



# Control y programación de robots

## TEMA 2. CONTROL CINEMÁTICO ARTICULAR/CARTESIANO

Máster Universitario en Automática y Robótica



© 2018 HURO

Grupo Human Robotics



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante



dfests  
[dfests.ua.es](http://dfests.ua.es)

# Control cinemático

## Introducción

Un ejemplo incluyendo dinámica

Bucles de control cinemático

Características de las leyes de control

cinemático

Conclusiones



# Control del movimiento de un robot

- Necesidad de controlar el movimiento deseado de un robot.
  - Regulación de la posición/orientación del extremo o de una configuración articular (referencia constante).
  - Seguimiento de una trayectoria (referencia varía en el tiempo).
- A pesar de la presencia de:
  - Perturbaciones externas y/o efectos dinámicos no modelados.
  - Errores iniciales con respecto a la tarea deseada (o que aparecen más adelante debido a perturbaciones).
  - Implementación discreta, incertidumbre en los parámetros del robot, etc.
- Se utiliza un esquema de control genérico basado en:
  - Realimentación (a partir de medidas sobre el estado del robot, para imponer una estabilidad asintótica).
  - Anticipación o prealimentación (comandos nominales generados en la fase de planificación).
- El error que dirige la parte de realimentación del controlador puede definirse tanto en el espacio Cartesiano como en el espacio articular.
  - La acción de control siempre se produce a nivel articular (donde los actuadores mueven el robot), pero el funcionamiento debe evaluarse a nivel de tarea.

# Control cinemático de robots

- Un robot es un sistema electro-mecánico que se mueve a través de pares y fuerzas producidos por los motores de sus articulaciones.
- Sin embargo, se puede considerar una referencia de movimiento cinemática (habitualmente una velocidad) como entrada de control para el sistema.
- Esto es gracias a la presencia de controladores de realimentación de bajo nivel para cada articulación que permiten indicar referencias de velocidad (al menos, en el "caso ideal").
- Estos bucles de realimentación están presentes en los robots industriales bajo una arquitectura de control "cerrada", donde los usuarios sólo pueden especificar comandos de referencia de tipo cinemático.
- Así, el rendimiento del controlador cinemático puede ser muy satisfactorio, bajo las condiciones de que el movimiento deseado no sea muy rápido y/o no requiera aceleraciones muy grandes.

# Control cinemático

Introducción

**Un ejemplo incluyendo dinámica**

Bucles de control cinemático

Características de las leyes de control  
cinemático

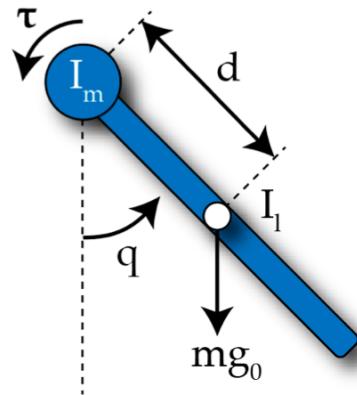
Cinemático

Conclusiones



# Un ejemplo incluyendo dinámica no lineal

- Un eslabón simple (una barra fina) de masa  $m$ , centro de masas a una distancia  $d$  del eje de la articulación, inercia  $M$  (motor + eslabón) en la articulación, rotando en un plano vertical (el par gravitacional en la articulación depende de la configuración).



Modelo dinámico:

$$(I_m + I_l + md^2)\ddot{q} + mg_0d \sin q = \tau$$

$\underbrace{M}_{\text{M}}$

$$g_0 = 9.81 [m/s^2]$$

$$m = 10 [Kg]$$

$$d = \frac{\ell}{2} = 0.2 [m]$$

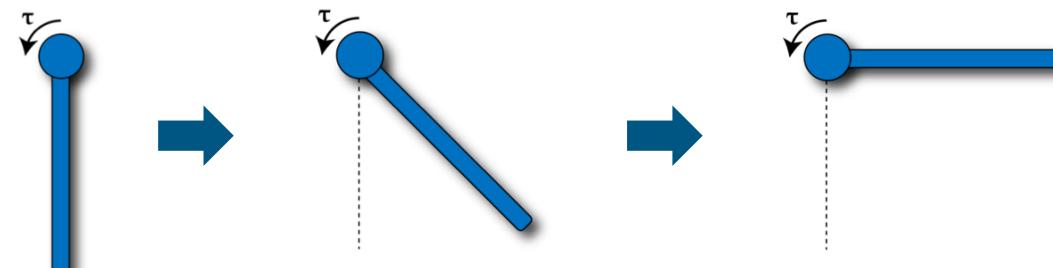
$$I_l = \frac{1}{12}m\ell^2 = 0.1333 [Kg \cdot m^2]$$

$$I_m = 0.5333 [Kg \cdot m^2] (= I_l + md^2)$$

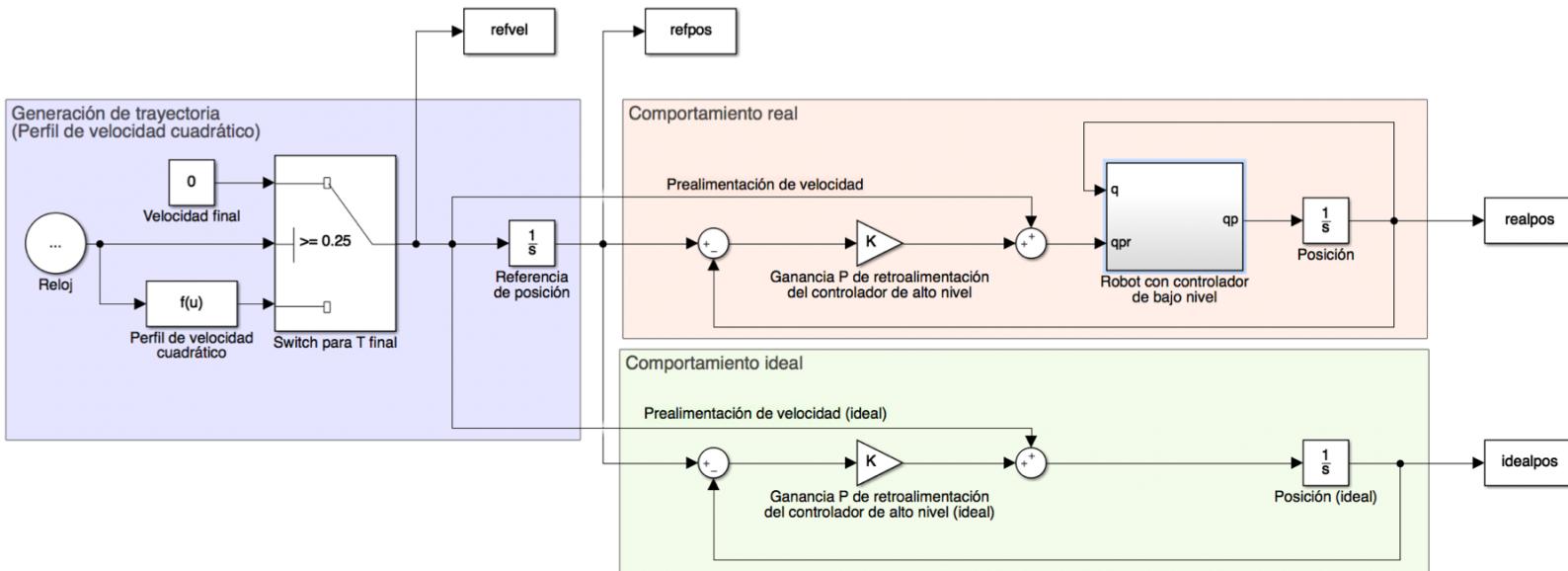
$$\Rightarrow M = 1.0667 [Kg \cdot m^2]$$

# Un ejemplo incluyendo dinámica no lineal

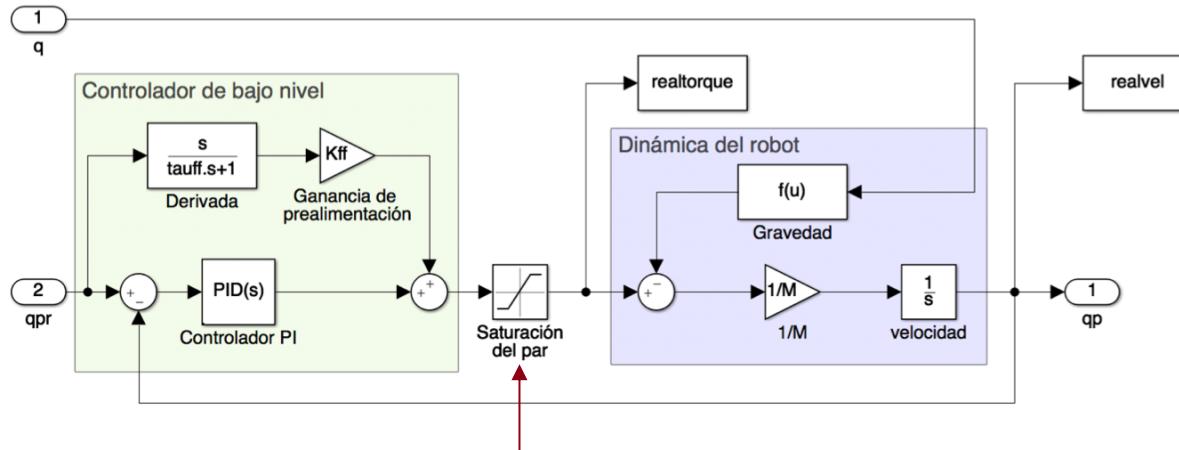
- Un bucle de control de bajo nivel basado en una acción de retroalimentación PI en el error de velocidad + una prealimentación de una aproximación de la aceleración.
- Un bucle de control cinemático de alto nivel basado en una acción de retroalimentación P en el error de posición + una prealimentación de la referencia de velocidad.
- Evaluación del comportamiento del seguimiento de trayectoria para tareas de movimiento desde reposo a reposo con “incrementos dinámicos” = subiendo las aceleraciones.



# Esquema Simulink

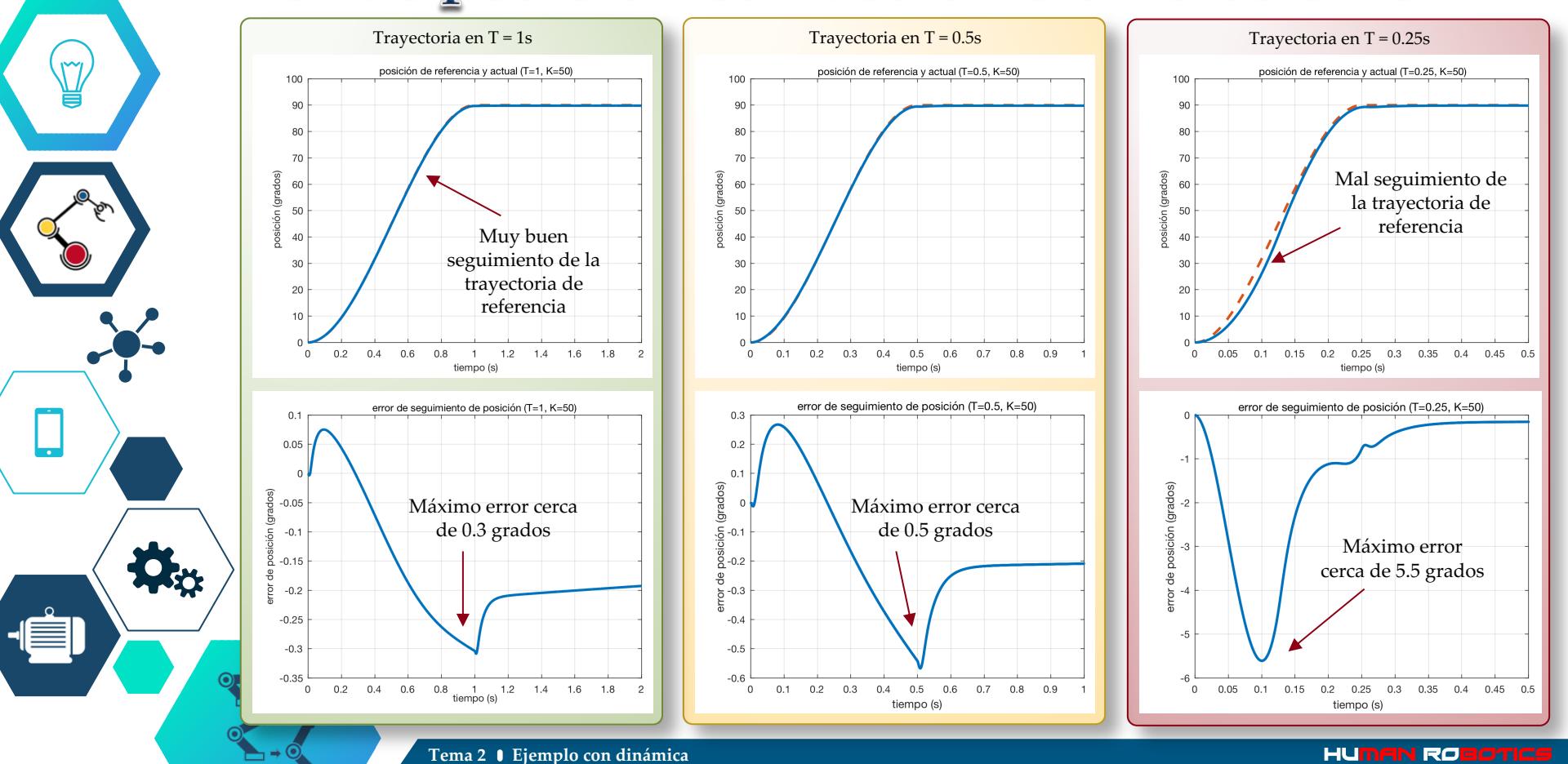


# Esquema Simulink controlador bajo nivel

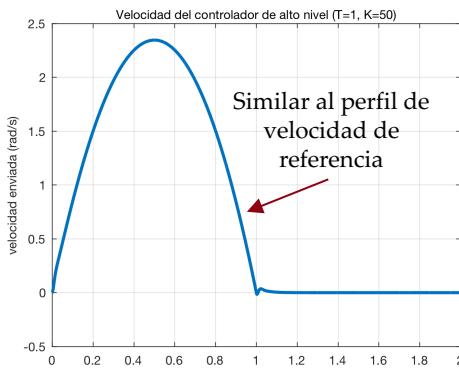
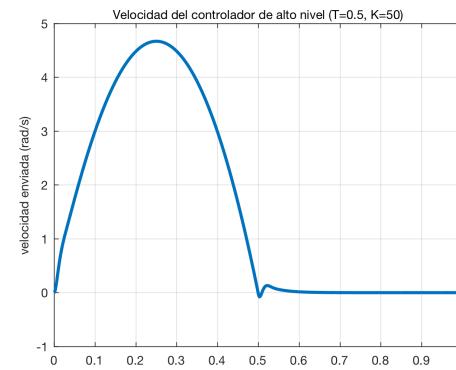
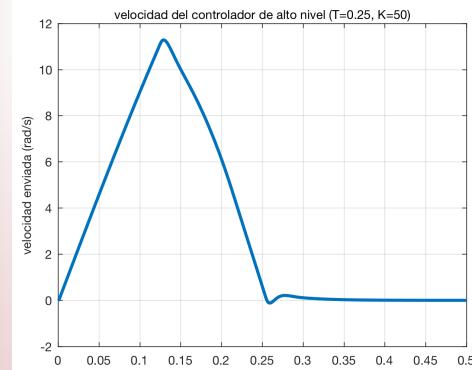
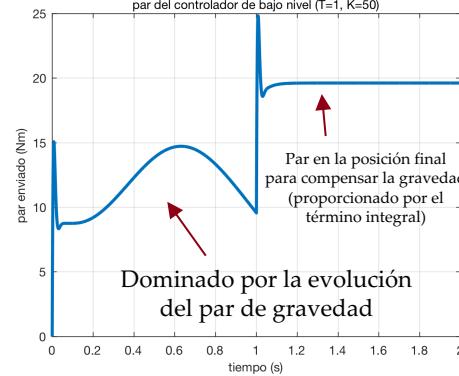
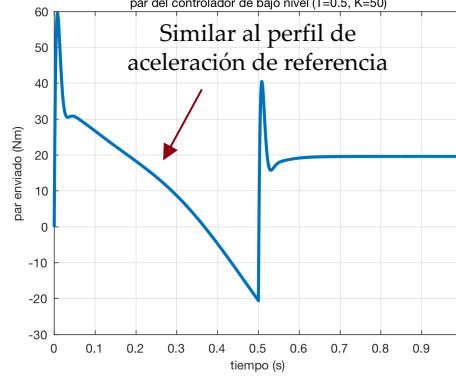
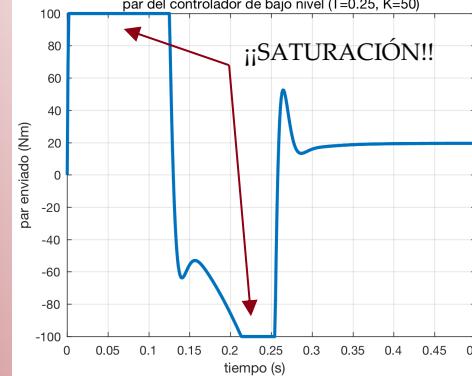


Actuador satura a 100 [Nm]

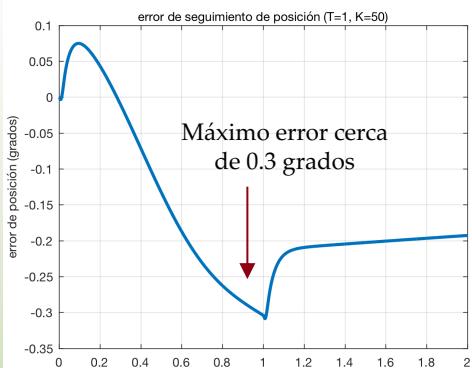
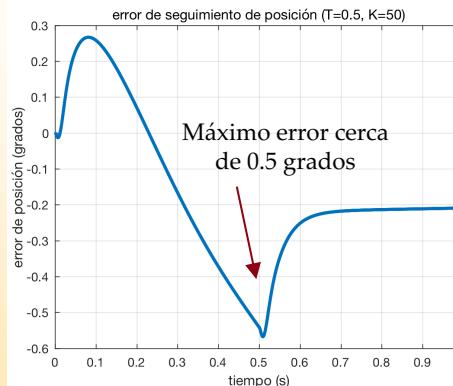
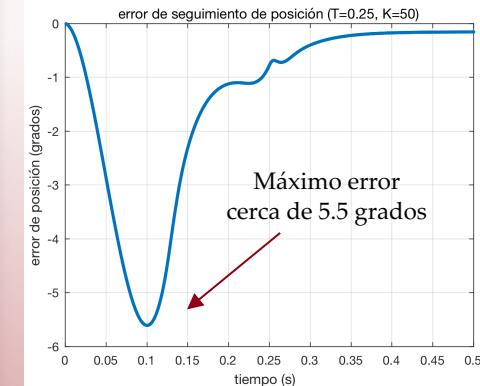
# Error de posición con aceleración creciente



# Saturación con aceleración creciente

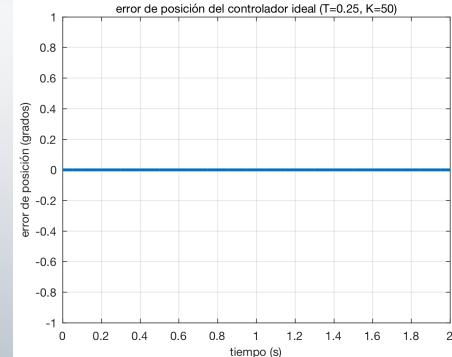
Trayectoria en  $T = 1\text{s}$ Trayectoria en  $T = 0.5\text{s}$ Trayectoria en  $T = 0.25\text{s}$ par del controlador de bajo nivel ( $T=1, K=50$ )par del controlador de bajo nivel ( $T=0.5, K=50$ )par del controlador de bajo nivel ( $T=0.25, K=50$ )

# Controlador ideal

Trayectoria en  $T = 1\text{s}$ Trayectoria en  $T = 0.5\text{s}$ Trayectoria en  $T = 0.25\text{s}$ 

- Los errores de posición del controlador real se incrementan cuando se reduce demasiado el tiempo de movimiento ( $\Rightarrow$  aceleraciones excesivas)
- Mientras que el error del controlador ideal (basado únicamente en cinemática) no cambia
  - Aquí el error es cero porque la posición inicial de robot y referencia coinciden

Controlador ideal



# Control cinemático

Introducción

Un ejemplo incluyendo dinámica

**Bucles de control cinemático**

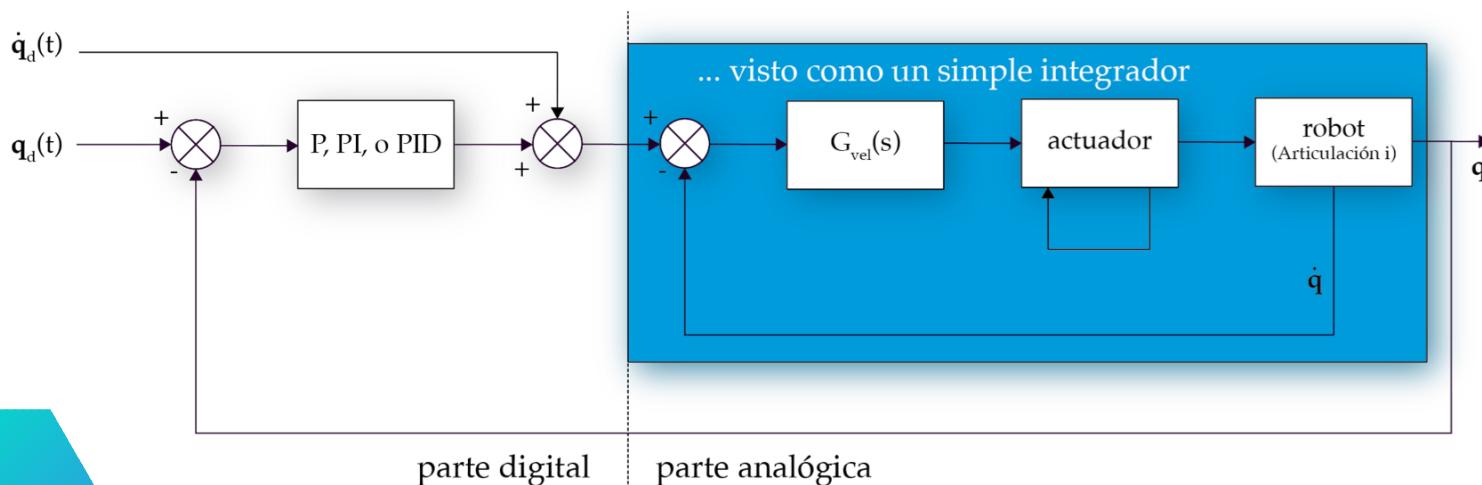
Características de las leyes de control  
cinemático

Conclusiones

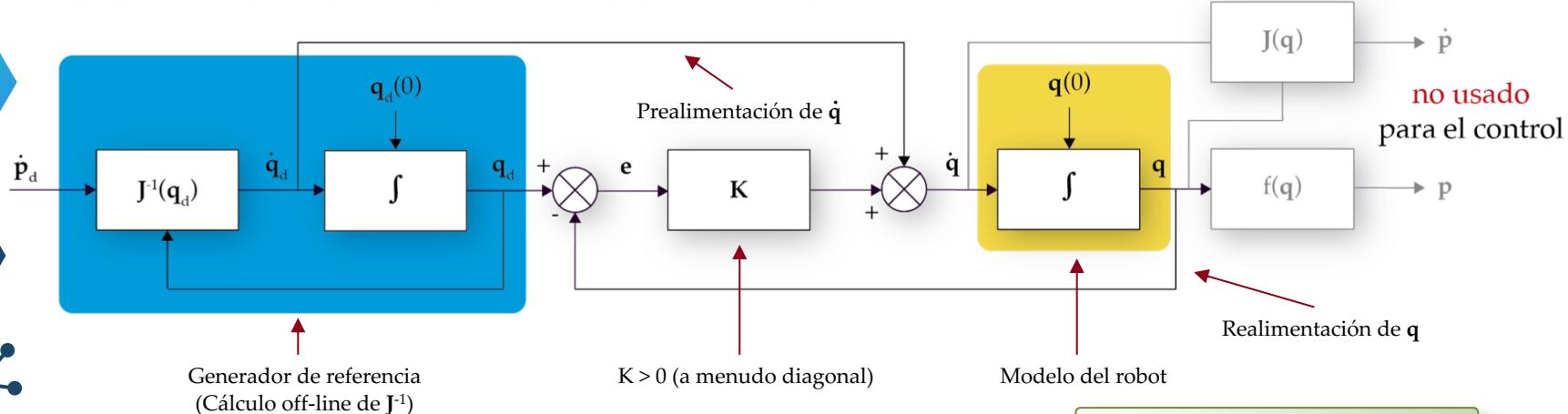


# Bucles de control en robots industriales

- Un bucle analógico con gran ancho de banda para corriente del motor (pares)
- Un bucle analógico para velocidades ( $G_{vel}(s)$ , normalmente un PI)
- Un bucle digital de realimentación para la posición, con prealimentación de velocidad
- Este esquema es local para cada articulación (control descentralizado)



# Control cinemático articular



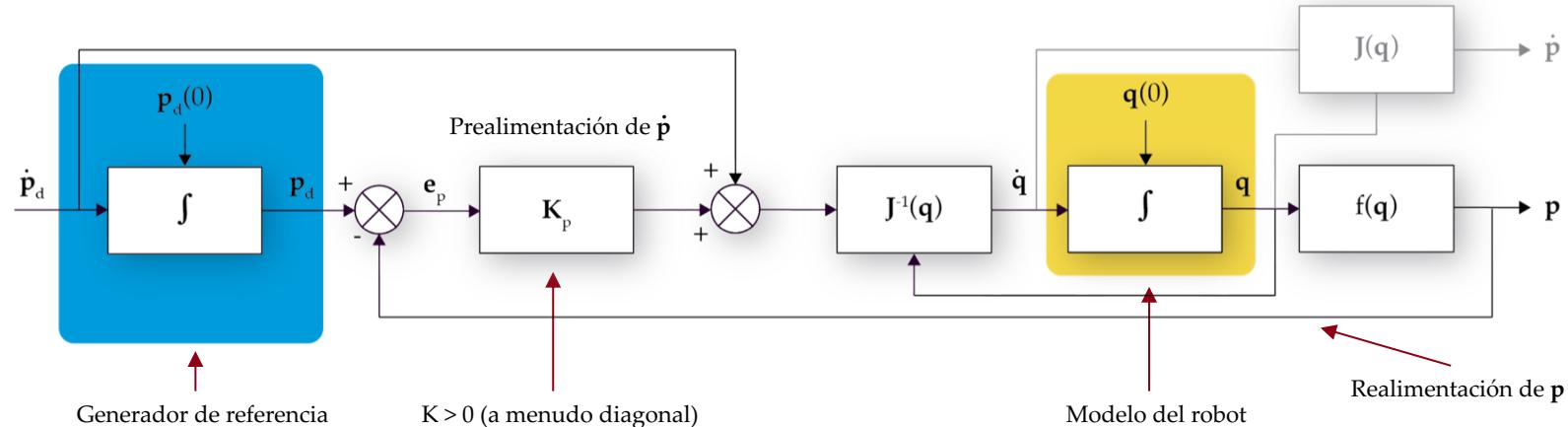
$$e = q_d - q \Rightarrow \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q} = \dot{q}_d - (\dot{q}_d + K(q_d - q)) = -Ke$$

- $e_i \rightarrow 0 \quad (i = 1, \dots, n)$
- Exponencialmente
- $\forall e(0)$

$$e_p = p_d - p \Rightarrow \dot{e}_p = \dot{p}_d - \dot{p} = J(q_d)\dot{q}_d - J(q)\dot{q} \quad (\dot{q}_d + K(q_d - q))$$

$$\begin{aligned} q &\rightarrow q_d \\ e_p &\rightarrow J(q)e \end{aligned} \Rightarrow \dot{e}_p \approx -J(q)KJ^{-1}(q)e_p$$

# Control cinemático Cartesiano



$$\dot{e}_p = \dot{p}_d - \dot{p} \Rightarrow \ddot{e}_p = \ddot{p}_d - \ddot{p} = \ddot{p}_d - J(q)J^{-1}(q)(\dot{p}_d + K_p(p_d - p)) = -K_p e_p$$

- $e_{p,i} \rightarrow 0$  ( $i = 1, \dots, m$ )
- Exponencialmente
- $\forall e_p(0)$

- Requiere el cálculo on-line de la inversa del Jacobiano (o pseudoinversa si  $m < n$ )
- Problemas de singularidad y tiempo real

# Control cinemático

Introducción

Un ejemplo incluyendo dinámica

Bucles de control cinemático

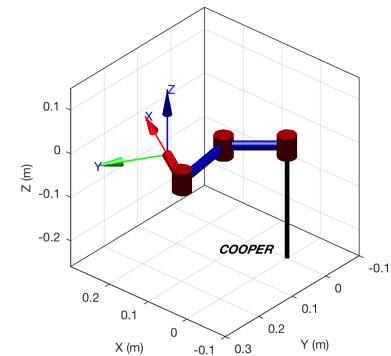
**Características de las leyes de control  
cinemático**

Conclusiones



# Características de las leyes de control cinemático

- Robot planar 3R: COOPER
  - $l_1 = 0.124 \text{ m}$ ,  $l_2 = 0.152 \text{ m}$ ,  $l_3 = 0.099 \text{ m}$
- Trayectoria de referencia deseada, las dos con velocidad constante:
  - Tarea 1: Línea recta
  - Tarea 2: Círculo
- Método de integración numérica:
  - Runge-Kutta (ode4 en Matlab)
  - Paso fijo de 1 ms
- Control cinemático Cartesiano:
  - Necesidad de calcular la pseudoinversa del Jacobiano en cada iteración
  - También se debe calcular la cinemática directa para obtener la posición actual del robot
- Se estudia el comportamiento del control cinemático ante:
  - Saturación de las articulaciones (Tarea 1)
  - Muestreo producido por el empleo de un controlador digital (Tarea 2)

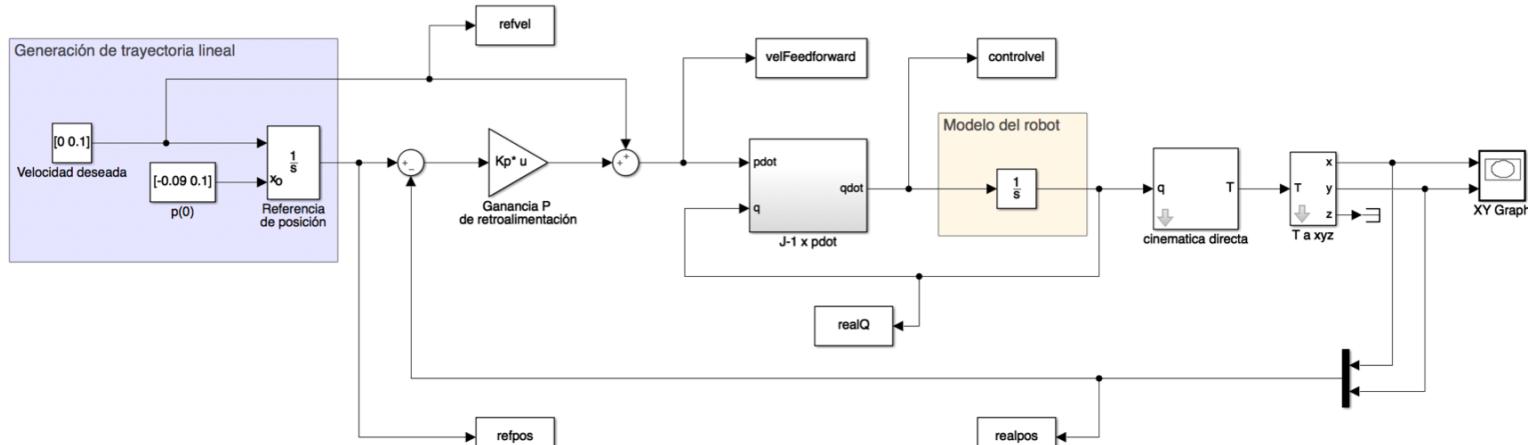


# Datos de simulación tarea 1

- Trayectoria en línea recta con velocidad constante
  - $x_d(0) = -0.09 \text{ m}$ ,  $y_d(0) = 0.1 \text{ m}$ ;  $v_{x,d} = 0 \text{ m/s}$ ,  $v_{y,d} = 0.1 \text{ m/s}$ , para  $T = 2 \text{ s}$
- Gran error inicial del extremo del robot con respecto a la primera posición de la trayectoria
  - $q(0) = [0 \pi/2 \pi/4] \rightarrow e_p(0) = (0.1454, 0.1222) \text{ m}$
- Ganancia del sistema:
  - $K_p = \text{diag}(25, 25)$
- Dos pruebas distintas:
  - Sin saturación de las velocidades articulares
  - Con saturación de 90 grados/s para las tres articulaciones

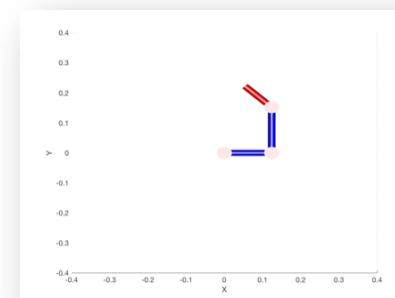
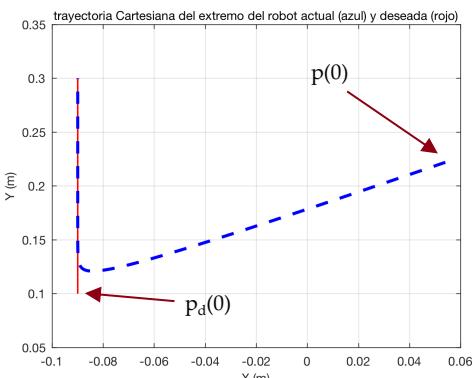
# Modelo Simulink Tarea 1

- Sin saturación de las velocidades articulares

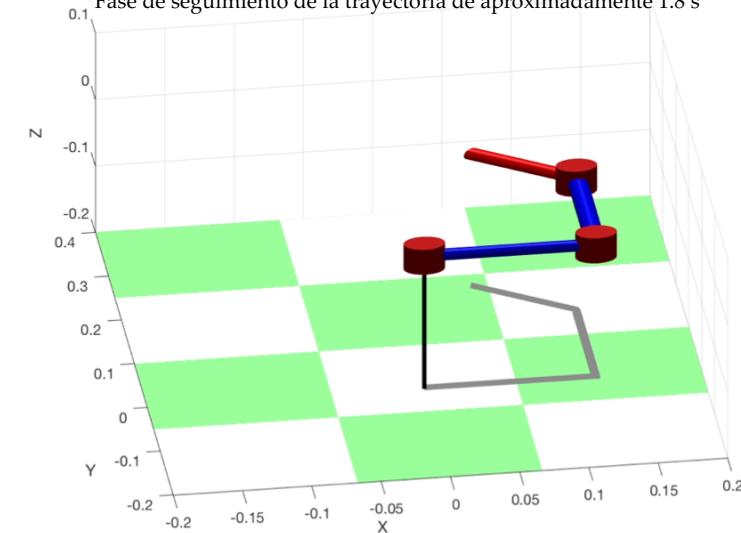


# Trayectoria línea recta: con error inicial, sin saturación

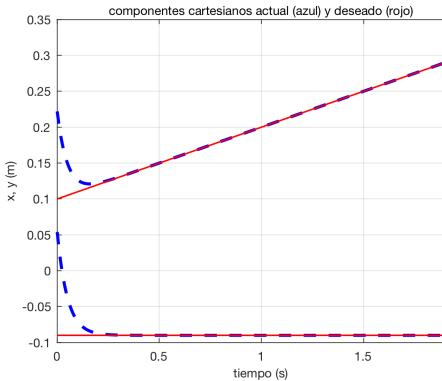
Trayectoria seguida por el extremo: **actual** y **deseada**



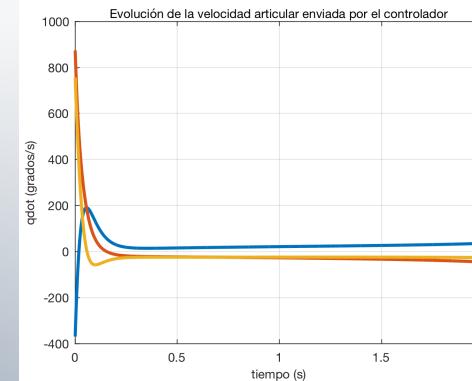
Fase de transición inicial de aproximadamente 0.2 s  
Fase de seguimiento de la trayectoria de aproximadamente 1.8 s



# Trayectoria línea recta: con error inicial, sin saturación

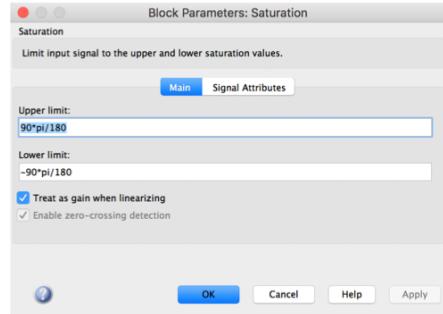
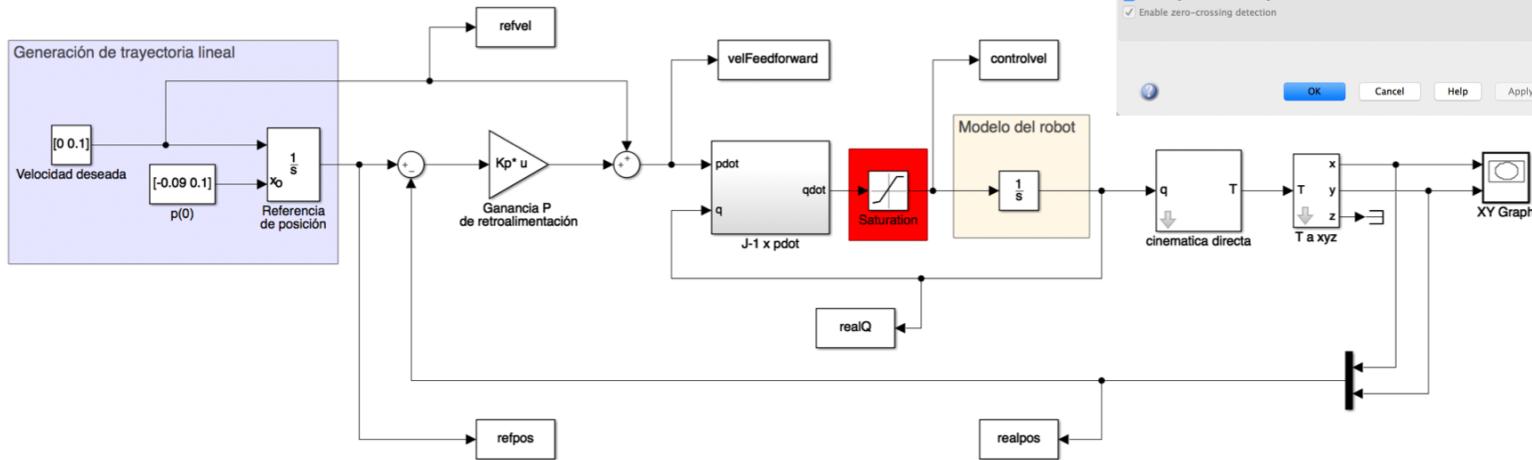
p<sub>x</sub>, p<sub>y</sub> actual y deseado

Entrada de control (velocidad articular)



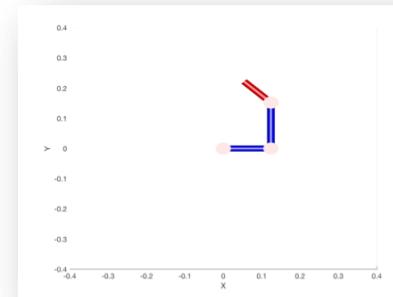
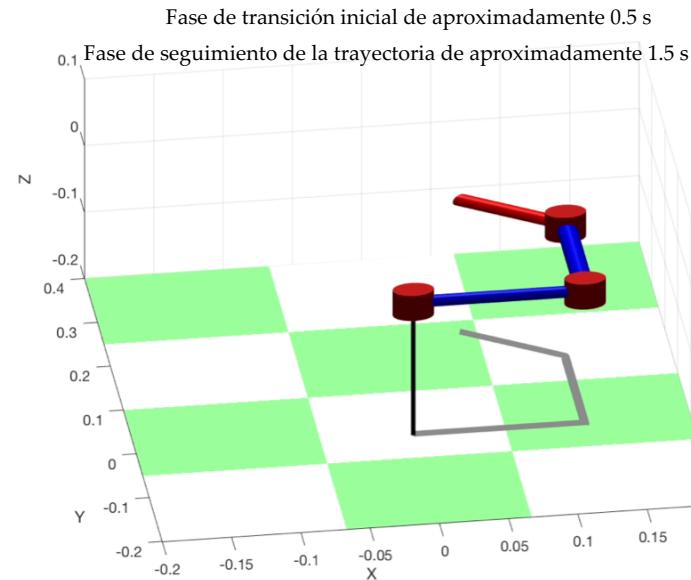
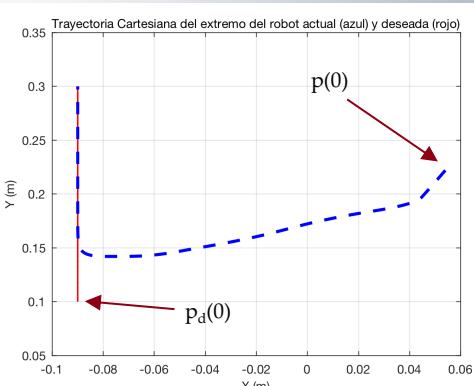
# Modelo Simulink Tarea 1

- Con saturación de 90 grados/s para las tres articulaciones

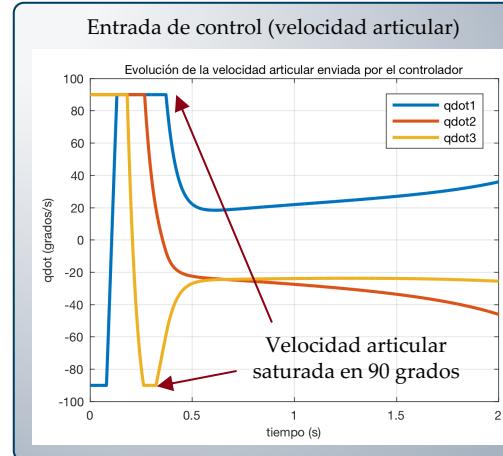
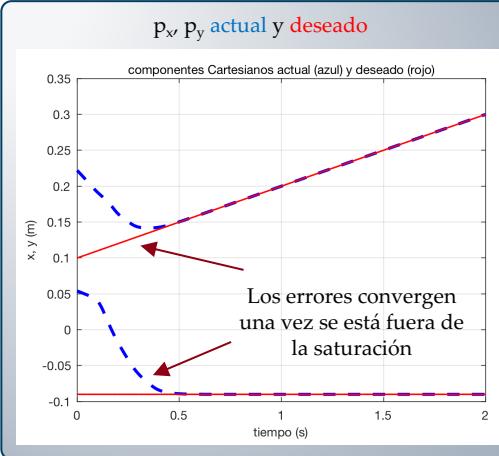


# Trayectoria línea recta: con error inicial, con saturación

Trayectoria seguida por el extremo: **actual** y **deseada**



# Trayectoria línea recta: con error inicial, con saturación

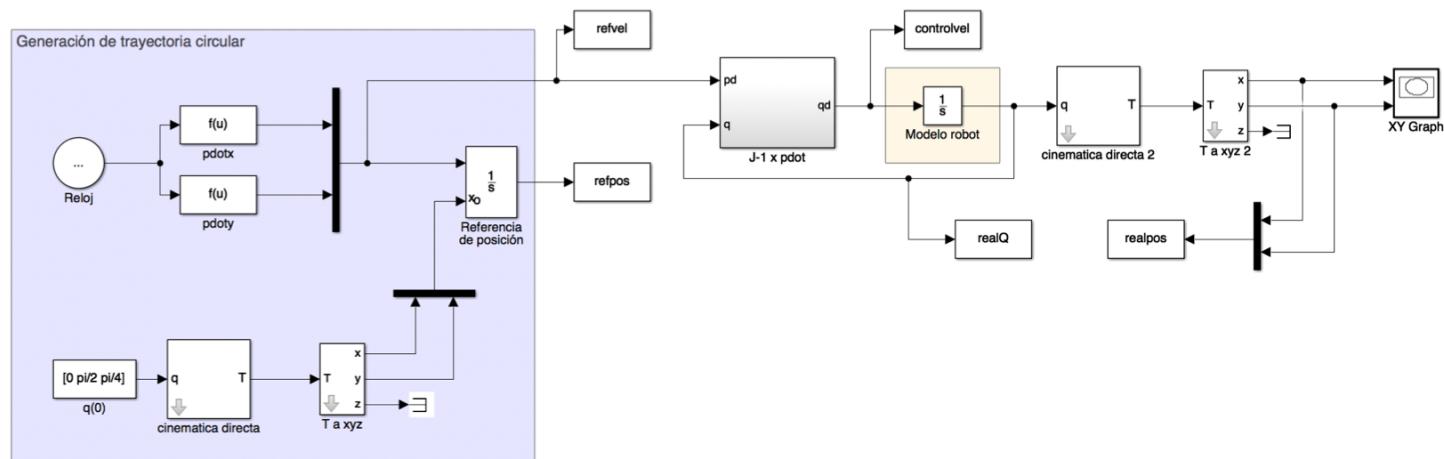


# Datos de simulación Tarea 2

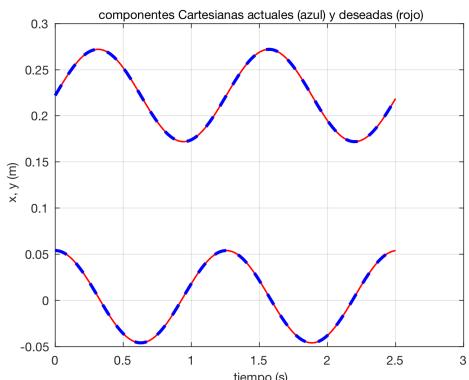
- Trayectoria circular con velocidad constante
  - Centrada en (0.0040, 0.1720) con radio  $R = 0.05\text{m}$
  - $v = 0.25 \text{ m/s}$ , con lo que se ejecutan dos vueltas en  $T \cong 2.5 \text{ s}$
- Error inicial cero al coincidir la configuración articular inicial con la primera posición de la trayectoria.
  - $q(0) = [0 \pi/2 \pi/4] \rightarrow e_p(0) = 0$
- Tres pruebas distintas:
  - Caso ideal de control continuo (1 Khz), incluso sin retroalimentación
  - Con muestra y mantenimiento de ésta (ZOH) de  $T_{\text{hold}} = 0.02 \text{ s}$  (es decir, la orden de velocidad articular se actualiza a una frecuencia de 50 Hz), pero sin retroalimentación
  - Finalmente, como el caso anterior, pero con retroalimentación de posición Cartesiana usando la ganancia:
    - $K_p = \text{diag}(25, 25)$

# Modelo Simulink Tarea 2

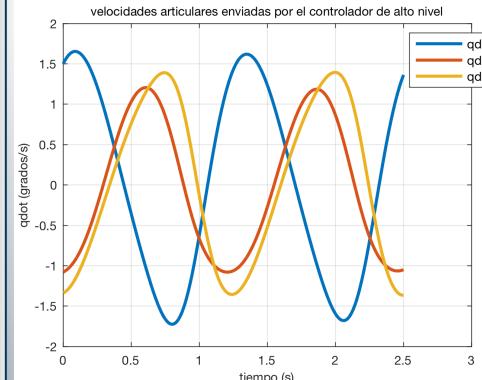
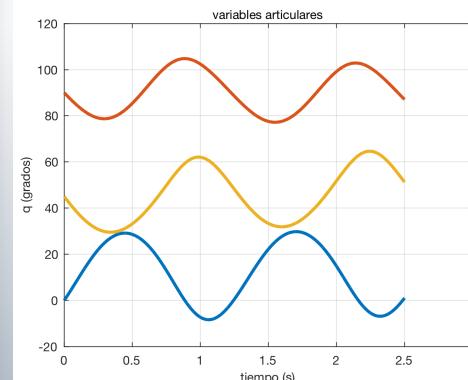
- Control cinemático Cartesiano continuo sin realimentación



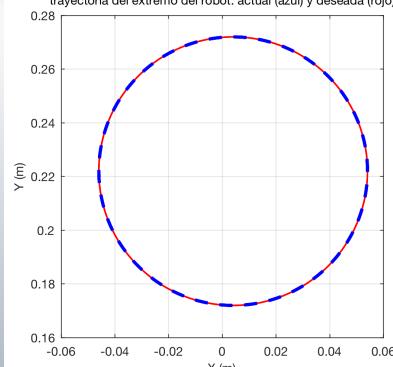
# Trayectoria circular: sin error inicial, control continuo, sin realimentación

P<sub>x</sub>, P<sub>y</sub> actual y deseado

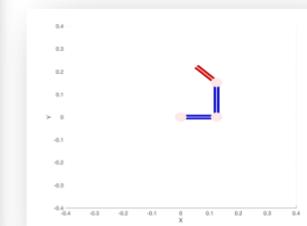
Entrada de control (velocidad articular)

Variables articulares q<sub>1</sub>, q<sub>2</sub>, q<sub>3</sub>

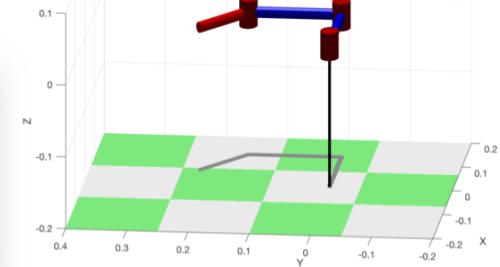
trayectoria del extremo del robot: actual (azul) y deseada (rojo)



El error de seguimiento de la trayectoria deseada se mantiene cerca de cero en todo momento.

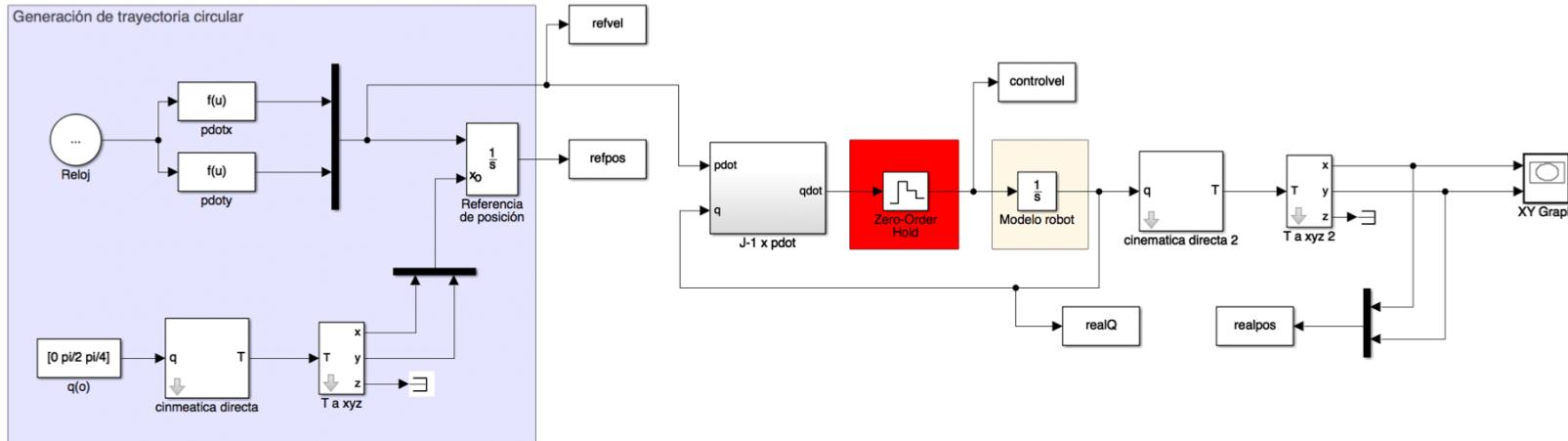


La configuración final (después de dos ciclos) coincide con la configuración inicial

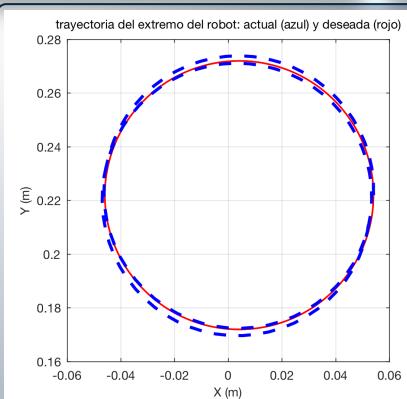
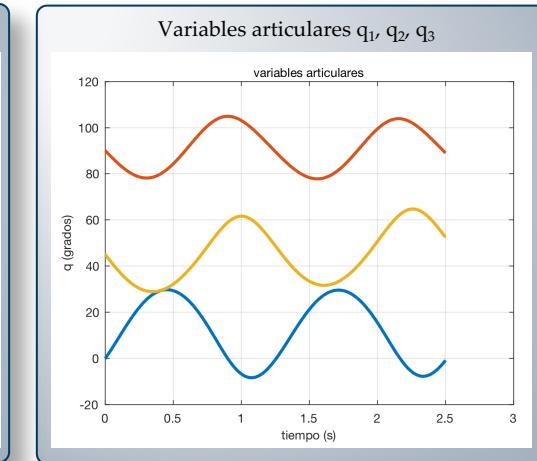
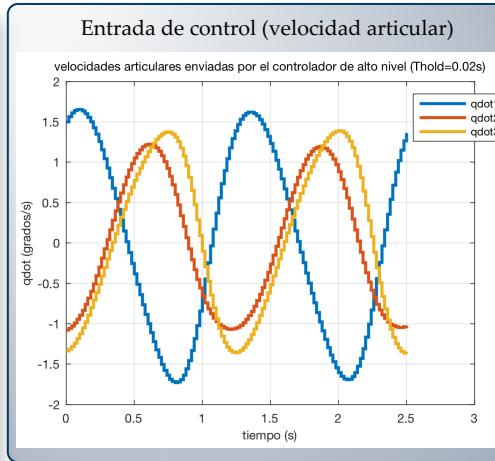
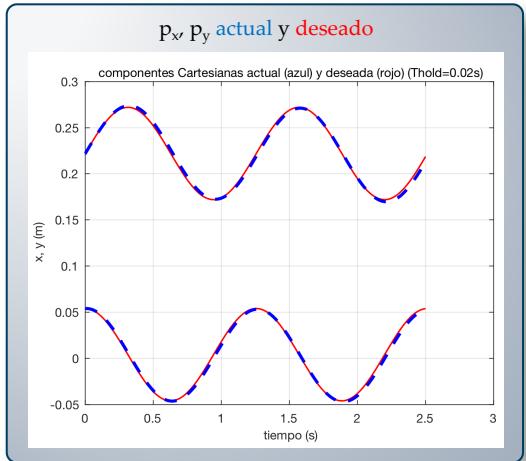


# Modelo Simulink Tarea 2

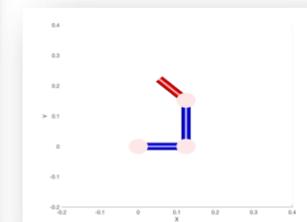
- Control cinemático Cartesiano discreto ( $T_{hold} = 20$  ms), sin realimentación



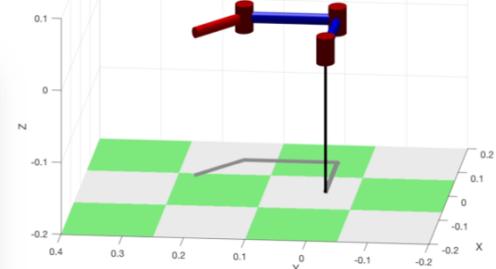
# Trayectoria circular: sin error inicial, ZOH en 50HZ, sin realimentación



Se aprecia un alejamiento de la trayectoria debido al error de linearización

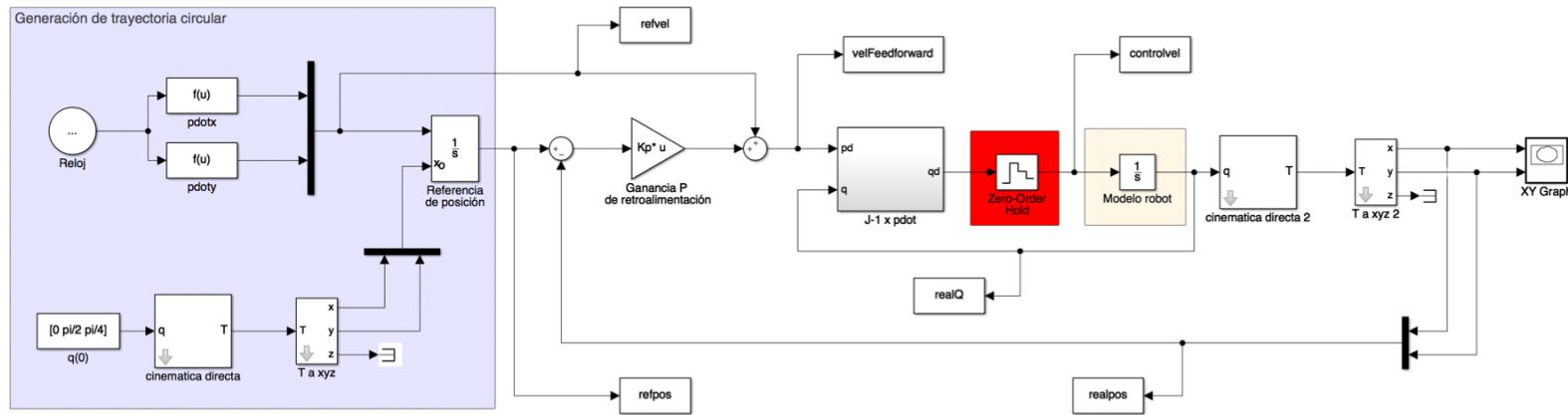


La configuración final (después de varios ciclos) difiere de la configuración inicial

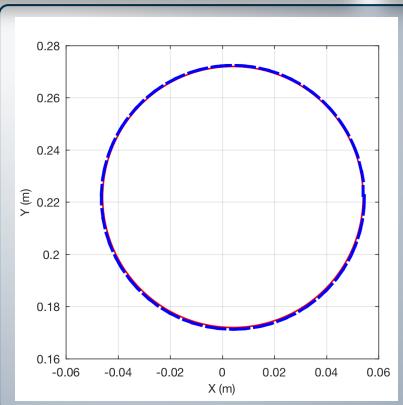
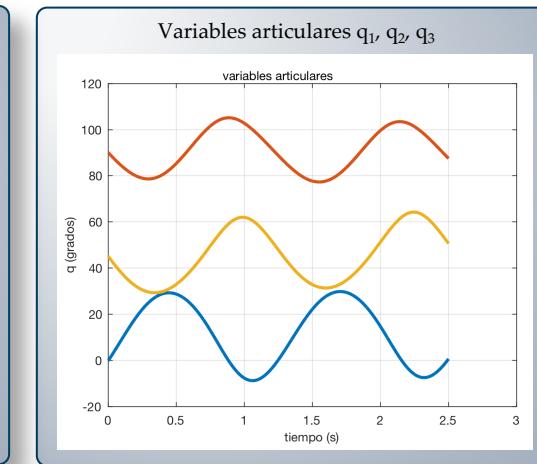
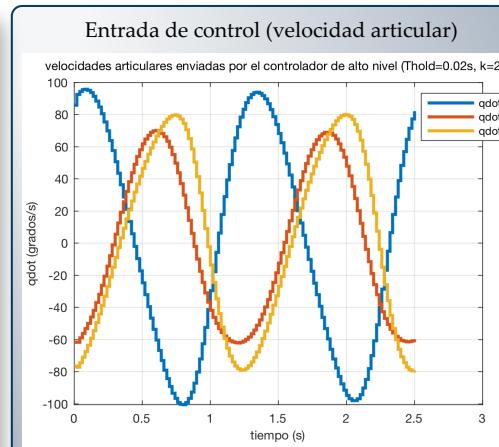
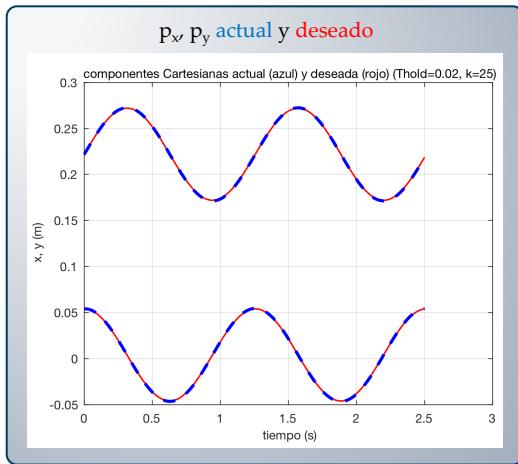


# Modelo Simulink Tarea 2

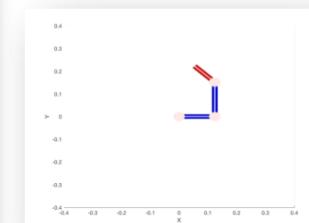
- Control cinemático Cartesiano discreto ( $T_{hold} = 20$  ms), con realimentación de posición y prealimentación de velocidad



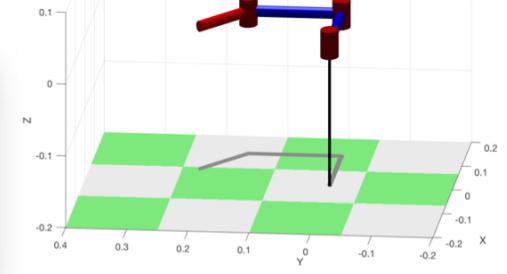
# Trayectoria circular: sin error inicial, ZOH en 50HZ, con realimentación



Se recupera el mismo buen comportamiento (casi) que en el caso de control continuo



Resaltar, sin embargo, que valores muy altos de ganancia pueden eventualmente llevar al sistema a la inestabilidad (recordar problemas de estabilidad en los sistemas de control discreto)



# Control cinemático

Introducción

Un ejemplo incluyendo dinámica

Bucles de control cinemático

Características de las leyes de control  
cinemático

Conclusiones



# Conclusiones

- Los controladores comerciales de robots permiten normalmente sólo el control de éste mediante comandos cinemáticos de velocidad.
- El control cinemático no es adecuado para velocidades y aceleraciones excesivas, siendo adecuado para la mayoría de los casos en tareas convencionales.
- El control cinemático es descentralizado, se controla cada articulación independientemente de las otras, también reduce el error en el espacio Cartesiano de manera independiente en sus componentes.
- El control cinemático Cartesiano requiere el cómputo en tiempo de ejecución de la inversa del Jacobiano, con lo que se pueden producir singularidades.

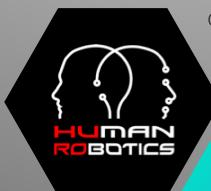
# Bibliografía



# Control y programación de robots

## TEMA 2. CONTROL CINEMÁTICO ARTICULAR/CARTESIANO

Máster Universitario en Automática y Robótica



© 2018 HURO

Grupo Human Robotics



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante



dfests  
[dfests.ua.es](http://dfests.ua.es)