Лабораторная работа №8

“Модальные регуляторы и наблюдатели”

Вариант №2

Выполнил: Галкина Е. Д.

Группа: R33372

Преподаватель: Пашенко Артем Витальевич

Университет ИТМО  
2024

[ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ 2](#_Toc159964739)

[Задание №1 2](#_Toc159964740)

[Задание №2 10](#_Toc159964741)

[Задание №3 31](#_Toc159964742)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 39](#_Toc159964743)

# **ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ**

## **Задание №1**

Формулировка задания: Возьмите матрицы в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

Выполните следующие шаги и приведите в отчёте результаты всех вычислений, схемы моделирования, графики и выводы:

1. Найдите собственные числа матрицы и определите управляемость каждого из них. Сделайте вывод об управляемости и стабилизируемости системы.

2. Постройте схему моделирования системы с регулятором .

3. Для каждого желаемого спектра матрицы :

(a) Найдите соответствующую матрицу регулятора .

(b) Выполните компьютерное моделирование и постройте графики и замкнутой системы при начальных условиях .

4. Сделайте выводы.

Решение: Матрицы :

1. Найдем собственные числа матрицы и определим управляемость

каждого из них:

Для нахождения собственных чисел воспользуемся функцией eig в MATLAB, получим:

С помощью рангового критерия проверим управляемость (3):

Матрица управляемости системы:

Для каждого найдем ранг матрицы (6):

Для ранг (6) равен 4, что соответствует размерности матрицы , собственное число управляемо.

Для ранг (6) равен 4, что соответствует размерности матрицы , собственное число управляемо.

Для ранг (6) равен 3, собственное число не управляемо.

Для ранг (6) равен 4, что соответствует размерности матрицы , собственное число управляемо.

Система не полностью управляема. Но так как неуправляемое лежит в левой комплексной полуплоскости, система стабилизируема.

1. Построим схему моделирования системы с регулятором

.

Изображение выглядит как диаграмма, План, линия, белый

Автоматически созданное описание

*Рисунок 1 - схема моделирования задания № 1*

1. Для каждого желаемого спектра матрицы найдем

соответствующую матрицу регулятора . И выполним моделирование при начальных условиях .

Для :

Необходимо найти матрицу , такую что ее спектр.

У нас получилась жорданова форма, у которой одна жорданова клетка. Так как третье собственное число неуправляемо, нужно подобрать такую пару , чтобы она была полностью наблюдаемой для управляемых собственных чисел и ненаблюдаемой для неуправляемого собственного числа.

Тогда

Теперь нужно найти матрицу из уравнения (8):

Вычислим матрицу регулятора из выражения (11):

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, текст

Автоматически созданное описание

*Рисунок 2 - управляющее воздействие для спектра*

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 3 - компоненты вектора x(t) для спектра*

Для :

Для нового спектра нужно подобрать новую матрицу Y, так как при матрице  спектр новой матрицы A+BK не совпадает с

Тогда

Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 4 - управляющее воздействие для спектра*

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, линия, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 5 - компоненты вектора x(t) для спектра*

Для :

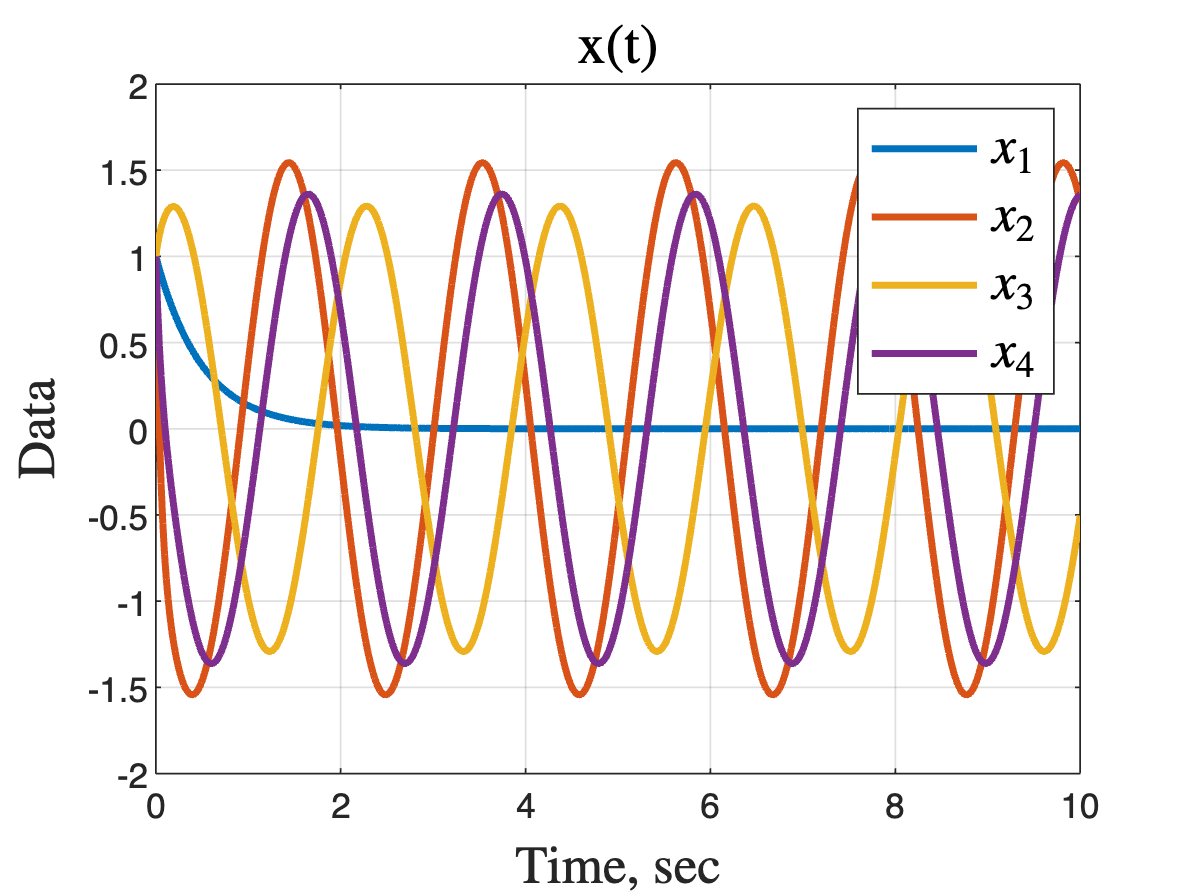
Для нового спектра подберем новый Y:

Тогда

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

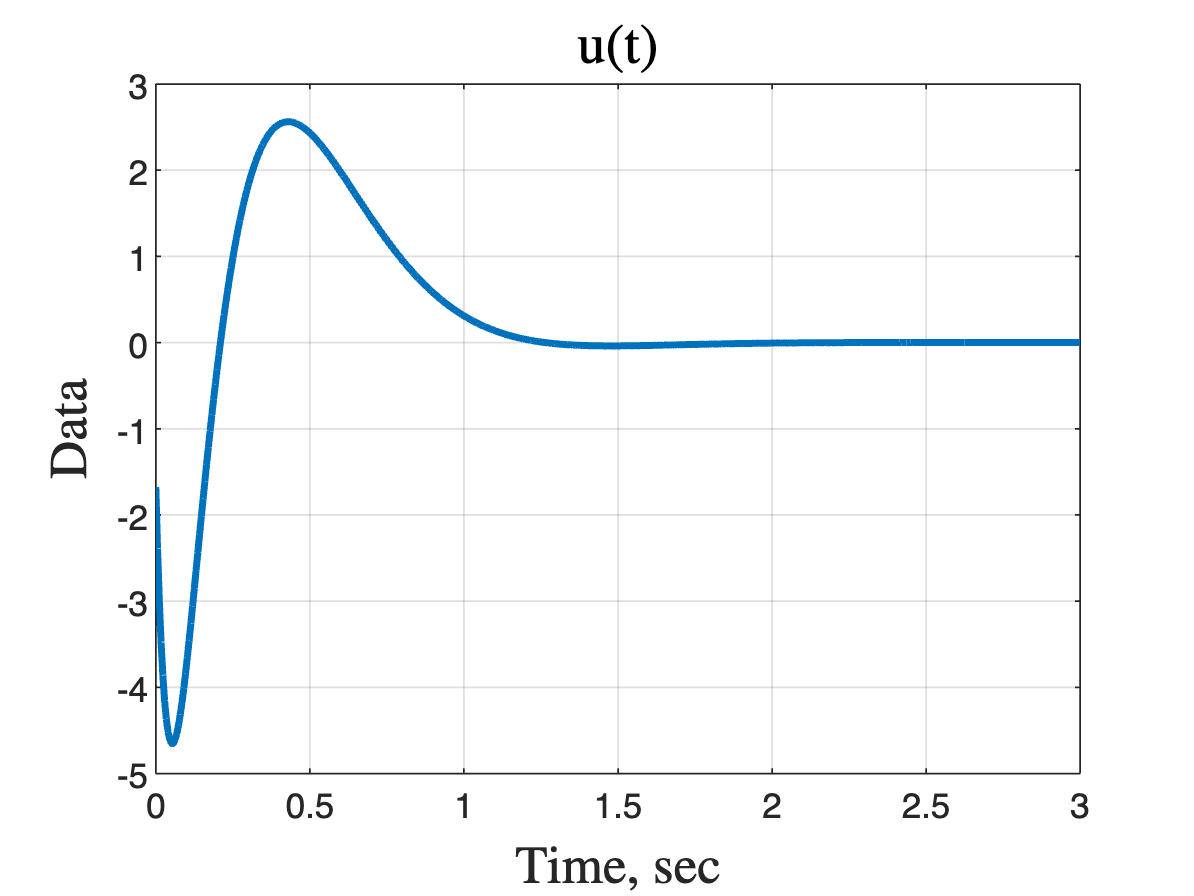
*Рисунок 6 - управляющее воздействие для спектра*



*Рисунок 7 - компоненты вектора x(t) для спектра*

Для :

Для данного спектра подойдет значение



*Рисунок 8 - управляющее воздействие для спектра*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 9 - компоненты вектора x(t) для спектра*

Вывод: так как у выбранной системы неуправляемое собственное число (мода) асимптотически устойчива, то пара (А, В) стабилизируема. Такой системой можно управлять, так как неуправляемые моды стремятся к нулю. Из-за наличия не управляемого собственного числа необходимо сделать пару не наблюдаемой, так как управление ими не происходит, и мы должны не учитывать их при создании регулятора.

Результат моделирования зависит от выбранного спектра, например включает в себя большие по модулю числа, что отражается на управляющем воздействии - оно очень большое. А имеет консервативные моды, поэтому система находится на границе устойчивости и не приходит к нулю.

## **Задание №2**

Формулировка задания: Возьмите матрицы в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

Выполните следующие шаги и приведите в отчёте результаты всех вычислений, схемы моделирования, графики и выводы:

1. Найдите собственные числа матрицы и определите наблюдаемость каждого из них. Сделайте вывод о наблюдаемости и обнаруживаемости системы.

2. Постройте схему моделирования системы с наблюдателем состояния .

3. Для каждого желаемого спектра матрицы :

(a) Найдите соответствующую матрицу наблюдателя .

(b) Выполните моделирование с начальными условиями и Постройте сравнительные графики и а также график ошибки наблюдателя

4. Сделайте выводы.

Решение: Матрицы :

1. Найдем собственные числа матрицы и определим наблюдаемость

каждого из них:

Каждое из собственных чисел оказалось наблюдаемым по ранговому критерию. Значит пара (С, А) наблюдаема.

1. Построим схему моделирования системы с

наблюдателем состояния .

При такой системе наблюдения (22):

Ошибка между объектом и наблюдателем будет иметь вид (23):

Изображение выглядит как диаграмма, План, Технический чертеж, схематичный

Автоматически созданное описание

*Рисунок 10 - схема моделирования задания № 2*

3. Для каждого желаемого спектра матрицы найдем соответствующую матрицу наблюдателя . И выполним моделирование при начальных условиях и .

Для :

Необходимо найти матрицу , такую что ее спектр, выражение (7).

У нас получилась жорданова форма, у которой одна жорданова клетка. Нужно подобрать такую пару , чтобы она была управляема.

Пусть

Теперь нужно найти матрицу из уравнения (24):

Вычислим матрицу наблюдателя из выражения (25):

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 11 - состояние наблюдателя и системы 1 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 12 - ошибка наблюдателя для компоненты 1 вектора x(t)*

Изображение выглядит как График, текст, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 13 - состояние наблюдателя и системы 2 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 14 - ошибка наблюдателя для компоненты 2 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 15 - состояние наблюдателя и системы 3 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 16 - ошибка наблюдателя для компоненты 3 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 17 - состояние наблюдателя и системы 4 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 18 - ошибка наблюдателя для компоненты 4 вектора x(t)*

Для :

Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 19 - состояние наблюдателя и системы 1 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 20 - ошибка наблюдателя для компоненты 1 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, линия, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 21 - состояние наблюдателя и системы 2 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 22 - ошибка наблюдателя для компоненты 2 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, снимок экрана, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 23 - состояние наблюдателя и системы 3 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 24 - ошибка наблюдателя для компоненты 3 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 25 - состояние наблюдателя и системы 4 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 26 - ошибка наблюдателя для компоненты 4 вектора x(t)*

Для :

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 27 - состояние наблюдателя и системы 1 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 28 - ошибка наблюдателя для компоненты 1 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 29 - состояние наблюдателя и системы 2 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, снимок экрана, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 30 - ошибка наблюдателя для компоненты 2 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, линия, График

Автоматически созданное описание

*Рисунок 31 - состояние наблюдателя и системы 3 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 32 - ошибка наблюдателя для компоненты 3 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, График, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 33 - состояние наблюдателя и системы 4 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, Шрифт, снимок экрана

Автоматически созданное описание

*Рисунок 34 - ошибка наблюдателя для компоненты 4 вектора x(t)*

Для :

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 35 - состояние наблюдателя и системы 1 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 36 - ошибка наблюдателя для компоненты 1 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 37 - состояние наблюдателя и системы 2 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание *Рисунок 38 - ошибка наблюдателя для компоненты 2 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 39 - состояние наблюдателя и системы 3 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 40 - ошибка наблюдателя для компоненты 3 вектора x(t)*

Изображение выглядит как График, текст, диаграмма, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 41 - состояние наблюдателя и системы 4 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 42 - ошибка наблюдателя для компоненты 4 вектора x(t)*

Вывод: все собственные числа матрицы А наблюдаемы. График ошибки зависит от выбранного спектра. Так же наблюдение при консервативных собственных числах матрицы Г не очень хорошее: на рисунках 27, 29, 31, 33 видно, что не успевает проследить за .

## **Задание №3**

Формулировка задания: Возьмите матрицы в соответствии с вашим вариантом и рассмотрите систему

Выполните следующие шаги и приведите в отчёте результаты всех вычислений, схемы моделирования, графики и выводы:

1. Найдите собственные числа матрицы . Определите управляемость и наблюдаемость каждого из них. Сделайте вывод об управляемости, наблюдаемости, стабилизируемости и обнаруживаемости системы.

2. Постройте схему моделирования приведённой системы с регулятором, состоящим из наблюдателя состояния . и закона управления .

3. Задайтесь желаемыми спектрами матриц и такими, чтобы замкнутая система была устойчива. Найдите соответствующие матрицы и .

4. Задайтесь начальными условиями и выполните моделирование. Постройте графики .

5. Сделайте выводы.

Решение: Матрицы :

1. Найдем собственные числа матрицы :

Все собственные числа управляемы и наблюдаемы по ранговому критерию. Система управляема и наблюдаема. Пара (А, В) управляема и пара (С, А) наблюдаема.

1. Построим схему моделирования системы (34) с регулятором,

состоящим из наблюдателя состояния и закона управления .

Изображение выглядит как диаграмма, текст, План, линия

Автоматически созданное описание

*Рисунок 43 - схема моделирования задания № 3*

3. Выберем спектр для матриц и , чтобы замкнутая система была устойчива. Найдем соответствующие матрицы и .

Желаемый спектр: .

Тогда матрица :

Выберем дополнительные матрицы , чтобы пара была наблюдаема, а пара была управляема.

Для получения регулятора (матрицы К) найдем матрицу P:

Вычислим матрицу регулятора из выражения (41):

Для матрицы наблюдателя (L) найдем матрицу Q:

Вычислим матрицу наблюдателя из выражения (25):

4. Выберем начальные условия и выполним моделирование.

Пусть и .

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 44 - состояние наблюдателя и системы 1 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 45 - ошибка наблюдателя для компоненты 1 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 46 - состояние наблюдателя и системы 2 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 47 - ошибка наблюдателя для компоненты 2 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 48 - состояние наблюдателя и системы 3 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 49 - ошибка наблюдателя для компоненты 3 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 50 - состояние наблюдателя и системы 1 компоненты вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 51 - ошибка наблюдателя для компоненты 4 вектора x(t)*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 52 - компонента 1 траектории системы и наблюдателя*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 53 - компонента 2 траектории системы и наблюдателя*

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 54 - управляющее воздействие для спектра*

Вывод: в данном задании для системы был подобран спектр, задающий устойчивости матриц и . Выбранный спектр имеет колебательные устойчивые моды, система приходит к нулю после нескольких периодов колебаний. Система была изначально полностью наблюдаема и управляема.

# **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В ходе работы было изучено создание модальных регуляторов и наблюдателей. В первом задании одно собственное число неуправляемо, но так как оно лежит в левой комплексной полуплоскости, то система стабилизируема и ей можно управлять.

В исследовании наблюдателя координаты наблюдателя «находят» систему не сразу. При консервативных модах спектра наблюдатель не очень справляется с задачей.

Создание наблюдателя и регулятора усложнилось добавлением второй строки у матрицы С системы.