

Cálculo y análisis de los parámetros aerodinámicos y geométricos del ala volante Horten IV

Alumno: Pedro López Sancha

Profesor: Enrique Ortega

Ingeniería en Tecnologías Aeroespaciales

Escuela Superior de Ingenierías Industrial, Aeroespacial y Audiovisual de Terrassa

Universitat Politècnica de Catalunya

17 de julio de 2020

I. INTRODUCCIÓN

Las alas volantes son alternativas a los aviones de configuración estándar que ofrecen menor resistencia aerodinámica. No obstante, presentan ciertas complicaciones para lograr estabilidad longitudinal. En este proyecto se estudia y simula el ala volante Horten IV y su estabilidad en vuelo. Para las simulaciones de la aerodinámica de la aeronave se sigue el método de Weissinger utilizando vórtices herradura (*Horseshoe Vortices*).

II. ELECCIÓN DE PERFIL

En esta sección se elige el perfil aerodinámico que montará el ala. Son necesarios cuatro requisitos en este: número de Reynolds (Re) mínimo adecuado, espesor relativo (t/c) mayor al 10%, eficiencia aerodinámica ($E = L/D$) elevada y momento libre (C_{m0}) ligeramente positivo.

Según [1], las cuerdas de raíz y de punta del Ho IV son $c_r = 1.55$ m y $c_t = 0.28$ m. Se asume una velocidad de vuelo de 100 km/h y atmósfera ISA a nivel del mar, $\rho = 1.225$ kg y $\mu = 1.789 \cdot 10^{-5}$ Pa·s. Tomando las cuerdas raíz y de punta como longitudes características, los Reynolds en las secciones son $Re_r = 2.95 \cdot 10^6$ y $Re_t = 5.30 \cdot 10^5$.

La referencia [2] propone una serie de perfiles con los requisitos adecuados para alas volantes. Estos se recogen en la tabla I.

Perfil	t/c (%)	C_{m0}	Re_{min}
MH 60	10.12	0.0140	150k
MH 61	10.28	0.0175	150k
MH 91	14.47	0.0326	—
MH 92	19.96	0.0374	—
MH 104	15.30	0.0090	500k
MH 106	13.00	0.0200	500k
MH 108	12.00	0.0220	500k
MH 110	10.00	0.0410	500k

Tabla I. Perfiles aerodinámicos con espesor relativo (t/c), momento libre (C_{m0}) y número de Reynolds mínimo (Re_{min}) adecuados para el Ho IV. A partir de [2].

El Re_{min} de los perfiles MH104 a MH110 es cercano a Re_t . En condiciones de vuelo con menor densidad, e.g., a mayor altura de vuelo, puede darse $Re < 5 \cdot 10^5$. Por debajo de Re_{min} el comportamiento de la capa límite tiene gran influencia sobre el rendimiento del perfil, pudiendo desprenderse antes de lo esperado. Esto supone un riesgo para la operación segura de la aeronave. Por consiguiente, únicamente son adecuados los perfiles MH60 y MH61.

Ambos perfiles tienen un espesor relativo ligeramente superior al 10%. Esto permite trabajar la distribución de presión modificando más ampliamente la curvatura del intradós y extradós. A su vez, se obtiene un C_{m0} positivo, en el rango 0.010 – 0.020, el cual es adecuado para el ala volante, pues contribuye a su estabilidad longitudinal.

El último criterio para la elección de los perfiles es la eficiencia aerodinámica. A partir de los datos experimentales proporcionados en [2] se pueden representar las curvas de eficiencia aerodinámica, mostradas en la figura 1. Los Re elegidos son los más cercanos a Re_r y Re_t . Se aprecia que, en general, el perfil MH60 tiene mayor E para todo α y Re . Se considera por lo tanto que este es el perfil adecuado para el Ho IV.

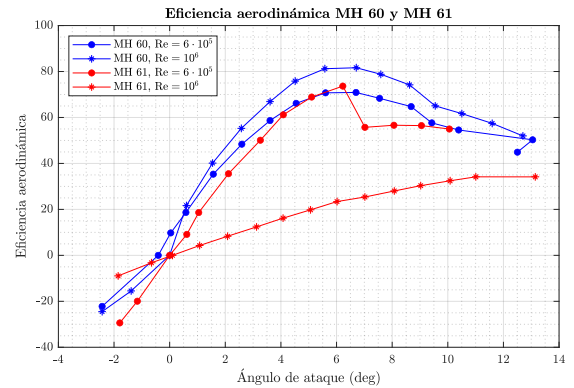


Figura 1. Eficiencia aerodinámica (E) en función del ángulo de ataque (α) para los perfiles MH 60 y MH 61, en $Re = 6 \cdot 10^5$ y $Re = 10^6$.

Con los datos experimentales se calcula la regresión lineal de $C_l = f(\alpha)$ para obtener la pendiente de sustentación ($C_{l\alpha}$) y el ángulo de sustentación nula (α_{l0}). Solamente se utilizan los puntos en el rango de α de -2° a 8° , i.e., en el régimen lineal. Del mismo modo se calcula la regresión lineal de la curva polar $C_d = f(C_l^2)$ y se obtienen el coeficiente k y la resistencia parásita (C_{D0}). Para obtener buena aproximación de C_{D0} , los puntos para la regresión se sitúan en el rango de C_l de 0 a 0.8. Los coeficientes obtenidos para ambos Re se recogen en la tabla II.

Re	$C_{l\alpha}$ (deg^{-1})	α_{l0} (deg)	C_{D0} (10^{-3})	k (10^{-3})
600k	0.1080	-0.4355	8.624	5.853
1000k	0.1095	-0.3519	7.174	5.257

Tabla II. Pendiente de sustentación ($C_{l\alpha}$), ángulo de sustentación nula (α_{l0}), coeficiente de resistencia parásita (C_{D0}) y coeficiente k en $Re = 6 \cdot 10^5$ y $Re = 10^6$ para MH 60.

En las figuras 2 y 3 se representan la curva de sus-

tentación y la polar de resistencia para el MH 60. Se aprecia que las curvas de C_l son muy similares para ambos Re. A medida que Re crece, la capa límite es más energética y el desprendimiento se da más cerca del borde de salida. Por consiguiente, la resistencia de presión disminuye, como se refleja en la polar de resistencia.

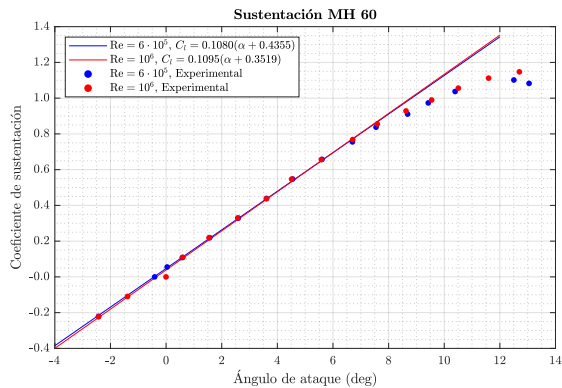


Figura 2. Curva de sustentación ($C_l = f(\alpha)$) del perfil MH 60 para $Re = 6 \cdot 10^5$ y $Re = 10^6$.

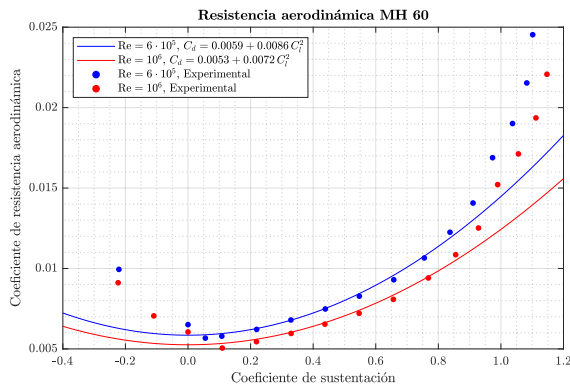


Figura 3. Polar de resistencia ($C_d = f(C_l^2)$) del perfil MH 60 para $Re = 6 \cdot 10^5$ y $Re = 10^6$.

III. AJUSTE DE LA FLECHA

El margen de estabilidad (sm – *stability margin*) se define como la distancia entre el centro aerodinámico del ala (x_{ac}) y el centro de gravedad (x_{cg}), adimensionalizada con la cuerda media aerodinámica (\bar{c}), i.e.,

$$sm = X_{cg} = \frac{|x_{cg} - x_{ac}|}{\bar{c}} \quad (1)$$

Para lograr la estabilidad en la aeronave, el centro aerodinámico debe estar detrás del centro de gravedad. Ante una perturbación en el ángulo de cabeceo de la aeronave, cuanto mayor sea sm , más rápidamente volverá a la configuración original [3]. Suponiendo ala elíptica [4], el margen de estabilidad se calcula como

$$sm = \frac{\int_0^{b/2} c(y) y dy}{\int_0^{b/2} c(y) dy} \tan \Lambda = \bar{y} \tan \Lambda \quad (2)$$

donde Λ es la flecha del ala medida respecto de la línea de $c/4$ y \bar{y} es el centroide. Variando Λ puede lograrse el margen de estabilidad necesario. En el caso del Ho IV, este debe situarse entre 10% y 15%.

El centroide \bar{y} se puede calcular siguiendo el método geométrico propuesto por [4]. Implementando este en MATLAB, se puede obtener el margen de estabilidad para

cualquier flecha. En la figura 4 se representa el margen de estabilidad en función de la flecha, para Λ en el rango 12° a 20° .

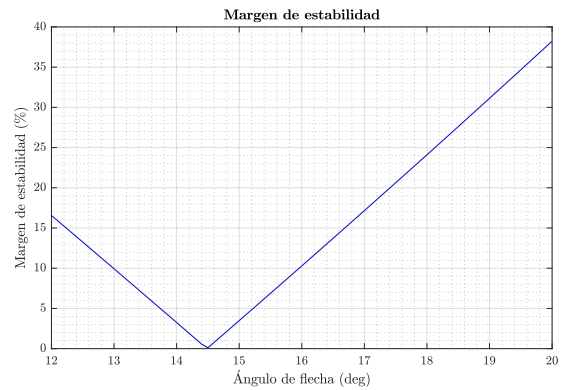


Figura 4. Margen de estabilidad (sm) en función de la flecha (Λ) para una cuerda raíz $c_r = 1.55$ m, un estrechamiento $\lambda = 1/5.55$ y una envergadura $b = 20$ m.

Se aprecia que sm es aproximadamente lineal con Λ . Esto es debido a que puede aproximarse $\tan \Lambda \approx \Lambda$. Aproximadamente en $\Lambda = 14.5^\circ$, la curva no es derivable. Esto es debido al valor absoluto en (1). Representando gráficamente el ala, para $\Lambda < 14.5^\circ$ el centro aerodinámico está delante del centro de gravedad. Por consiguiente es necesaria una $\Lambda > 14.5^\circ$ para lograr estabilidad estática longitudinal. Para Λ entre 15.96° y 16.68° se logra el sm deseado. Como flecha definitiva se toma $\Lambda = 16.50^\circ$, con la que se logra $sm = 13.715\%$.

IV. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA

Es necesario comprobar el correcto funcionamiento del algoritmo de resolución del problema de Línea Sustentadora. Para ello se lleva a cabo un análisis de convergencia de varios coeficientes en función del número de paneles de discretización (n).

Las variables de estudio son el coeficiente de sustentación y el coeficiente de momento respecto del LE a ángulos de ataque de 0° y 5° . Estos coeficientes se calculan para discretizaciones con N en el rango 1–200. Las propiedades geométricas y aerodinámicas del ala volante son las presentadas hasta el momento. En la figura 5 se muestran los resultados obtenidos. No es posible calcular el error relativo en las variables de estudio, pues no se conoce su valor real.

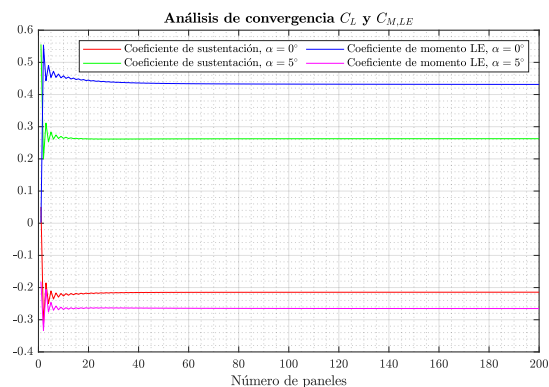


Figura 5. Coeficiente de sustentación (C_L) y coeficiente de momentos respecto de LE ($C_{M,LE}$) a $\alpha = 0^\circ$ y 5° , en función del número de paneles (N).

Para $N < 40$ se aprecian oscilaciones importantes en los coeficientes estudiados. Para $N > 80$ las cuatro variables de estudio alcanzan a su valor final. Para $80 < N \leq 200$ no se observan cambios en sus valores, estabilizándose por completo.

Puede concluirse que las variables de estudio convergen para una discretización con $N \approx 100$. Dada la linealidad del problema, el C_L , $C_{M,LE}$ y otras variables derivadas, e.g., el centro de presiones (x_{cp}) convergen también para otros ángulos de ataque.

V. AJUSTE DE LA TORSIÓN GEOMÉTRICA

En esta sección se ajusta la torsión geométrica del ala para lograr un momento nulo alrededor del centro de gravedad de la aeronave en la condición de diseño, i.e., $C_{M,cg} = 0$.

La condición de diseño es vuelo horizontal rectilíneo uniforme, i.e., la suma de fuerzas verticales es nula. Con una carga alar $W/S = 20 \text{ kg/m}^2$, la masa de la aeronave será $S \cdot W/S$. El C_L de diseño será

$$C_{L,d} = \frac{W}{\rho V^2 S/2} = \frac{g_0 S \cdot W/S}{\rho V^2 S/2} = \frac{g_0 \cdot W/S}{\rho V^2/2} \quad (3)$$

En atmósfera ISA a nivel del mar con velocidad de vuelo de 100 km/h, $C_{L,d} = 0.4150$.

La torsión geométrica ($\varepsilon(y)$) se define como el ángulo que forma la cuerda de una sección de ala respecto de la cuerda de la sección raíz. La torsión permite trabajar la distribución de sustentación a lo largo de la envergadura modificando el ángulo de ataque que ve cada sección. De este modo, para un mismo ángulo de ataque, alas con distinta torsión generan sustentaciones distintas. Ello permite modificar la posición del centro de presiones (x_{cp}) y así el momento sobre el centro de gravedad generado por la sustentación. En este caso se estudiará una ley de torsión lineal, en la que basta con definir la torsión de la sección de punta (ε_t).

Primeramente debe obtenerse la posición del centro de presiones, i.e., el punto de aplicación de la sustentación. Conocidos $C_{L,d}$ y el momento respecto de LE de diseño, $C_{M_{LE},d}$,

$$\frac{x_{cp}}{\bar{c}} = -\frac{C_{M_{LE},d}}{C_{L,d}} \quad (4)$$

El momento respecto del centro de gravedad es la contribución del momento libre del ala (C_{M0}) y el generado por la sustentación,

$$C_{M_{cg}} = C_{M0} - C_L \frac{x_{ac} - x_{cg}}{\bar{c}} \quad (5)$$

donde el centro aerodinámico (x_{ac}) y el momento libre se obtienen mediante

$$\frac{x_{ac}}{\bar{c}} = -\frac{dC_{M_{LE}}}{dC_L} \quad (6)$$

$$C_{M0} = C_L \frac{x_{ac} - x_{cp}}{\bar{c}} \quad (7)$$

Numéricamente se obtienen los coeficientes de fuerzas y momentos del ala para torsiones entre -12° y 0° , y ángulos de ataque entre -2° y 10° , para $N = 200$. Se calcula la regresión de $C_{M_{LE}} = f(C_L)$ y se obtienen x_{ac} y el coeficiente de momento respecto de LE en condición de diseño ($C_{M_{LE},d}$). Con (4) se calcula x_{cp} , con (7) se

calcula el momento libre y con (5) el coeficiente de momento en condición de diseño. También se calcula el ángulo de ataque en condición de diseño (α_d). Cuando $C_{M_{cg,d}}[i] \cdot C_{M_{cg,d}}[i+1] < 0$, existe un ε_t entre $\varepsilon[i]$ y $\varepsilon[i+1]$ tal que $C_{M_{cg,d}} = 0$. Dada la linealidad del problema, $C_{M_{cg,d}} = f(\varepsilon_t)$ y $\alpha_d = f(\varepsilon_t)$ son lineales. Interpolando entre $\varepsilon[i]$ y $\varepsilon[i+1]$ se obtiene la torsión adecuada.

La solución obtenida con el método propuesto es $\varepsilon_t = -4.3677^\circ \approx -4.40^\circ$ y $\alpha_d = 5.6706^\circ \approx 5.70^\circ$.

En la figura 6 se representa el coeficiente de momento respecto de CG y el ángulo de ataque en condición de diseño en función de la torsión en la punta de ala.

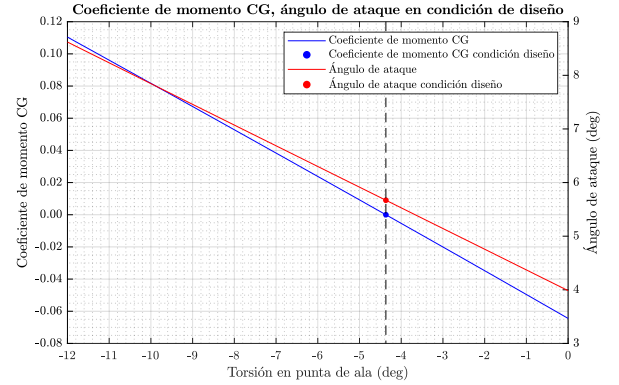


Figura 6. Coeficiente de momento respecto CG ($C_{M_{cg}}$) y ángulo de ataque de diseño (α_d) en condición de diseño, en función de la torsión geométrica en punta de ala (ε_t).

En la sección VI se explica la función de la torsión geométrica del ala para lograr $C_{M_{cg}} = 0$, en base a las distribuciones de sustentación básica y adicional.

VI. DETERMINACIÓN DE LAS DISTRIBUCIONES DE SUSTENTACIÓN BÁSICA Y ADICIONAL

El coeficiente de sustentación de una ala a lo largo de la envergadura es

$$C_l(y) = C_{l,\alpha} (\alpha - \alpha_i(y) - \alpha_{l0}(y) + \varepsilon(y)) \quad (8)$$

con $\alpha_i(y)$ el ángulo de ataque inducido por el downwash [5]. Es conveniente dividir el $C_l(y)$ en dos contribuciones. La primera es la sustentación básica ($C_{l_b}(y)$). Depende de la forma en planta del ala, del ángulo de ataque de sustentación nula ($\alpha_{l0}(y)$), de la torsión ($\varepsilon(y)$) y su integral a lo largo de la envergadura es nula, i.e.,

$$C_{l_b} \Rightarrow I_b = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} C_{l_b}(y) c(y) dy = 0 \quad (9)$$

La segunda es la sustentación adicional. Solamente depende de la forma en planta del ala sin torsión y su integral es unitaria,

$$C_{l_a} \Rightarrow I_a = \frac{1}{S} \int_{-b/2}^{b/2} C_{l_a}(y) c(y) dy = 1 \quad (10)$$

La distribución de sustentación en cualquier condición de vuelo se puede escribir como

$$C_l(y) = C_{l_b}(y) + C_{l_a}(y) C_L \quad (11)$$

Las distribuciones $C_{l_b}(y)$ y $C_{l_a}(y)$ son propiedades del ala. Conociendo $C_l(y)$ y C_L en dos condiciones de vuelo distintas 1 y 2, se puede plantear un sistema de ecuaciones

compatible determinado de dimensión 2. Resolviendo para ambas distribuciones, se consigue

$$C_{l_b}(y) = \frac{C_{l_2}(y) C_{L1} - C_{l_1}(y) C_{L2}}{C_{L1} - C_{L2}} \quad (12)$$

$$C_{l_a}(y) = \frac{C_{l_1}(y) - C_{l_2}(y)}{C_{L1} - C_{L2}} \quad (13)$$

Numéricamente se calcula la distribución de sustentación local y el coeficiente de sustentación del ala con una discretización de $N = 200$ paneles. Usando (12) y (13), se obtienen las distribuciones básica y adicional. En la figura 7 se representan ambas distribuciones a lo largo de la envergadura.

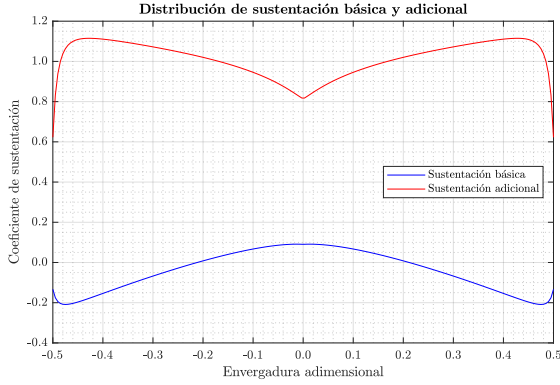


Figura 7. Distribuciones de coeficiente de sustentación básica (C_{l_b}) y adicional (C_{l_a}) a lo largo de la envergadura del ala.

Para ambas distribuciones se calcula la integral numérica según (9) y (10), usando la regla del trapecio. Para la distribución C_{l_b} se obtiene $I_b = -0.0236$. Para la distribución C_{l_a} se obtiene $I_a = 0.9879$. En ambos casos el error es inferior al 2.5%, por consiguiente se trata de una buena aproximación.

Como se ha comentado, la torsión geométrica solo influye en la distribución de sustentación básica. En la figura 8 se representa la distribución de sustentación básica para diversas torsiones geométricas en punta de ala, calculadas con $N = 200$ paneles.

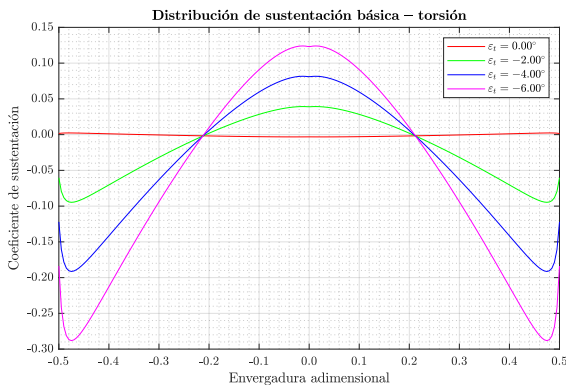


Figura 8. Distribuciones de coeficiente de sustentación básica (C_{l_b}) a lo largo de la envergadura del ala, para torsiones geométricas (ε_t) entre -6° y 0° .

Cuando la torsión geométrica en punta de ala disminuye, los extremos relativos de la distribución $C_{l_b}(y)$ crecen. Para $\varepsilon_t = 0$, $C_{l_b}(y)$ es aproximadamente constante. Por el contrario, con $\varepsilon_t = -6^\circ$ la variación es significativa. Cuando ε_t disminuye, el ángulo de ataque que ven las secciones también disminuye, pudiendo llegar a darse $C_{l_i}(y)$ negativo.

Esto mismo se refleja en las distribuciones de $C_{l_b}(y)$. Al modificar la distribución de sustentación, la sustentación total así como el centro de presiones varían. De este modo, para un determinado C_L de diseño, se puede trabajar la distribución de sustentación y conseguir que el momento alrededor del CG sea nulo.

VII. PROPIEDADES DE PÉRDIDA

Es necesario conocer para qué coeficiente de sustentación C_L y ángulo de ataque el ala entra en pérdida (C_{L_s} , α_s).

Cada sección del ala tiene un coeficiente de sustentación máximo ($C_{l_{\max}}$), a partir del cual se da la entrada en pérdida. Según [2], para $Re = 6 \cdot 10^5$ y 10^6 , los $C_{l_{\max}}$ son 1.1481 y 1.0932, respectivamente. Estos se corresponden con las secciones de raíz y de punta de ala. Dado el estrechamiento lineal, los $C_{l_{\max}}$ de cada sección a lo largo de la envergadura se obtienen interpolando linealmente.

El C_{L_s} se puede obtener con las distribuciones de sustentación básica y adicional. Imponiendo $C_{l_i}(y) = C_{l_{\max}}(y)$ en (11), el C_L para el que cada sección entra en pérdida es

$$C_{L_s}(y) = \frac{C_{l_{\max}}(y) - C_{l_b}(y)}{C_{l_a}(y)} \quad (14)$$

El mínimo de los $C_{L_s}(y)$ ($C_{L_{s\min}}$) es C_{L_s} , pues para $C_L > C_{L_{s\min}}$ más secciones del ala entran en pérdida.

Calculando la regresión de $C_L = f(\alpha)$, se puede obtener α_s . Suponiendo vuelo horizontal rectilíneo uniforme, i.e., $L = W$, la velocidad de entrada en pérdida es

$$V_s = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L_s}}} = \sqrt{\frac{2g_0 \cdot W/S}{\rho C_{L_s}}} \quad (15)$$

En la figura 9 se representa el coeficiente de sustentación local en la entrada en pérdida, el coeficiente de sustentación del ala necesario para la entrada en pérdida de cada sección y las primeras secciones en entrar en pérdida.

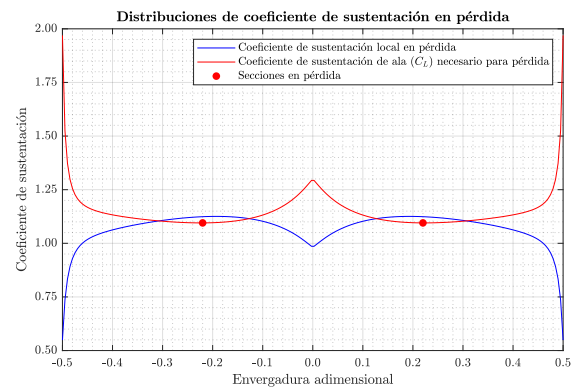


Figura 9. Coeficiente de sustentación local ($C_{l_i}(y)$), coeficiente de sustentación del ala necesario para la entrada en pérdida de la sección ($C_{L_s}(y_s)$) y primeras secciones en pérdida.

Numéricamente, se obtiene que el ala entra en pérdida cuando $C_L = 1.0951$, con un ángulo de ataque $\alpha_s = 12.85^\circ$. En VHRU la pérdida se da a $V_s = 61.6$ km/h.

VIII. RESISTENCIA AERODINÁMICA DEL ALA

Conocida la curva polar de resistencia aerodinámica del perfil MH 60, se puede obtener la curva polar de resistencia del ala volante.

Númericamente se calculan los coeficientes de fuerza aerodinámica para ángulos de ataque entre -2° y 12° en incrementos de 1° , i.e., en el régimen de C_L lineal. A partir de los vectores de C_L y C_D , se calcula la regresión mediante una polinomio de 2° grado de $C_D = f(C_L)$. El resultado obtenido es

$$C_D = 10^{-4} (225.7 C_L^2 + 5.831 C_L + 59.44) \quad (16)$$

El coeficiente de término de grado 1 es un orden de magnitud inferior al término independiente y 2 órdenes de magnitud inferior al término de grado 2. En consecuencia este se puede ignorar. La curva resultante es

$$C_D \approx 10^{-4} (225.7 C_L^2 + 59.44) \quad (17)$$

por lo tanto $C_{D0} = 5.944 \cdot 10^{-3}$ y $k = 2.257 \cdot 10^{-2}$.

En la figura 10 se representan los resultados de la simulación numérica y la regresión de la curva de resistencia. Para C_L entre -0.2 y 0.6 la regresión ajusta bien a los puntos. Para $C_L > 0.6$ se aprecia cierta diferencia. No obstante, el error cometido es pequeño.

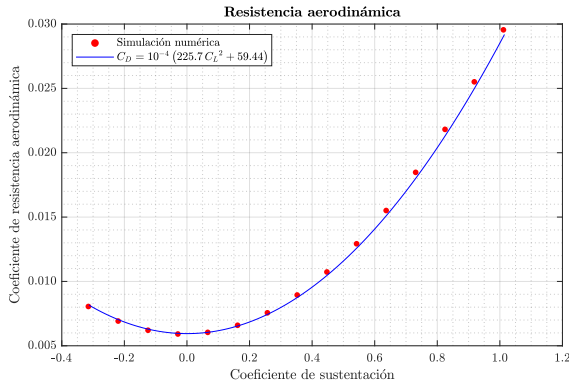


Figura 10. Resistencia aerodinámica calculada por simulación numérica y regresión de la curva polar de resistencia.

IX. ANÁLISIS DE CONTROL CON DEFLEXIÓN DE FLAPS

La torsión geométrica obtenida en la sección V para lograr $C_{M_{cg}} = 0$ solamente es válida en la condición de diseño. En otras condiciones de vuelo será necesaria la deflexión de flaps/alerones para conseguir $C_{M_{cg}} = 0$. En esta sección se obtienen las relaciones $C_{M_{cg}} = f(C_L)$ para diversas deflexiones de flaps (δ_e). Posteriormente se determinan las deflexiones requeridas para obtener $C_{M_{cg}} = 0$ en dos condiciones de vuelo en planeo.

Según [1] el Horten IV dispone de tres superficies de control, representadas en su figura 6. De izquierda a derecha son alerones, *dive brakes* y *drag rudders*. Se considera que para el control pueden utilizarse alerones y *dive brakes*. Por consiguiente, los flaps se sitúan entre 3.75 m y 7.75 m, i.e., 0.375 y 0.775 adimensionalizando con la envergadura. La relación cuerda flap – cuerda ala se calcula usando las cuerdas medias aerodinámicas de ambos. Usando el método geométrico seguido en III, para el flap $\bar{c} = 0.2522$ m, con la que se obtiene una relación de 0.2314. El factor de eficiencia del flap es el correspondiente a flap plano, i.e., $\eta = 0.8$.

Para obtener $C_{M_{cg}} = f(C_L)$ se simula el ala volante con deflexiones de flaps entre -20° y 20° en incrementos de 5° , para ángulos de ataque de -2° , 4° y 10° . Aplicando el procedimiento seguido en V, se calcula $C_{M_{cg}}$ para tres C_L . Por último se calcula la regresión lineal de los puntos.

Las condiciones impuestas en el vuelo de planeo son máximo alcance y velocidad de descenso mínima. Para máximo alcance se requiere eficiencia aerodinámica máxima [6]. Con la curva polar (17),

$$C_{L_{\max \text{ range}}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}} = 0.5132 \quad (18)$$

Para mínima velocidad de descenso, i.e., máxima autonomía

$$C_{L_{\min \text{ speed}}} = \sqrt{\frac{3C_{D0}}{k}} = 0.8888 \quad (19)$$

En la figura 11 se representa el coeficiente de momentos CG en función del coeficiente de sustentación para las deflexiones de flap analizadas, así como los C_L de las dos condiciones de vuelo de planeo estudiadas.

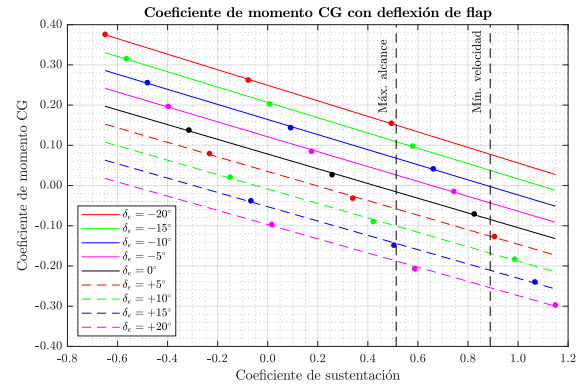


Figura 11. Coeficiente de momento CG ($C_{M_{cg}}$) en función del coeficiente de sustentación (C_L) para deflexiones de flap (δ_e) entre -20° y 20° y C_L para condición de máximo alcance y mínima velocidad de descenso.

Para un mismo C_L , a medida que crece δ_e , $C_{M_{cg}}$ disminuye. Esto se debe al aumento en la curvatura del perfil, que provoca un incremento en la sustentación y a su vez un incremento en el momento generado.

De la figura 11 se aprecia que para lograr $C_{M_{cg}} = 0$ en la condición de máximo alcance, es necesaria una deflexión de flap entre -5° y 0° . Por lo tanto de -2.5° . En la condición de mínima velocidad de descenso, la deflexión de flap necesaria es de -10° .

REFERENCIAS

- [1] Dezso Gyorgyfalvy. *Performance analysis of Horten IV Flying Wing*. Tech. rep. Organisation Scientifique et Technique Internationale du Vol a Voile, Apr. 1966.
- [2] Hepperle, Martin. *Aerodynamics of Model Aircraft: Airfoil Index*. 2018. URL: www.mh-aerotoools.de/airfoils/index.htm.
- [3] Hepperle, Martin. *Basic Design of Flying Wing Models*. 2018. URL: www.mh-aerotoools.de/airfoils/flying1.htm.
- [4] F. Hoerner, Sighard y V. Borst, Henry. *Fluid-dynamic lift*. 2nd ed. Liselotte A. Hoerner, 1985.
- [5] W. McCormick, Barnes. "Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics". In: 2nd ed. Vol. 1. John Wiley & Sons, Inc., 1994. Chap. 3, pp. 124, 125.
- [6] Franchini, Sebastián y López García, Oscar. *Introducción a la Ingeniería Aeroespacial*. 2nd ed. Ibergarceta Publicaciones, 2012. ISBN: 978-84-9281-290-5.

ANEXOS

CÓDIGO DE MATLAB

Para las simulaciones numéricas del Horten IV se ha desarrollado un código en MATLAB tomando como base un código desarrollado por el profesor. Las gráficas del documento también se han obtenido con MATLAB. Por motivos de extensión solamente se incluye parte del código de MATLAB. El código en su totalidad se puede consultar [aquí](#).

A. ELECCIÓN DEL PERFIL

```

1 %% 1. DATA
2 % Airfoil MH 60
3 mh60_6 = load('mh60_re6.mat').mh60_re6; % Re = 6e5
4 mh60_10 = load('mh60_re10.mat').mh60_re10; % Re = 1e6
5 % Airfoil MH 61
6 mh61_6 = load('mh61_re6.mat').mh61_re6; % Re = 6e5
7 mh61_10 = load('mh61_re10.mat').mh61_re10; % Re = 1e6
8 %% 2. MH 60 LIFT REGRESSION
9 poly_cl6 = polyfit(mh60_6(1,1:10), mh60_6(2,1:10), 1); % Re = 6e5
10 poly_cl10 = polyfit(mh60_10(1,1:11), mh60_10(2,1:11), 1); % Re = 1e6
11 alpha_l0_6 = roots(poly_cl6); % Zero lift angle for Re = 6e5
12 alpha_l0_10 = roots(poly_cl10); % Zero lift angle for Re = 1e6
13 %% 3. MH 60 POLAR REGRESSION
14 poly_p6 = polyfit(mh60_6(2,2:11).^2, mh60_6(3,2:11), 1); % Re = 6e5
15 poly_p10 = polyfit(mh60_10(2,3:11).^2, mh60_10(3,3:11), 1); % Re = 1e6
16 %% 4. MH 60 AND 61 AERODYNAMIC EFFICIENCY COMPARISON
17 eff_mh60_6 = mh60_6(2,:)./mh60_6(3,:); % Re = 6e5
18 eff_mh60_10 = mh60_10(2,:)./mh60_10(3,:); % Re = 1e6
19 eff_mh61_6 = mh61_6(2,:)./mh61_6(3,:); % Re = 6e5
20 eff_mh61_10 = mh61_10(2,:)./mh61_10(3,:); % Re = 1e6

```

B. AJUSTE DE LA FLECHA

```

1 %% COMPUTE STABILITY MARGIN
2 % Wing planform dimensional parameters
3 x_cg = 1.38; % CG location (behind root section LE) [m]
4 cr = 1.55; % Root chord [m]
5 b = 20; % Wing span [m]
6 % Function to compute the stability margin (%)
7 sm = computeStabilityMargin(TR, DE25, x_cg, cr, b, 0);

1 function sm = computeStabilityMargin(TR, DE25, x_cg, cr, b, plot_fig)
2 % Previous computations
3 ct = cr/TR; % Tip chord
4 DE25 = DE25*pi/180; % Conversion to radians
5 % Origins
6 O = [0, 0]; % c/4 of root chord
7 O_prime = [b/2, -b*tan(DE25)/2]; % c/4 of tip chord
8 % Semi-wing corners
9 A = O + [0, cr/4]; % Root section LE
10 C = O + [0, -3*cr/4]; % Root section TE
11 B = O_prime + [0, ct/4]; % Tip section LE
12 D = O_prime + [0, -3*ct/4]; % Tip section TE
13 % Centroid computation points
14 E = A + [0, ct]; % Root section LE + tip chord
15 G = C + [0, -ct]; % Root section TE - tip chord
16 F = B + [0, cr]; % Tip section LE + root chord
17 H = D + [0, -cr]; % Tip section TE - root chord
18 Z = A + [0, -x_cg]; % Gravity center location
19 % Lines equations
20 syms x;
21 AB = @(x) A(2) + x*(B(2)-A(2))/(B(1)-A(1)); % Wing's LE
22 CD = @(x) C(2) + x*(D(2)-C(2))/(D(1)-C(1)); % Wing's TE
23 EH = @(x) E(2) + x*(H(2)-E(2))/(H(1)-E(1)); % Line joining E and H
24 GF = @(x) G(2) + x*(F(2)-G(2))/(F(1)-G(1)); % Line joining G and F
25 OO = @(x) O(2) + x*(O_prime(2)-O(2))/(O_prime(1)-O(1)); % c/4 line
26 % Intersection between EH and GF
27 sol_x = vpasolve(E(2)+x*(H(2)-E(2))/(H(1)-E(1))-(G(2) + x*(F(2)-G(2))/(F(1)-G(1))), x);
28 sol_y = OO(sol_x);
29 % Mean aerodynamic chord
30 p1 = AB(sol_x);
31 p2 = CD(sol_x);
32 mac = p1-p2;
33 % Aerodynamic center coordinates
34 ACC = [0, sol_y];
35 % Stability margin
36 sm = 100*norm(ACC-Z)/mac;
37 % Plot
38 if plot_fig == 1 % Plot the geometrical method ...

```

C. ANÁLISIS DE CONVERGENCIA

```

1 %% 1. INPUT DATA
2 % Wing planform adimensional parameters (assumes planar wing)
3 AR = 21.3; % aspect ratio
4 TR = 1/5.55; % taper ratio
5 DE25 = 16.50; % sweep angle at c/4 (deg)
6 ETIP = -7.1; % tip twist (deg, negative for washout)
7 % Sections data (uses linear interpolation between root and tip)
8 A0p = [alpha_l0_l0 alpha_l0_6]; % root and tip section zero-lift angles (deg)
9 CM0p = [0.0140 0.0140]; % root and tip section free moments (deg)
10 CDP = [poly_p10(2) poly_p10(1); % root section CD0 & k (parabolic polar)
11         poly_p6(2) poly_p6(1)]; % tip section CD0 & k
12 % Flap/aileron (symmetrical deflection)
13 YF_pos = [0.0 0.0]; % 2y/b initial and final position of the flap/aileron in the half-wing
14 CF_ratio = 0.0; % flap_chord/chord ratio
15 DE_flap = 0.0; % flap deflection (deg, positive:down)
16 FlapCorr = 0.0; % flap effectiveness (<=1)
17 % Simulation data (by the time being only longitudinal analysis)
18 N = 1:1:200; % number of panels along the span
19 ALPHA = [0 5]; % angles of attack for analysis (deg) 0
20 %% 2. CONVERGENCE ANALYSIS
21 % 2.1 Solution matrices
22 CL_0 = zeros(1, length(N)); % Lift coefficient at 0 deg
23 CM_LE_0 = zeros(1, length(N)); % LE moment coefficient at 0 deg
24 CL_5 = zeros(1, length(N)); % Lift coefficient at 5 deg
25 CM_LE_5 = zeros(1, length(N)); % LE moment coefficient at 5 deg
26 % 2.2 Compute for every N
27 for i = 1:length(N)
28     % Lifting Line Solution
29     [c4nodes, c75nodes, chord, s_pan, h, Cm0_y, normals, mac, S] = ...
30         geo(AR, TR, N(i), DE25, ETIP, A0p, CM0p, CDP, YF_pos, CF_ratio, ...
31             DE_flap, FlapCorr);
32     [inv_A, wake_len] = infcoeff(N(i), c4nodes, c75nodes, normals, h);
33     [GAMMA, Ui, ncases] = getcirc(N(i), ALPHA, inv_A, normals);
34     [cl_local, force_coeff] = KuttaJoukowsky(N(i), c4nodes, h, GAMMA, Ui, s_pan,...
35         Cm0_y, chord, CDP, ncases, wake_len, S, mac, ALPHA);
36     % Save computations
37     CL_0(i) = force_coeff(7,1);
38     CL_5(i) = force_coeff(7,2);
39     CM_LE_0(i) = force_coeff(5,1);
40     CM_LE_5(i) = force_coeff(5,2);
41 end
42 % 2.3 Plot

```

D. AJUSTE DE LA TORSIÓN GEOMÉTRICA

```

1 %% ETIP COMPUTATION
2 N = 100; % number of panels along the span
3 % 1 Constants
4 g0 = 9.80665; % Gravity acceleration at SL [m/s^2]
5 rho = 1.225; % Air density at SL [kg/m^3]
6 V = 100/3.6; % Flight speed [m/s]
7 % 2 Flying wing properties
8 WS = 20; % Wing load [kg/m^2]
9 CL_design = g0*WS/(0.5*rho*V^2); % Design CL [1]
10 % 3 Solution vectors
11 CM_cg = zeros(1, length(ETIP)); % Moment coef. around CG [1]
12 alpha_d = zeros(1, length(ETIP)); % Angle of attack in design cond [deg]
13 % 4 Compute CG Moment coefficient and alpha design for several ETIP
14 for i = 1:length(ETIP)
15     % Angles of attack for analysis
16     ALPHA = -2:1:10;
17     % Lifting line solution
18     [c4nodes, c75nodes, chord, s_pan, h, Cm0_y, normals, mac, S] = ...
19         geo(AR, TR, N, DE25, ETIP(i), A0p, CM0p, CDP, YF_pos, CF_ratio, ...
20             DE_flap, FlapCorr);
21     [inv_A, wake_len] = infcoeff(N, c4nodes, c75nodes, normals, h);
22     [GAMMA, Ui, ncases] = getcirc(N, ALPHA, inv_A, normals);
23     [cl_local, force_coeff] = KuttaJoukowsky(N, c4nodes, h, GAMMA, Ui, s_pan,...
24         Cm0_y, chord, CDP, ncases, wake_len, S, mac, ALPHA);
25     % Linear regression of CL and CM curves
26     poly_CL = polyfit(ALPHA, force_coeff(7,:), 1);
27     poly_CM = polyfit(force_coeff(7,:), force_coeff(5,:), 1);
28     % Compute CM_LE and alpha in design condition
29     CM_LE_design = polyval(poly_CM, CL_design);
30     alpha_d(i) = (CL_design - poly_CL(2))/poly_CL(1);
31     % CG Moment coefficient at design condition
32     x_ac = -mac*b*poly_CM(1); % Wing aerodynamic center [adim]
33     x_cp = -mac*b*CM_LE_design/CL_design; % Wing center of pressure [adim]
34     CM0 = CL_design*(x_ac - x_cp)/(mac*b); % Wing free moment [adim]
35     CM_cg(i) = CM0 - CL_design*(x_ac - x_cg)/(mac*b); % CG moment [adim]

```

```

36 end
37 % 5 Compute ETIP to trim the wing
38 i = 1; found = 0;
39 ETIP_trim = 0; CM_cg_trim = 0; alpha_trim = 0;
40 while (i < length(ETIP)-1) && (found == 0)
41     if CM_cg(i)*CM_cg(i+1) < 0 % CM_cg = 0 for some ETIP between i and i+1
42         x = CM_cg(i+1)/(CM_cg(i+1)-CM_cg(i));
43         ETIP_trim = x*ETIP(i) + (1-x)*ETIP(i+1);
44         CM_cg_trim = x*CM_cg(i) + (1-x)*CM_cg(i+1);
45         alpha_trim = x*alpha_d(i) + (1-x)*alpha_d(i+1);
46         found = 1;
47     end
48     i = i + 1;
49 end

```

E. DETERMINACIÓN DE LAS DISTRIBUCIONES DE SUSTENTACIÓN BÁSICA Y ADICIONAL

```

1 %% COMPUTATION OF CL AND CL DISTRIBUTION FOR TWO ANGLES OF ATTACK
2 % 1. Angles of attack for analysis
3 ALPHA = [0 10];
4 % 2. Lifting line solution
5 [c4nodes, c75nodes, chord, s_pan, h, Cm0_y, normals, mac, S] = ...
6     geo(AR, TR, N, DE25, ETIP, A0p, CM0p, CDP, YF_pos, CF_ratio, ...
7         DE_flap, FlapCorr);
8 [inv_A, wake_len] = infcoeff(N, c4nodes, c75nodes, normals, h);
9 [GAMMA, Ui, ncases] = getcirc(N, ALPHA, inv_A, normals);
10 [cl_local, force_coeff] = KuttaJoukowsky(N, c4nodes, h, GAMMA, Ui, s_pan,...
11     Cm0_y, chord, CDP, ncases, wake_len, S, mac, ALPHA);
12 % 2. Computation of lift coefficient distributions
13 Cla = (cl_local(:,1) - cl_local(:,2))/(force_coeff(7,1) - force_coeff(7,2));
14 Clb = (cl_local(:,2)*force_coeff(7,1) - cl_local(:,1)*force_coeff(7,2))/(force_coeff(7,1) - ...
15     ↪ force_coeff(7,2));
16 % 3. Plot

```

F. PROPIEDADES DE PÉRDIDA

```

1 %% COMPUTATION OF WING'S CL_MAX
2 % 1. Section and wing properties, some obtained from LL solution in the
3 % computation of Cl distributions
4 rt_chord = [max(chord) min(chord)]; % Root and tip chords for discretization
5 Cl_max = [1.1481 1.0932]; % Root and tip sections max Cl
6 % 2. Linear interpolation
7 x = (chord-rt_chord(2))/(rt_chord(1)-rt_chord(2)); % Interpolation variable
8 Cl_max_panel = x*Cl_max(1) + (1-x)*Cl_max(2); % Cl_max for each panel
9 % 3. Constants and properties
10 g0 = 9.80665; % Gravity acceleration at SL [m/s^2]
11 rho = 1.225; % Air density at SL [kg/m^3]
12 WS = 20; % Wing load [kg/m^2]
13 W = WS*S*b^2*g0; % Airplane weight [kg]
14 % 4. Computation of stall CL for each wing section
15 CL_ys = (Cl_max_panel - Clb)./Cla;
16 % 5. Computation of stall CL, stall angle of attack and stall speed
17 CL_stall = min(CL_ys); % Stall CL [1]
18 alpha_stall = (CL_stall - poly_CL(2))/poly_CL(1); % Stall angle of attack [deg]
19 V_stall = sqrt(2*W/(rho*S*b^2*CL_stall)); % Stall speed [m/s]
20 % 6. Search the first panel in stall
21 i_stall = 0; found = 0;
22 while (i_stall < N) && (found == 0)
23     i_stall = i_stall + 1;
24     if CL_ys(i_stall) == CL_stall
25         found = 1;
26     end
27 end

```

G. RESISTENCIA AERODINÁMICA DEL ALA

```

1 %% 2. COMPUTATION OF AERODYNAMIC COEFFICIENTS FOR SEVERAL ANGLES OF ATTACK
2 N = 200; % number of panels along the span
3 % 2.1 Angles of attack for analysis
4 ALPHA = -2:1:12;
5 % 2.2 Lifting line solution
6 [c4nodes, c75nodes, chord, s_pan, h, Cm0_y, normals, mac, S] = ...
7     geo(AR, TR, N, DE25, ETIP, A0p, CM0p, CDP, YF_pos, CF_ratio, ...
8         DE_flap, FlapCorr);
9 [inv_A, wake_len] = infcoeff(N, c4nodes, c75nodes, normals, h);
10 [GAMMA, Ui, ncases] = getcirc(N, ALPHA, inv_A, normals);
11 [cl_local, force_coeff] = KuttaJoukowsky(N, c4nodes, h, GAMMA, Ui, s_pan,...
12     Cm0_y, chord, CDP, ncases, wake_len, S, mac, ALPHA);

```



```

13 %% 3 CURVES REGRESSION
14 % 3.1 Data
15 CL = force_coeff(7,:);
16 CD = force_coeff(11,:);
17 % 3.2 Regressions
18 poly_CL = polyfit(ALPHA, CL, 1); % CL vs alpha regression
19 alpha_L0 = roots(poly_CL); % Zero-lift angle
20 poly_CD = polyfit(CL, CD, 2); % CD vs CL regression

```

H. ANÁLISIS DE CONTROL CON DEFLEXIÓN DE FLAPS

```

1 %% 1. INPUT DATA
2 % 1.1 Airfoil data
3 mh60_re6 = load('data/mh60_re6.mat').mh60_re6;
4 mh60_re10 = load('data/mh60_re10.mat').mh60_re10;
5 % 1.2 Lift coef. vs. alpha curve regression
6 poly_cl6 = polyfit(mh60_re6(1,1:10), mh60_re6(2,1:10), 1);
7 poly_cl10 = polyfit(mh60_re10(1,1:11), mh60_re10(2,1:11), 1);
8 alpha_l0_6 = roots(poly_cl6);
9 alpha_l0_10 = roots(poly_cl10);
10 % 1.3 Drag coef. vs Lift coef curve regression
11 poly_p6 = polyfit(mh60_re6(2,2:11).^2, mh60_re6(3,2:11), 1);
12 poly_p10 = polyfit(mh60_re10(2,3:11).^2, mh60_re10(3,3:11), 1);
13 % 1.4 Wing planform adimensional parameters (assumes planar wing)
14 AR = 21.3; % aspect ratio
15 TR = 1/5.55; % taper ratio
16 DE25 = 16.50; % sweep angle at c/4 (deg)
17 ETIP = -4.3677; % tip twist (deg, negative for washout)
18 % 1.5 Sections data (uses linear interpolation between root and tip)
19 A0p = [alpha_l0_10 alpha_l0_6]; % root and tip section zero-lift angles (deg)
20 CM0p = [0.0140 0.0140]; % root and tip section free moments (deg)
21 CDP = [poly_p10(2) poly_p10(1); % root section CD0 & k (parabolic polar)
22        poly_p6(2) poly_p6(1)]; % tip section CD0 & k
23 % 1.6 Flap/aileron (symmetrical deflection)
24 YF_pos = 2*[3.75 7.75]/b; % 2y/b initial and final position of the flap/aileron in the half-wing
25 CF_ratio = 0.2522/1.090; % flap_chord/chord ratio
26 DE_flap = -20:5:20; % flap deflection (deg, positive:down)
27 FlapCorr = 0.8; % flap effectiveness (<=1)
28
29 %% 2. COMPUTATION OF CM_CG FOR SEVERAL FLAP DEFLECTIONS
30 N = 200; % number of panels along the span
31 % 2.1 Angles of attack for analysis
32 ALPHA = [-2 4 10];
33 legend_str = cell(length(DE_flap), 1); % Legend for plot
34 % 2.2 Solution vectors
35 CL = zeros(length(DE_flap), length(ALPHA));
36 poly_CM = zeros(length(DE_flap), 2);
37 CM_cg = zeros(length(DE_flap), length(ALPHA));
38 poly_CM_cg = zeros(length(DE_flap), 2);
39 % 2.3 Solve for each flap deflection angle
40 for i = 1:length(DE_flap)
41     % Lifting line solution
42     [c4nodes, c75nodes, chord, s_pan, h, Cm0_y, normals, mac, S] = ...
43         geo(AR, TR, N, DE25, ETIP, A0p, CM0p, CDP, YF_pos, CF_ratio, ...
44             DE_flap(i), FlapCorr);
45     [inv_A, wake_len] = infcoeff(N, c4nodes, c75nodes, normals, h);
46     [GAMMA, Ui, ncases] = getcirc(N, ALPHA, inv_A, normals);
47     [cl_local, force_coeff] = KuttaJoukowski(N, c4nodes, h, GAMMA, Ui, s_pan, ...
48         Cm0_y, chord, CDP, ncases, wake_len, S, mac, ALPHA);
49     % Compute CM_cg
50     CM_LE = force_coeff(5,:); % Moment coefficient respecto to LE
51     CL(i,:) = force_coeff(7,:); % Lift coefficient
52     poly_CM(i,:) = polyfit(CL(i,:), CM_LE, 1); % CM_LE vs CL regression
53     x_ac = -mac*b*poly_CM(i,1); % Aerodynamic center position
54     x_cp = -mac*b*CM_LE./CL(i,:); % Pressure center position
55     CM0 = CL(i,:).*(x_ac-x_cp)/(mac*b); % Free moment coefficient
56     CM_cg(i,:) = CM0 - CL(i,:)*(x_ac-x_cp)/(mac*b); % CG moment coefficient
57     poly_CM_cg(i,:) = polyfit(CL(i,:), CM_cg(i,:), 1); % CM_cg vs CL regression
58     % Fill legend
59     if DE_flap(i) > 0
60         legend_str(i) = {sprintf("\$\\Delta_e = +%d ^\\circ$", DE_flap(i))};
61     else
62         legend_str(i) = {sprintf("\$\\Delta_e = %d ^\\circ$", DE_flap(i))};
63     end
64 end
65 % 2.3 Load CD data and compute CL for max range and min speed conditions
66 poly_CD = load("data/poly_CD.mat").poly_CD_plot;
67 CL_max_range = sqrt(poly_CD(3)/poly_CD(1));
68 CL_min_speed = sqrt(3)*CL_max_range;

```