Лабораторная работа №2

“ Переходные процессы, свободное движение, устойчивость”

Вариант 6

Выполнил: Галкина Е. Д.

Группа: R33372

Преподаватель: Пашенко Артем Витальевич

Университет ИТМО  
2023

# **ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ**

## **Задание №1**

Формулировка задания: Свободное движение. Дана система 2-го порядка, представленная в форме Вход-Выход

Самостоятельно придумайте три набора корней характеристического уравнения, соответствующих приведенным ниже парам мод. В соответствии с вариантом №6 необходимо рассмотреть:

* устойчивую и неустойчивую апериодические моды
* нейтральную и неустойчивую апериодическую моды
* пару консервативных мод

Вычислите коэффициенты системы и найдите аналитическое выражение для свободной составляющей её движения . В отчёте приведите все вычисления и полученные результаты. Проанализируйте устойчивость каждой из систем на основании корневого критерия, сделайте соответствующие выводы.

Для каждой системы выберите ненулевые начальные условия . Составьте схему для моделирования свободного движения и проведите моделирование сначала с нулевыми начальными условиями, а затем с выбранными ненулевыми. В отчёте приведите графики зависимостей . Сделайте выводы.

Решение:

1. Устойчивая и неустойчивая апериодические моды

Для данной системы должно выполняться условие:

Пусть тогда

Перепишем (1) с использованием , где управляющее воздействие равно нулю, т. е. как будто решаем дифференциальное уравнение (составление характеристического уравнения):

Подставим в (3) и получим систему из двух уравнений с двумя неизвестными:

Решив систему (4), получим :

Получим уравнение свободного движения подставив полученные в (1) и приравняв (1) к нулю:

Найдем моды для уравнения (6) и составим зависимости

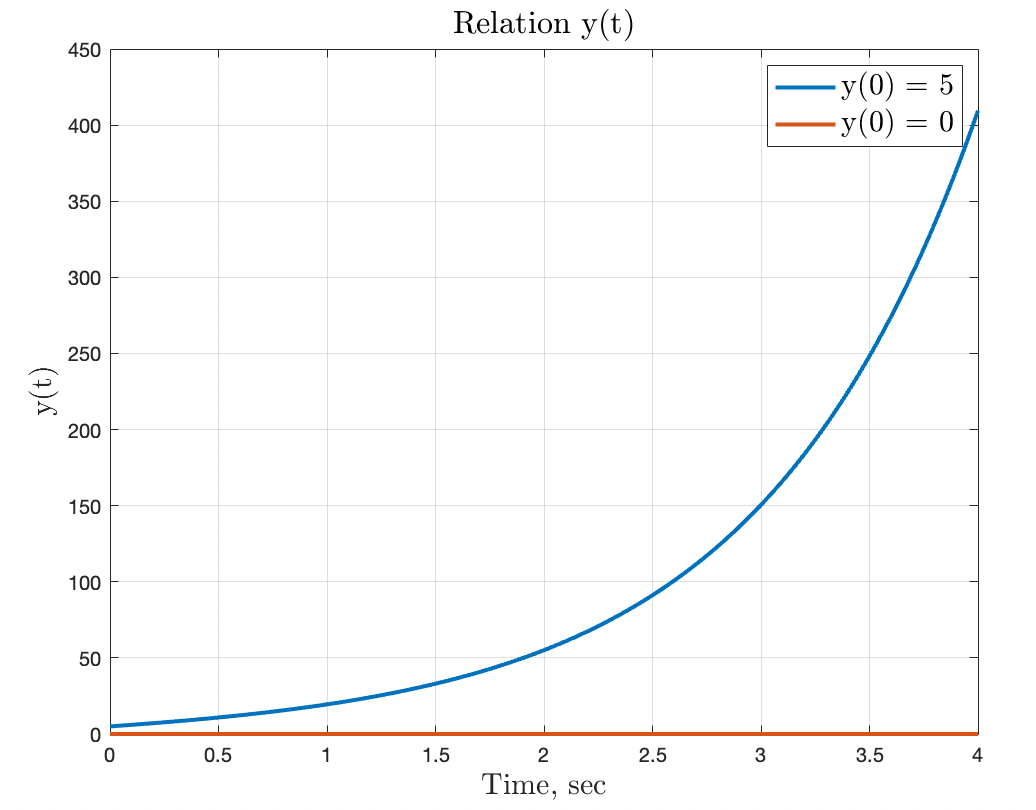
Найдем начальные нулевые условия, пусть будут равны таким числам, т. к. необходимо задать ненулевые условия:

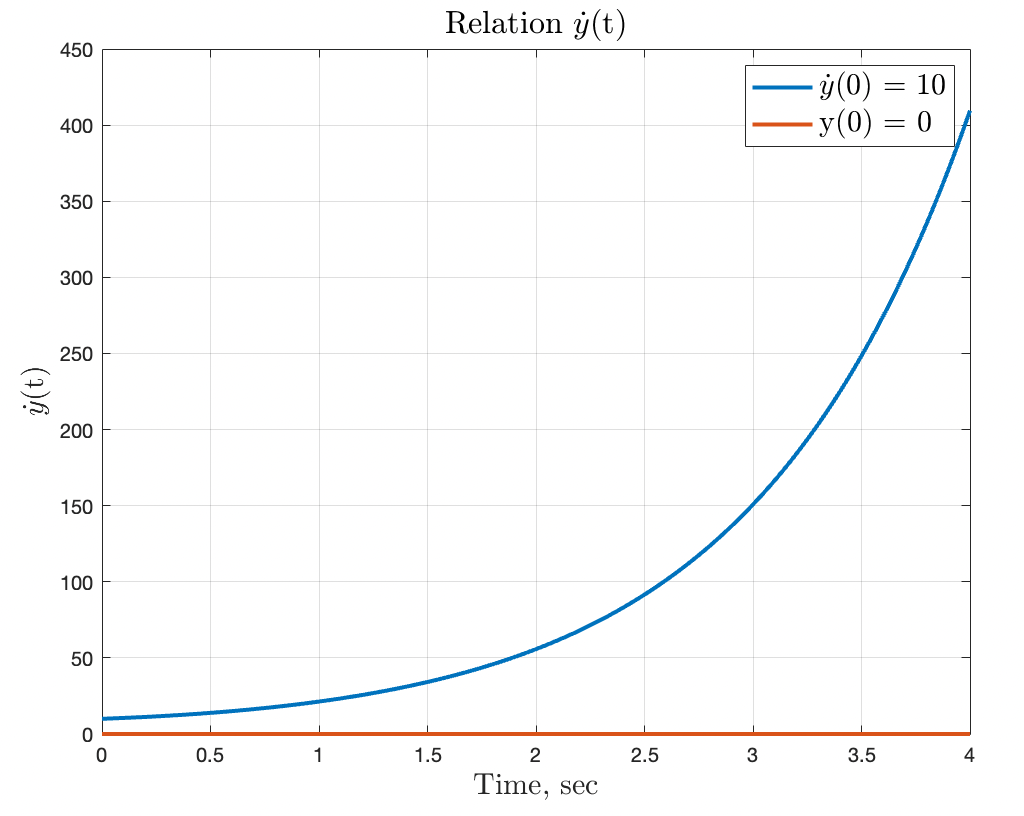
Построим модель выразив y из (6)

Изображение выглядит как диаграмма, зарисовка, План, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 1 - Схема моделирования для задания 1*



Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Вывод:* неустойчивая мода гораздо сильнее влияет на систему, чем устойчивая, поэтому система не может прийти к установившемуся значению.

1. Нейтральная и неустойчивая апериодические моды

Для данной системы должно выполняться условие:

Пусть тогда

Подставим в (3) и получим систему из двух уравнений с двумя неизвестными:

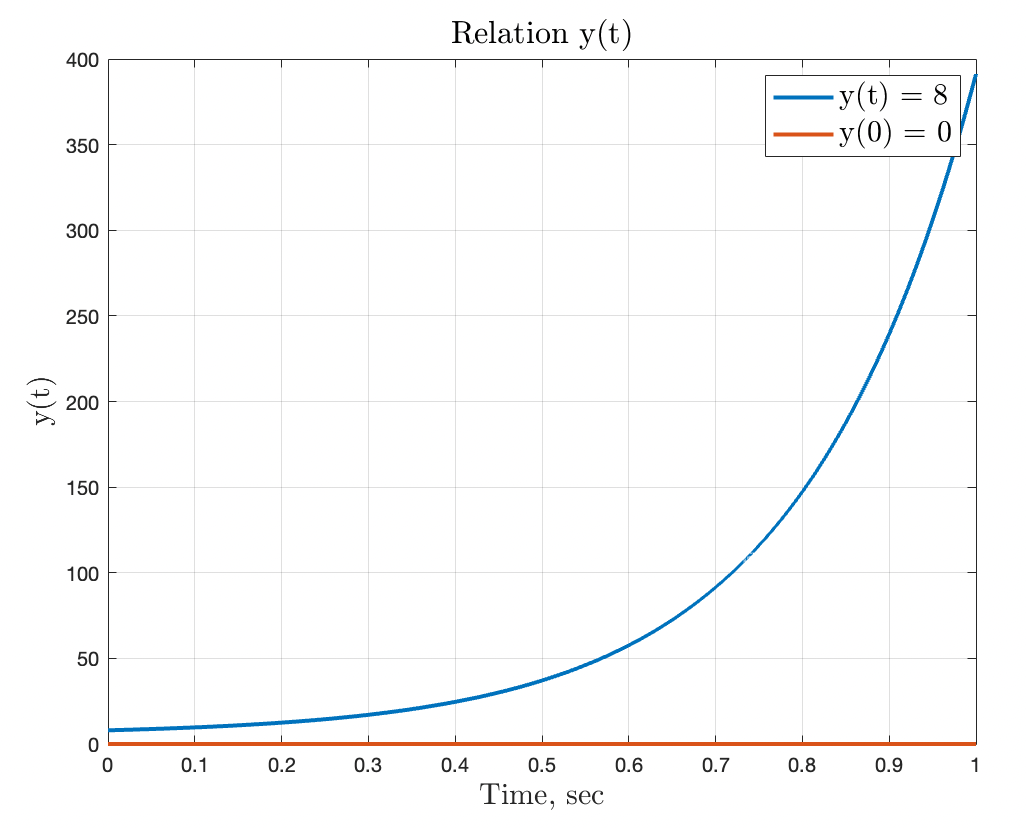
Решив систему (9), получим :

Получим уравнение свободного движения подставив полученные в (1) и приравняв (1) к нулю:

Найдем моды для уравнения (11) и составим зависимости

Найдем начальные нулевые условия, пусть будут равны таким числам, т. к. необходимо задать ненулевые условия:

Для моделирования воспользуемся схемой представленной на рисунке 1, заменив коэффициенты



Изображение выглядит как текст, График, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, График, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Вывод:* нейтральной моды недостаточно для того, чтобы система пришла в равновесие.

1. Пара консервативных мод

Для данной системы должно выполняться условие:

Пусть тогда

Подставим в (2) и получим систему из двух уравнений с двумя неизвестными:

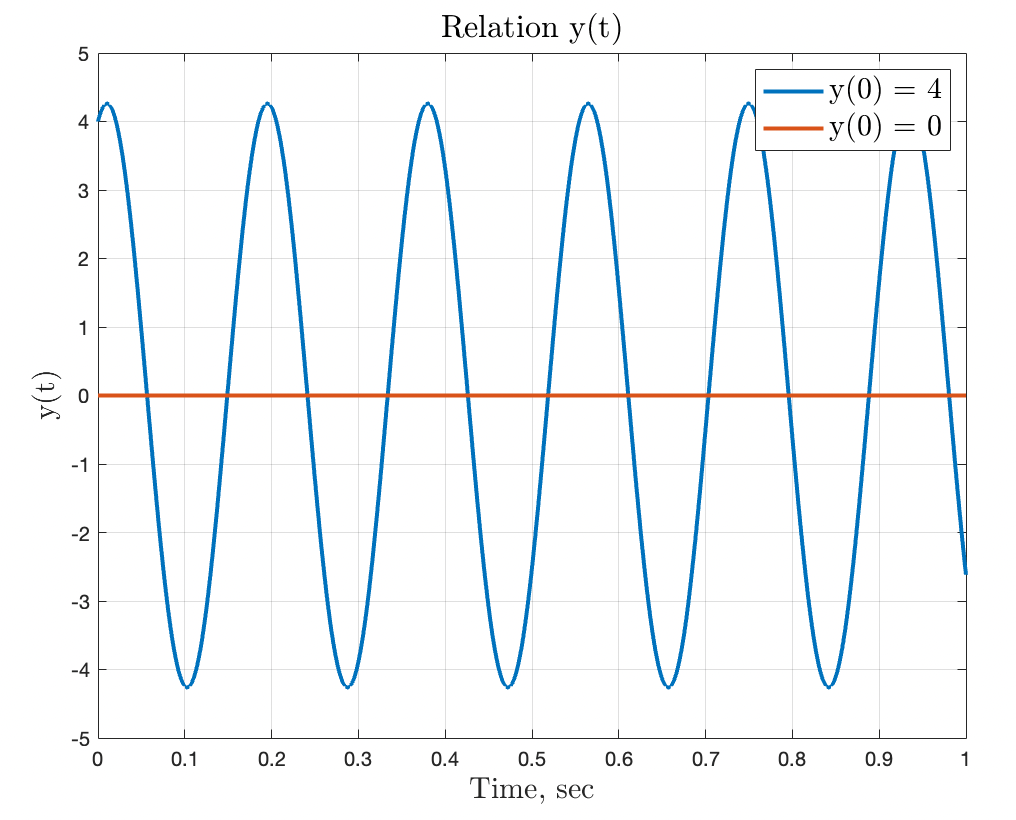
Решив систему (14), получим :

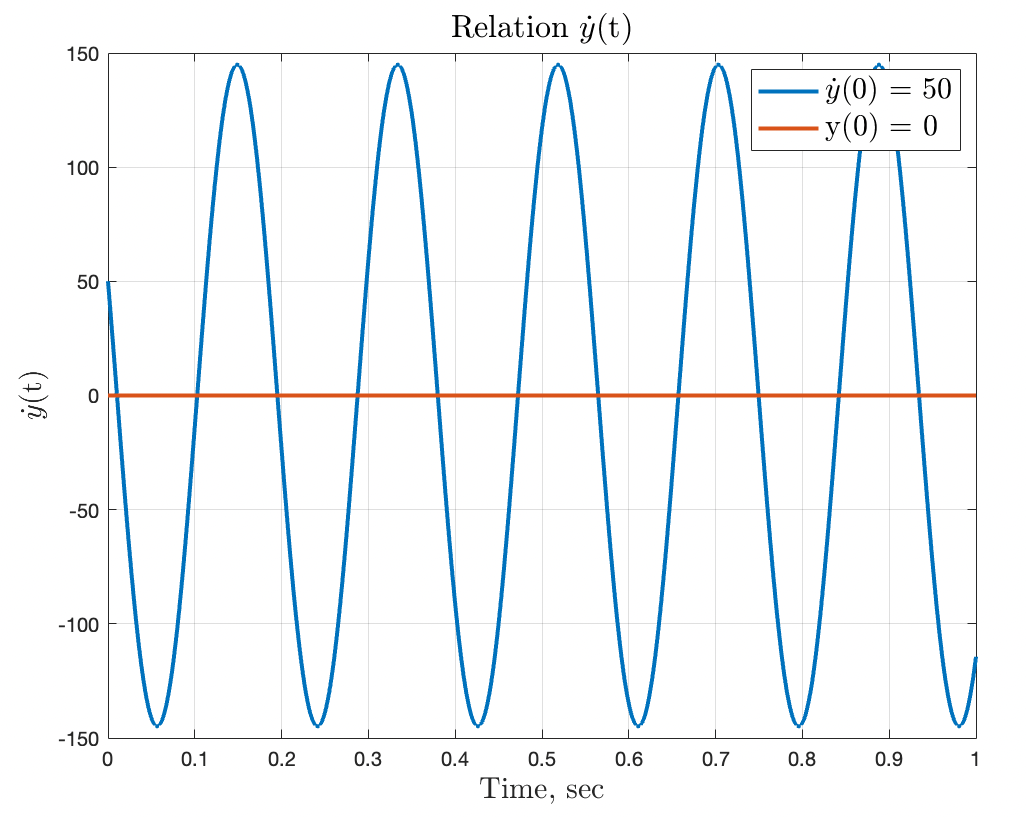
Получим уравнение свободного движения подставив полученные в (1) и приравняв (1) к нулю:

Найдем моды для уравнения (16) и составим зависимости

Найдем начальные нулевые условия, пусть будут равны таким числам, т. к. необходимо задать ненулевые условия:

Для моделирования воспользуемся схемой представленной на рисунке 1, заменив коэффициенты



Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Вывод:* консервативные моды не дают системе прийти к одному значению, мы наблюдаем колебания с одинаковым периодом и амплитудой на протяжении всего моделирования. Чем больше коэффициент , тем колебания становятся чаще, их период уменьшается, и амплитуда растет.

Вывод по заданию 1: если в системе присутствует неустойчивая мода и график зависимости времени от выхода имеет незатухающие колебания, то неустойчивая мода преобладает в системе. Так же если обе моды консервативны, то такая система не имеет установившегося значения, так как нет никакой моды, которая могла бы уменьшить постоянные колебания и привести систему к затуханию.

## **Задание №2**

Формулировка задания: Область устойчивости. Соберите схему моделирования линейной системы третьего порядка (рис. 2), установив значение постоянных времени и таким образом, чтобы полюса соответствующих передаточных функций совпали с первым набором корней из задания 1.

Изображение выглядит как диаграмма, Шрифт, текст, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 2 - Схема моделирования для задания 2*

Определите аналитически границу устойчивости в пространстве параметров K и для системы с фиксированным значением , опираясь на критерий Гурвица. Приведите графическое изображение границы устойчивости на плоскости двух параметров K() и определите область устойчивости системы. Сделайте выводы.

Определите аналитически границу устойчивости в пространстве параметров K и для системы с фиксированным значением , опираясь на критерий Гурвица. Приведите графическое изображение границы устойчивости на плоскости двух параметров K( и определите область устойчивости системы. Сделайте выводы.

Возьмите три набора параметров K, и таких, чтобы первый набор соответствовал устойчивой системе, второй – системе на границе устойчивости, а третий – неустойчивой системе. Выполните моделирование при g(t) = 1 и сделайте выводы.

Решение:

Найдем и как константы, подставив вместо корня знаменателя корни из (3):

Далее, чтобы воспользоваться критерием Гурвица и определить границу устойчивости системы необходимо получить передаточную функцию. На рисунке n представлено последовательное соединение, поэтому можем записать:

В уравнении (20) получили передаточную функцию. Заменим ее на эквивалентную ей:

Составим уравнение системы с нулевым входным воздействием:

В (23):

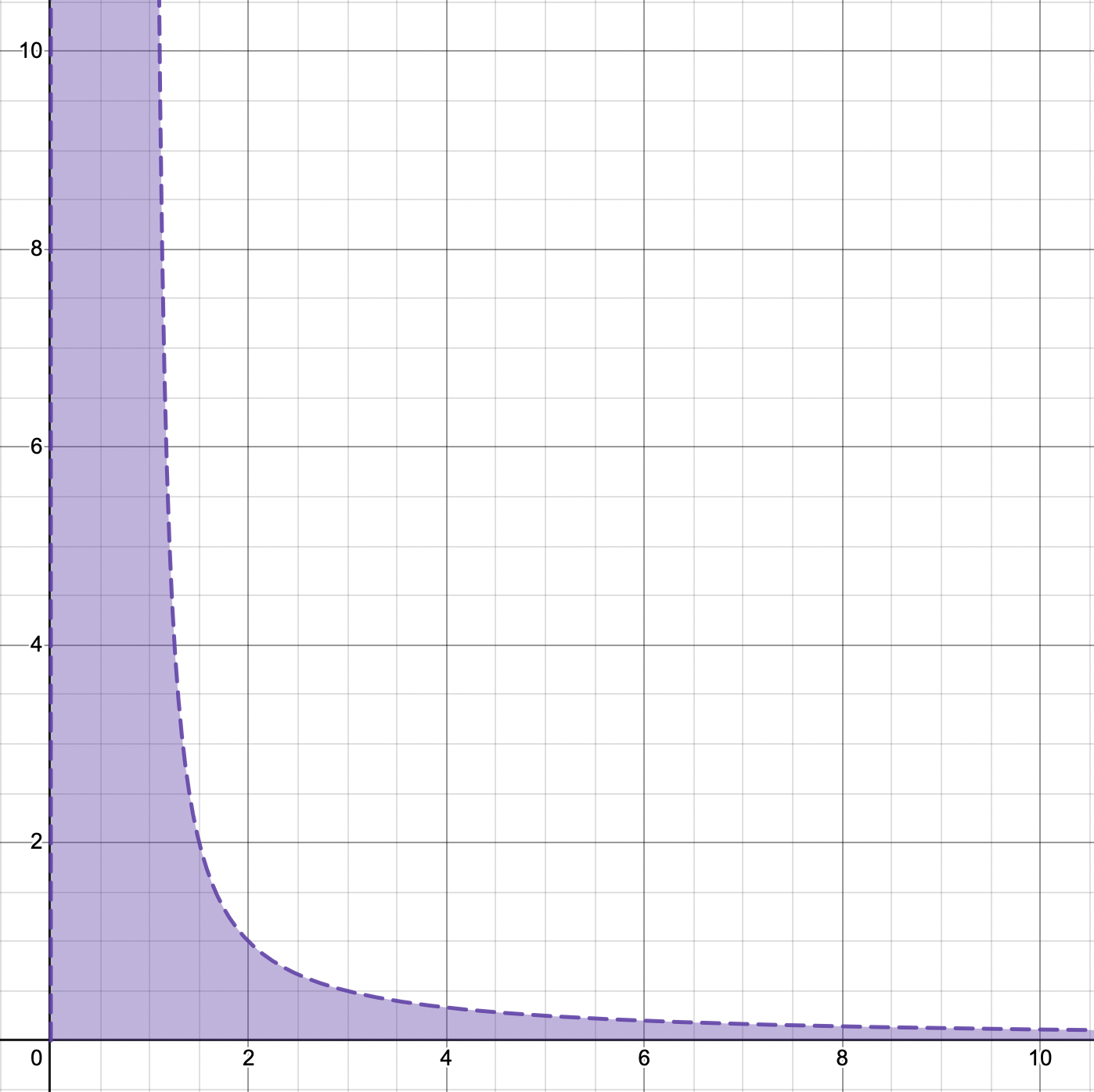
Составим матрицу Гурвица:

При выполнении условий устойчивости для уравнения третьего порядка:

Преобразуем систему (25), оставив только необходимые условия:

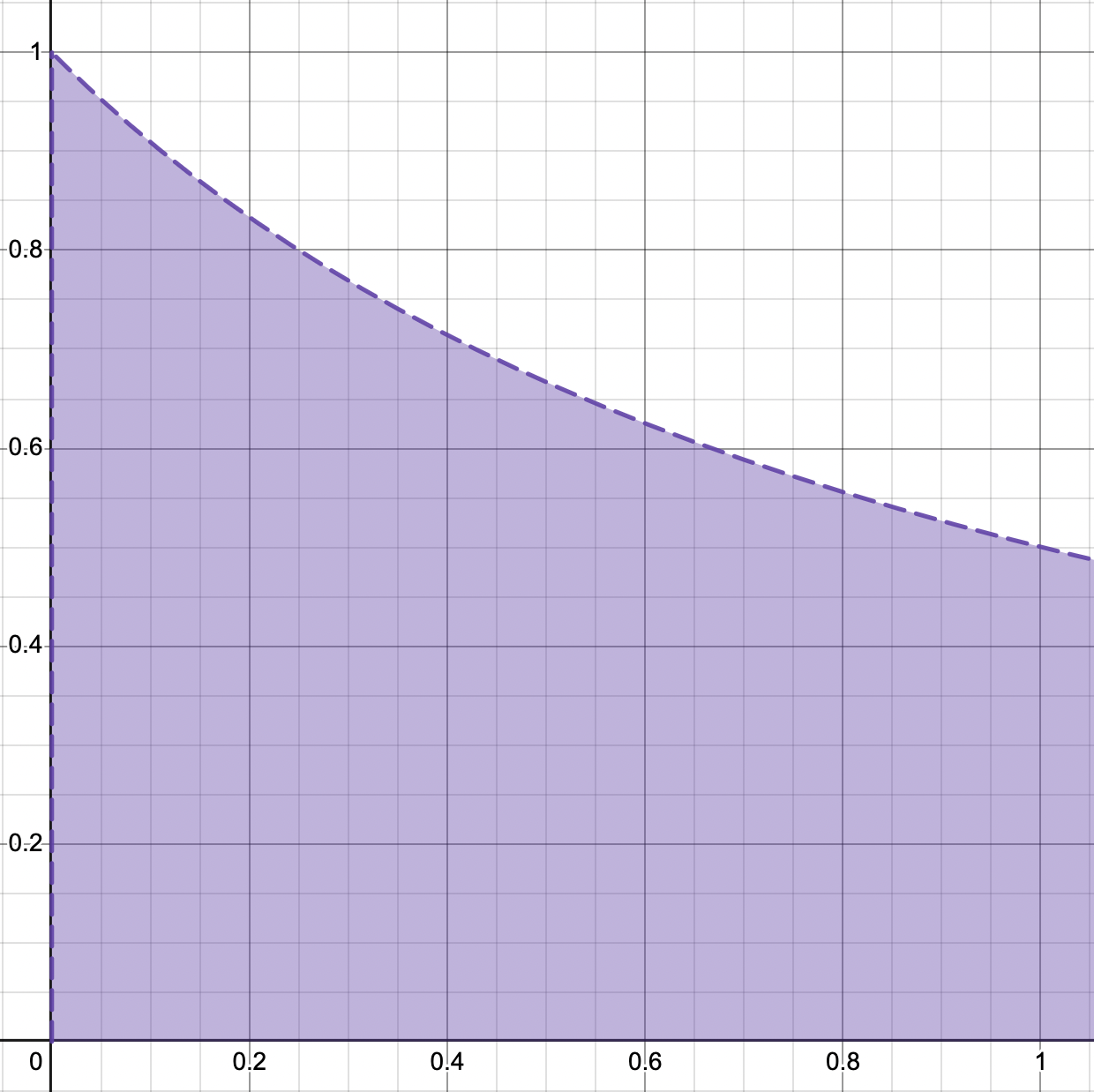
Построим зависимость с помощью условия (26) зафиксировав значение из (19):

Построим систему (27), графически получим границу устойчивости в пространстве параметров K и :



*Рисунок 3 - Зависимость*

Аналогично (27) построим зависимость подставив из (19) , :

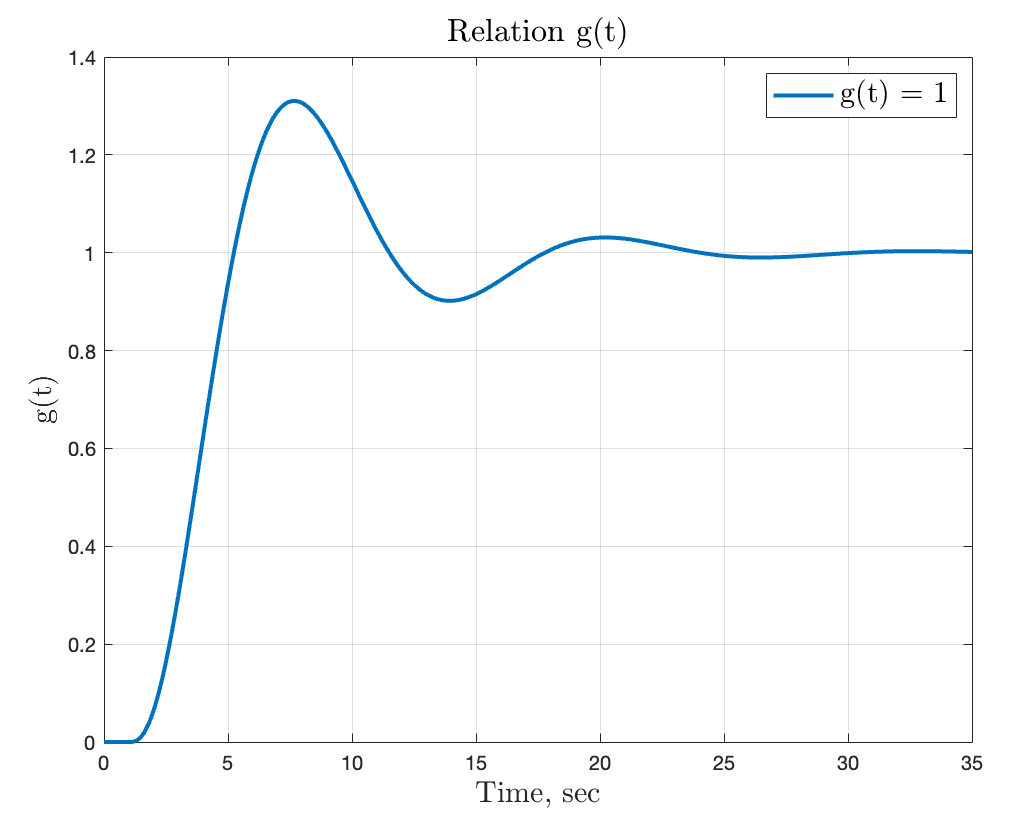


*Рисунок 4 - Зависимость*

Подберем такие чтобы система была устойчивой.

Т. е. выберем их исходя из рисунков 3 и 4 такие точки, которые лежат в фиолетовой области:

Пусть



Примерно в 30 секунд система приходит к покою - система устойчивая.

Подберем такие чтобы система была на границе устойчивости:

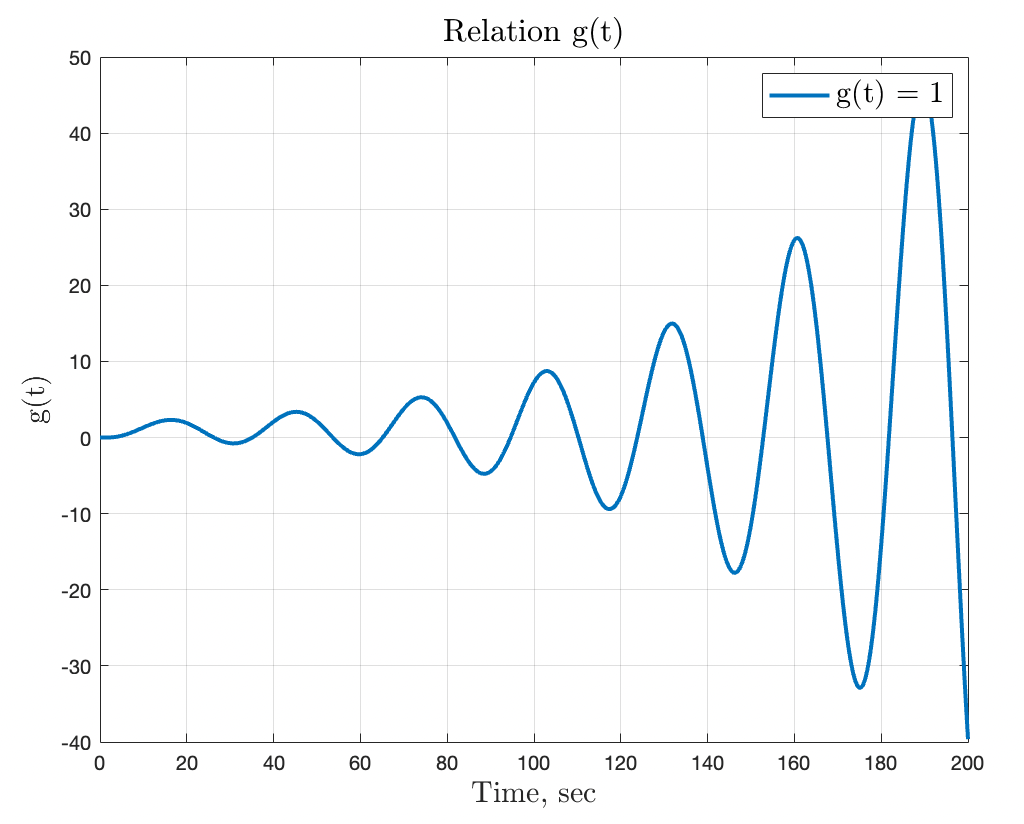
Пусть

Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Подберем такие чтобы система была неустойчивой:

Пусть



Вывод: в данном задании я ознакомилась с критерием Гурвица, который позволяет определить коэффициенты и возможное состояние системы с этими коэффициентами. Подобрать коэффициенты для системы на границе устойчивости было легче всего если пересечь две плоскости с зависимостями и и подобрать K такое, чтобы оно было на границе для одной системы, а для другой было в области неустойчивости, именно поэтому система с такими коэффициентами не достигнет устоявшегося значения.

## **Задание №3**

Формулировка задания: Автономный генератор. Придумайте такую систему вида:

с ненулевыми начальными условиями x(0), чтобы выход системы при свободном движении совпадал с желаемым выходом (см. Табл. 1) в соответствии с вашим вариантом задания. В отчёте приведите матрицы A и C полученной системы, схему моделирования и результаты моделирования свободного движения системы с заданными начальными условиями. Выполните сравнение полученного выхода с желаемым. Сделайте выводы.

*Таблица 1 - Исходные данные к заданию 3*

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант | Желаемый выход системы |
| 6 |  |

Решение:

Определим возможные корни системы:

[

Составим матрицу А в соответствии с :

Представим (30) в степени экспоненты:

Умножим (31) на вектор коэффициентов справа, тем самым выразим начальные условия системы:

Умножим (32) на матрицу коэффициентов слева:

Далее необходимо подобрать коэффициенты, чтобы в конце уравнение (33) совпало с исходным (29):

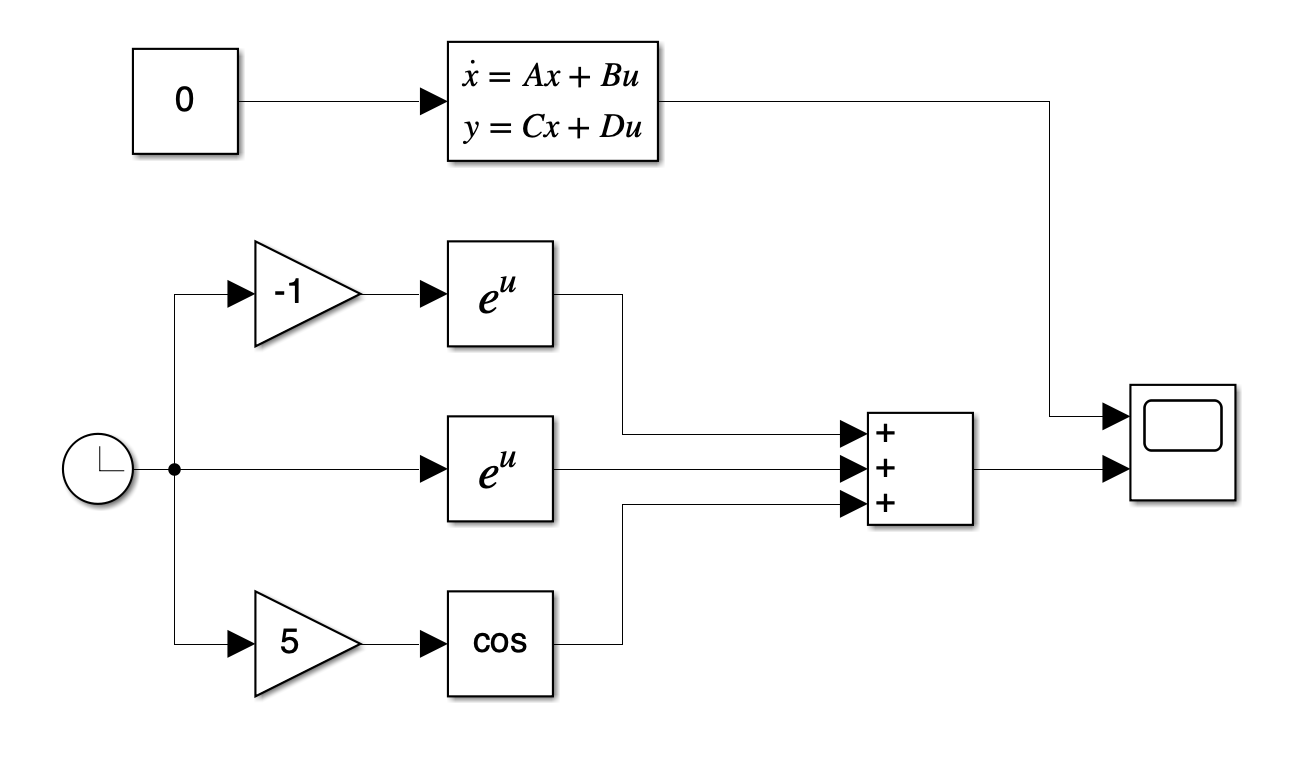
Пусть , тогда

Пусть , тогда:

Таким образом имеем систему:

Из (34) получим матрицу С и начальные условия:

Из полученного ответа составим модель:



*Рисунок 5 - Схема моделирования для задания 3*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, График, диаграмма, линия

Автоматически созданное описание

Вывод: графики моделирования данной системы (29) двумя разными способами совпали. Система имеет консервативные, устойчивую и неустойчивую моды, по графику зависимости y(t) можно заметить, что система не приходит к равновесию, т. е. неустойчивая мода преобладает.

# **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В ходе проделанной работы было проведено исследование систем с различными модами. Неустойчивая мода может сильно влиять на состояние системы и выводить ее из равновесия. Консервативные моды «удерживают» систему на одном месте, при них сохраняется амплитуда и период колебаний. Для определения устойчивости системы был использован метод Гурвица, были подобраны коэффициенты такие, чтобы системы отличались характером колебаний. Были выполнены преобразования желаемого выхода системы в форму Вход-Состояние-Выход, т. е. получены матрицы A, C и вектор начальных условий. График зависимости желаемого выхода и полученного совпал.