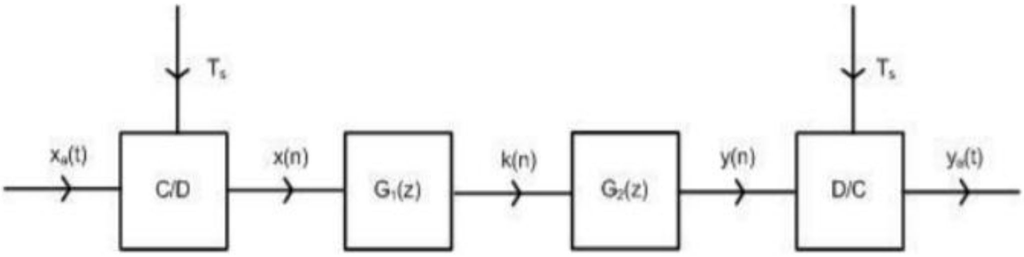
2η ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ

<u>Κωδικός Ομάδας:80</u>

<u>Φοιτητές που εργάστηκαν:</u>
1.Λεοντής Παναγιώτης 2018030099
2.Πρινίτης Πολύδωρος 2018030098
3.Μαντέλος Βασίλης 2018030128

Άσκηση 1η

A)



Αρχικά γνωρίζουμε ότι k(n)=0.9)k(n-1)+0.2x(n) και ότι $G_2(z) = \frac{1}{z+0.2}$. Από τον μετασχηματισμό Z του k(n)και σύμφωνα με τον τύπο: x(n-m)$\overset{ZT}{\leftrightarrow} z^{-m}\ X(Z)\ \ (1)$ προκύπτει $k(z) = 0.9z^{-1}k(z) + 0.2x(z)$. Επιπλέονισχύει ότι:

$$G_1(z) = \frac{k(z)}{x(z)} = \frac{0.9z^{-1}k(z) + 0.2x(z)}{x(z)} = \frac{0.9z^{-1}k(z)}{x(z)} + 0.2 = 0.9z^{-1}H(z) + 0.2$$

Τα υποσυστήματα είναι σε σειρά άρα μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τους μετασχηματισμούς Z για να προκύψει η συνάρτηση μεταφοράς H(z).

$$H(z) = G_1(z)G_2(z) = (0.9z^{-1}H(z) + 0.2)\frac{1}{z+0.2} = \frac{0.9z^{-1}H(z)}{z+0.2} + \frac{0.2}{z+0.2}(2)$$

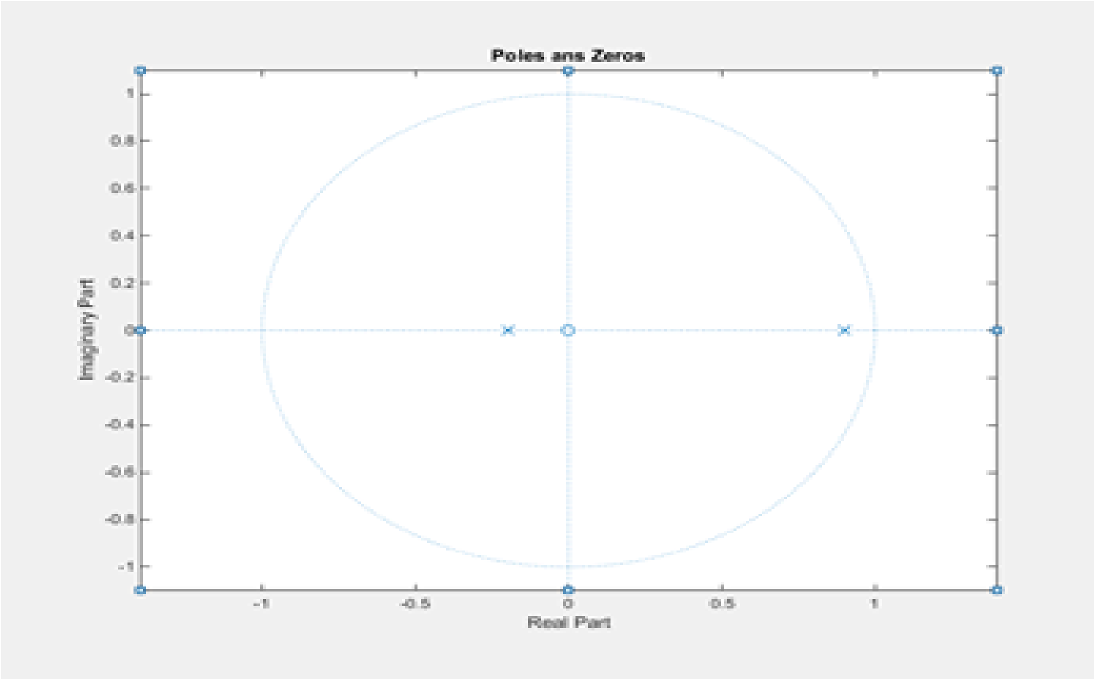
Από την άλλη, για να βρούμε τη γραμμική εξίσωση διαφορών με σταθερούς συντελεστές που συνδέει την είσοδο και την έξοδο του συστήματος θα χρησιμοποιήσουμε την άλλη σχέση, η οποία προκύπτει πατώντας H στο command line της Matlab.

$$H(z) = \frac{0{,}2z}{2z^2} - 0{,}7z - 0{,}18 \quad (3)$$

Γνωρίζουμε ότι:

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0{,}2z}{2z^2} - 0{,}7z - 0{,}18 \overset{ZT}{\leftrightarrow} 0{,}2x[n+1] = 2y[n+2] - 0{,}7y[n+1] - 0{,}18y[n]$$

B)



Εικόνα 1:Poles and zeros plot

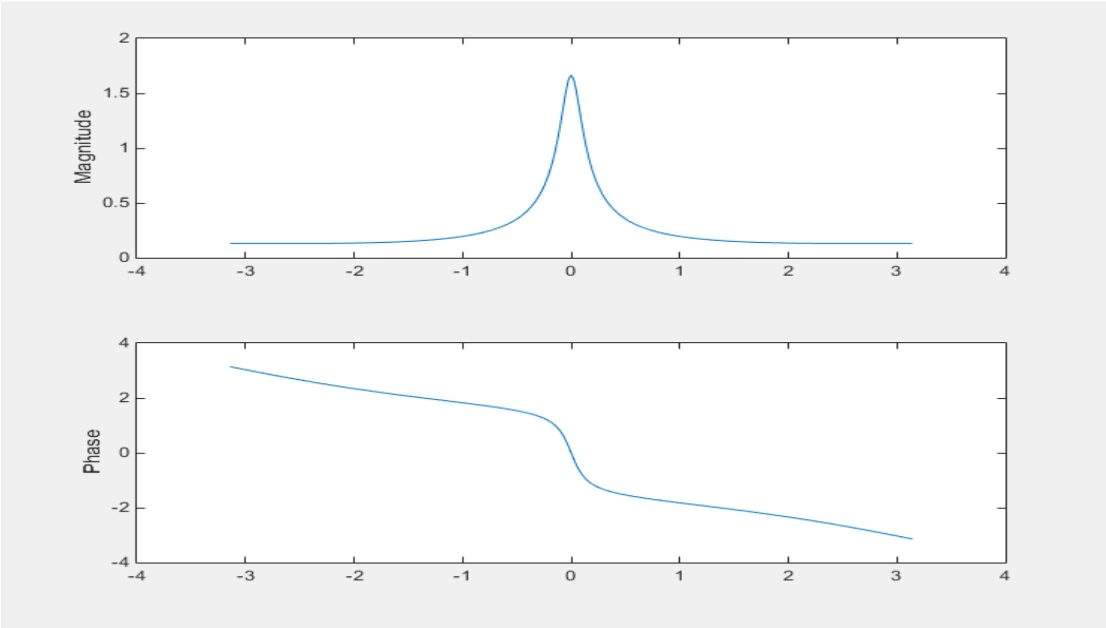
Σύντομη Περιγραφή

Για την υλοποίηση του παραπάνω διαγράμματος χρησιμοποιήθηκαν οι συναρτήσεις tf (transfer function) για την κατασκευή των G1,G2 και στην συνέχεια πήραμε το γινόμενό τους για την κατασκευή του Η. Έπειτα, δημιουργήθηκαν σε μορφή array ο παρονομαστής και ο αριθμητής του Η, και εισήχθηκαν στην zplane()για τον σχεδιασμό του γραφήματος. Τέλος χρησιμοποιήσαμε και την roots που βρίσκει ρίζες πολυωνύμων. Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούνται ως πόλοι το -0,2 και 0,9 και σας μηδενικά το 0.

Γ)

Το σύστημα γνωρίζουμε ότι είναι αιτιατό (δεξιόπλευρη περιοχή σύγκλισης). Επίσης, οι πόλοι του H(z) περιέχονται στον μοναδιαίο κύκλο, αφού ο μεγαλύτερος πόλος κατά μέτρο είναι 0,9. Άρα, το σύστημα είναι και ευσταθές.

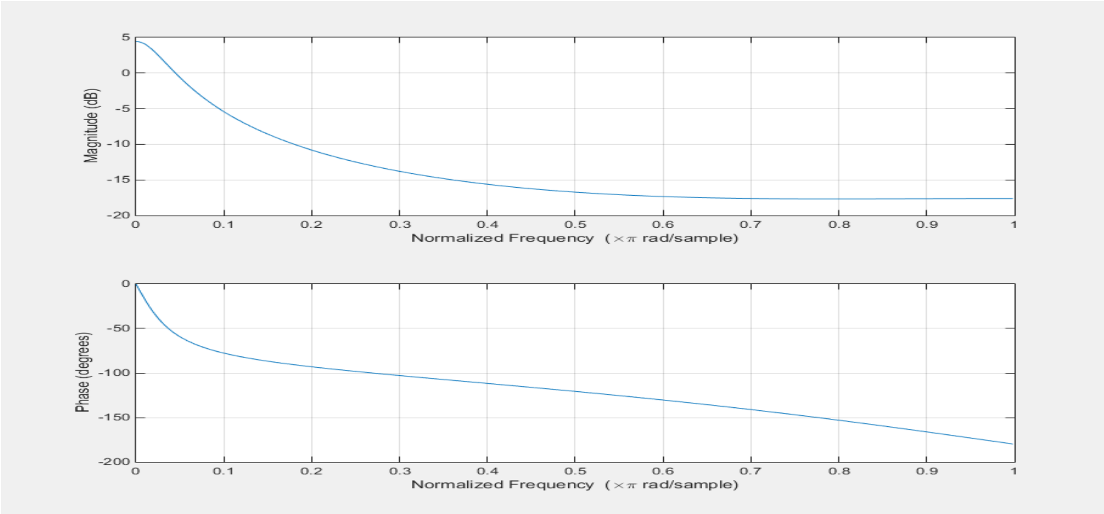
Δ)



Εικόνα 2:Διάγραμμα πλάτους και φάσης στην απόκριση συχνότητας.

<u>Σύντομη Περιγραφή και Παρατηρήσεις</u>

Τα παραπάνω διαγράμματα υλοποιήθηκαν με την χρήση της συνάρτησης freqz και σαν ορίσματα πήρε τους πίνακες αριθμητή και παρονομαστή αλλά και το δοθέν διάστημα. Γενικά, όσο πιο κοντά είναι οι πόλοι στο μοναδιαίο κύκλο, τόσο μεγαλύτερη ενίσχυση συχνοτήτων της συνάρτησης μεταφοράς έχουμε. Αντίστροφα, όσο πιο κοντά είναι τα μηδενικά στο μηδέν τόσο μικρότερη ενίσχυση των συχνοτήτων της συνάρτησης μεταφοράς έχουμε. Έτσι εξηγείται που στο magnitude plot κοντά στους πόλους έχουμε τα κοίλα προς τα πάνω ενώ κοντά στο μηδενικό έχουμε τα κοίλα προς τα κάτω. ω. Όσον αφορά το διάγραμμα της φάσης γνωρίζουμε ότι όσο πιο πολύ αυξάνουμε το damping τόσο αυξάνεται και η κάθετη μετατόπιση- ΄΄κάθετη βύθιση΄΄ και όσο μεταβάλλουμε την συχνότητα έχουμε οριζόντια μετατόπιση (μείωση->προς τα αριστερά, αύξηση->προς τα δεξιά).



Εικόνα 3:Διαγράμματα πλάτους και φάσεις στην απόκριση συχνότητας χωρίς το 3^{o} όρισμα στην freqz.

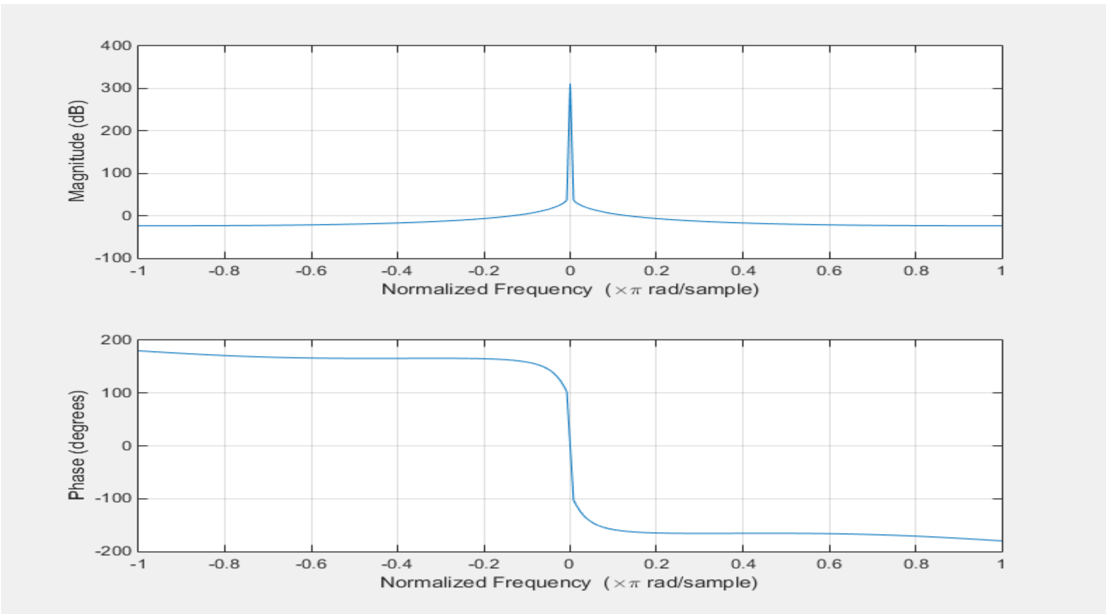
Παρατήρηση

Παρατηρείται ότι χωρίς το κατάλληλο διάστημα και το κατάλληλο βήμα οι γραφικές παραστάσεις του πλάτους και της φάσης στην απόκριση συχνότητας δεν είναι ευκρινές για την ανάλυση των πόλων και των μηδενικών.

Ε)

Προσθέτοντας έναν ακόμη πόλο στο z=1 ουσιαστικά παίρνουμε μια νέα συνάρτηση μεταφοράς με πόλους -0, 2, 0, 9, 1.

$$H1(z) = \frac{0{,}2z^2}{z^3 - 1{,}7\,z^2 + 0{,}52z + 0{,}18}$$



Εικόνα 4:Γραφικές πλάτους και φάσης απόκρισης συχνότητας της H1.

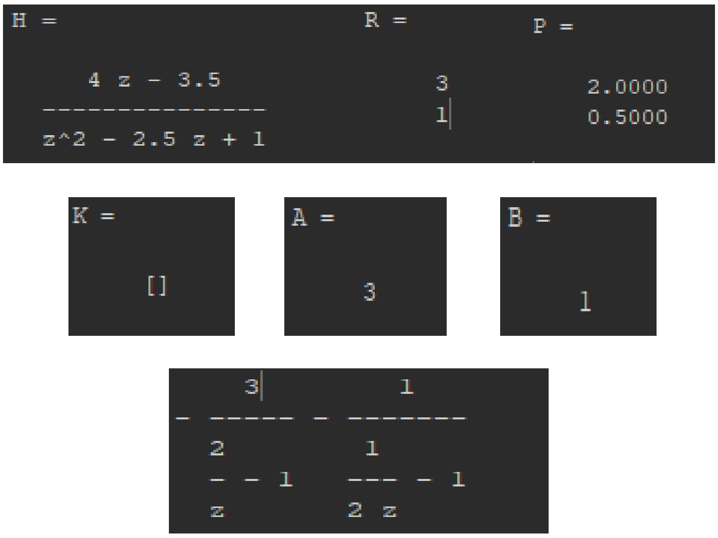
Σύντομη Περιγραφή και Παρατήρηση

Η υλοποίηση του παραπάνω γραφήματος έγινε παρόμοια με το ερώτημα Γ). Επίσης ο πόλος 1 είναι ακριβώς πάνω στον μοναδιαίο κύκλο. Παρατηρείται ότι το πλάτος απειρείζεται (σχεδόν) αλλά και ένα ¨σπάσιμο¨ στην φάση το οποίο όμως διορθώνεται με κατάλληλη συχνότητα της Matlab. Γνωρίζουμε πως όσο πιο κοντά βρίσκονται οι πόλοι στον μοναδιαίο κύκλο, τόσο μεγαλύτερη ενίσχυση έχουμε στην συχνότητα της συνάρτησης μεταφοράς. Έτσι δικαιολογείται αυτή η ραγδαία αύξηση που παρατηρείται στην πρώτη γραφική της Εικόνας 4.

Άσκηση 2η

A)

Από την ανάλυση της H(z) σε απλά κλάσματα προκύπτει ότι



Εικόνα 5: Στιγμιότυπα από το τερματικό του Matlab.

Σύντομη Περιγραφή και Παρατήρηση

Αρχικά ορίσαμε τα διανύσματα του αριθμητή και του παρονομαστή της συνάρτησης μεταφοράς H(z) και έπειτα την δημιουργήσαμε με την συνάρτηση tf(). Να επισημάνουμε πως με τον τρόπο που ορίστηκαν τα διανύσματα είναι σας να έχουμε πολλαπλασιάζει αριθμητή και παρονομαστή με z^2.Στην συνέχεια μέσω της συνάρτησης residuez() ανακτήσαμε συντελεστές απλών κλασμάτων A και B όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 5. Επιπλέον στο διάνυσμα P έχουμε ανακτήσει τους πόλους 2 και 0.5 όπως παρατηρούμε. Μέσω της εντολής syms ορίζουμε την μεταβλητή z και στην μεταβλητή χ δίνουμε την τιμή της εξίσωσης που προκύπτει για το απλοποιημένο κλάσμα. Μέσω της εντολής pretty() εκτυπώνουμε το αποτέλεσμα όπως παρατηρούμε στο τελευταίο στιγμιότυπο της Εικόνας 5. Άρα τελικά έχουμε:

$$H(z) = -\frac{3}{\frac{2}{Z} - 1} - \frac{1}{\frac{1}{2Z} - 1}$$

B)

Χρησιμοποιούμε τα παραπάνω απλά κλάσματα για να υπολογίσουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Z. Επιπλέον χρησιμοποιούμε την ιδιότητα

$$\frac{1}{1 - \alpha\, z^{-1}} \xleftrightarrow{(ZT)^{-1}} \alpha^n u[n]$$

Αρχικά βγάζουμε το -1 κοινό παράγοντα για να φέρουμε τα κλάσματα στην επιθυμητή μορφή. Επιπλέον με την ιδιότητα της επιμεριστηκότητας μπορούμε να αντιστρέψουμε το κάθε κλάσμα χωριστά.

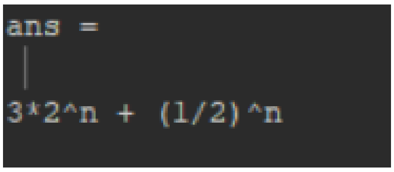
$$H(z) = \frac{3}{1 - \frac{2}{Z}} + \frac{1}{1 - \frac{1}{2Z}}$$

Για το πρώτο κλάσμα α=2 και παρατηρούμε πως πρέπει να πολλαπλασιάσουμε και με 3 στο τέλος λόγω του αριθμητή. Για το δεύτερο α=0.5 Τελικά έχουμε:

$$x[n] = 3 * 2^n * u[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^n * u[n]$$

Γνωρίζουμε ότι για n>0 u[n]=1 άρα:

$$x[n] = 3 * 2^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n \qquad n > 0, \qquad \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma\ x[n] = 0$$



Εικόνα 6: Στιγμιότυπο του τερματικού του Matlab

<u>Σύντομη Περιγραφή και Παρατήρηση</u>

Χρησιμοποιήσαμε την συνάρτηση iztrans() ώστε να κάνουμε τον αντίστροφο μετασχηματισμό της H(z) και εκτυπώσαμε τον αποτέλεσμα. Παρατηρούμε πως τα πειραματικά και τα θεωρητικά αποτελέσματα ταυτίζονται.