

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

BÀI

01

KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Khoảng biến thiên

Định nghĩa: Cho mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	$[a_1; a_2)$...	$[a_i; a_{i+1})$...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

trong đó các tần số $m_1 > 0, m_k > 0$ và $n = m_1 + \dots + m_k$ là cỡ mẫu.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = a_{k+1} - a_1$.

Ý nghĩa:

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc. Khoảng biến thiên được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- Trong các đại lượng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm, khoảng biến thiên là đại lượng dễ hiểu, dễ tính toán. Tuy nhiên, do khoảng biến thiên chỉ sử dụng hai giá trị là u_1 và u_{m+1} của mẫu số liệu nên đại lượng đó dễ bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

2 Khoảng tứ phân vị

Định nghĩa: Cho mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	$[a_1; a_2)$...	$[a_i; a_{i+1})$...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Tứ phân vị thứ r là $Q_r = a_p + \frac{\frac{r \cdot n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó $[a_p; a_{p+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ r với $r = 1, 2, 3$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu là Δ_Q , là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba Q_3 và tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu đó, tức là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.



Ý nghĩa:

- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc. Khoảng tứ phân vị cũng được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm càng nhỏ thì dữ liệu càng tập trung xung quanh trung vị.
- Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định giá trị ngoại lệ trong mẫu số liệu. Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$
- Do khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm chỉ phụ thuộc vào nửa giữa của mẫu số liệu, nên không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường và có thể dùng đại lượng này để loại giá trị bất thường.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm

- Xác định u_1 là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên và u_{k+1} là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng có chứa dữ liệu (tần số khác 0).
- Khoảng biến thiên $R = u_{k+1} - u_1$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	8	16	4	2

- a) Tính khoảng biến thiên R cho mẫu số liệu ghép nhóm trên.
- b) Nếu biết học sinh hoàn thành bài kiểm tra sớm nhất mất 27 phút và muộn nhất mất 43 phút thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là bao nhiêu?

Bài tập 2: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người.

Thời gian (phút)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)	[150;180)
Số người	2	4	10	5	3

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho. Kết quả cho biết điều gì?

Bài tập 3: Bảng dưới thống kê thành tích nhảy xa của một số học sinh lớp 12. Tìm khoảng biến thiên thành tích nhảy xa của số học sinh này.

Thành tích (cm)	[150;180)	[180;210)	[210;240)	[240;270)	[270;300)
Số học sinh	3	5	28	14	8



Bài tập 4: Để chuẩn bị mở một trung tâm thể dục thể thao, anh Dũng đã tiến hành điều tra tuổi thọ của máy chạy bộ do hai hãng X, Y sản xuất. Bảng dưới biểu thị hai mẫu số liệu mà anh thu thập được qua Internet. Bảng. Tuổi thọ của máy chạy bộ (đơn vị: năm)

Tuổi thọ	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$
Số máy của hãng X	7	20	36	20	17
Số máy của hãng Y	0	20	35	35	10

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu nào lớn hơn? Từ đó có thể nói là máy chạy bộ do hãng nào sản xuất có tuổi thọ phân tán hơn?

Bài tập 5: Người ta tiến hành phỏng vấn hai nhóm khán giả về một bộ phim mới công chiếu. Nhóm A gồm những khán giả thuộc lứa tuổi 20 - 30, nhóm B thuộc lứa tuổi trên 30. Người được hỏi ý kiến phải đánh giá bộ phim bằng cách cho điểm theo một số tiêu chí nêu trong phiếu điều tra và sau đó lấy tổng số điểm (thang điểm 100). Bảng dưới đây trình bày kết quả điều tra hai nhóm khán giả:

Bảng. Điểm đánh giá của khán giả

Điểm	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$
Số người của nhóm A	6	10	14	12	8
Số người của nhóm B	0	8	14	28	0

Ý kiến đánh giá của nhóm khán giả nào phân tán hơn?

Bài tập 6: Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình và bác An.

Thời gian (phút)	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$
Bác Bình	5	12	8	3	2
Bác An	0	25	5	0	0

Bài tập 7: Thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12A, được kết quả như bảng sau:

Thời gian sử dụng (phút)	$[0; 10)$	$[10; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$
Số học sinh Tổ 1	2	4	3	1
Số học sinh Tổ 2	5	1	3	0

Tìm khoảng biến thiên cho thời gian sử dụng mạng xã hội của học sinh mỗi tổ và giải thích ý nghĩa.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Câu 2. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số
[40;50)	3
[50;60)	6
[60;70)	19
[70;80)	23
[80;90)	9
	$n = 60$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 50. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Câu 3. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1,5. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,3.

Câu 4. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 25. B. 20. C. 15. D. 30.

Câu 5. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:



Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Câu 6. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 7. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 80. B. 60. C. 100. D. 12.

Câu 8. Mức thưởng tết (triệu đồng) cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 20. B. 25. C. 47. D. 23

Câu 9. Cho bảng phân bố tần số ghép lớp sau. Chiều cao của 40 học sinh nam ở một trường THPT

Lớp chiều cao (cm)	[160; 163,5)	[164; 167,5)	[168; 171,5)	[172; 175,5)	Cộng
Tần số	9	20	7	4	40

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 31. B. 15,5. C. 74. D. 32.

Câu 10. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	0	12	15	24	26

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 26. B. 15. C. 20. D. 12.

Câu 11. Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh	8	16	12	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 20. B. 15. C. 27. D. 12.



Câu 12. Thời gian hoàn thành giải chạy của các vận động viên được cho như bảng sau:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)
Số vận động viên	7	11	4	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 15.
- B. 25.
- C. 37.
- D. 20.

-----HẾT-----





B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 2: Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Với mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	$[a_1; a_2)$...	$[a_i; a_{i+1})$...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Các bước thực hiện:

- Tìm tứ phân vị Q_1 và Q_3 theo công thức:

$$Q_r = a_p + \frac{\frac{r \cdot n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$$

trong đó $[a_p; a_{p+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ r với $r = 1, 2, 3$ và n là cỡ mẫu.

- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Số bệnh nhân	3	12	15	8

- a) Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.
- b) Từ một mẫu số liệu về thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám Y người ta tính được khoảng tứ phân vị bằng 9,23. Hỏi thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám nào phân tán hơn?

Bài tập 2: Một người ghi lại thời gian đàm thoại của một số cuộc gọi cho kết quả như bảng sau:

Thời gian t (phút)	Số cuộc gọi
$0 \leq t < 1$	8
$1 \leq t < 2$	17
$2 \leq t < 3$	25
$3 \leq t < 4$	20
$4 \leq t < 5$	10

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Bài tập 3: Thống kê số ngày trong tháng Sáu năm 2021 và năm 2022 theo nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Hà Nội, người ta thu được bảng sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	$[28; 30)$	$[30; 32)$	$[32; 34)$	$[34; 36)$	$[36; 38)$	$[38; 40)$
Số ngày trong tháng 6/2021	0	2	8	5	6	9
Số ngày trong tháng 6/2022	2	3	4	11	8	2

Hỏi tháng sáu năm nào ở Hà Nội nhiệt độ cao nhất trong ngày biến đổi nhiều hơn?



Bài tập 4: Thống kê số thẻ vàng của mỗi cầu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021 - 2022 cho kết quả như sau:

101	79	79	78	75	73	68	67	67	63
63	61	60	59	57	55	55	50	47	42

a) Hãy ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[40;50)$.

b) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và mẫu số liệu ghép nhóm thu được ở câu a. Giá trị nào là giá trị chính xác? Giá trị nào là giá trị xấp xỉ?

Bài tập 5: Thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của người lao động ở hai nhà máy như sau:

Thu nhập	$[5;8)$	$[8;11)$	$[11;14)$	$[14;17)$	$[17;20)$
Số người của nhà máy A	20	35	45	35	20
Số người của nhà máy B	17	23	30	23	17

Tính mức thu nhập trung bình của người lao động ở hai nhà máy trên. Dựa vào khoảng tứ phân vị, hãy xác định xem mức thu nhập của người lao động ở nhà máy nào biến động nhiều hơn.

Bài tập 6: Bảng sau đây cho biết chiều cao của các học sinh lớp 12A và 12B.

Thu nhập	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh lớp 12A	1	0	15	12	10	5
Số học sinh lớp 12B	0	0	17	10	9	6

a) Tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh lớp 12A, 12B.

b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng biến thiên hay khoảng tứ phân vị? Vì sao?

Bài tập 7: Điểm kiểm tra cuối khoá môn Tiếng Anh của hai lớp ở một trung tâm ngoại ngữ được thống kê trong các bảng a) và b)

Bảng a). Điểm của lớp A

Điểm	Số học viên (tần số)
$[50;60)$	8
$[60;70)$	20
$[70;80)$	50
$[80;90)$	17
$[90;100)$	5

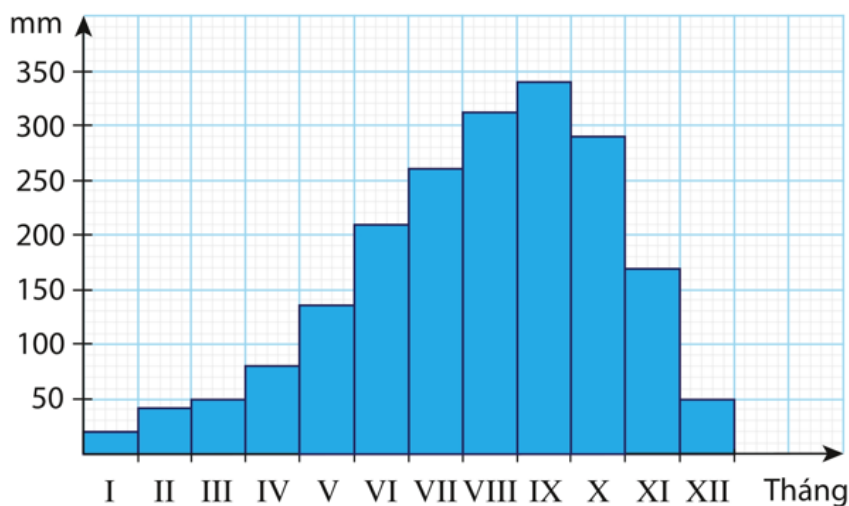
Bảng b). Điểm của lớp B

Điểm	Số học viên (tần số)
$[50;60)$	15
$[60;70)$	20
$[70;80)$	30

$[80;90)$	20
$[90;100)$	15

- Tìm khoảng biến thiên của mỗi mẫu số liệu. Có thể dùng khoảng biến thiên để biết điểm của lớp nào đồng đều hơn không?
- Tìm các tứ phân vị và khoảng tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu.
- Mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn? Minh họa câu trả lời bằng cách biểu diễn các tứ phân vị và khoảng tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu trên trục số.

Bài tập 8: Hình dưới là biểu đồ biểu diễn lượng mưa trung bình của các tháng trong năm ở thành phố A.



Hình 3.2. Biểu đồ lượng mưa ở thành phố A

- Lập bảng số liệu ghép nhóm về lượng mưa của thành phố A, với độ dài các nhóm là 50 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng là 350.
- Xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Nêu ý nghĩa của kết quả tìm được.

Bài tập 9: Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bản thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan

Thời gian(phút)	$[15; 18)$	$[18; 21)$	$[21; 24)$	$[24; 27)$	$[27; 30)$	$[30; 33)$
Số lần	22	38	27	8	4	1

- Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm phía trên (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết 32 phút. Thời gian của lần đi đó có phải giá trị ngoại lệ không?

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14;15). B. [15;16). C. [16;17). D. [17;18).

Câu 2. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

- A. [15;16). B. [16;17). C. [17;18). D. [18;19).

Câu 3. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0;20). B. [20;40). C. [40;60). D. [60;80).

Câu 4. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 7. B. 7,6. C. 8. D. 8,6.

Câu 5. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.



Câu 6. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A. [2;3,5). B. [3,5;5). C. [5;6,5). D. [6,5;8).

Câu 7. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

- A. [2;3,5). B. [3,5;5). C. [5;6,5). D. [6,5;8).

Câu 8. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;153)	7
2	[153;156)	13
3	[156;159)	40
4	[159;162)	21
5	[162;165)	13
6	[165;168)	6

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 156,25. B. 157,5. C. 156,38. D. 157,54.

Câu 9. Cho bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;153)	7
2	[153;156)	13
3	[156;159)	40
4	[159;162)	21
5	[162;165)	13
6	[165;168)	6

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là:

- A. 160,52. B. 161,52. C. 161,14. D. 162,25.

Câu 10. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.



Nhóm	Tần số
[40;50)	3
[50;60)	6
[60;70)	19
[70;80)	23
[80;90)	9
	$n = 60$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 50. B. 40. C. 14,23. D. 70,87.

Câu 11. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 0,9. B. 0,975. C. 0,5. D. 0,575.

Câu 12. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 23,75. B. 27,5. C. 31,88. D. 8,125.

Câu 13. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 10,75. B. 1,75. C. 3,63. D. 14,38.

Câu 14. Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 10,75. B. 4,75. C. 4,63. D. 4,38.



Câu 15. Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ v (km/h)	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

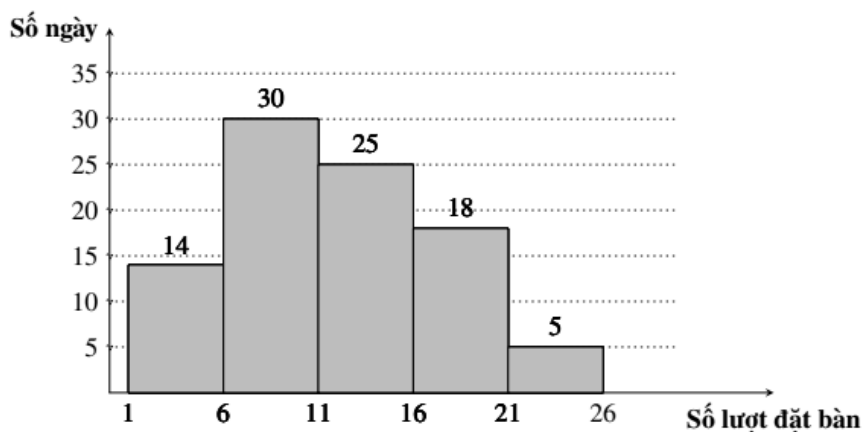
A. 12,6.

B. 11,5.

C. 14,3.

D. 16,8.

Câu 16. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượng khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến 6 lượt đặt bàn, cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến 11 lượt đặt bàn;...



Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên

A. 9,5.

B. 8,5.

C. 10,5.

D. 7,5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Bạn Trang thống kê lại chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau.

Chiều cao (cm) Lớp	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
12C	2	7	12	3	0	1
12D	5	9	8	2	1	0

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chiều cao cao nhất của các bạn học sinh trong lớp 12D là 185 (cm)



- b) Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là: 30 (cm)
- c) Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là: 25 (cm)
- d) Chiều cao của học sinh lớp 12C có độ phân tán bé hơn

Câu 2. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Tần số
[10;15)	15
[15;20)	18
[20;25)	10
[25;30)	10
[30;35)	5
[35;40)	2
	$n = 60$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 30$
- b) Số phần tử của mẫu là $n = 60$
- c) Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 15$
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $\Delta_Q = 3$

Câu 3. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố.

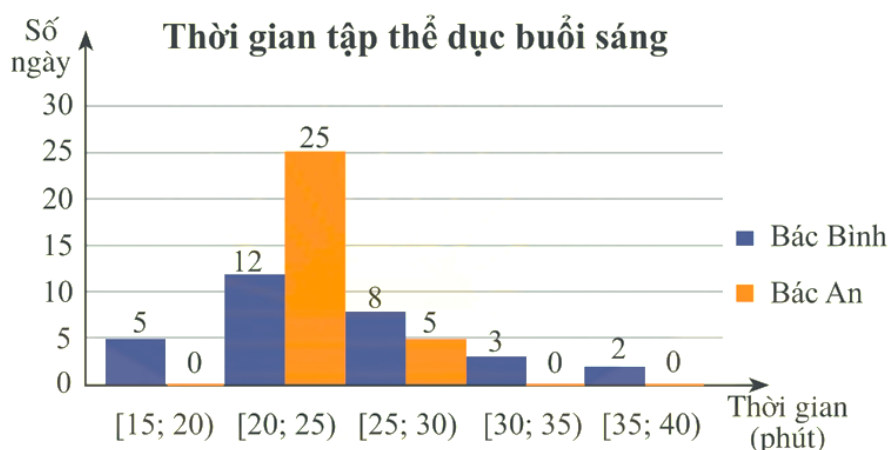
Nhóm	Tần số
[20;30)	25
[30;40)	20
[40;50)	20
[50;60)	15
[60;70)	14
[70;80)	6
	$n = 100$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 60$
- b) Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 35$
- c) Tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = \frac{160}{3}$
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $\Delta_Q = \frac{65}{3}$



Câu 4. Biểu đồ dưới đây thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 9/2022 của bác Bình và bác An.



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác Bình là 25 (phút).

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác An là: $\Delta_Q = 2$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác Bình là: $Q_3' = \frac{455}{16}$

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An lớn hơn bác Bình

Câu 5. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Cỡ mẫu $n = 100$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = \frac{683}{38}$.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = \frac{515}{114}$

d) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết hơn 29 phút. Thời gian của lần đi đó là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

Câu 6. Giả sử kết quả khảo sát hai khu vực A và B về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:



Tuổi kết hôn	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7
Số phụ nữ khu vực B	47	40	11	2	0

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: 15 (tuổi)
- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là: 12 (tuổi)
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: $\frac{61}{3}$ (tuổi)
- Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn

Câu 7. Bảng sau thống kê tổng lượng mưa (đơn vị: *mm*) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau.

341,4	187,1	242,2	522,9	251,4	432,2	200,7	388,6	258,4	288,5
298,1	413,5	413,5	332	421	475	400	305	520	147

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu: 375,9(*mm*)
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = \frac{1827}{100}$
- Chia mẫu số liệu trên thành 4 nhóm như bảng:

Lượng mưa	[140;240)	[240;340)	[340;440)	[440;540)
Số tháng	3	7	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: 400 (mm)

- Chia mẫu số liệu trên thành 4 nhóm như bảng:

Lượng mưa	[140;240)	[240;340)	[340;440)	[440;540)
Số tháng	3	7	7	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q' = \frac{1000}{7}$

Câu 8. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Khoảng biên thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: 1 m
- Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 10,5$



c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 2,06$

d) Trong 100 cây keo trên có 1 cây cao 8,4 m. Thì chiều cao của cây keo này là giá trị ngoại lệ

Câu 9. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 4$

b) Số trung bình của mẫu số liệu xấp xỉ bằng: 8,12

c) Mốt của mẫu số liệu là: 6,21

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 2,05$

Câu 10. Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.

b) Mốt của mẫu số liệu là $M_o = 8,0625$.

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 15

d) Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất. Khi đó công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $14,79m^3$ nước trở lên.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: centimét) của 36 học sinh nam lớp 12 ở một trường trung học phổ thông. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	Tần số
[160;163)	6
[163;166)	11
[166;169)	9
[169;172)	7
[172;175)	3
	$n = 36$

Câu 2. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét). Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 45)	5	5
[45; 50)	10	15
[50; 55)	7	22
[55; 60)	9	31
[60; 65)	7	38
[65; 70)	4	42
	$n = 42$	

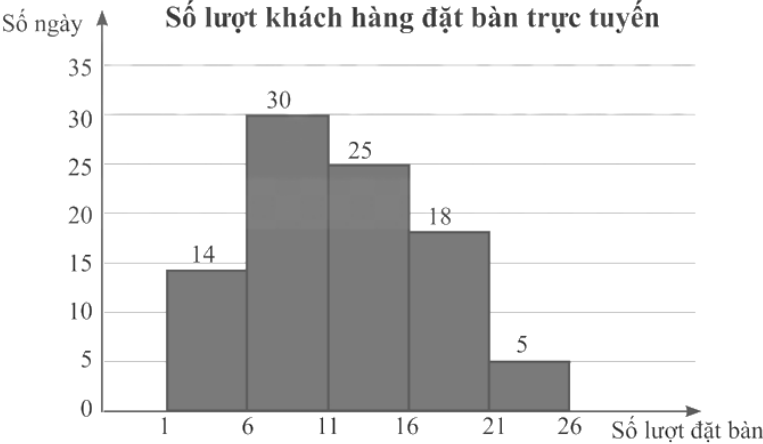
Câu 3. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (gam)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$

Tính giá trị biểu thức $T = a + b$

Câu 4. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

Câu 5. Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian luyện tập (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 6. Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: giây)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)	[300; 360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.



Câu 7. Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

Điểm số	$[5, 5; 10, 5)$	$[10, 5; 15, 5)$	$[15, 5; 20, 5)$	$[20, 5; 25, 5)$
Số trận	3	9	2	6

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 8. Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút).

Thời gian (phút)	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300)$
Số sinh viên	2	7	7	10	4

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 9. Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Điểm	$[0; 9, 5)$	$[9, 5; 19, 5)$	$[19, 5; 29, 5)$	$[29, 5; 39, 5)$	$[39, 5; 49, 5)$
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	$[49, 5; 59, 5)$	$[59, 5; 69, 5)$	$[69, 5; 79, 5)$	$[79, 5; 89, 5)$	$[89, 5; 99, 5)$
Số thí sinh	12	10	6	3	1

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 10. Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho như bảng sau:

Số giờ làm thêm	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$
Số giờ làm thêm đại diện	3	5	7	9	11
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Tìm khoảng tứ phân vị của số liệu đó.

-----HẾT-----



BÀI 02 PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MSLGN

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi công thức sau:

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_1; u_2)$...	$[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	...	c_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

Phương sai: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S^2 , được tính bởi công thức

$$S^2 = \frac{1}{n} \left[n_1 (c_1 - \bar{x})^2 + n_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k (c_k - \bar{x})^2 \right]$$

Trong đó: $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ là cỡ mẫu; $\bar{x} = \frac{1}{n} (n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_k c_k)$

Độ lệch chuẩn: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S , là căn bậc hai số học của phương sai, nghĩa là $S = \sqrt{S^2}$

Ý nghĩa:

- Phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho phương sai (độ lệch chuẩn) của mẫu số liệu gốc. Chúng được dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm xung quanh số trung bình của mẫu số liệu. Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì dữ liệu càng phân tán.
- Độ lệch chuẩn có cùng đơn vị với đơn vị của mẫu số liệu.

Chú ý:

- a) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có thể được tính theo công thức sau:

$$S^2 = \frac{1}{n} (n_1 c_1^2 + n_2 c_2^2 + \dots + n_k c_k^2) - \bar{x}^2$$

- b) Trong thống kê, người ta còn dùng đại lượng sau để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$\hat{s}^2 = \frac{1}{n-1} \left[n_1 (c_1 - \bar{x})^2 + n_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k (c_k - \bar{x})^2 \right]$$



B

PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi công thức sau:

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_1; u_2)$...	$[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	...	c_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên được tính bằng công thức:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_kc_k)$$

Phương sai: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S^2 , được tính bởi công thức

$$S^2 = \frac{1}{n}\left[n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(c_k - \bar{x})^2\right]$$

Trong đó: $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$ là cỡ mẫu; $\bar{x} = \frac{1}{n}(n_1c_1 + n_2c_2 + \dots + n_kc_k)$

Độ lệch chuẩn: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S , là căn bậc hai số học của phương sai, nghĩa là $S = \sqrt{S^2}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm cân nặng trung bình của học sinh lớp 11D cho trong bảng sau

Cân nặng	[40,5;45,5)	[45,5;50,5)	[50,5;55,5)	[55,5;60,5)	[60,5;65,5)	[65,5;70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Bài tập 2: Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A và B được cho bởi bảng sau:

Cân nặng (g)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

- a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A và B
- b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng nào nặng hơn?

Bài tập 3: Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)



Bài tập 4: Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

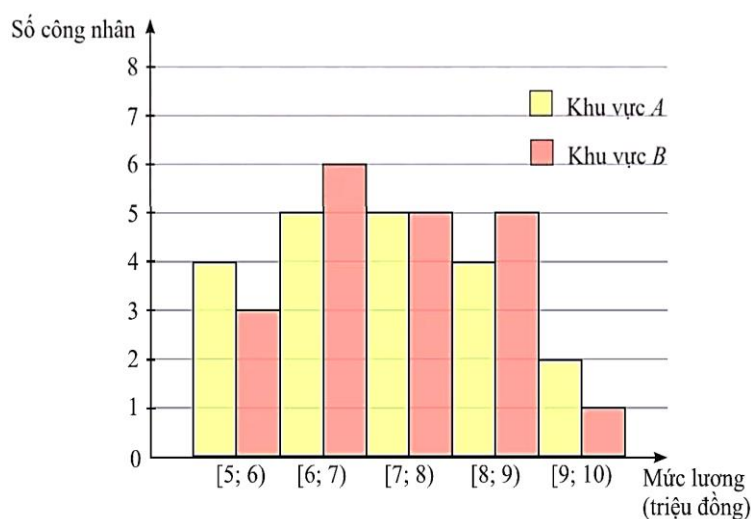
111,6	134,9	130,3	134,2	140,9	109,3	154,4	156,3	116,1	96,7
105,2	80,8	80,8	110	109	139	145	161	126	114

- a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.
- b) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là $[80;98)$ và độ dài mỗi nhóm bằng 18. Tính phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.
- c) Hãy tính sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc.
- (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần nghìn.)

Bài tập 5: Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.

- a) Hãy xác định giá trị đại diện cho mỗi nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu đó.
- b) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì công nhân ở khu vực nào có mức lương khởi điểm đồng đều hơn?

Mức lương khởi điểm của công nhân ở hai khu vực A và B



Bài tập 6: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	$[120;122)$	$[122;124)$	$[124;126)$	$[126;128)$	$[128;130)$
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, hãy so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B.

Giá trị đại diện	4	6	8	10	12
Mai	6	7	6	6	5
Ngọc	2	5	10	8	2

- | | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Cự li (m) | [19;19,5) | [19,5;20) | [20;20,5) | [20,5;21) | [21;21,5) |
| Tần số | 13 | 45 | 24 | 12 | 6 |

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

GV. Phan Nhật Linh - ☎ SĐT: 0817 098 716



Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 75)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 53,2.

B. 46,1.

C. 30.

D. 11.

Câu 6: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng dưới đây.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 75)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là:

A. 6,8.

B. 7,3.

C. 3,3.

D. 46,1.

Câu 7: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,1314.

D. 0,36.

Câu 8: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2



Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 3,41. B. 11,62. C. 0,017. D. 0,36.

Câu 9: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 31,77. B. 32. C. 31. D. 31,44.

Câu 10: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 5,98. B. 6. C. 2,44. D. 2,5.

Câu 11: Để đánh giá chất lượng của một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[5;5,5)	[5,5;6)	[6;6,5)	[6,5;7)	[7;7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân)

- A. 0,4252. B. 0,5314. C. 0,6214. D. 0,5268.

Câu 12: Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư (với số tiền đầu tư như nhau), khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau:

Tiền lãi	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Tính độ lệch chuẩn cho các mẫu số liệu về tiền lãi của các nhà đầu tư ở lĩnh vực B

- A. 8,039. B. 8,5314. C. 8,6214. D. 8,5268.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

Câu 1: Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong bảng bên dưới (đơn vị: mét)

Nhóm	Dũng	Huy
[6, 22; 6, 46)	3	2
[6, 46; 6, 70)	7	5
[6, 70; 6, 94)	5	8
[6, 94; 7, 18)	20	19
[7, 18; 7, 42)	5	6
	$n = 40$	$n = 40$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 6,92 m.
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi Bảng 15 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,26 m.
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi Bảng 16 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,16.
- d) Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

Câu 2: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện như bảng dưới đây

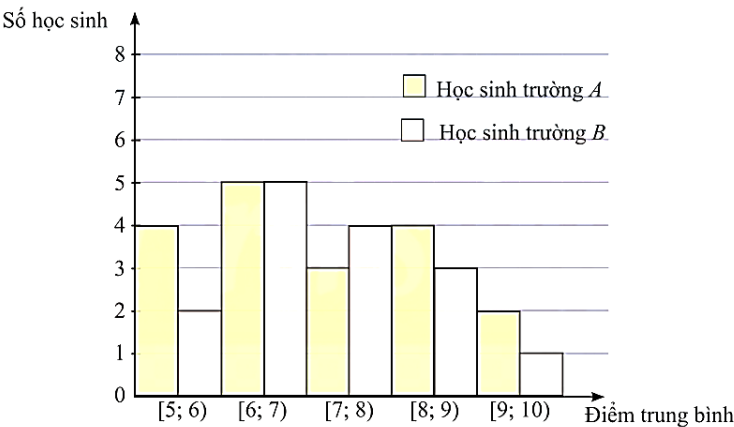
Nhóm	Công ty A	Công ty B
[10;15)	15	25
[15;20)	18	15
[20;25)	10	7
[25;30)	10	5
[30;35)	5	5
[35;40)	2	3
	$n = 60$	$n = 60$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: $\frac{62}{3}$
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là: 5
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 52,91.
- b) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn.



Câu 3: Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên như sau:

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Học sinh trường A	4	5	3	4	2
Học sinh trường B	2	5	4	3	1

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường A là: 6,1
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của học sinh trường B là: 1,73
- c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường A có điểm trung bình đồng đều hơn.

Câu 4: Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Hà Nội và Huế (đơn vị: độ C).

Nhóm	Hà Nội	Huế
[16,8;19,8)	2	1
[19,8;22,8)	3	2
[22,8;25,8)	2	3
[25,8;28,8)	1	2
[28,8;31,8)	4	4
	$n = 12$	$n = 12$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên số liệu ở Hà Nội là: 8,75
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên số liệu ở Hà Nội (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 3,56
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên số liệu ở Huế là: 12,75
- d) Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Câu 5: Bảng dưới đây thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[75; 78,3)	76,65	0	[75; 78,3)	76,65	5
[78,3; 81,6)	79,95	2	[78,3; 81,6)	79,95	6
[81,6; 84,9)	83,25	1	[81,6; 84,9)	83,25	1
[84,9; 88,2)	86,55	6	[84,9; 88,2)	86,55	0
[88,2; 91,5)	89,85	3	[88,2; 91,5)	89,85	0

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là 16,5.
- b) Xét số liệu ở Đà Lạt thì ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 3,28.
- c) Xét số liệu ở Vũng Tàu thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 4,235.
- d) Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn

Câu 6: Bảng sau thống kê lại tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm từ 2002 đến 2021 tại hai trạm quan trắc đặt ở Nha Trang và Quy Nhơn.

Số giờ nắng	[130;160)	[160;190)	[190;220)	[220;250)	[250;280)	[280;310)
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xét số liệu ở Nha Trang thì khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: 32,64
- b) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn



c) Xét số liệu của Quy Nhơn ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là: 30,59

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Nha Trang đồng đều hơn

Câu 7: Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

111,6	134,9	130,3	134,2	140,9	109,3	152,4	156,3	116,1	96,7
105,2	80,8	80,8	110	109	139	145	161	126	114

Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Số giờ nắng	[80;98)	[98;116)	[116;134)	[134;152)	[152;170)
Giá trị đại diện	89	107	125	143	161
Số năm	3	6	3	5	3

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

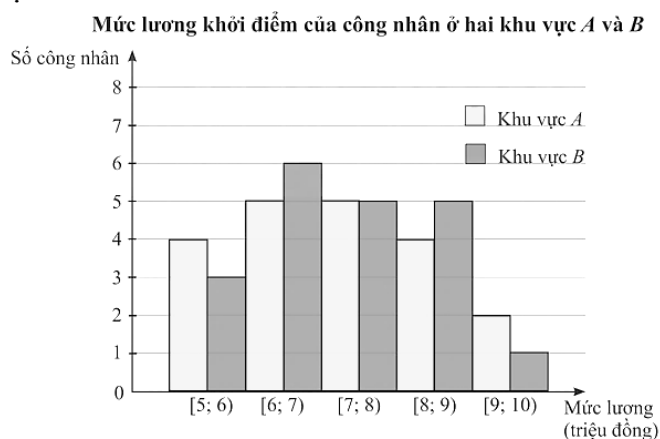
a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 124,1.

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 566,19.

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần nghìn) là 23,795.

d) Sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần nghìn) là 4,805%.

Câu 8: Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu như sau:

Mức lương	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Mức lương đại diện (triệu đồng)	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Khu vực A	4	5	5	4	2
Khu vực B	3	6	5	5	1



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xét mẫu số liệu của khu vực A ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 6,25.
- b) Xét mẫu số liệu của khu vực A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{1,5875}$
- c) Xét mẫu số liệu của khu vực B ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 1,3875.
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì mức lương khởi điểm của công nhân khu vực B đồng đều hơn của công nhân khu vực A.

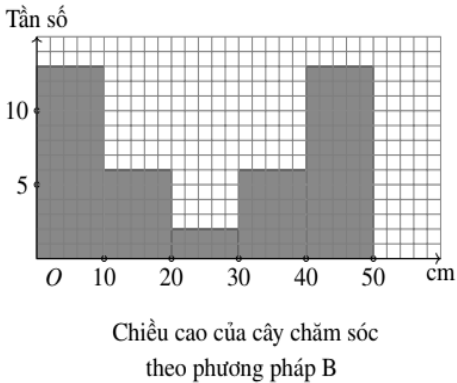
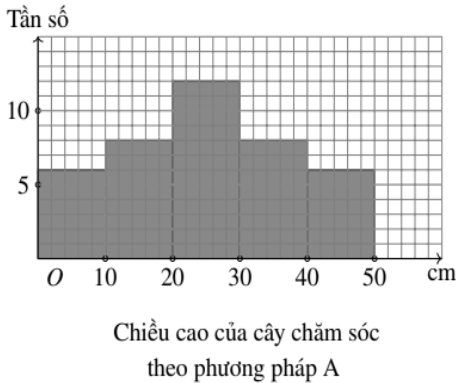
Câu 9: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120;122)	[122;124)	[124;126)	[126;128)	[128;130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,5216
- b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 115,28.
- c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $\sqrt{15,4096}$
- d) Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B.

Câu 10: Một công ty giống cây trồng đã thử nghiệm hai phương pháp chăm sóc khác nhau cho cây hướng dương. Sau hai tuần, người ta thấy cây được chăm sóc theo cả hai phương pháp đều thấp hơn 50 cm.



- a) Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.
- b) Trung bình của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.
- c) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án A là 12,65 (cm).
- d) Dựa vào độ lệch chuẩn thì chiều cao của các loại cây được chăm sóc theo phương án B ít bị chênh lệch hơn so với phương án A.



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Chiều cao (cm)	[160;164)	[164;168)	[168;172)	[172;176)	[176;180)
Số học sinh	3	5	8	4	1

Câu 2: Để đánh giá chất lượng một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	[5;5,5)	[5,5;6)	[6;6,5)	[6,5;7)	[7;7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

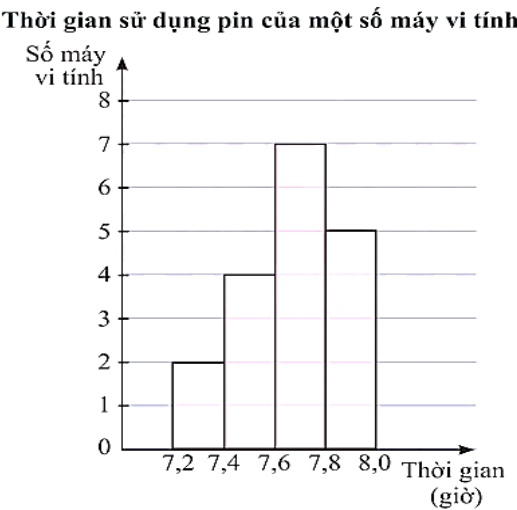
Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 4: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Hãy xác định độ lệch chuẩn của thời gian sử dụng pin (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 5: Thành tích môn nhảy cao của các vận động viên tại một giải điền kinh dành cho học sinh trung học phổ thông như sau:

Mức xà (cm)	[170;172)	[172;174)	[174;176)	[176;180)
Số vận động viên	3	10	6	1

Hãy xác định độ lệch chuẩn của thời gian sử dụng pin (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 6: Chiều dài của 40 bé trai sơ sinh 12 ngày tuổi chọn ngẫu nhiên ở một bệnh viện được nhà nghiên cứu thống kê trong bảng dưới đây:

Chiều dài (cm)	[44; 46)	[46; 48)	[48; 50)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)
Số trẻ	3	3	10	15	7	2

Tính độ lệch chuẩn của chiều dài nhóm 40 bé trai sơ sinh (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

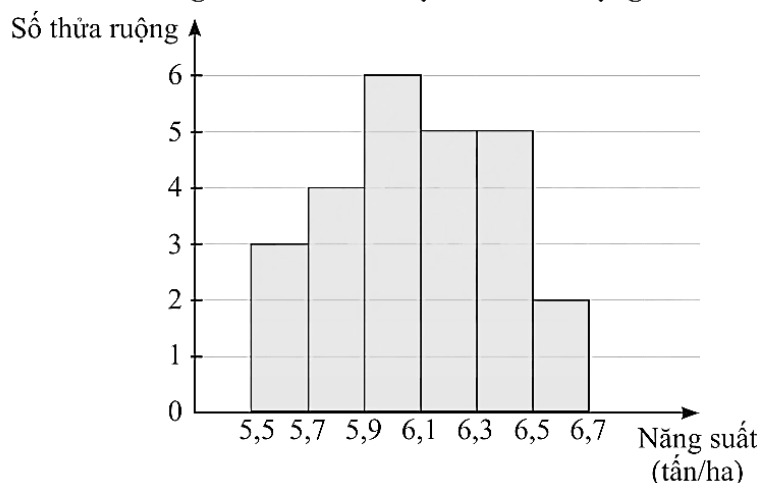
Câu 7: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	9	2

Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

Câu 8: Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau.

Năng suất lúa của một số thửa ruộng



Người ta lập được bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm tương ứng của mẫu số liệu trên như sau:

Năng suất	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Số thửa ruộng	3	4	6	5	5	2
Giá trị đại diện	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số tương đối	3	4	6	5	5	2

Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Câu 9: Một vận động viên luyện tập chạy cự li 100 m đã ghi lại kết quả luyện tập như sau:

Thời gian (giây)	[10,2; 10,4)	[10,4; 10,6)	[10,6; 10,8)	[10,8; 11)
Số vận động viên	3	7	8	2

Hãy xác định phương sai của mẫu số liệu trên?



Câu 10: Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm)?

-----HẾT-----

