Développer l'expression de l'espérance tronquée

E[X]

gamma

$$E\left[X \times 1_{\{X\le d\}}\right] = \boxed{\frac{1}{\beta}\Gamma(1+\frac{1}{\tau})} H(d^\tau; 1+\frac{1}{\tau}, \beta^\tau).$$

$$= \int_0^d x \cdot \beta\tau (\beta x)^{\tau-1} e^{-(\beta x)^\tau} dx$$

$u=(\beta x)^\tau$

borne : $(\beta d)^\tau$

changement variable comme E[x]

$$\frac{\Gamma(1+1/\tau)}{\beta}\int_0^{(\beta d)^\tau} \_\_\_\_ \, du$$

on reconnait H(   )

$$= H((\beta d)^\tau, \tfrac{1}{\tau}+1, 1)$$

$$= H(d^\tau, \tfrac{1}{\tau}+1, \beta^\tau) \cdot \frac{\Gamma(1+1/\tau)}{\beta}$$

Développer l'expression de la mesure VaR

$$VaR_\kappa(X) = \frac{1}{\beta}(-\ln(1-\kappa))^{\frac{1}{\tau}}.$$

on isole x dans F_x de l'annexe

$VaR_\kappa(x) = F_x^{-1}(\kappa)$

donc on inverse la fct de répartition

$\kappa = 1 - e^{-(\beta x)^\tau}$

$1 - \kappa = e^{-(\beta x)^\tau}$

$\frac{-(\ln(1-\kappa))^{1/\tau}}{\beta} = x$

:)

Développer l'expression de la mesure $TVaR$

$$TVaR_{\kappa}(X) = \frac{1}{\beta(1-\kappa)}\Gamma(1+\frac{1}{\tau})\overline{H}(-\ln(1-\kappa);1+\frac{1}{\tau},1).$$

$TVaR(X) = \frac{1}{1-\kappa} E[X \cdot \mathbb{1}_{\{X>d\}}]$ ← déf. TVaR pour loi continue

$\downarrow$

$\int_d^{\infty} x \; \beta\tau \, (\beta x)^{\tau} e^{-(\beta x)^{\tau}} \, dx$

$u = (\beta x)^{\tau}$

$du = \ldots$

$\frac{1}{\beta} \int_{(\beta d)^{\tau}}^{\infty} u^{1/\tau} e^{-u} \, du$

même démarche que E[X]

$d = VaR_{\kappa}(X)$

$= \frac{1}{\beta}(-\ln(1-\kappa))^{1/\tau}$

$\frac{\Gamma(1/\tau+1)}{\beta(1-\kappa)} \overline{H}((\beta d)^{\tau}, 1/\tau+1, 1)$

$\overline{H}(-\ln(1-\kappa), 1/\tau+1, 1)$

!!

Développer l'expression de la fonction *stop-loss*

$$\pi_d(X) = \frac{1}{\beta}\Gamma(1+\frac{1}{\tau})\overline{H}(d^\tau; 1+\frac{1}{\tau}, \beta^\tau) - d e^{-(\beta d)^\tau}.$$

$$\Pi_d(X) = E[\max(X-d;0)]$$

si $x < d \Rightarrow 0$ donc

$$\int_d^\infty (x-d)\, f_X(x)\, dx$$

$$\underbrace{\int_d^\infty x \cdot f_X(x)\, dx}_{E[X \times \mathbb{1}_{\{X>d\}}]} - d \underbrace{\int_d^\infty f_X(x)\, dx}_{\overline{F}(x)}$$

page précéd. Annexe