Лабораторная работа №11

“”

Вариант №2

Выполнил: Галкина Е. Д.

Группа: R33372

Преподаватель: Пашенко Артем Витальевич

Университет ИТМО  
2024

[ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ 3](#_Toc164349954)

[Задание №1. Синтез - регулятора по состоянию. 3](#_Toc164349955)

[Задание №2. Синтез - регулятора по выходу. 11](#_Toc164349956)

[Задание №3. Синтез - регулятора по состоянию. 32](#_Toc164349957)

[Задание №4. Синтез - регулятора по выходу. 38](#_Toc164349958)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 43](#_Toc164349959)

# **ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ**

## **Задание №1. Синтез - регулятора по состоянию.**

Формулировка задания: Постройте математическую модель простого тела (тележки). Задайте регулируемый выход в двух различных вариантах. Для каждого из вариантов регулируемого выхода синтезируйте соответствующий регулятор по состоянию. В каждом случае найдите передаточную функцию (матрицу) замкнутой системы от внешнего возмущения (действующего аддитивно с управлением) к регулируемому выходу, постройте для неё графики покомпонентных АЧХ и график сингулярных чисел, найдите её нормы. Проведите моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях.

Решение:

Математическая модель исследуемой системы:

Где управляющее воздействие , w - внешние возмущения, а z - регулируемый выход. Задача состоит в том, чтобы создать регулятор, при котором внешние возмущения будут минимально влиять на регулируемый выход. Математически задача выглядит следующим образом:

Формулой (2) можно охарактеризовать степень усиления системы, она

показывает влияние входа на выход. Необходимо свести это усиление к минимуму, чтобы добиться поставленной цели, так как у замкнутой системы на вход поступают внешние возмущения, влияние которых нужно минимизировать. Математическое решение задачи можно переформулировать иначе:

Необходимо уменьшить норму замкнутой передаточной функции.

Графически, уменьшение нормы передаточной функции означает уменьшение площади под графиком амплитудно-частотной характеристики системы.

При минимизации нормы, уменьшится среднестатистическое возмущение, например равномерно существующий по всем частотам белый шум с помощью такого метода в среднем ослабится.

Для упрощения вычислений примем что:

Уравнения - регулятора:

Для системы существуют ограничения:

* Матрица обратима
* Пара стабилизируема
* Пара обнаруживаема

Пусть система задана следующими матрицами:

Зададим первый регулируемый выход системы:

Найдем матрицу регулятора из системы (6) с матрицами из (7) и (8):

Найдем передаточную функцию системы:

нормы для системы:

Зададим второй регулируемый выход системы:

Найдем матрицу регулятора из системы (6) с матрицами из (7) и (8):

Найдем передаточную функцию системы:

нормы для системы:

Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 1 - сингулярные числа*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 2 - АЧХ передаточных функций*

Моделирование систем с различными возмущающими воздействиями:

Пусть

Для возмущающей помехи в виде белого шума:

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 3 - первая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 4 - вторая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 5 - третья компонента выходного вектора*

Для гармонического сигнала подставим в качестве частоты максимальное значение сингулярных чисел.

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 6 - первая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 7 - вторая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 8 - третья компонента выходного вектора*

Моделирование с прямоугольным возмущением:

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 9 - первая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 10 - вторая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 11 - третья компонента выходного вектора*

Вывод: с уменьшением величины и норм передаточных функций системы выходные параметры сходятся качественнее к нулю. На систему с меньшей по величине нормой при любых возмущениях оказывает меньше влияние шумы и сигналы различных форм. Вторая система, с меньшим значением норм почти справилась с белым шумом, однако при гармоническом сигнале выходной вектор z не может прийти к установившемуся значению.

**Задание №2. Синтез - регулятора по выходу.**

Формулировка задания: Постройте математическую модель простого тела (тележки), в которой измеряемым выходом является её координата. Задайте регулируемый выход в двух различных вариантах. Для каждого из вариантов регулируемого выхода синтезируйте соответствующий - регулятор по выходу, включающий в себя наблюдатель. В каждом случае найдите передаточную функцию (матрицу) замкнутой системы от внешних сигналов (возмущений и помех) к регулируемому выходу, постройте для неё графики покомпонентных АЧХ и график сингулярных чисел, найдите её и нормы. Проведите моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях и помехах измерения.

Решение:

Математическая модель объекта:

Управление по выходу включает в себя регулятор и наблюдатель и имеет вид:

Тогда уравнения регулятора:

Уравнения для наблюдателя:

Подставим значения системы (19):

Зададим первый регулируемый выход системы:

Вычистим наблюдатель системы:

Матрица регулятора:

Найдем передаточную функцию системы:

нормы для системы:

Пусть второй регулируемый выход задан со следующими матрицами:

Матрица регулятора:

Найдем передаточную функцию системы:

нормы для системы:

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 12 - сингулярные числа*

Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 13 - АЧХ передаточных функций*

Моделирование с белым шумом в качестве возмущающего воздействия:

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 14 - первая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 15 - вторая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 16 - третья компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 17 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 18 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 19 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как График, текст, диаграмма, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 20 - сравнительный график и для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 21 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 22 - сравнение наблюдателя и системы для второго регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 23 - сравнение наблюдателя и системы для второго регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, диаграмма, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 24 - сравнительный график и для второго регулируемого выхода*

Моделирование с гармоническим сигналом в качестве возмущающего воздействия, в данном моделировании рассмотрим резонансную частоту системы:

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 25 - первая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 26 - вторая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 27 - третья компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 28 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 29 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 30 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 31 - сравнительный график и для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 32 - сравнение наблюдателя и системы для второго регулируемого выхода*

Изображение выглядит как График, линия, текст, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 33 - сравнение наблюдателя и системы для второго регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 34 - сравнение наблюдателя и системы для второго регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 35 - сравнительный график и для второго регулируемого выхода*

Моделирование с прямоугольным сигналом в качестве возмущающего воздействия, здесь рассмотрим не резонансную частоту:

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 36 - первая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 37 - вторая компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 38 - третья компонента выходного вектора*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 39 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 40 - сравнение наблюдателя и системы для второго регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 41 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 42 - сравнительный график и*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 43 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 44 - сравнение наблюдателя и системы для второго регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 45 - сравнение наблюдателя и системы для тертьего регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 46 - сравнительный график и*

Вывод: в данном задании был получен полный регулятор, который получен с помощью уравнений LQG. При сравнении графиков 41 и 45, например заметно, что второй регулируемый выход справляется лучше с наблюдением. Это объясняется показателем оптимальности системы - нормами замкнутой передаточной функции. В качестве частоты гармонического сигнала возмущающего воздействия была подобрана резонансная частота (по максимальному значению сингулярных чисел), для первой системы, наблюдатель не смог достаточно хорошо справиться с задачей слежения ни для одной из компонент вектора z (рисунки 28–31), однако для второго рассмотренного случая с меньшим числом норм за одной из компонент наблюдатель смог проследить (рисунок 34). Таким образом, для системы важно знать норму передаточной функции и минимизировать ее.

**Задание №3. Синтез - регулятора по состоянию.**

Формулировка задания: Синтез - регулятора по состоянию. Возьмите модель тележки из задания 1. Самостоятельно выберите какой-то один вариант регулируемого выхода. Выберите три различных значения параметра γ > 0 (постарайтесь, чтобы одно из этих значений было наименьшим, при котором задача ещё будет иметь решение), и для каждого из значений синтезируйте соответствующий - регулятор по состоянию. В каждом случае найдите передаточную функцию (матрицу) замкнутой системы от внешнего возмущения к регулируемому выходу, постройте для неё графики покомпонентных АЧХ и график сингулярных чисел, найдите её нормы. Для наименьшего значения γ проведите моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях.

Решение: Модель системы совпадает в выражением (1). Параметры для моделирования возьмем из уравнений (7) и (14).

Для :

Передаточная функция системы:

Матрица регулятора:

Нормы системы:

Для :

Передаточная функция системы:

Матрица регулятора:

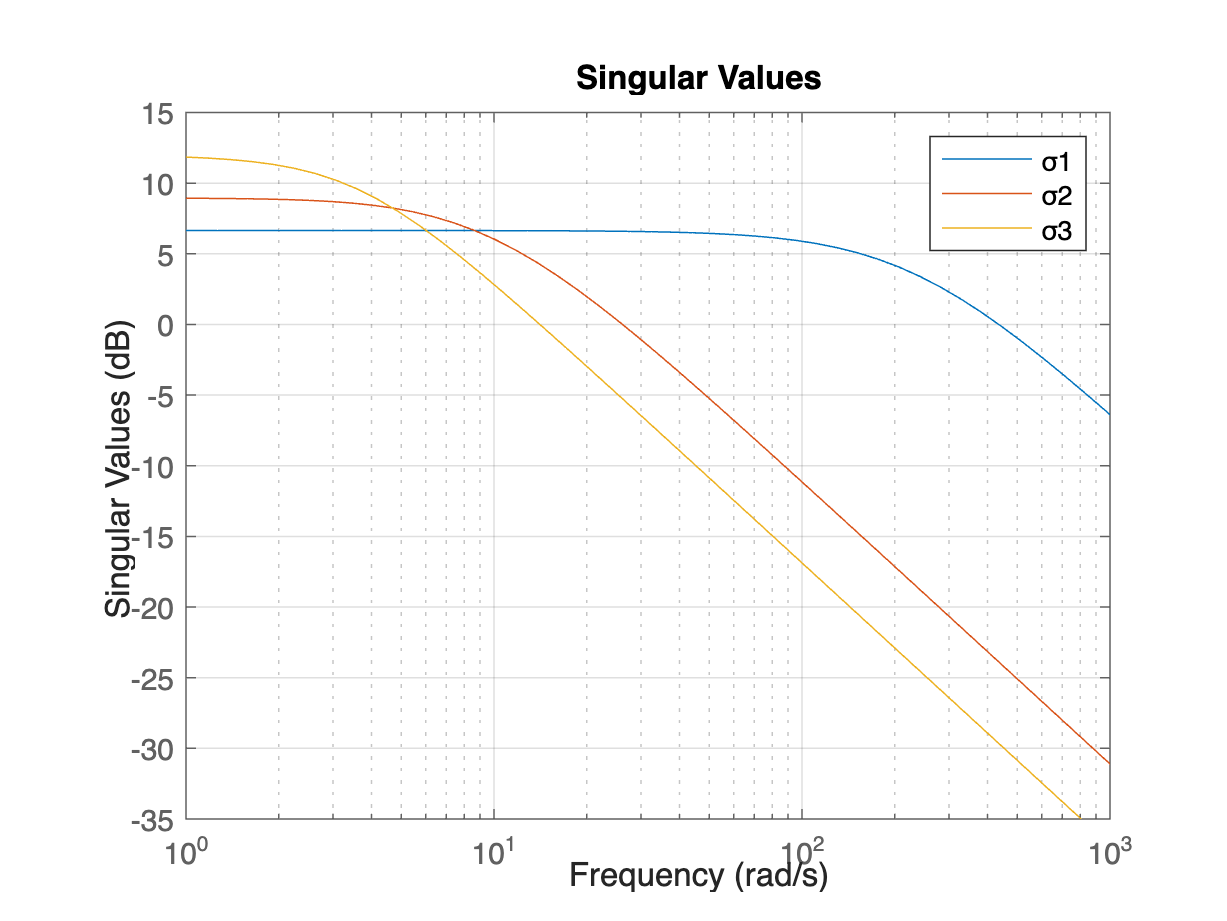
Нормы системы:

Для :

Передаточная функция системы:

Матрица регулятора:

Нормы системы:



*Рисунок 47 - сингулярные числа*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 48 - АЧХ передаточных функций*

Моделирование системы с частотой, соответствующей максимальному значению сингулярных чисел, и с входными возмущающими воздействиями в качестве прямоугольного и гармонического сигналов:

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 49 - Сравнительный график различных входных возмущающих воздействий для первой компоненты z(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 50 - Сравнительный график различных входных возмущающих воздействий для второй компоненты z(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 51 - Сравнительный график различных входных возмущающих воздействий для третей компоненты z(t)*

Сравним гармоническое входное воздействие с резонансной частотой и с частотой равной 20 герцам:

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

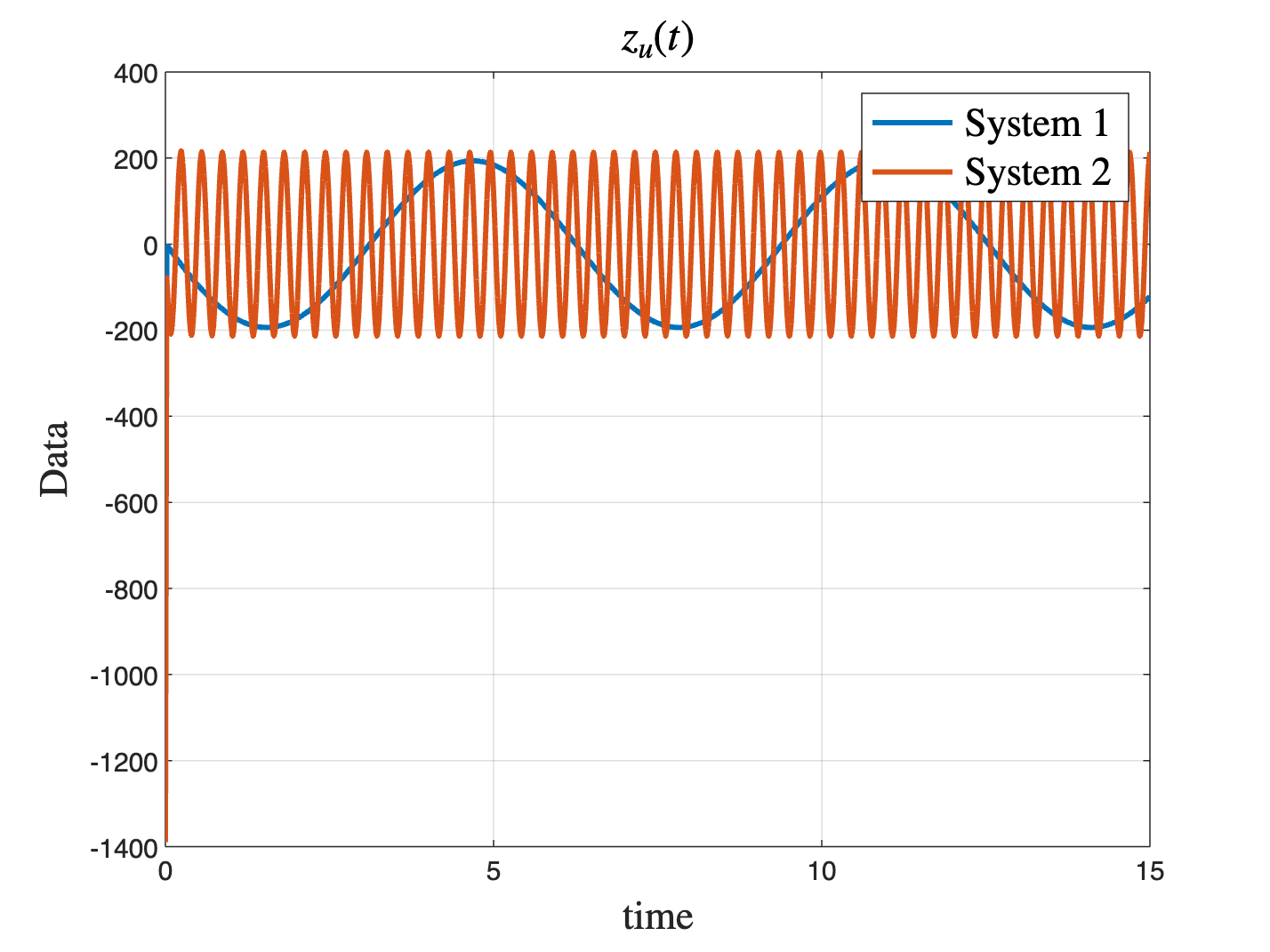
Автоматически созданное описание

*Рисунок 52 - Сравнительный график различных частот возмущающего воздействия для первой компоненты z(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 53 - Сравнительный график различных частот возмущающего воздействия для второй компоненты z(t)*



*Рисунок 54 - Сравнительный график различных частот возмущающего воздействия для третей компоненты z(t)*

Вывод: в ходе данного задания был исследован регулятор, зависящий от нормы , где норма зависит от числа . С увеличением увеличивалась норма, при этом норма уменьшалась. На графиках 52–54 видно, что при уменьшении частоты уменьшается амплитуда выхода.

**Задание №4. Синтез - регулятора по выходу.**

Формулировка задания: Синтез - регулятора по выходу. Возьмите модель тележки из задания 2. Самостоятельно выберите какой-то один вариант регулируемого выхода. Выберите три различных значения параметра γ > 0 (постарайтесь, чтобы одно из этих значений было наименьшим, при котором задача ещё будет иметь решение), и для каждого из значений синтезируйте соответствующий - регулятор по выходу, включающий в себя наблюдатель. В каждом случае найдите передаточную функцию (матрицу) замкнутой системы от внешних сигналов (возмущений и помех) к регулируемому выходу, постройте для неё графики покомпонентных АЧХ и график сингулярных чисел, найдите её нормы. Для наименьшего значения γ проведите моделирование замкнутой системы при внешних возмущениях и помехах измерения.

Решение: Модель системы совпадает в выражением (1). Параметры для моделирования возьмем из уравнений (23) и (30).

Для :

Передаточная функция системы:

Вычистим наблюдатель системы:

Матрица регулятора:

Нормы системы:

Для :

Передаточная функция системы:

Вычистим наблюдатель системы:

Матрица регулятора:

Нормы системы:

Для :

Передаточная функция системы:

Вычистим наблюдатель системы:

Матрица регулятора:

Нормы системы:

Построим график сингулярных чисел и амплитудно-частотные характеристики для систем:

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 55 - сингулярные числа*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 56 - АЧХ передаточных функций*

Выполним моделирование первой системы с входным гармоническим возмущающим воздействием. Амплитуда сигнала равна 100, частота - 97

Изображение выглядит как текст, График, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 57 - сравнение наблюдателя и системы для первого регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 58 - сравнение наблюдателя и системы для второго регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 59 - сравнение наблюдателя и системы для третьего регулируемого выхода*

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, График, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 60 - сравнительный график и*

Вывод: рисунки 59 и 60 показывают, что наблюдатель справляется со слежением по для (измеряемого выхода) и для регулируемого выхода , который зависит от управления. Однако за компонентами и он не может найти верную амплитуду системы.

# **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В ходе работы были рассмотрены регуляторы и наблюдатели, которые можно подобрать с помощью оценки норм . Эти нормы помогают сократить влияние внешних возмущений. Для подсчета матриц наблюдения и управления использовались системы с уравнением Риккати.

Для уменьшения влияния частот на всем диапазоне работы используется оценка нормы. В этом случае, желаемая цель - найти минимальную норму для передаточной функции. На рисунках 3–11 заметно, что система с меньшим значением лучше минимизирует возмущающие сигналы.

Для компенсации резонансной частоты используется оценка нормы. В этом случае найти регулятор, который придаст самое маленькое значение норме - трудно. Однако можно поставить ограничение на величину этой нормы.

В ходе работы так же были рассмотрены наблюдатели, которые оценивались с помощью норм . Наблюдатель синтезированный по оценке хуже справляется со слежением за системой в отличие от . Это обусловлено тем, что для моделирования выбиралась резонансная частота, которую оценка не учитывает.