

Exercice de programmation - BeTomorrow

Sujet

Un fichier de données comporte 10000 points avec des coordonnées entières. Sur ces 10000 points, êtes-vous capable d'en déceler au moins 4 qui forment un carré ? S'il n'y en a pas, pouvez-vous le démontrer ? Vous pouvez utiliser n'importe quel outil ou langage de programmation pour résoudre le problème Le format du fichier est le suivant :

```
x1 y1
x2 y2
...
```

Solution proposée

Formellement

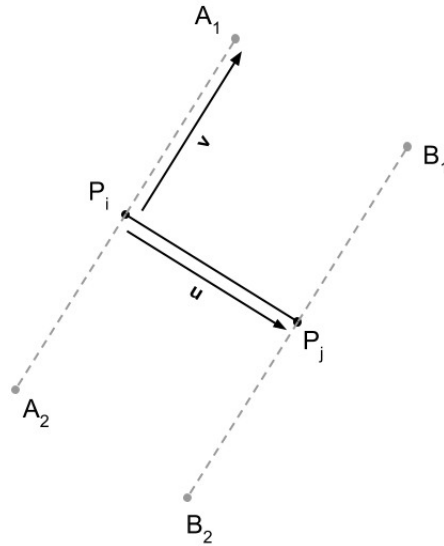


Figure 1: Recherche des points complétant le carré dont un des côtés est formé par P_iP_j

Soit $N \in \mathbb{N}$ et $\mathcal{E} = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}$ un ensemble de points du plan. Pour tout couple $(P_i, P_j) \in \mathcal{E}^2$ avec $i \neq j$, soit $\vec{u} = \overrightarrow{P_iP_j}$ et $\vec{v} = \vec{u}^\perp$

On suppose qu'il existe 4 points de \mathcal{E} formant un carré \mathcal{C} . Si P_i et P_j forment un des cotés de \mathcal{C} , alors une des propositions suivantes est vraie :

1. Soient $A_1 = P_i + \vec{v}$ et $B_1 = P_j + \vec{v}$, alors $A_1 \in \mathcal{E}$ et $B_1 \in \mathcal{E}$
2. Soient $A_2 = P_i - \vec{v}$ et $B_2 = P_j - \vec{v}$ alors $A_2 \in \mathcal{E}$ et $B_2 \in \mathcal{E}$

En pratique

Les notations utilisées ci-dessus sont conservées. Les points en entrée sont lus et stockés dans une table de hachage. On peut de cette manière savoir en temps constant si un point donné se trouve ou non dans l'ensemble des points en entrée.

Pour la lisibilité du code, une classe représentant un vecteur en 2 dimensions et les opérations vectorielles nécessaires ont été écrites.

On parcourt ensuite l'ensemble des couples¹ de points $(P_i, P_j)_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N}$. Chaque couple est passé à la méthode `check()` qui construit les couples de points (A_1, B_1) et (A_2, B_2) et vérifie leur existence dans l'ensemble de départ.

Le parcours s'arrête soit:

- lorsque qu'un des couples construit existe, la valeur *Vrai* est alors renvoyée;
- lorsque tous les couples ont été testés, indiquant qu'aucun carré n'est formé par des points de l'ensemble, la valeur *Faux* est alors renvoyée.

Complexité

Pour un ensemble de N points, le parcours de tous les couples possibles donne une complexité s'exprimant en $\mathcal{O}(N^2)$.

¹on peut aussi traiter uniquement les couples $(P_i, P_j)_{1 \leq i < j \leq N}$, mais à complexité égale, le code est plus agréable à lire en prenant tous les couples