

# ACT-2001 Introduction à l'actuariat 2

Atelier de la semaine du 26 janvier 2026 (atelier 2)

Étienne Marceau

avec Anthony Gélinas et Philippe Leblanc (H2026)  
et Jérémie Barde, Ève Busque et Alexandre Dubeau (semestres précédents)

École d'actuariat  
Université Laval, Québec, Canada

2026-01-28



UNIVERSITÉ  
LAVAL  
Faculté des  
sciences et de génie  
École d'actuariat



CIMMUL



# Table des matières I

---

1. Développements de l'espérance et de la stop-loss
2. Fonction quantile
3. Fonction génératrice des probabilités
4. Fgp et somme de v.a. indépendantes
5. Après-propos
6. Références

## Développements de l'espérance et de la stop-loss

# Espérance d'une v.a. positive

---

## Définition 1

Lorsque  $X$  est une v.a. continue avec une fonction de densité  $f_X$ , l'espérance de  $X$  est définie par

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x) dx. \quad (1)$$

# Espérance d'une v.a. positive

---

On a le résultat suivant pour une v.a. continue positive.

## Proposition 1

*Soit une v.a.  $X$  continue positive dont l'espérance existe. Alors, on a*

$$E[X] = \int_0^{\infty} \bar{F}_X(x) dx. \quad (2)$$

# Espérance d'une v.a. positive

Démonstration.

De (1), on a

$$E[X] = \int_0^{\infty} y f_X(y) dy = \int_0^{\infty} \int_0^y f_X(y) dx dy$$

qui devient

$$E[X] = \int_0^{\infty} \int_x^{\infty} f_X(y) dy dx = \int_0^{\infty} \bar{F}_X(x) dx.$$



## Espérance d'une v.a. positive

On a aussi un résultat similaire pour une v.a. discrète définie sur un support arithmétique  $\{0, 1h, 2h, \dots\}$ .

### Proposition 2

*Soit une v.a.  $X$  discrète définie sur le support  $\{0, 1h, 2h, \dots\}$  dont l'espérance existe.*

*Alors, on a*

$$E[X] = h \sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}_X(kh). \quad (3)$$

# Espérance d'une v.a. positive

Démonstration.

On déduit

$$E[X] = \sum_{j=0}^{\infty} j h f_X(jh) = h \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=1}^j f_X(jh)$$

qui devient

$$E[X] = h \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=k+1}^{\infty} f_X(jh) = h \sum_{k=0}^{\infty} \bar{F}_X(kh).$$



## Fonction stop-loss

### Définition 2

Soit une v.a.  $X$  positive dont l'espérance existe. La fonction *stop-loss*  $\pi_X(d)$  correspond à l'espérance d'une fonction  $g(x) = \max(x - d; 0)$  telle que

$$\pi_X(d) = E[\max(X - d; 0)], \quad (4)$$

où  $d \in \mathbb{R}_+$ . On note que  $\pi_X(0) = E[X]$ .

La fonction *stop-loss*  $\pi_X(d)$  représente l'espérance des coûts en sinistre en excédant d'une limite, appelée limite de rétention ou franchise.

## Fonction stop-loss

---

Si la v.a.  $X$  obéit à une loi continue, (4) devient

$$\pi_X(d) = \int_d^{\infty} (x - d) f_X(x) dx. \quad (5)$$

### Proposition 3

*Soit une v.a.  $X$  positive dont l'espérance existe. Alors, on a*

$$\pi_X(d) = \int_d^{\infty} \bar{F}_X(x) dx, \quad (6)$$

*pour  $d \geq 0$ .*

# Fonction stop-loss

## Preuve

$$\begin{aligned} \text{On a } \pi_X(d) &= E[\max(X - d; 0)] = \int_0^\infty \max(x - d; 0) f_X(x) dx \\ &= (x - d) F_X(x) \Big|_d^\infty - \int_d^\infty F_X(x) dx \\ &= (x - d)(1 - \bar{F}_X(x)) \Big|_d^\infty - \int_d^\infty (1 - \bar{F}_X(x)) dx \\ &= (x - d) \Big|_d^\infty - (x - d)\bar{F}_X(x) \Big|_d^\infty - \int_d^\infty dx + \int_d^\infty \bar{F}_X(x) dx, \quad d \in \mathbb{R} \\ &= (x - d) \Big|_d^\infty - (x - d)\bar{F}_X(x) \Big|_d^\infty - x \Big|_d^\infty + \int_d^\infty \bar{F}_X(x) dx \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} (b - d) - \lim_{b \rightarrow \infty} (b - d)\bar{F}_X(b) + (d - d)\bar{F}_X(d) - \lim_{b \rightarrow \infty} (b - d) + \int_d^\infty \bar{F}_X(x) dx \\ &= \int_d^\infty \bar{F}_X(x) dx. \end{aligned}$$

## Fonction stop-loss

---

Si  $X$  est une v.a. discrète définie sur le support  $\{0, 1h, 2h, \dots\}$  avec une fonction de masse de probabilité  $f_X(kh)$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , et si  $d = hk_0$ ,  $k_0 \in \mathbb{N}$ , (4) s'écrit comme suit :

$$\pi_X(k_0h) = \sum_{k=0}^{\infty} \max(kh - k_0h; 0) f_X(kh) = h \sum_{k=k_0+1}^{\infty} (k - k_0) f_X(kh). \quad (7)$$

Pour la prochaine proposition, on rappelle que

$$\bar{F}_X(kh) = \Pr(X > kh) = \sum_{j=k+1}^{\infty} f_X(jh), \quad (8)$$

pour  $k \in \mathbb{N}$ .

## Fonction stop-loss

---

### Proposition 4

Soit une v.a.  $X$  discrète définie sur le support  $\{0, 1h, 2h, \dots\}$  dont l'espérance existe.

Alors, on a

$$\pi_X(k_0 h) = h \sum_{k=k_0}^{\infty} \bar{F}_X(kh), \quad (9)$$

pour  $k_0 \in \mathbb{N}$ .

## Fonction stop-loss

### Démonstration.

À partir de (7), on réarrange la somme en développant chaque terme et en utilisant (8) de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\pi_X(k_0 h) &= h \sum_{k=k_0+1}^{\infty} (k - k_0) f_X(kh) \\&= h(1 \times f_X((k_0 + 1)h) + 2 \times f_X((k_0 + 2)h) + 3 \times f_X((k_0 + 3)h) + \dots) \\&= h(f_X((k_0 + 1)h) + f_X((k_0 + 2)h) + f_X((k_0 + 3)h) + \dots) \\&\quad + h(f_X((k_0 + 2)h) + f_X((k_0 + 3)h) + \dots) \\&\quad + h(f_X((k_0 + 3)h) + \dots) \\&\quad + \dots \\&= h \sum_{k=k_0}^{\infty} \sum_{j=k+1}^{\infty} f_X(jh) = h \sum_{k=k_0}^{\infty} \bar{F}_X(kh), \text{ pour } k_0 \in \mathbb{N}.\end{aligned}$$



# Fonction quantile

## Fonction quantile

On débute avec la définition de base (et générale) de la fonction quantile.

### Définition 3

Soit la v.a.  $X$  avec fonction de répartition  $F_X$ . On définit la fonction inverse  $F_X^{-1}$  de  $F_X$  par

$$F_X^{-1}(u) = \inf \{x \in \mathbb{R} : F_X(x) \geq u\}, \quad (10)$$

pour  $u \in (0, 1)$ .

Par convention,  $\inf \emptyset = +\infty$  et  $\sup \emptyset = -\infty$ . La fonction inverse  $F_X^{-1}$  est aussi appelée la fonction quantile de  $X$ .

## Fonction quantile

---

La fonction quantile satisfait les propriétés suivantes :

1.  $F_X^{-1}$  est non décroissante (croissante au sens large) ;
2.  $F_X^{-1}$  est semi-continue à gauche ;
3.  $F_X^{-1}(F_X(x)) \leq x$  ;
4.  $F_X(F_X^{-1}(u)) \geq u$ .

Si la v.a.  $X$  est continue, alors  $F_X^{-1}$  correspond à l'unique solution de

$$F_X(x_u) = u, \tag{11}$$

pour  $u \in (0, 1)$ .

## Fonction quantile

---

Dans certains cas, il est possible d'inverser aisément la fonction de répartition pour obtenir la fonction quantile.

### Exemple 1 (Inversion à la main de fonctions de répartition)

Soit

$$F_X(x) = \left(\frac{x}{B}\right)^A, \quad x \in (0, B).$$

Développer l'expression de  $F_X^{-1}(u)$  pour  $u \in (0, 1)$ .

# Fonction quantile

---

En  $\textcircled{R}$ , des fonctions internes sont à notre disposition pour calculer les quantiles de lois usuelles.

## Exemple 2

1. Si  $X \sim \text{Gamma}(\alpha = 4, \beta = 0.3)$ ,

1.1 Calculer  $f_X(5)$  ;

1.2 Définir l'expression de  $F_X^{-1}(u)$ , puis évaluer en  $\textcircled{R}$  pour  $u \in \{0.9, 0.99\}$ .

On note que la Gamma n'est pas inversible. Ainsi les fonctions  $\textcircled{R}$  sont plus qu'utiles !

## Fonction quantile

Pour les lois quelconques continues où il est énormément (voir impossible) difficile d'isoler  $x = F_X^{-1}(u)$ , l'optimisation permet de résoudre

$$F_X(x) = u$$

$$F_X(x) - u = 0$$

En déterminant pour quel  $x$ ,  $F_X(x) = u$ , la fonction quantile est ainsi résolue.

### Exemple 3

Soit la v.a. continue positive  $X$  dont la fonction de répartition est

$$F_X(x) = 0.8 \times \left(1 - e^{-\frac{x}{10}}\right) + 0.2 \times \left(1 - e^{-\frac{x}{60}}\right),$$

pour  $x \in \mathbb{R}_+$ .

1. Avec  $\textcircled{R}$ , tracer la courbe de  $F_X$  et de  $f_X$ .
2. Avec  $\textcircled{R}$ , calculer les valeurs de  $F_X^{-1}(u)$ ,  $u = \frac{j}{100}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, 99\}$ .

## Fonction quantile

Pour les v.a. discrètes, il suffit d'appliquer directement la définition en (10) comme il est illustré dans l'exemple suivant.

### Exemple 4

Soit  $X$  une v.a. discrète définie sur  $\{0, 1, 2, \dots, 100\}$ , avec

$$f_X(k) = 0.8 \times \binom{100}{k} 0.0125^k 0.9875^{100-k} + 0.2 \times \binom{100}{k} 0.2^k 0.8^{100-k},$$

pour  $k \in \{0, 1, 2, \dots, 100\}$ .

Avec , calculer les valeurs de  $F_X^{-1}(u)$ ,  $u = \frac{j}{100}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, 99\}$ . Montrer le code.  
Illustrer la courbe des valeurs avec un graphe en escalier.

# Fonction génératrice des probabilités

## Fonction génératrice des probabilités

---

Soit une v.a. discrète  $X$  définie sur l'ensemble  $\mathbb{N}$  avec une fmp notée par

$$f_X(k) = \Pr(X = k), \quad k \in \mathbb{N}.$$

La fonction de génératrice de probabilité (fgp) de la v.a.  $X$  permet de représenter la fmp de la v.a.  $X$  sous la forme d'une série de puissances.

Les coefficients de cette série de puissances correspondent aux valeurs de la fonction de masse de probabilité.

# Fonction génératrice des probabilités

## Définition 4

La fonction génératrice de probabilités de la v.a.  $X$  est définie par

$$\mathcal{P}_X(t) = E[t^X] = \sum_{k=0}^{\infty} f_X(k) t^k, \quad (12)$$

pour tout nombre complexe  $t$  tel que  $|t| \leq 1$  (en particulier pour des nombres réels  $t \in [0, 1]$ ).

# Fonction génératrice des probabilités

**Fonction de masse de probabilité.** La valeur de  $f_X(k)$  est calculée à partir de  $\mathcal{P}_X(t)$  avec

$$f_X(k) = \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k}{dt^k} \mathcal{P}_X(t) \right|_{t=0}. \quad (13)$$

La relation en (13) permet d'identifier le coefficient dans la série de puissances en (12).

## Proposition 5

$\mathcal{P}_X(t) = t^c$  ( $c \in \mathbb{N}$ ) correspond à la fgp d'une v.a.  $X$  où  $\Pr(X = c) = 1$ .

# Fonction génératrice des probabilités

## Exemple 5

Soit une v.a. discrète  $X$  avec

$$\mathcal{P}_X(t) = 0.2 + 0.4t + 0.3t^2 + 0.1t^3, \text{ pour } t \in [0, 1].$$

Sans recourir à (13), on déduit les valeurs suivantes de la fonction de masse de probabilité de  $X$  :

$k$	0	1	2	3
$f_X(k)$	0.2	0.4	0.3	0.1

# Fonction génératrice des probabilités

## Exemple 6

Soit une v.a. discrète  $X$  avec

$$\mathcal{P}_X(t) = 0.2 + 0.4t^2 + 0.3t^7 + 0.1t^{15}, \text{ pour } t \in [0, 1].$$

Il n'est pas nécessaire d'utiliser (13) pour obtenir les valeurs suivantes de la fonction de masse de probabilité de  $X$  :

$k$	0	2	7	15
$f_X(k)$	0.2	0.4	0.3	0.1

## Fonction génératrice des probabilités

---

Pour certaines lois discrètes connues, la fonction de "t",  $\mathcal{P}_X(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_X(k) t^k$ , s'exprime sous une forme fermée.

C'est notamment le cas de la loi de Poisson.

# Fonction génératrice des probabilités

## Exemple 7

**Loi de Poisson.** Poisson ( $\lambda \in \mathbb{R}_+$ ) :

$$\mathcal{P}_X(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_X(k) t^k = e^{\lambda(t-1)},$$

pour tout nombre complexe  $t$  tel que  $|t| \leq 1$  (en particulier pour des nombres réels  $t \in [0, 1]$ ).

Prouver le résultat de la fgp de la loi de Poisson.

## Fgp et somme de v.a. indépendantes

# Fgp et somme de v.a. indépendantes

## Relation de base

---

Soit les v.a. indépendantes  $X_1, \dots, X_n$  définies sur  $\mathbb{N}$  avec

$$f_{X_i}(k) = \Pr(X_i = k), \quad k \in \mathbb{N}.$$

et

$$\mathcal{P}_{X_i}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_{X_i}(k) t^k = E[t^{X_i}], \quad t \in [0, 1], \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

# Fgp et somme de v.a. indépendantes

## Relation de base

---

On définit  $S = X_1 + \cdots + X_n$ .

Alors, l'expression de la fgp de  $S$  est

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_S(t) &= E[t^S] \\ &= E[t^{X_1+\dots+X_n}] \\ &= E[t^{X_1}] \times \cdots \times E[t^{X_n}] \quad [\text{indépendance entre les v.a. } X_1, \dots, X_n]\end{aligned}$$

qui devient

$$\mathcal{P}_S(t) = \mathcal{P}_{X_1}(t) \times \cdots \times \mathcal{P}_{X_n}(t), \quad t \in [0, 1]. \tag{14}$$

La relation en (14) est fort connue.

## Fgp et somme de v.a. indépendantes

### En coulisses

---

Habituellement, on se contente du formalisme tel la relation en (14) et des expressions fermées pour les lois discrètes connues, tout en oubliant ce qui se passe en coulisses en multipliant les séries convergentes de puissances.

Dans le cas où la v.a.  $X_i$  est définie sur un support fini,  $\mathcal{P}_{X_i}(t)$  correspond à un polynôme en " $t$ " ( $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ).

## Fgp et somme de v.a. indépendantes

### En coulisses

---

En appliquant la relation en (14), on multiplie des polynômes et le résultat de ce produit,  $\mathcal{P}_S(t)$ , est lui-même un polynôme.

Les coefficients de ce polynôme correspondent aux valeurs de la fonction de masse de probabilité de la v.a.  $S$ .

Cette procédure est illustrée dans les prochains exemples.

Cette procédure est identique dans le cas de v.a. définies sur  $\mathbb{N}$ .

# Fgp et somme de v.a. indépendantes

## En coulisses

---

Soit les v.a. indépendantes  $X_1$  et  $X_2$  avec

$$f_{X_i}(k) = \Pr(X_i = k) > 0, \quad k \in \{0, 1, 2\}, \quad i = 1, 2.$$

On définit  $S = X_1 + X_2$ .

On vise à calculer les valeurs de

$$f_S(k) = \Pr(S = k) > 0, \quad k \in \{0, 1, 2, 3, 4\}.$$

# Fgp et somme de v.a. indépendantes

## En coulisses

---

Pour y parvenir, on applique (14)

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_S(t) &= \mathcal{P}_{X_1}(t) \times \mathcal{P}_{X_2}(t) \\ &= \left( f_{X_1}(0) + f_{X_1}(1)t + f_{X_1}(2)t^2 \right) \times \left( f_{X_2}(0) + f_{X_2}(1)t + f_{X_2}(2)t^2 \right)\end{aligned}$$

et, on obtient

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_S(t) &= f_{X_1}(0)f_{X_2}(0) \\ &\quad + (f_{X_1}(0)f_{X_2}(1) + f_{X_1}(1)f_{X_2}(0)) \times t \\ &\quad + (f_{X_1}(0)f_{X_2}(2) + f_{X_1}(1)f_{X_2}(1) + f_{X_1}(2)f_{X_2}(0)) \times t^2 \\ &\quad + (f_{X_1}(1)f_{X_2}(2) + f_{X_1}(2)f_{X_2}(1)) \times t^3 \\ &\quad + (f_{X_1}(2)f_{X_2}(2)) \times t^4.\end{aligned}\tag{15}$$

## Fgp et somme de v.a. indépendantes

### En coulisses

---

Ensuite, puisque

$$\mathcal{P}_S(t) = f_S(0) + f_S(1)t + f_S(2)t^2 + f_S(3)t^3 + f_S(4)t^4. \quad (16)$$

Enfin, comme (15) et (16) sont identiques, on identifie les coefficients  $(f_S(0), \dots, f_S(4))$  du polynôme en "t" de (16) à partir des coefficients du polynôme en "t" de (15).

# Fgp et somme de v.a. indépendantes

## En coulisses

On généralise la procédure décrite en considérant la somme de deux v.a. définies sur  $\mathbb{N}$ . Soit les v.a. indépendantes  $X_1$  et  $X_2$  avec

$$\mathcal{P}_{X_i}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_{X_i}(k) t^k, \quad i = 1, 2.$$

On définit  $S = X_1 + X_2$ .

### Remarque 1

1.  $E[S] = E[X_1 + X_2] = E[X_1] + E[X_2]$  (*par linéarité de l'espérance*)
2.  $Var(S) = Var(X_1 + X_2) = Var(X_1) + Var(X_2) + 2Cov(X_1, X_2) = Var(X_1) + Var(X_2)$ ,  
*car  $X_1 \perp X_2 \implies Cov(X_1, X_2) = 0$ . (N.B. La flèche dans une seule direction.)*

## Fgp et somme de v.a. indépendantes

### En coulisses

---

Clairement,  $\mathcal{P}_{X_1}(t)$  et  $\mathcal{P}_{X_2}(t)$  sont des séries de puissances dont l'argument (la variable) est  $t \in [0, 1]$ .

Alors, la fgp de la v.a.  $S$ , donnée par

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_S(t) &= \mathcal{P}_{X_1}(t) \times \mathcal{P}_{X_2}(t) \\ &= \left( \sum_{k_1=0}^{\infty} f_{X_1}(k_1) t^{k_1} \right) \times \left( \sum_{k_2=0}^{\infty} f_{X_2}(k_2) t^{k_2} \right),\end{aligned}$$

est une série de puissances dont l'argument (la variable) est " $t$ " et dont les coefficients sont les valeurs de  $f_S$ .

# Fgp et somme de v.a. indépendantes

## En coulisses

---

En effet, on a

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_S(t) &= \left( \sum_{k_1=0}^{\infty} f_{X_1}(k_1) t^{k_1} \right) \times \left( \sum_{k_2=0}^{\infty} f_{X_2}(k_2) t^{k_2} \right) \\ &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} f_{X_1}(k_1) t^{k_1} \times f_{X_2}(k_2) t^{k_2}\end{aligned}\tag{17}$$

# Fgp et somme de v.a. indépendantes

## En coulisses

---

La double somme en (17) peut se résumer en somme unique en mettant entre parenthèses les coefficients de  $t^l$  pour chaque  $l \in \mathbb{N}$ , comme suit :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_S(t) &= \sum_{k_1=0}^{\infty} \sum_{k_2=0}^{\infty} f_{X_1}(k_1) t^{k_1} \times f_{X_2}(k_2) t^{k_2} \\ &= \sum_{l=0}^{\infty} t^l \left( \sum_{j=0}^l f_{X_1}(j) f_{X_2}(l-j) \right),\end{aligned}\tag{18}$$

où le coefficient de  $t^l$ , donné par

$$\sum_{j=0}^l f_{X_1}(j) f_{X_2}(l-j),$$

est la valeur de  $f_S(l)$  par la définition de la fgp de  $S$ .

## Fgp et somme de v.a. indépendantes

### En coulisses

---

En effet, la définition de la fgp de la v.a.  $S$  est

$$\mathcal{P}_S(t) = \sum_{l=0}^{\infty} f_S(l) t^l. \quad (19)$$

Puisque les deux représentations en (18) et (19) de la fgp de la v.a.  $S$  sont identiques, il suffit d'identifier (pour chaque  $l$ ) le coefficient de  $t^l$  dans (18) pour déterminer l'expression de  $f_S(l)$  dans (19), permettant de conclure que

$$f_S(l) = \sum_{j=0}^l f_{X_1}(j) f_{X_2}(l-j),$$

ce qui correspond au produit de convolution de 2 fonctions de masse de probabilité.

# Fgp et somme de v.a. indépendantes

## Exemple 8

Soit les v.a. indépendantes  $X_1 \sim \text{Binom}(n = 10, q = 0.2)$  et  $X_2 \sim \text{Binom}(n = 10, q = 0.3)$ .

On définit la v.a.  $S = X_1 + X_2$ .

1. Identifier l'expression de  $\mathcal{P}_S(t)$ .
2. Calculer  $E[S]$ .
3. Calculer (à la main) les valeurs de  $f_S(l)$ ,  $l \in \{0, 1, 2\}$ .
4. Calculer (avec  ) les valeurs de  $f_S(l)$ ,  $l \in \{0, 1, 2, \dots, 20\}$ .
5. Calculer avec  la valeur de  $E[S]$  avec les valeurs de  $f_S(l)$ ,  $l \in \{0, 1, 2, \dots, 20\}$  et comparer avec la valeur connue (déjà calculée).

## Fgp et somme de v.a. indépendantes

### Exemple 9 (Un peu de pratique en R avec un résultat connu)

Soit les v.a. indépendantes  $X_1 \sim \text{Poisson}(\lambda = 2)$  et  $X_2 \sim \text{Poisson}(\lambda = 3)$ .

On définit la v.a.  $S = X_1 + X_2$ .

1. À l'aide de la fgp de ces lois, trouver la loi de  $S$ .
2. Calculer  $E[S]$ .
3. Calculer (à la main) les valeurs de  $f_S(l)$ ,  $l \in \{0, 1, 2\}$ .
4. Calculer (avec  ) les valeurs de  $f_S(l)$ ,  $l \in \{0, 1, 2, \dots, 30\}$ .
5. Calculer avec  la valeur de  $E[S]$  avec les valeurs de  $f_S(l)$ ,  $l \in \{0, 1, 2, \dots, 30\}$  et comparer avec la valeur connue (déjà calculée).

N.B. : Le support de la loi de Poisson est infini, mais les valeurs de support jusqu'à 30 suffisent numériquement.

## Fgp et somme de v.a. indépendantes

### Exemple 10 (Exemple de consolidation)

Soit une variable aléatoire  $X_1$  avec fgp

$$\mathcal{P}_{X_1}(t) = 0.45e^{0.4(t-1)} + 0.55e^{5(t-1)}.$$

Soit une autre variable aléatoire, indépendante de la première,  $X_2$  avec fgp

$$\mathcal{P}_{X_2}(t) = e^{8(t-1)}.$$

On définit  $S = X_1 + X_2$ .

1. Calculer les valeurs de  $\Pr(S = s)$  pour  $s \in \{0, 1, \dots, 50\}$
2. Calculer  $F_S^{-1}(0.8)$
3. Calculer  $\mathcal{M}_S(0.67)$

N.B. : Le support de la loi de Poisson est infini, mais les valeurs de support jusqu'à 50 suffisent numériquement.

# Après-propos

# Après-propos

---

**Site du cours :** [monportail.ulaval.ca](http://monportail.ulaval.ca).

**Livre de référence :** [Cossette and Marceau, 2023].

## Diapositives

- Logiciel : [LaTeX](#)
- Package : Beamer
- Éditeur en ligne : Overleaf

## Calculs et illustrations

- Toutes les calculs et les illustrations ont été réalisés dans le langage R.
- Les codes R ont été conçus dans l'environnement de développement intégré RStudio.
- Le logiciel GNU R et les bibliothèques sont disponibles sur le site du R Project et du Comprehensive R Archive Network [CRAN](#).

# Références

# Références I

---



Cossette, H. and Marceau, E. (2023).

*Mathématiques actuarielles du risque : modèles, mesures de risque et méthodes quantitatives.*

Monographie.