = 'лодка')
```

```
plot.legend()

plot.polar(tetha1, r1_2, 'blue', label = 'Катер')
plot.polar(tetha2, r2, 'goldenrod', label = 'Лодка')

plot.legend()
```

3.4 Полученные в результате моделирования траектории

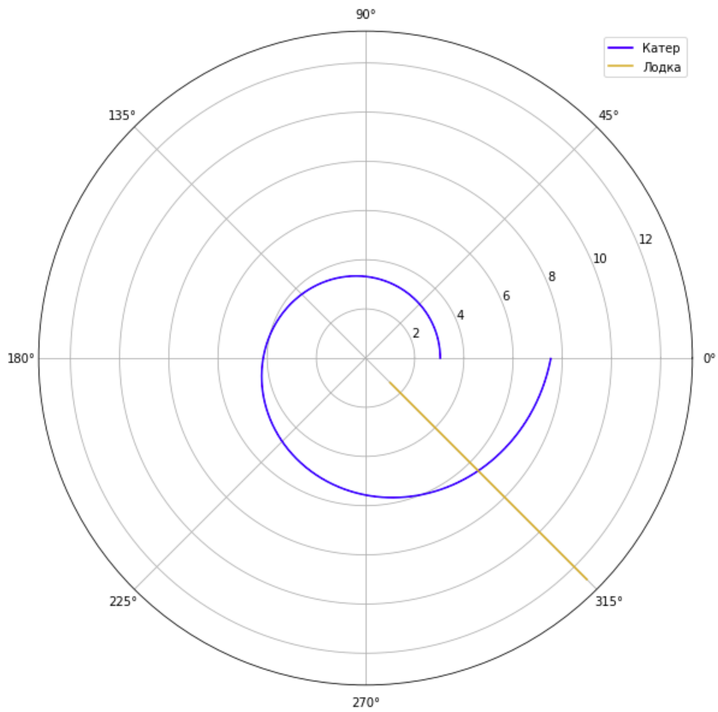

Figure 3.1: Траектории движения для первого случая

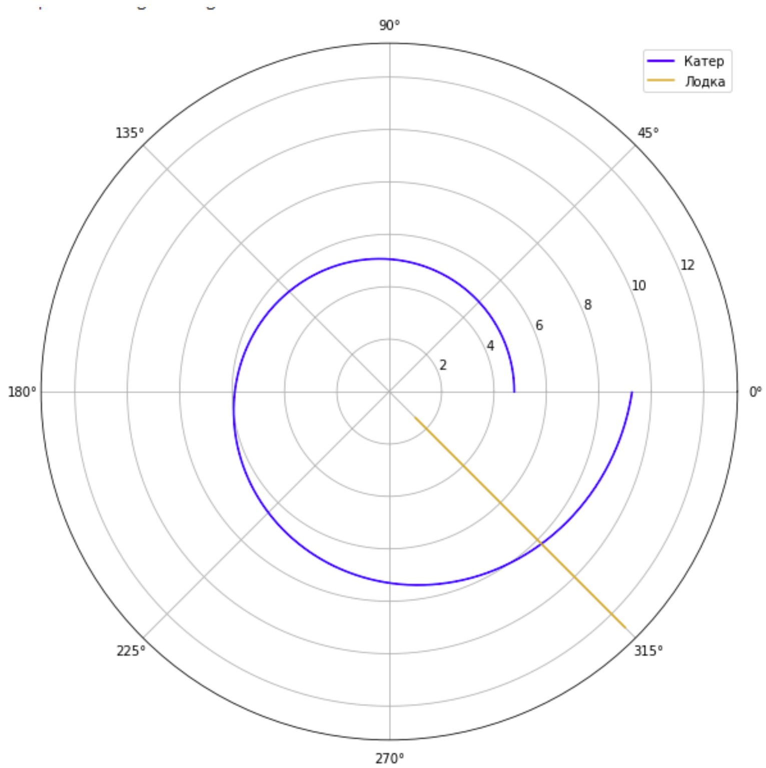

Figure 3.2: траектории движения для второго случая

4 Вывод

Рассмотрена задача о погоне. Выведены соответствующие дифференциальные уравнения. Построена математическая модель для выбора правильной стратегии.

Список литературы

1. Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В.Н. Ашихмин, М.Б. Гитман, И.Э. Келлер [и др.]; Под ред. П.В. Трусова. - Электронные текстовые данные. - М. : Логос, 2015. - 440 с. : ил. - (Новая Университетская Библиотека). - ISBN 978-5-98704-637-1.