Thomas Fumey – Philippe Leleux

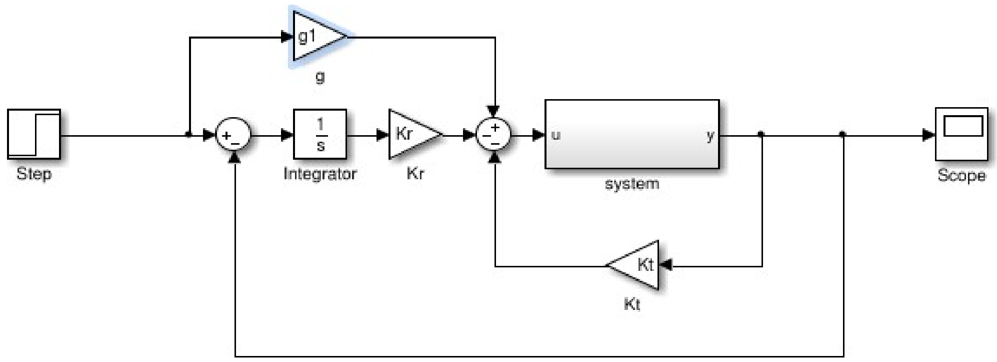
BE Systèmes embarqués critiques

Commande d'un système de conversion électromécanique

Séance 2

I Retour d'état avec boucle interne de courant (fichier be2.slx)

1) Mise en équation du système



Le système est dessiné ci-dessus. La vitesse de rotation du moteur est observée en sortie. Ainsi, l'étude de la fonction de transfert permet de trouver les équations d'état continues suivantes :

$$\dot{\overline{X}} = A.\overline{X} + B.u$$
$$Y = C.\overline{X}$$

Avec :

$$\begin{pmatrix} \dot{\overline{X}} \\ \dot{x}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix} . \overline{X} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} . u + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} . e$$

De cette équation et des formules précédentes sur le fonctionnement du moteur (de la partie mécanique), nous en déduisons la valeur des matrices (coefficients ici) *A*, *B* et *C* :

$$A = -\frac{f_0}{J}$$
$$B = \frac{K_m}{J}$$
$$C = 1$$

2) Commandabilité et observabilité du système

Pour traiter de la commandabilité, il faut étudier le rang de la matrice formée des vecteurs suivants :

$R = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}$ et du vecteur produit $P.R$ avec $P = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix}$, ce qui donne :

$$rg\begin{pmatrix} B & A.B \\ 0 & -C.B \end{pmatrix} = 2$$

Ceci assure la commandabilité du système.

Pour l'observabilité, il suffit de vérifier que la matrice *A* est diagonalisable, et que la matrice *C est* non nulle, ce qui est le cas.

3) Détermination des paramètres de la loi de commande

Il s'agit ici de déterminer les paramètres de la loi de commande de telle sorte que l'on impose un pôle double de valeur $w_{bp} = -40\, rad.s^{-1}$. Pour cela, il a fallu utiliser la fonction $acker$ de Matlab, de telle sorte que :

$$\overline{K} = acker\left(\begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, \left(w_{bp}, w_{bp}\right)\right) = \begin{pmatrix} K^t \\ K_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1157 \\ -2.4533 \end{pmatrix}$$

4) Calcul des gains d'anticipation

Le calcul des gains d'anticipation consiste à trouver la valeur de *g* telle que :

- le gain g_1 va compenser un pôle,
- le gain g_2 va annuler x_r en régime établi.

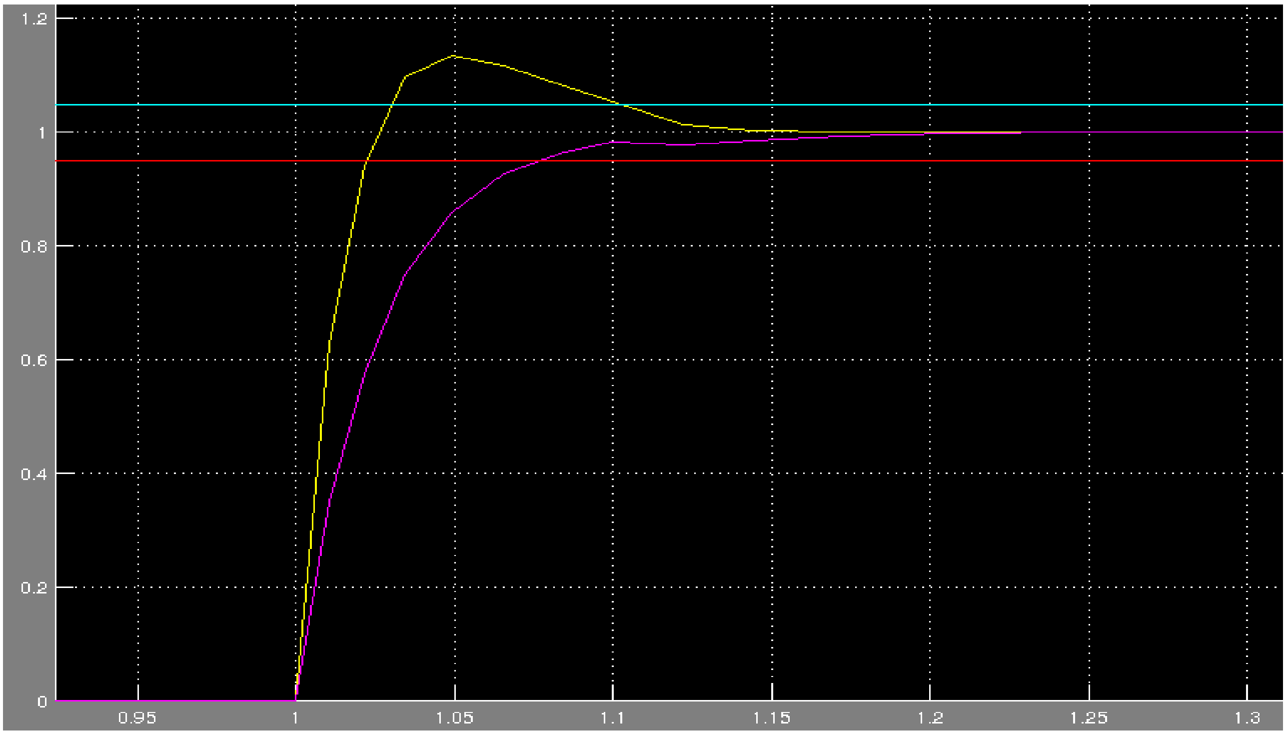
Les formules suivantes permettent de calculer ces gains :

$$g_1 = \frac{K_r}{w_{pb}}$$

$$g_2 = \frac{1}{\left(-C.\left(A - B.K^t\right)^{-1}.B\right)}$$

5) Étude des performances

Pour un échelon de vitesse, les simulations donnent les résultats suivants :



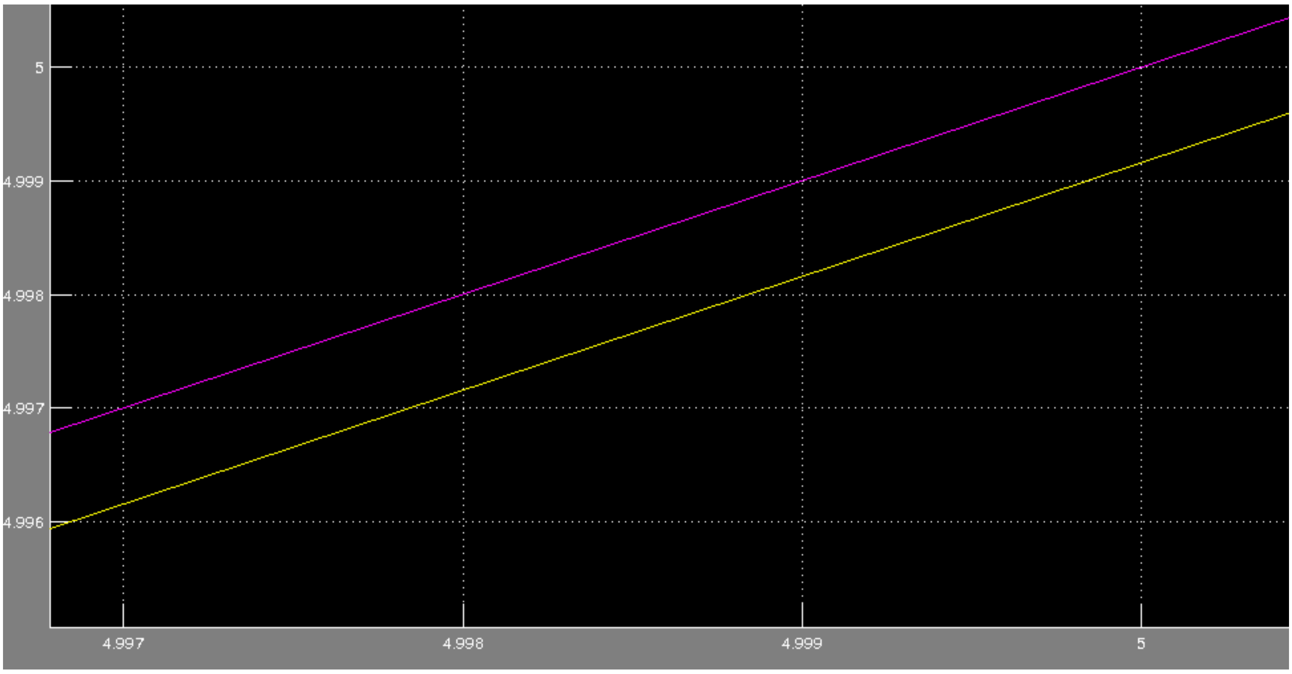
La courbe verte et la courbe rouge sont simplement des valeurs constantes permettant de « calculer » plus précisément le temps de réponse à 5 % du système. De plus, la courbe rose représente le système simulé avec le gain g_1 , alors que la courbe jaune représente le système simulé avec le gain g_2 .

On peut alors voir sur ce graphe que le temps de réponse à 5 % pour le gain g_1 est de 0,075 s, environ, alors que pour le gain g_2 , il est d'environ 0,1 s, ce qui montre que ce gain ne fait pas converger le système plus vite, même si le système réagit plus vite au début.
L'erreur statique et l'erreur de trainage sont toutes les deux nulles, puisque la valeur est atteinte après un certain temps.

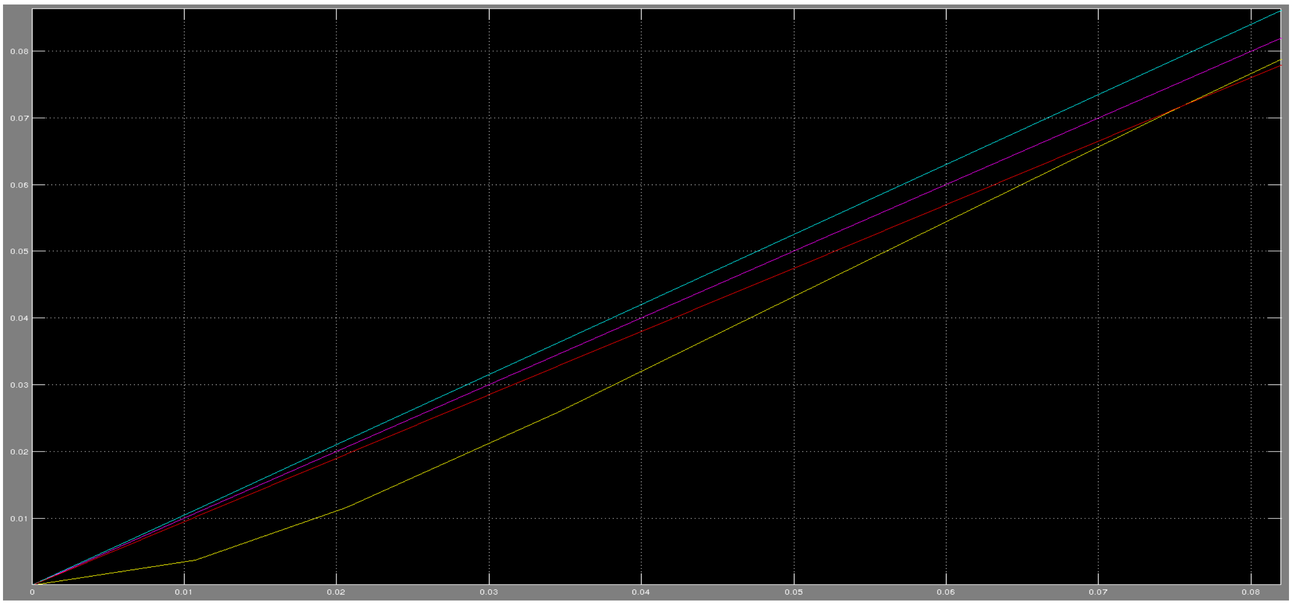
Enfin, il n'y a pas de dépassement de vitesse avec le premier gain, puisqu'il compense un pôle et se comporte donc comme un système d'ordre 1. Par contre, avec le second gain, le dépassement est égal à :

$$D=\frac{|1{,}14-1|}{1}=14\,\%$$

Pour une rampe de vitesse, la réponse pour le gain g_2 est la suivante en régime établi :



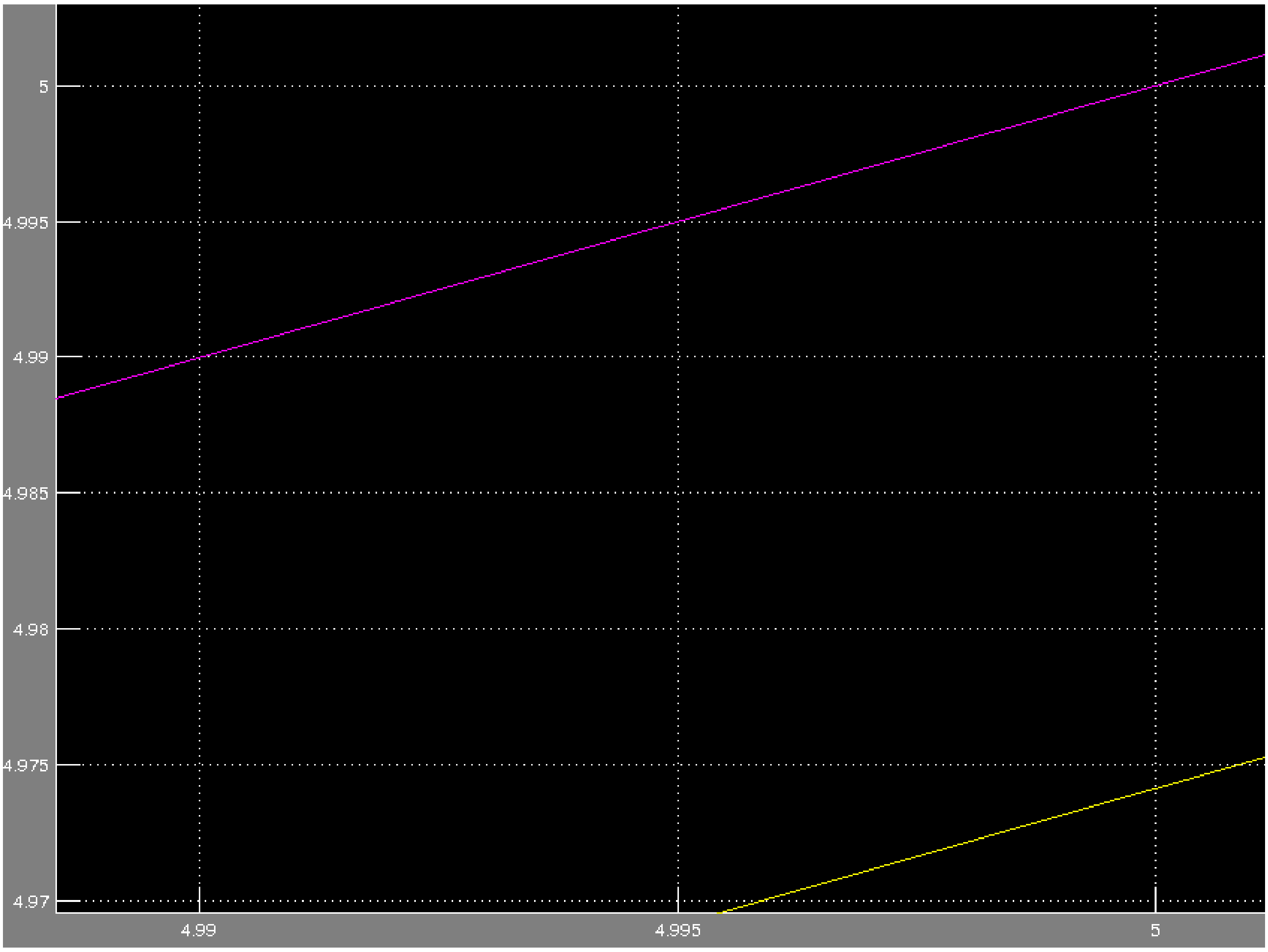
On peut noter ici que l'erreur de trainage est quasi-nulle. Voici la réponse pour le même gain en régime transitoire :



Ici, la courbe bleue et rouge représentent respectivement 1.05 * la consigne et 0.95 * la consigne, permettant de calculer le temps de réponse à 5 %. Enfin, il n'y a pas de dépassement de vitesse ici.

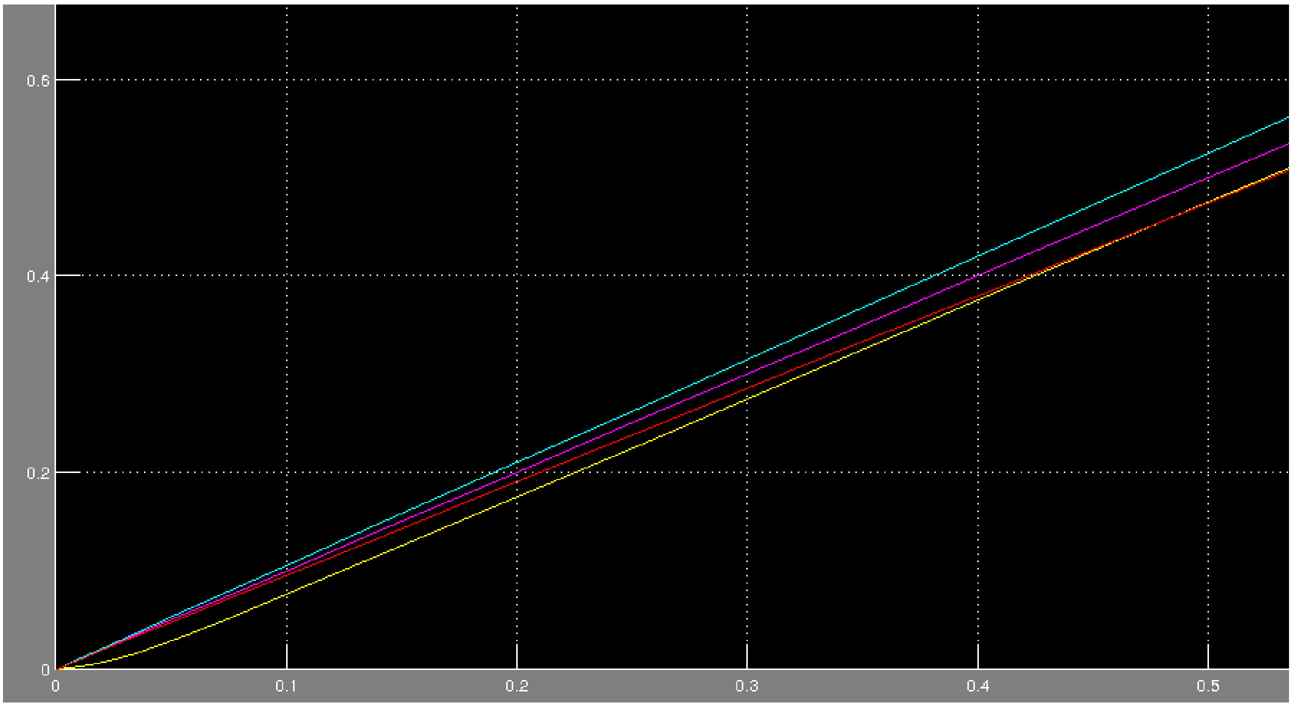
$$T_{r g_2}=0.075\,s$$

Enfin, pour le gain g_1 , la réponse à la rampe est la suivante en régime permanent :



Ici, l'erreur est plus grande que pour g_2 et est égale à :

$$e_{g_1} = \frac{|5-4.974|}{5} \approx 0.5\,\%$$

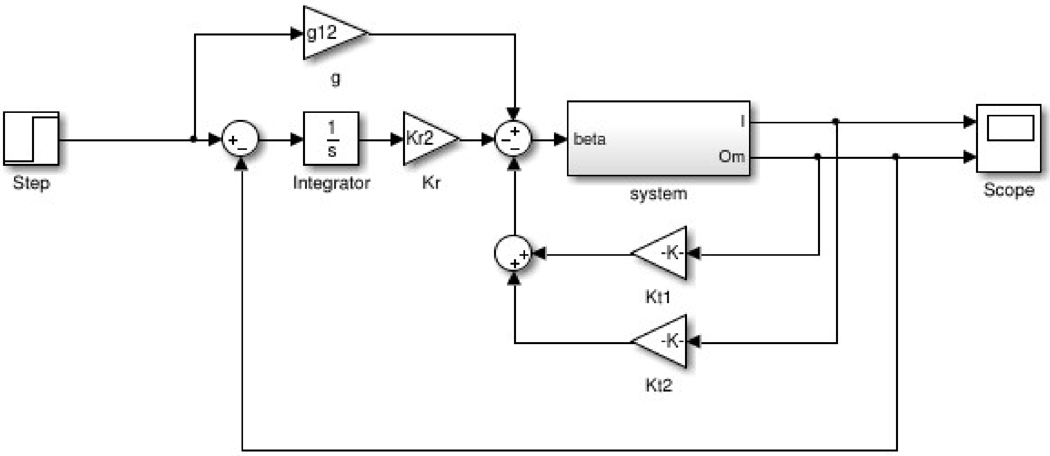


Enfin, la réponse en régime transitoire est représentée ci-dessus. On remarque ici que le temps de réponse à 5 % est plus lent que pour g_2 et est égal à :

$$T_{rg_1} = 0.475\,s$$

II – Retour d'état sans boucle interne de courant (fichier be2bis.slx)

1) Mise en équation du système



Le système est dessiné ci-dessus. La seule différence entre ce système et le précédent est la modélisation de la boucle de retour. Ici, en plus de la boucle de retour sur la vitesse en sortie, la composante de courant est prise en compte. Ainsi, même si la méthode est la même que la première partie, il faut rajouter une dimension à la matrice $\overline{X}$, et donc dans *A*, *B*, *C* et $\overline{K}$ (en fait, dans K^t). Les équations sont donc les mêmes :

$$\dot{\overline{X}} = A.\overline{X} + B.u$$
$$Y = C.\overline{X}$$

Avec : $\begin{pmatrix} \dot{\overline{X}} \\ \dot{x}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix} . \overline{X} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} . u + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} . e$

De cette équation et des formules précédentes sur le fonctionnement du moteur (de la partie mécanique), nous en déduisons la valeur des matrices (et non plus coefficients ici) *A*, *B* et *C* :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{K_{fem}}{L} \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{f_0}{J} \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 2.\frac{V_{alim}}{L} \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2) Commandabilité et observabilité du système

Pour traiter de la commandabilité, il faut étudier le rang de la matrice formée des vecteurs suivants : $R = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}$, du vecteur produit $P.R$ avec $P = \begin{pmatrix} A & \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \\ -C & 0 \end{pmatrix}$, ainsi que du vecteur produit $P.P.R$ ce qui donne :

$$rg\begin{pmatrix} R & P.R & P.P.R \end{pmatrix} = 3$$

Ceci assure la commandabilité du système.

Pour l'observabilité, il s'agit de vérifier que la matrice *A* soit diagonalisable, et que la matrice *C* soit non nulle, ce qui est le cas.

3) Détermination des paramètres de la loi de commande

Il s'agit ici de déterminer les paramètres de la loi de commande de telle sorte que l'on impose le même pôle double de valeur $w_{bp} = -40\, rad.s^{-1}$ pour la vitesse, et l'on rajoute un pôle pour le courant, de valeur $w_{bp\,courant} = -\frac{w_d}{\sqrt{10}}$. Pour cela, il a fallu utiliser la fonction $acker$ de Matlab, de telle sorte que :

$$\overline{K} = acker\left(\begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} w_{bpcourant}, w_{bp}, w_{bp} \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} K^t \\ K_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.0015 \\ 0.0007 \\ -0.0.322 \end{pmatrix}$$

On note que K_r est un scalaire, alors que K^t est un vecteur.

4) Calcul des gains d'anticipation

Le calcul des gains d'anticipation consiste à trouver la valeur de *g* telle que :

- le gain g_1 va compenser le pôle $w_{bpcourant}$,
- le gain g_2 va annuler x_r en régime établi.

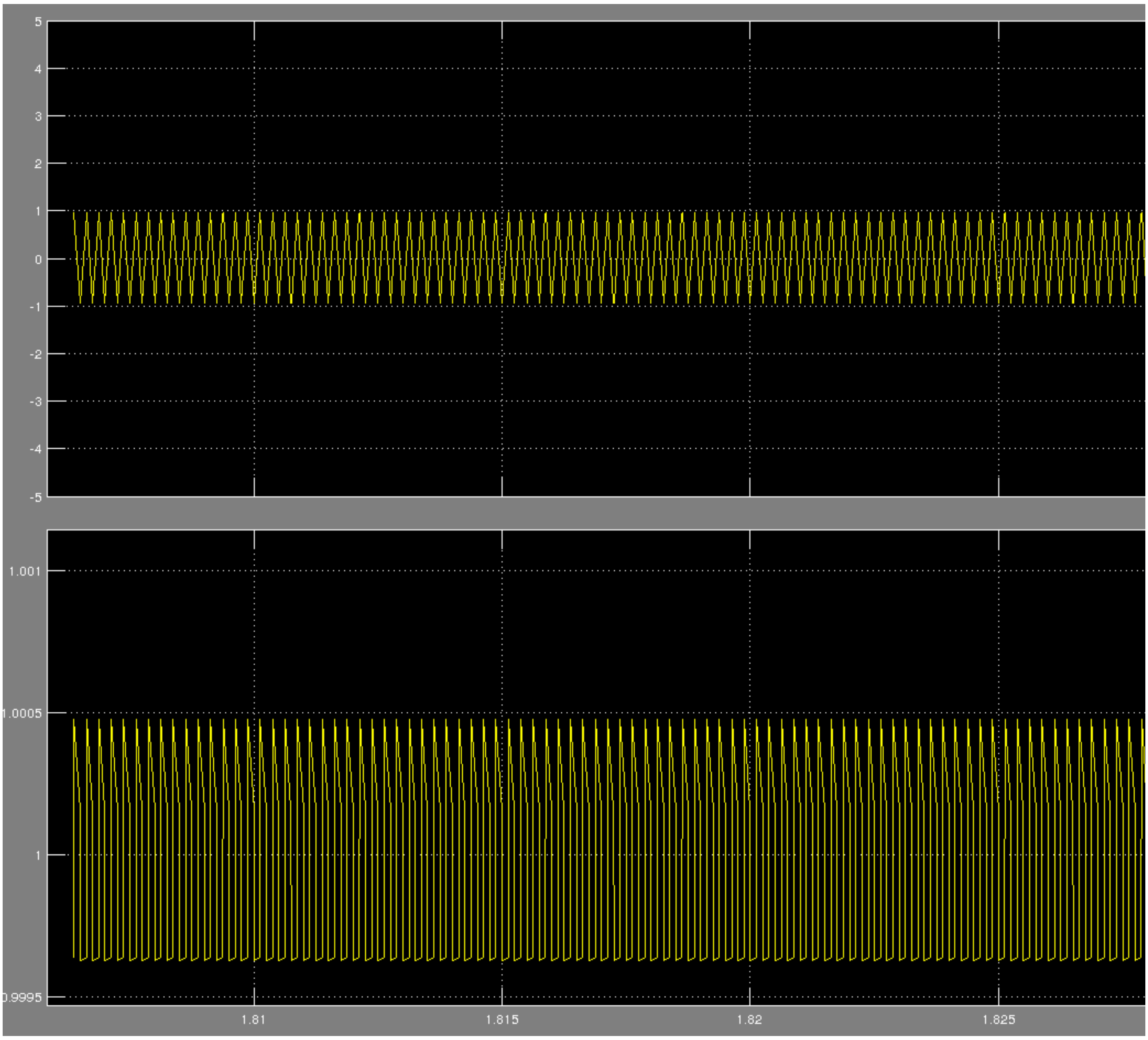
Les formules suivantes permettent de calculer ces gains :

$$g_1 = \frac{K_r}{w_{pbcourant}}$$

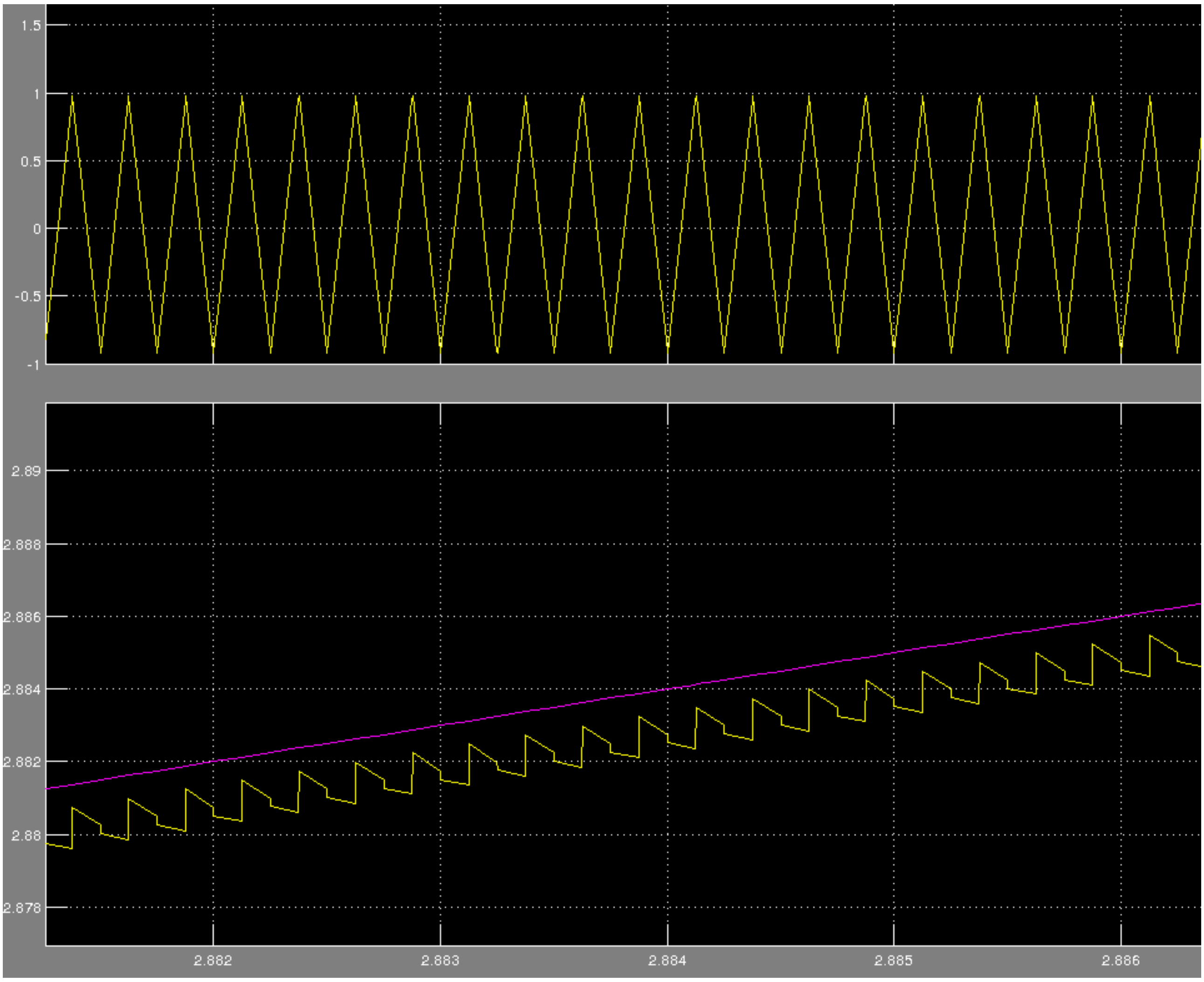
$$g_2 = \frac{1}{\left(-C.\left(A - B.K^t\right)^{-1}.B\right)}$$

5) Étude des performances

Pour un échelon de vitesse, les simulations donnent les résultats suivants (indépendament du choix du gain, qualitativement en tout cas) :



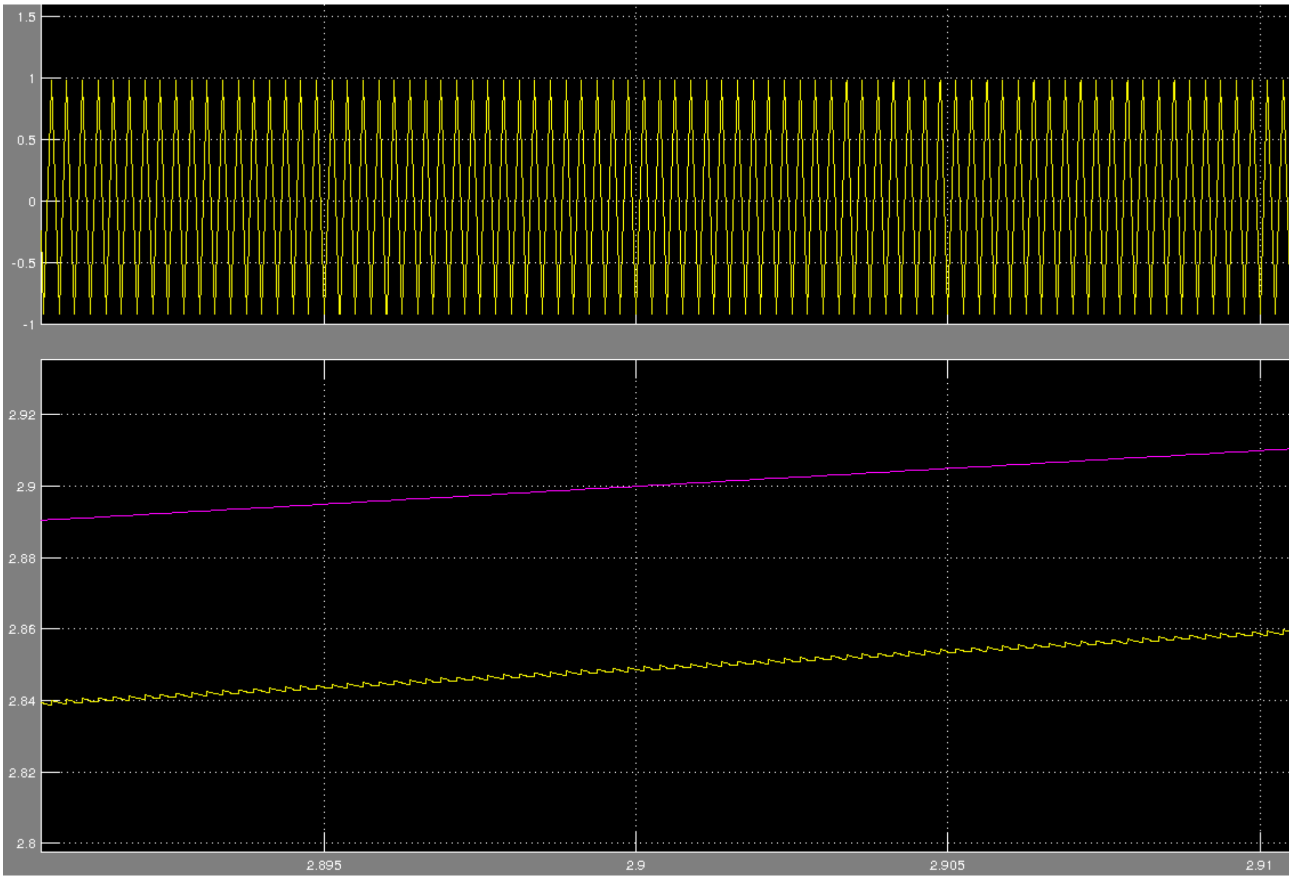
La simulation ne permet pas d'afficher les résultats lors du régime transitoire. Toutefois, quelque soit le gain choisi, les résultats sont semblables, à savoir que l'intensité oscille entre -1 et 1 en dents de scie, alors que la vitesse suit à peu près un schéma en dents de scie autour de la valeur 1.



De même, pour un signal d'entrée de type rampe, nous n'avons pas pu afficher les résultats du régime transitoire, mais nous pouvons relever l'erreur statique en régime permanent.
Ici, en violet nous avons l'entrée désirée, et en jaune nous avons la vitesse de sortie. Le graphe du dessus représente l'intensité obtenue en sortie.

Pour le gain g_2 , l'erreur vaut :

$$e_{g_2}=\frac{|2.8813-2.88|}{2.8813}\approx 0.05\%$$



De même, pour le gain g_1 , nous avons une erreur, qui ici est beaucoup plus visible :

$$e_{g_1}=\frac{|2.9-2.85|}{2.9}\approx 1.7\,\%$$

Nous n'avons pas pu calculer les constantes telles que le temps de réponse à 5 % ou le dépassement de vitesse sur le courant ici non plus.