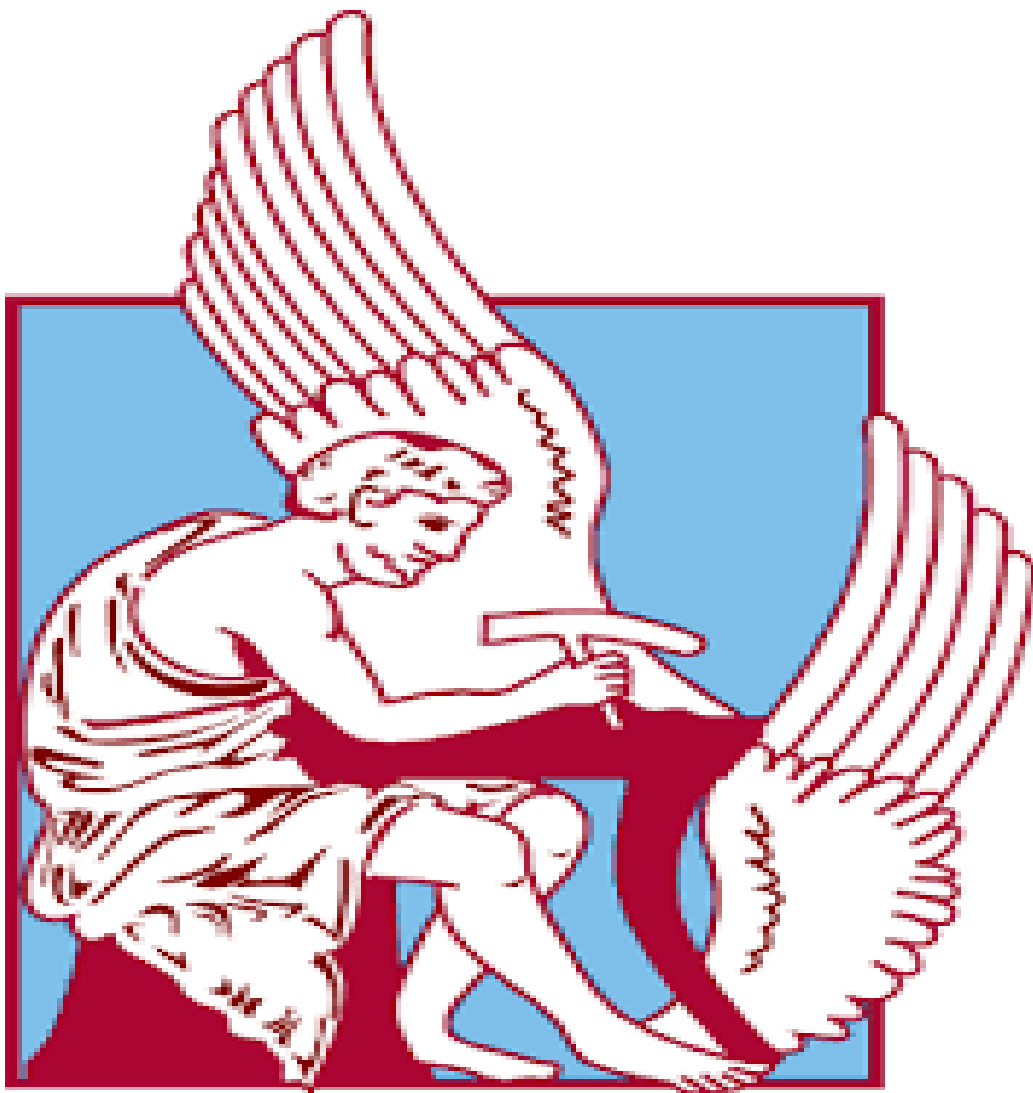


3^η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ

Κωδικός Ομάδας: 80

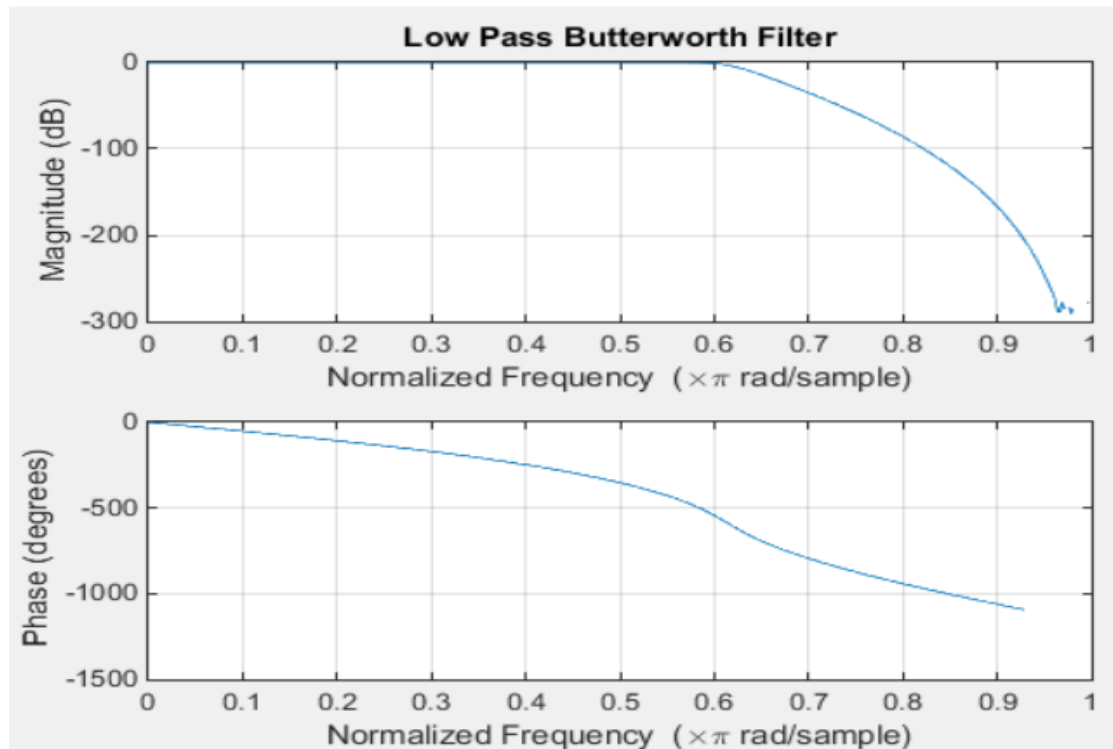
Φοιτητές που εργάστηκαν:

- | | |
|----------------------|------------|
| 1.Λεοντής Παναγιώτης | 2018030099 |
| 2.Πρινίτης Πολύδωρος | 2018030098 |
| 3.Μαντέλος Βασίλης | 2018030128 |



Άσκηση 1^η

Παρακάτω σχεδιάζουμε ένα low-pass Butterworth Filter. Για την υλοποίηση αρχικά ορίσαμε τα δεδομένα της άσκησης τα οποία είναι απαραίτητα για τον σχεδιασμό του φίλτρου. Στην συνέχεια μέσω της συνάρτησης `buttord()` δίνοντας τα κατάλληλα ορίσματα υπολογίσαμε την τάξη του φίλτρου και την αναλογική συχνότητα αποκοπής σε $\frac{rad}{sec}$. Έπειτα την μετατρέψαμε σε ψηφιακή και την κανονικοποιήσαμε ώστε να μπορέσουμε να την δώσουμε ως όρισμα, μαζί με την τάξη, στην συνάρτηση `butter` ώστε να σχεδιάσουμε το φίλτρο. Τέλος σχεδιάζουμε το πλάτος (σε dB) και τη φάση της απόκρισης συχνότητας με την συνάρτηση `freqz()`.



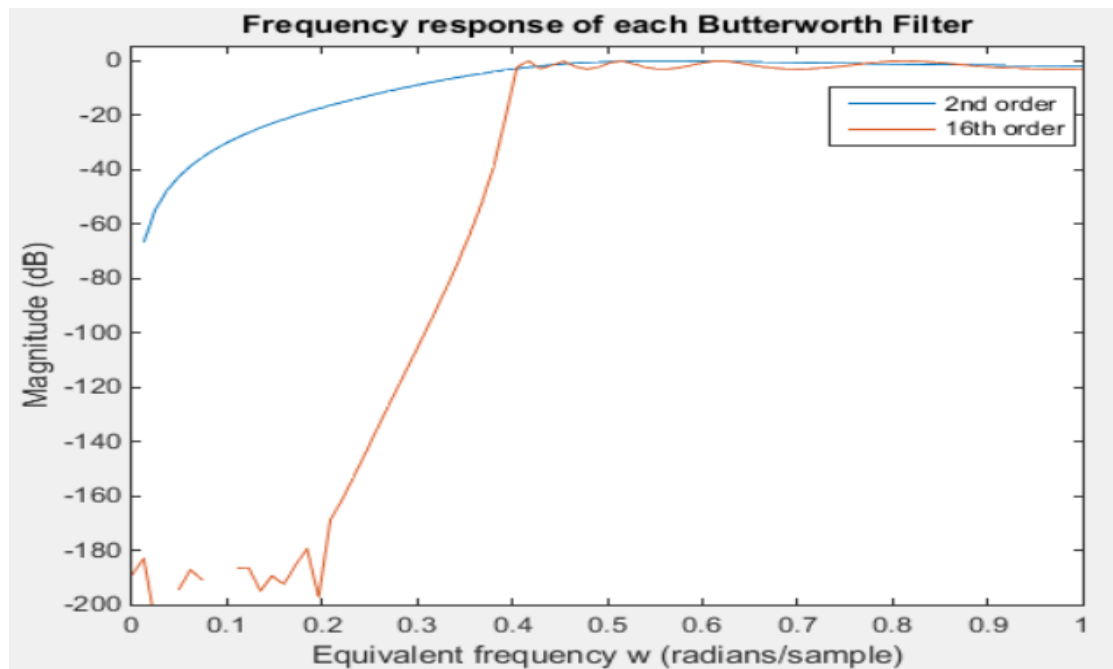
Εικόνα 1

Παρατηρήσεις

Δεν παραλείπουμε ότι έχει γίνει κανονικοποίηση. Επομένως αν πολλαπλασιάσουμε τον οριζόντιο άξονα θα έχουμε τις τιμές σε Hz. Αυτό γίνεται πολλαπλασιάζοντας με το μισό της περιόδου δειγματοληψίας $F_s/2 = 5 \text{ kHz}$. Έτσι παρατηρούμε πως η ζώνη pass βρίσκεται μεταξύ των συχνοτήτων 0 και $0.6 \times 5.000 = 3 \text{ kHz}$ ενώ η ζώνη stop βρίσκεται μεταξύ $0.9 \times 5.000 = 4.5 \text{ kHz}$ και 5 kHz . Παράλληλα, παρατηρείται ότι το εύρος του transmission band όπως είναι αναμενόμενο δεν είναι μηδενικό καθώς είναι υλοποιούμενο σε ηλεκτρονικά κυκλώματα, επομένως υπάρχουν ορισμένα σφάλματα. Το εύρος αυτό παρατηρείται στην τάξη των 0.3 r/s ή αλλιώς $0.3 \times 5 \text{ kHz} = 1.5 \text{ kHz}$. Έτσι, βγαίνει το συμπέρασμα ότι έως τα 3 kHz το σήμα περνάει (σχεδόν αυτούσιο ανάλογα με το ripple), ενώ από 4.5 kHz έως 5 δεν περνάει.

Άσκηση 2^η

Παρακάτω σχεδιάζουμε δύο high-pass Chebyshev Filter. Για την υλοποίηση αρχικά ορίσαμε τα δεδομένα της άσκησης και υπολογίσαμε την κανονικοποιημένη ψηφιακή συχνότητα αποκοπής διαιρώντας, όπως και στο προηγούμενο ερώτημα, με το μισό της συχνότητας δειγματοληψίας. Μέσω της συνάρτησης `cheby1()` δημιουργήσαμε 2 φίλτρα τάξης 2 και 16 αντίστοιχα και έπειτα μέσω της συνάρτησης `freqz()` ανακτήσαμε το πλάτος των αποκρίσεων συχνότητας, 256 δειγμάτων, των δύο φίλτρων. Τέλος σχεδιάσαμε σε κοινό plot.



Εικόνα 2

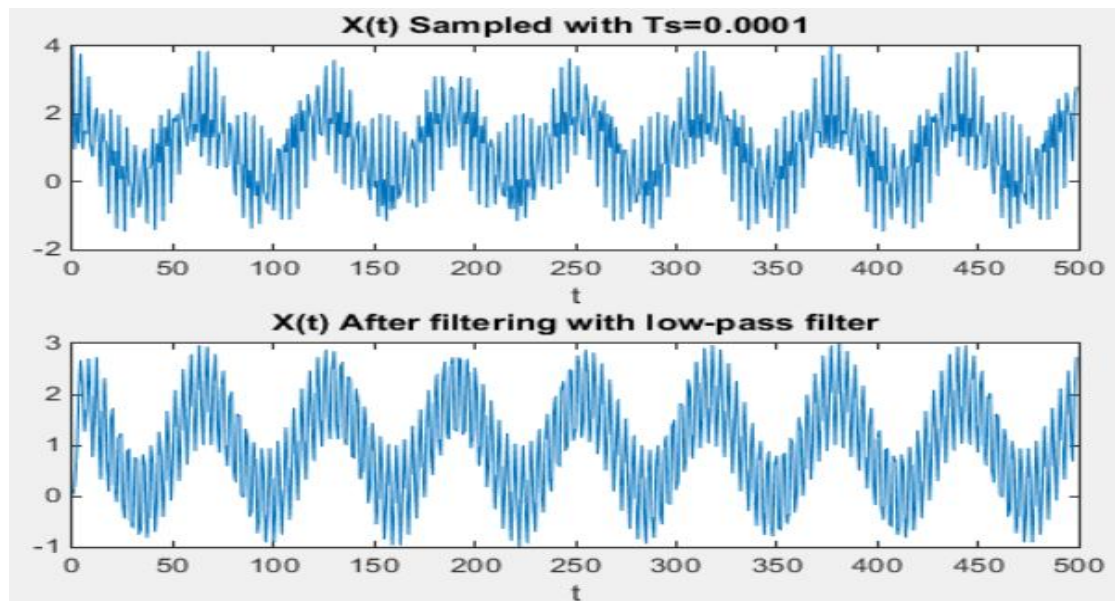
Παρατηρήσεις

Παρατηρώντας την παραπάνω γραφική παράσταση παρατηρούνται ορισμένες διαφορές ανάμεσα στις δύο παραστάσεις. Από την μία, εφαρμόζοντας μια μεγάλη τάξη (όπως πχ στην προκείμενη περίπτωση 16) έχουμε αρκετά μικρό εύρος του transmission band. Αυτό είναι μια θετική έκβαση καθώς προσδοκούμε σε κάτι τέτοιο αφού μειώνονται οι πιθανότητες να μην ξέρουμε αν το σήμα πρέπει να περάσει ή όχι. Επομένως, μειώνονται οι πιθανότητες κάποια συχνότητα να περάσει ψαλιδισμένη. Αντίθετα, παρατηρείται το μειονέκτημα του μεγάλου ripple και στις δύο ζώνες, γεγονός που δεν είναι επιθυμητό. Εφαρμόζοντας μικρή τάξη συναντάμε τα ακριβώς αντίστροφα αποτελέσματα.

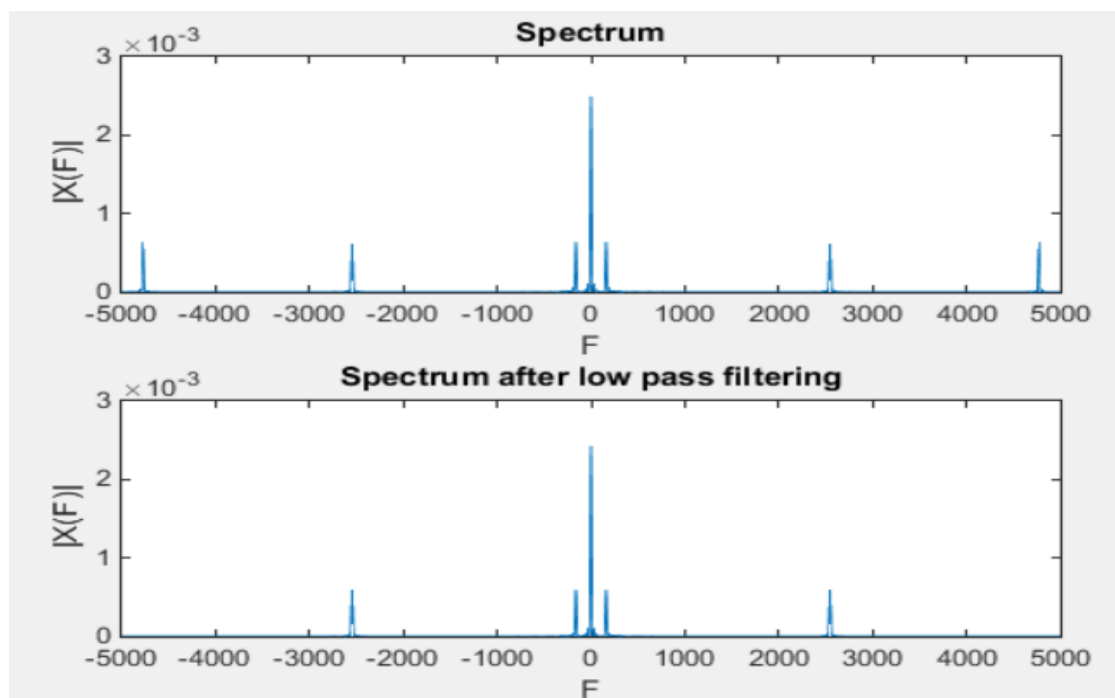
Άσκηση 3^η

A)

Στο πρώτο μέρος της άσκησης φιλτράρουμε το σήμα $x(t)$ με το low-pass φίλτρο που σχεδιάσαμε στην άσκηση 1. Αρχικά επαναλαμβάνουμε τα βήματα για τον σχεδιασμό του φίλτρου και ορίζουμε τον άξονα της συχνότητας. Γίνεται η δειγματοληψία 500 δειγμάτων του σήματος στην συχνότητα δειγματοληψίας της άσκησης 1 ($F_s=10$ kHz). Έπειτα μέσω της συνάρτησης filter υπολογίζουμε το φιλτραρισμένο σήμα και στην συνέχεια τον μετασχηματισμό Fourier για τα 2 σήματα. Σχεδιάζουμε το σήμα πριν και μετά το φιλτράρισμα καθώς και το αντίστοιχο φάσμα.



Εικόνα 3



Εικόνα 4

Παρατηρήσεις

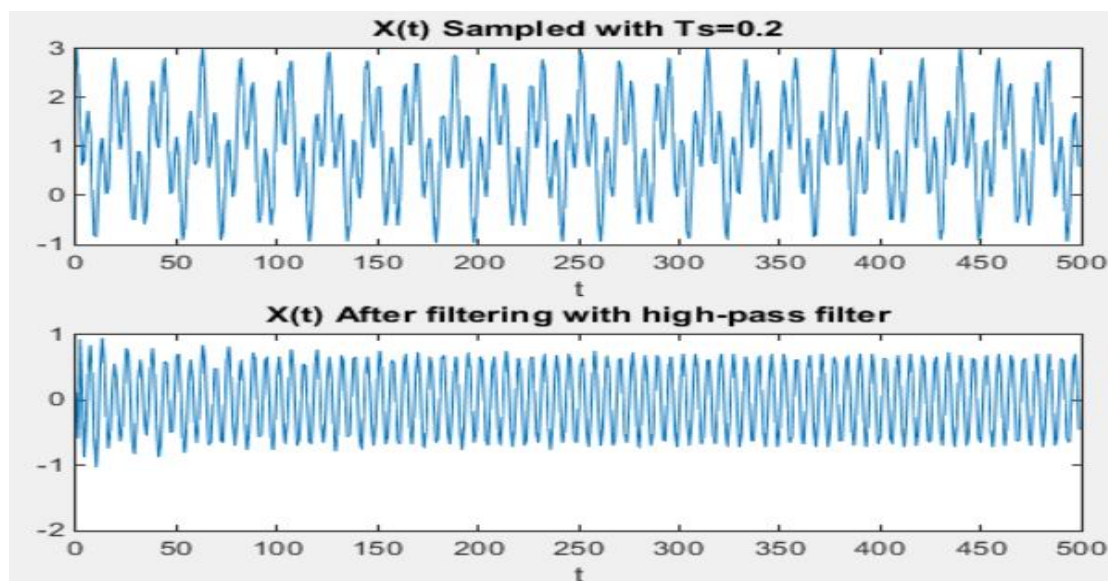
Για να μελετήσουμε την ιδιότητα του χαμηλοπερατού φίλτρου ουσιαστικά θα παρατηρήσουμε την εικόνα 4 όπου έχουμε σχεδιάσει το φάσμα του σήματος $x(t) = 1 + \cos(1000t) + \cos(16000t) + \cos(30000t)$ πριν και μετά το φιλτράρισμα. Αρχικά από τον τύπο $F = \frac{\omega}{2\pi}$ υπολογίζουμε ότι περιμένουμε να δούμε λοβούς στις αντίστοιχες συχνότητες για τον κάθε όρο της $x(t)$. Δηλαδή $F=0$ για τον σταθερό όρο και έπειτα στις συχνότητες:

$$F = \pm \frac{1000}{2\pi} = \pm 160\text{Hz} \quad F = \pm \frac{16000}{2\pi} = \pm 2546\text{Hz} \quad F = \pm \frac{30000}{2\pi} = \pm 4775\text{Hz}$$

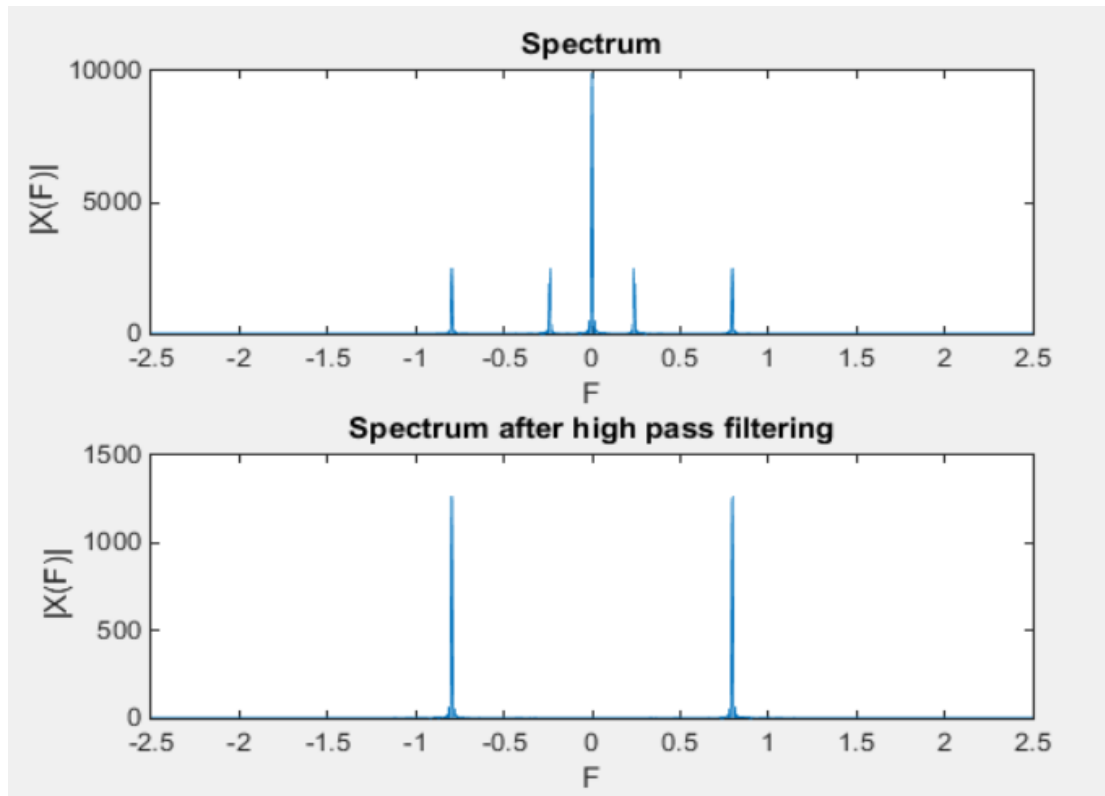
πράγμα το οποίο συμβαίνει στο πρώτο γράφημα της εικόνας 4. Το χαμηλοπερατό φίλτρο που ορίσαμε έχει ζώνη pass band 0-3 kHz και stopband που ξεκινάει στα 4 kHz. Επομένως περιμένουμε κάθε λοβός που βρίσκεται μέσα στα όρια της ζώνης passband να περνάει, ενώ κάθε λοβός που είναι μέσα στα όρια της stopband να αποκόπτεται. Παρατηρούμε το δεύτερο γράφημα της εικόνας 4 και επαληθεύουμε.

B)

Σε αυτό το μέρος φιλτράρουμε το σήμα $x(t)$ με το high-pass φίλτρο που σχεδιάσαμε στην άσκηση 2. Αρχικά θα υλοποιήσουμε μόνο το φίλτρο με τάξη 16 και έπειτα επαναλαμβάνουμε τα βήματα για τον σχεδιασμό του φίλτρου και ορίζουμε τον άξονα της συχνότητας. Γίνεται η δειγματοληψία 500 δειγμάτων του σήματος στην συχνότητα δειγματοληψίας της άσκησης 2 ($F_s=5\text{ Hz}$). Έπειτα μέσω της συνάρτησης filter υπολογίζουμε το φιλτραρισμένο σήμα και στην συνέχεια τον μετασχηματισμό Fourier για τα 2 σήματα. Σχεδιάζουμε το σήμα πριν και μετά το φιλτράρισμα καθώς και το αντίστοιχο φάσμα.



Εικόνα 5



Εικόνα 6

Παρατηρήσεις

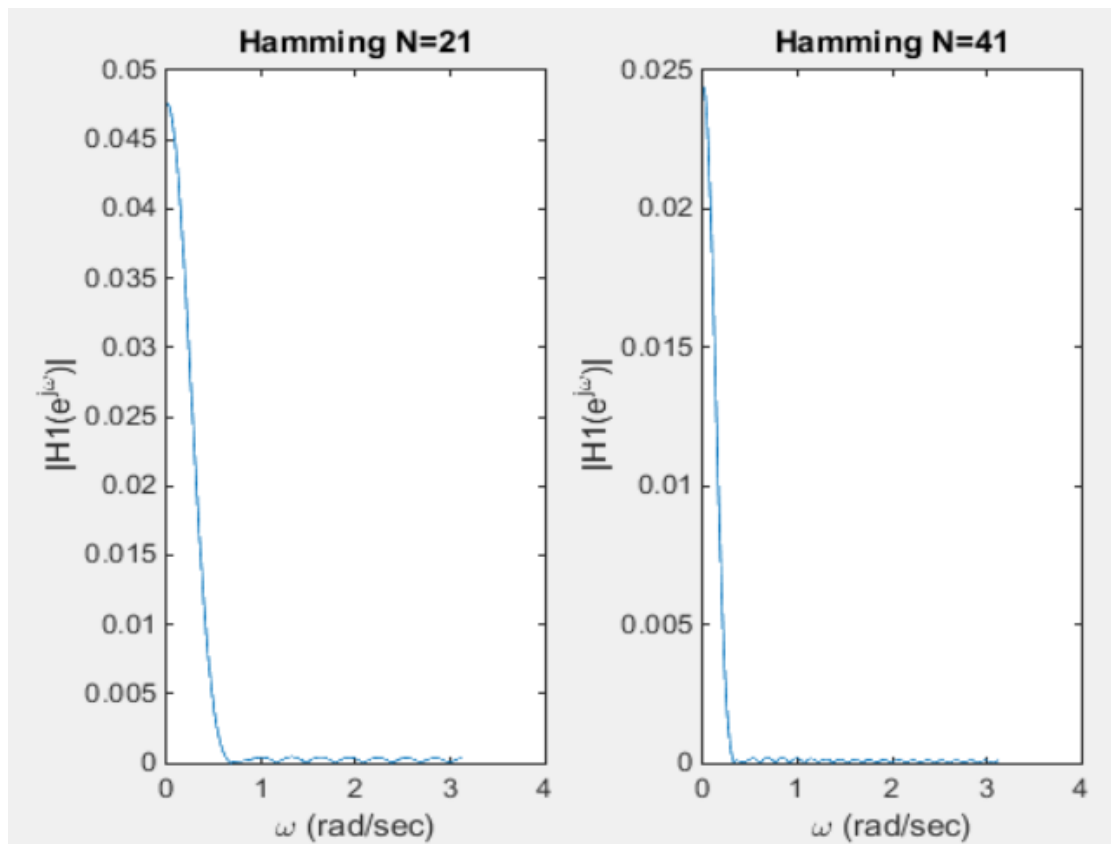
Για να μελετήσουμε την ιδιότητα του υπερπαρατοφίλτρου ουσιαστικά θα παρατηρήσουμε την εικόνα 6 όπου έχουμε σχεδιάσει το φάσμα του σήματος $x(t) = 1 + \cos(1.5t) + \cos(5t)$ πριν και μετά το φιλτράρισμα. Αρχικά από τον τύπο $F = \frac{\omega}{2\pi}$ υπολογίζουμε ότι περιμένουμε να δούμε λοβούς στις αντίστοιχες συχνότητες για τον κάθε όρο της $x(t)$. Δηλαδή $F=0$ για τον σταθερό όρο και έπειτα στις συχνότητες:

$$F = \pm \frac{1.5}{2\pi} = \pm 0.239 \text{ Hz} \quad \text{και} \quad F = \pm \frac{5}{2\pi} = \pm 0.80 \text{ Hz}$$

πράγμα το οποίο συμβαίνει στο πρώτο γράφημα της εικόνας 6. Το υπερπαρατόφιλτρο που ορίσαμε έχει συχνότητα cutoff $F_{cutoff} = \frac{\omega_{cutoff}}{2\pi} = \frac{2}{2\pi} = 0.319 \text{ Hz}$. Επομένως περιμένουμε κάθε λοβός που βρίσκεται σε συχνότητα μικρότερη της $\pm F_{cutoff}$ να αποκόπτεται, ενώ κάθε λοβός που είναι σε μεγαλύτερη συχνότητα να περνάει. Παρατηρούμε το δεύτερο γράφημα της εικόνας 6 και επαληθεύουμε, όμως διακρίνεται και μια μείωση στο πλάτος του φάσματος. Πιθανώς αυτό συμβαίνει καθώς η συχνότητα όπου βρίσκεται ο λοβός να βρίσκεται εντός της ζώνης μετάβασης.

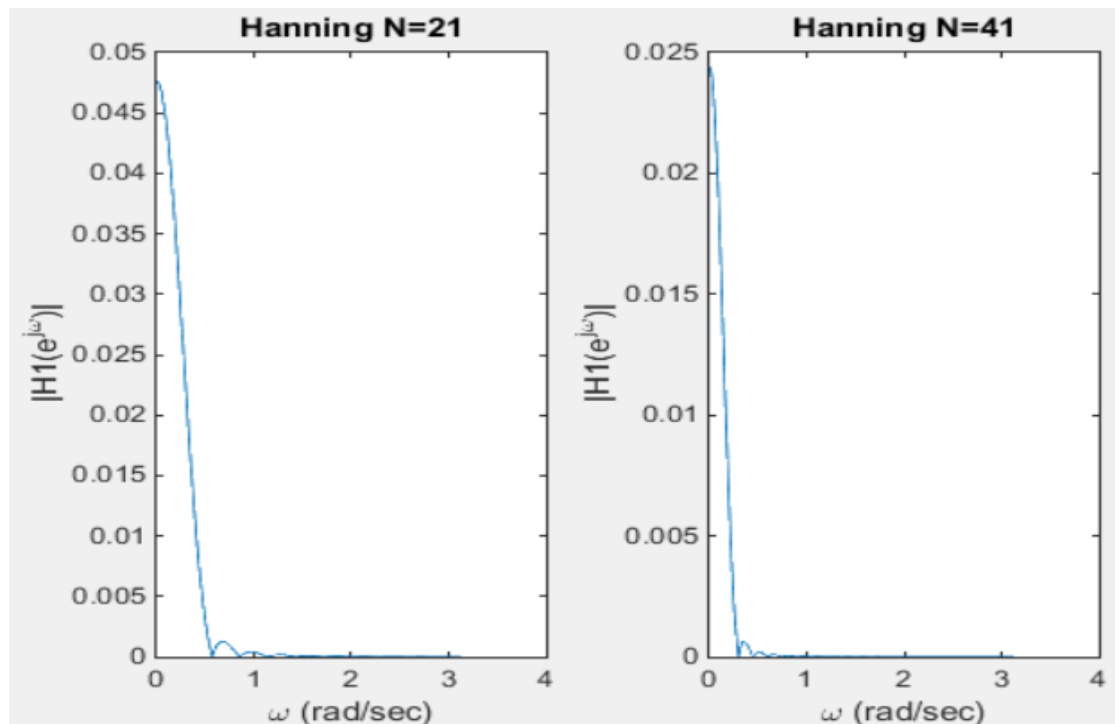
Άσκηση 4^η

Σε αυτή την άσκηση υλοποιούμε 4 FIR φίλτρα, 2 σχεδιασμένα με παράθυρο Hamming τάξης 21 και 41 αντίστοιχα και 2 σχεδιασμένα με παράθυρο Hanning τάξης 21 και 41 αντίστοιχα. Αφού ορίσουμε τα δεδομένα της άσκησης χρησιμοποιούμε την συνάρτηση `fir1()` με τα αντίστοιχα ορίσματα για την τάξη, την συχνότητα αποκοπής κανονικοποιημένη και το αντίστοιχο παράθυρο `hamming` ώστε να σχεδιάσουμε τα δύο φίλτρα. Έπειτα μέσω της `freqz()` υπολογίζουμε το πλάτος της απόκρισης συχνότητας και το σχεδιάζουμε.



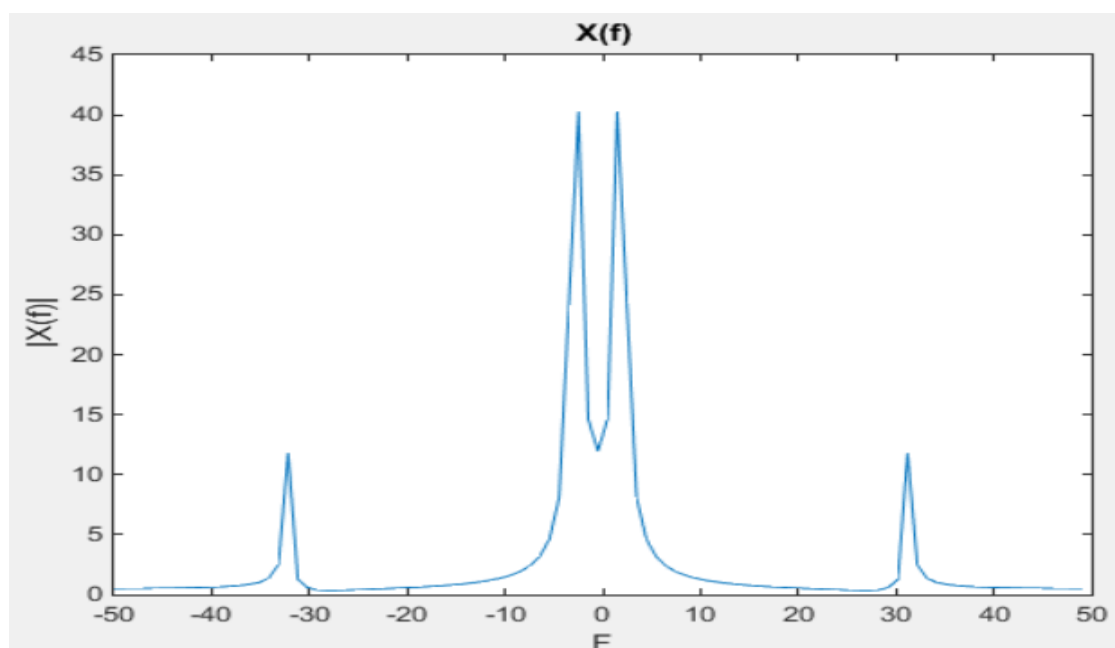
Εικόνα 7

Στην συνέχεια επαναλαμβάνουμε τα παραπάνω βήματα με μόνη αλλαγή ότι στην συνάρτηση `fir1()` χρησιμοποιείται ως όρισμα το αντίστοιχο παράθυρο `Hanning`. Έτσι παρακάτω, στην εικόνα 8 παρατηρούνται τα 2 FIR φίλτρα με παράθυρο `Hanning` του αντίστοιχου μήκους.

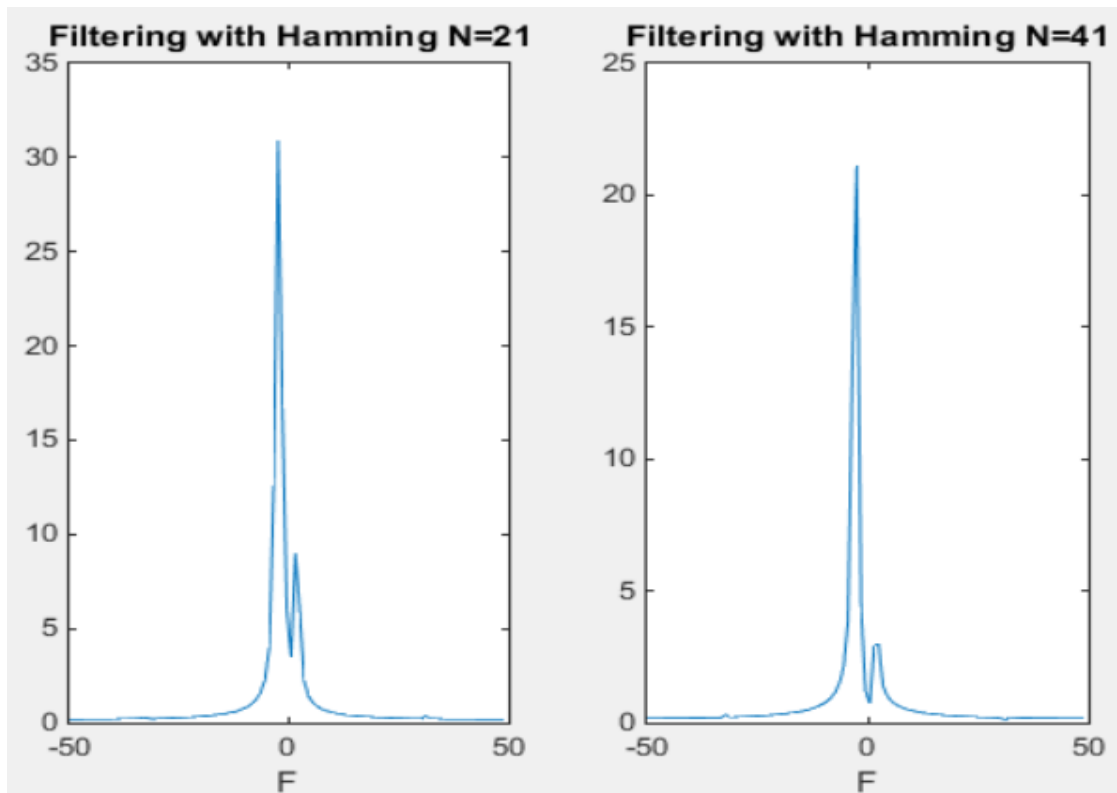


Εικόνα 8

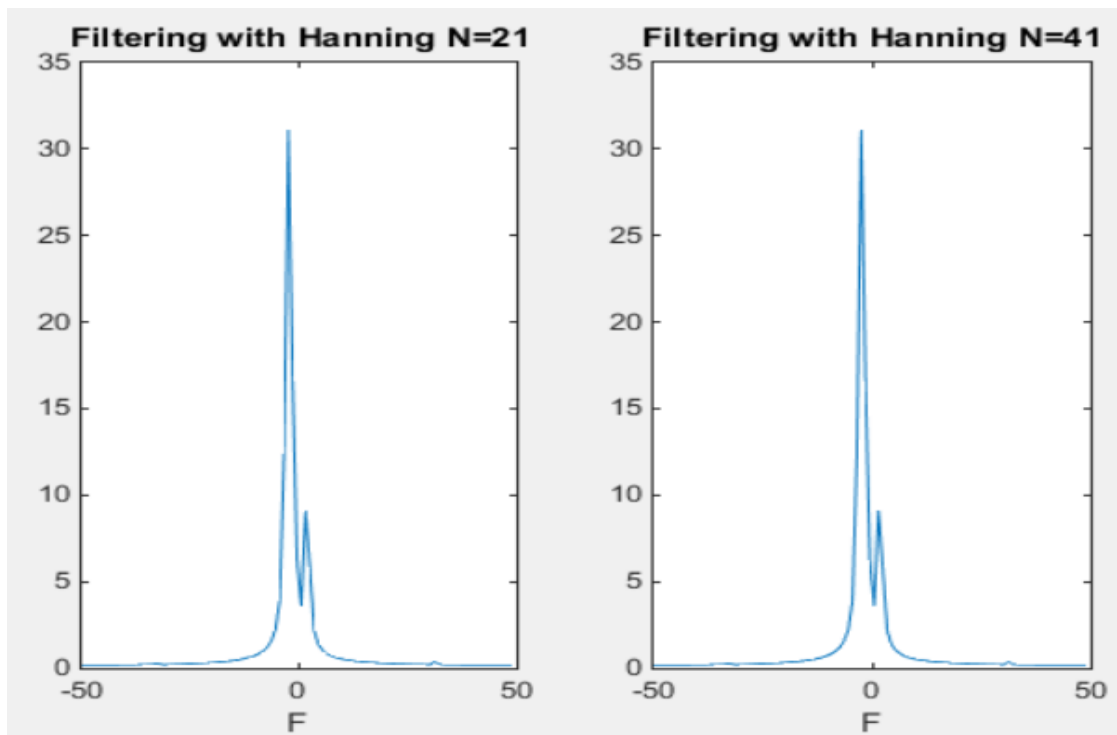
Στην συνέχεια γίνεται η δειγματοληψία του σήματος x_t με συχνότητα δειγματοληψίας $F_s=100$ Hz. Υπολογίζουμε το φιλτραρισμένο σήμα που προκύπτει και για τα 4 διαφορετικά φίλτρα με την συνάρτηση `filter()` και εμφανίζουμε το φάσμα πριν και μετά το φιλτράρισμα. Για κάθε σήμα δηλαδή υπολογίζουμε τον μετασχηματισμό Fourier και ορίζουμε τον άξονα της συχνότητας



Εικόνα 9



Εικόνα 10



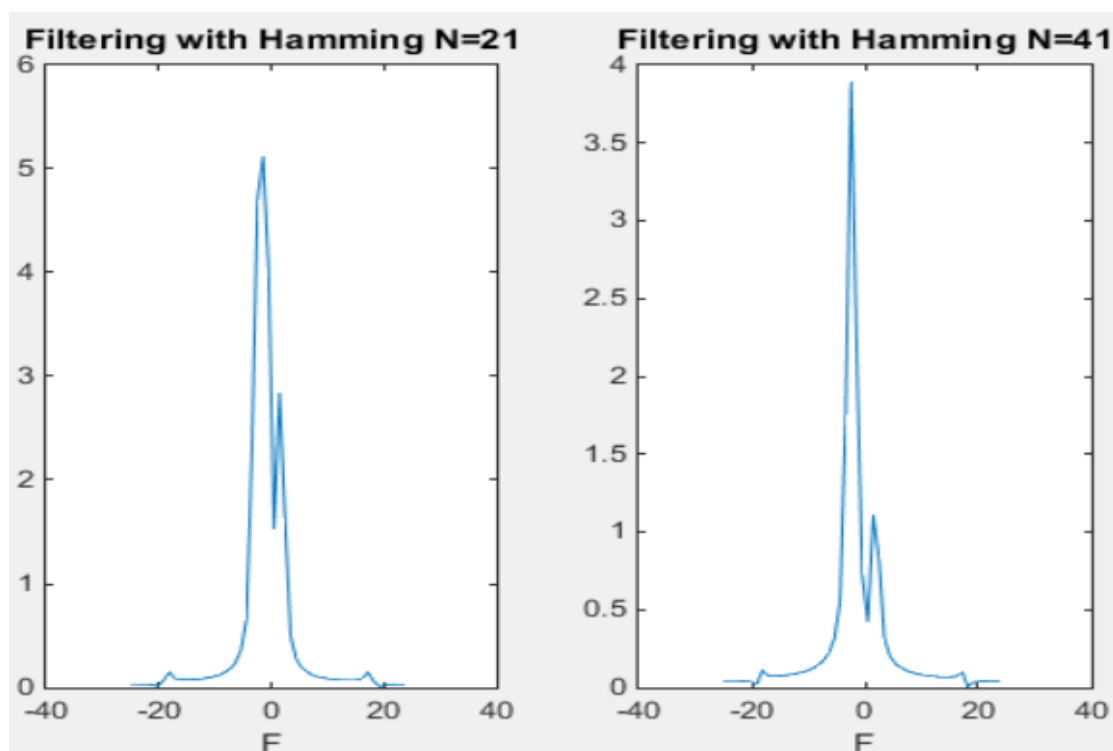
Εικόνα 11

Παρατηρήσεις

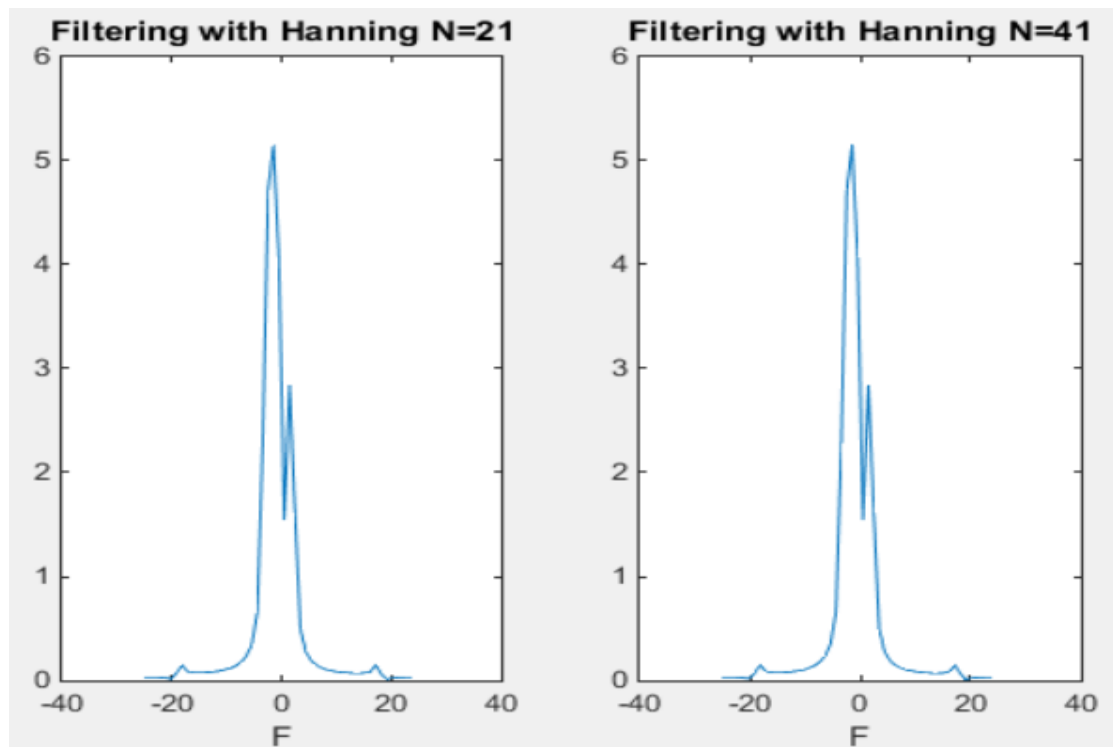
Όσον αφορά το Hamming (εικόνα 7) γίνεται φανερό, πρώτον ότι τα ripples είναι αρκετά μικρά και στις δύο περιπτώσεις (μικρή και μεγάλη τάξη) και δεύτερον η απόσβεση τους είναι αρκετά αργή. Παράλληλα, η διαφορά μεταξύ των δύο γραφημάτων είναι ότι η stopband ξεκινάει λίγο νωρίτερα όταν η τάξη είναι μεγάλη σε σχέση με το γράφημα της μικρής τάξης. Το τελευταίο συμπέρασμα ισχύει και στην περίπτωση του Hanning. Αντίθετα όμως στο Hanning(εικόνα 8) το ripple ξεκινάει όντας μεγάλο και φθίνει στην συνέχεια όπου εν τέλει μηδενίζει. Αυτό συμβαίνει λόγω του φαινομένου Gibbs που ισχυρίζεται ότι μόλις πριν και μόλις μετά τη ζώνη μετάβασης του φίλτρου εμφανίζεται η μέγιστη διακύμανση που το πλάτος της είναι ανεξάρτητο του μεγέθους του παραθύρου.

Αναφορικά, με την έξοδο που προκύπτει περνώντας από το Hamming παρατηρείται μια μικρή διαφορά (σε ίδιο παράθυρο) η οποία οφείλεται κυρίως στο ότι στην μικρή τάξη οι συχνότητες του σήματος της ζώνης μετάβασης “πέφτουν” λίγο αργότερα σε σχέση με την μεγάλη τάξη. Έτσι, στο γράφημα της μικρής τάξης περνάνε λίγο μεγαλύτερες συχνότητες για ένα μικρό αλλά κοινό εύρος συχνοτήτων. Αυτό ισχύει και για το Hanning άσχετα που δεν είναι τόσο ξεκάθαρο λόγω του έντονου ripple στα μικρά ω . Τέλος, σε κάθε μια από τις τέσσερις περιπτώσεις αφού τα φίλτρα είναι lowpass οι μεγάλες συχνότητες παρατηρούμε ότι είναι stopband, επομένως κόβονται.

Έπειτα επαναλαμβάνουμε το παραπάνω πείραμα με μόνη διαφορά, ότι η συχνότητα δειγματοληψίας φίλτρων και σήματος να είναι $F_s=50\text{Hz}$ αντί για 100Hz . Παραθέτουμε μόνο τα αποτελέσματα του κάθε φιλτραρίσματος.



Εικόνα 12



Εικόνα 13

Παρατηρήσεις

Αρχικά συχνότητα δειγματοληψίας που επιλέχθηκε είναι η μισή της αρχικής. Επομένως η συχνότητα αποκοπής θα είναι μεγαλύτερη. Άρα και το φάσμα του σήματος μας θα είναι πιο στενό καθώς ο άξονας των συχνοτήτων θα έχει αλλάξει. Ουσιαστικά οι λοβοί που βρίσκονται στις συχνότητες $\pm 30\text{Hz}$ τώρα θα μεταφερθούν στα μισά. Έτσι εξηγείται και αυτός ο ψαλιδισμένος λοβός που παρατηρούμε στις εικόνες 12 και 13 στις συχνότητες λίγο πριν τα $\pm 20\text{ Hz}$ που πιθανώς να βρίσκονται εντός της ζώνης μετάβασης..