

Laboratorio de resistencia de materiales

Práctica 2, extensometría académica

José Ramón Martínez Oscar Fruitos

Departamento de resistencia de materiales y elasticidad
Universitat Politècnica de Catalunya
UPC

14 de marzo de 2022

Que és la extensometría?

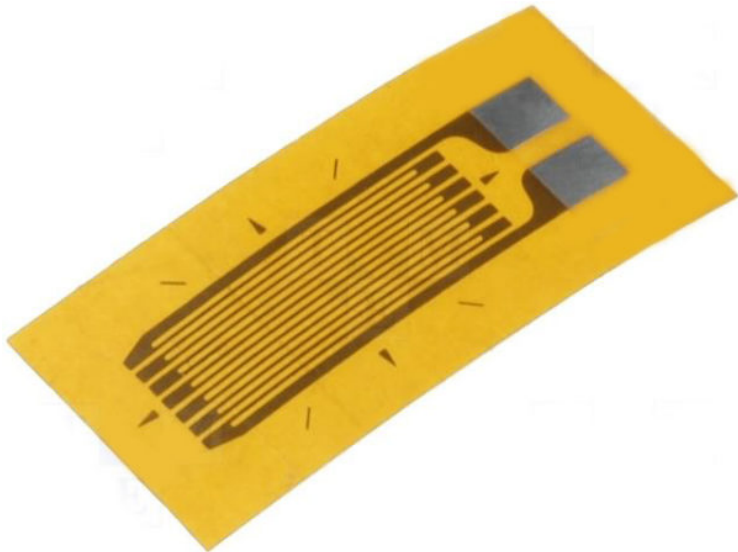
- La extensometría es un método muy preciso
- Se utiliza para medir deformaciones
- La extensometría eléctrica es una técnica muy extendida
- Es una técnica experimental
- Permite conocer los el estado tensional a partir de los desplazamientos

- Existen diferentes extensómetros eléctricos
- La deformación del material puede producir variaciones de resistencia óhmica, inducción magnética o capacidad eléctrica
- Pueden ser medidas por medio de un circuito eléctrico adecuado
- Los extensómetros basados en la variación de resistencia óhmica son los más extendidos y se conocen como *galgas extensiométricas*

Galgas extensiométricas

- Introducidas por Runge y Simmons a finales de los años 30 en EEUU
- Se fundamentan en un hilo conductor muy fino colocado sobre un aislante formando una rejilla en la que la mayor parte de su longitud está orientada en una dirección
- Los extremos gruesos sirven para conectar la galga con el exterior
- La base aislante se encola en la superficie del cuerpo donde se desea realizar la medición en la dirección en la que se quiere conocer
- La deformación se transmite de la pieza al hilo conductor de la galga
- Se admite que la deformación del hilo de la galga es la misma que experimenta la superficie donde está ubicada
- La cola trabaja con un esfuerzo cortante, siendo importante que resista este tipo de esfuerzos
- La capa de cola debe ser la más delgada posible a fin que la deformación de la galga sea fideligna

Galga extensiométrica



Galga extensiométrica. Fundamento teórico

- Su funcionamiento se basa en la variación de resistencia eléctrica
- La resistencia eléctrica R de un alambre metálico de resistividad ρ , longitud l y sección S se define como:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

- Si aplican logaritmos y se diferencia se obtiene:

$$\ln R = \ln \rho + \ln l - \ln S \longrightarrow \frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S}$$

- Como $\frac{dl}{l}$ ya es la deformación ε , será necesario obtener el resto de términos en función de la variación de la longitud l

Galga extensiométrica. $\frac{dS}{S}$

- La superficie del conductor se define a través de su diámetro (ϕ):

$$S = \frac{1}{4}\pi\phi^2$$

- Si se diferencia y se sustituye en la variación unitaria de superficie se obtiene:

$$\frac{dS}{S} = \frac{\frac{1}{2}\pi\phi d\phi}{\frac{1}{4}\pi\phi^2} = 2\frac{d\phi}{\phi}$$

- La variación del diámetro se puede relacionar con la elongación a través de coeficiente de Poison

$$\varepsilon_{\phi} = -\nu\varepsilon_l \longrightarrow \frac{d\phi}{\phi} = -\nu\frac{dl}{l}$$

- Por tanto la relación quedaría como

$$\frac{dS}{S} = -2\nu\frac{dl}{l}$$

Galga extensiométrica. $\frac{d\rho}{\rho}$

- La ley de Bridgman establece una relación proporcional entre la variación de la resistividad ρ y la variación relativa del volumen del hilo conductor V a través de una constante de proporcionalidad denominada *constante de Bridgman*

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

- Como el volumen del conductor es $V = lS$ y diferenciando el volumen se obtiene $dV = l dS + S dl$, operando:

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V} = C \frac{l dS + S dl}{lS} = C \frac{l dS}{lS} + C \frac{S dl}{lS} = C \frac{dS}{S} + C \frac{dl}{l}$$

- Como se ha obtenido en la diapositiva anterior que $\frac{dS}{S} = -2\nu \frac{dl}{l}$, substituyendo y arreglando se obtiene:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -2C\nu \frac{dl}{l} + C \frac{dl}{l} = C(1 - \nu) \frac{dl}{l}$$

Galga extensiométrica. Relación final

- Con la ecuación original

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S}$$

- se sustituyen las relaciones obtenidas para $\frac{dS}{S}$ y $\frac{d\rho}{\rho}$:

$$\frac{dR}{R} = C(1 - \nu)\frac{dl}{l} + \frac{dl}{l} - \left(-2\nu\frac{dl}{l}\right) = [C(1 - \nu) + (1 + 2\nu)]\frac{dl}{l}$$

- Si se agrupan las constante y se pasa de diferenciales a incrementos, se obtiene

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = K\frac{\Delta l}{l} = K\varepsilon} \quad (1)$$

- La expresión 1 proporciona la variación de la resistencia eléctrica en la galga en términos de la variación de la longitud del hilo o la deformación ε en la dirección del hilo a través de la constante de galga K

Galga extensiométrica. Constante K y comentarios

- La constante K es la constante de proporcionalidad entre la variación relativa de la resistencia de la galga y la deformación unitaria
- Normalmente se denomina como *factor de sensibilidad*
- La constante varía en función de la geometría del hilo conductor y las propiedades del material
- Como varía para cada modelo de galga, es un dato proporcionado por el fabricante
- Solo es constante para algunos materiales y en determinadas condiciones
- Usualmente se escogen metales que poseen un factor de sensibilidad prácticamente constante en las condiciones de trabajo
- El valor de K acostumbra a oscilar entre 2 y 4
- La resistencia estándar para las galgas son 60Ω , 120Ω o 350Ω aunque la más frecuente es la de 120Ω
- Como se puede ver en la expresión 1 son variaciones relativas de resistencia y de longitud, esto implica que el tamaño de la galga no afecta a las mediciones

Galga extensiométrica. Deformación transversal

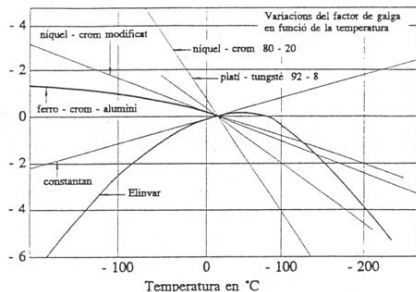
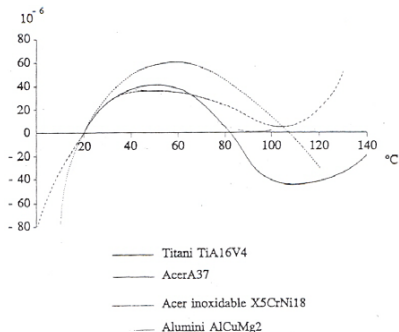
- La mayoría del hilo esta orientada en la dirección de la deformación que se desea medir
- El incremento de resistencia se debe principalmente a la deformación en esa dirección
- La deformación transversal a la galga también provoca un incremento de resistencia, dando lugar a la llamada *sensibilidad transversal*
- Si una galga está sometida a una deformación ε en la dirección de medición y ε_t en la transversal, la variación de resistencia será:

$$\frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon + K_t\varepsilon_t$$

- En realidad, K_t es muy pequeña frente a K sobretodo si se observa que la longitud del hilo en dirección ε es mucho mayor que la transversal
- Frecuentemente su influencia es despreciables, teniéndose en cuenta solo para grados de precisión elevados

Galga extensiométrica. Efecto de la temperatura

- La temperatura afecta al valor de la constante K
- Para temperatura usuales solo se tiene en cuenta en alta precisión
- Las gráficas muestran esta variación en función de la temperatura

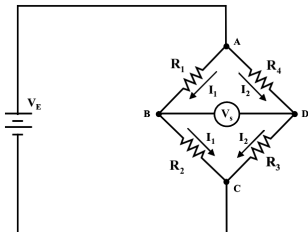


Deformación aparente vs temperatura

Variación de K en % vs temperatura

El puente de Wheatstone

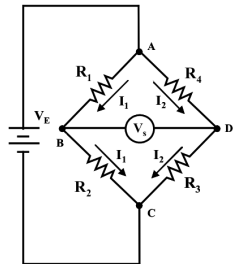
- Las galgas extensiométricas transforman el problema de medir deformaciones a un problema cuyo objetivo es medir variaciones de resistencia (ΔR)
- Los instrumentos para medir variaciones de resistencia eléctrica están basado en el puente de Wheatstone
- Descubierto por el físico inglés Charles Wheatstone el año 1843
- En particular se trata de medir el desequilibrio provocado sobre un puente de Wheatstone equilibrado



Esquema puente Wheatstone

Wheatstone. Utilización con galgas

- Las resistencias del puente son sustituidas por galgas extensiométricas
- Cuando se sustituyen 1 o 2 resistencias del puente por galgas se dice que se tiene un montaje de $\frac{1}{4}$ y de $\frac{1}{2}$ puente respectivamente
- Cuando se sustituyen los cuatro ramales del puente por galgas se dice que se tiene un montaje de puente completo
- El punto de partida es un puente de Wheatstone equilibrado, siendo por tanto V_S nula.
- Cuando alguna resistencia del puente equilibrado del puente varía, aparece una diferencia de tensión entre los nodos B y D
- La medición de la diferencia de tensión V_S es la que permite conocer la variación de resistencia



Wheastone. Desarrollo matemático

- La corriente que circula por los nodos B y D del puente equilibrado se puede determinar como

$$I_1 = \frac{1}{R_1 + R_2} V_E$$

$$I_2 = \frac{1}{R_3 + R_4} V_E$$

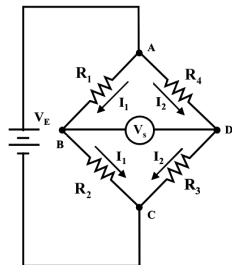
- El potencial de los nodos B y D se determina como

$$V_{AB} = I_1 R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_E$$

$$V_{AD} = I_2 R_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_E$$

- Por tanto V_S será:

$$V_S = V_{AB} - V_{AD} = V_E \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$



Wheastone. Desarrollo matemático (cont)

- Para pequeñas variaciones de ΔR_1 , ΔR_2 , ΔR_3 y ΔR_4

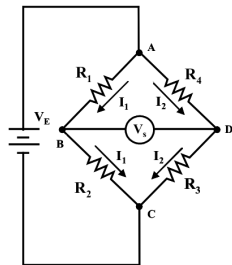
$$\Delta V_S = V_E \left(\frac{\Delta R_1(R_1 + R_2) - R_1(\Delta R_1 + \Delta R_2)}{(R_1 + R_2)^2} - \frac{\Delta R_4(R_3 + R_4) - R_4(\Delta R_3 + \Delta R_4)}{(R_3 + R_4)^2} \right)$$

- Si se da el caso $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$

$$\Delta V_S = \frac{V_E}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

- Relacionando con las deformaciones

$$\Delta V_S = \frac{KV_E}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (2)$$



$$\Delta V_S = \frac{KV_E}{4}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4)$$

- K es el factor de galga y ε_i es la deformación unitaria en el ramal i
- En los ramales 1 y 3 se producen incrementos de voltaje positivos
- En los ramales 2 y 4 se producen incrementos de voltaje negativos
- El hecho de que los incrementos de voltaje tengan diferentes signos en función del ramal resulta muy práctica en extensometría
- Es destacable la linealidad de la expresión 2, relacionando ΔV_S con las deformaciones longitudinales
- Esta linealidad es únicamente válida para pequeñas deformaciones y variaciones de resistencia óhmica por las sucesivas simplificaciones y aproximaciones

Equipos de medición

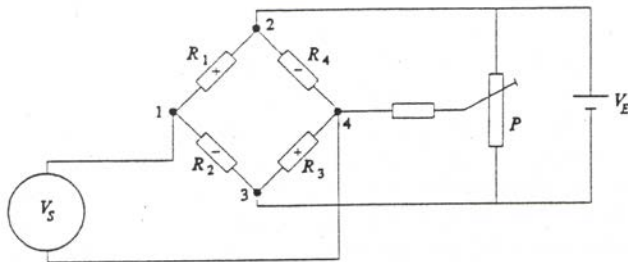
- La señal de salida del puente es muy pequeña, del orden de milivoltios
- La intensidad de corriente que se puede extraer del puente ha de ser prácticamente nula con tal de no falsear las mediciones
- Se hace necesario amplificar la señal, aumentando la potencia para poderla leer y/o amplificar
- Existe un tipo especial de amplificador que normalmente incluye en la misma caja el sistema de alimentación del puente, los sistemas de equilibrado y calibrado.
- Dentro de estos amplificadores, existen dos tipos principales, el de *desviación* y el de *compensación*
- Estos aparatos se los suele denominar *puentes de extensometría*

Alimentación del puente

- La tensión de alimentación del puente V_E ha de ser rigurosamente estable en el tiempo
- Si V_E varía, se modifica la constante de proporcionalidad que relaciona tensiones con volgaja de salida (V_S), falseando la medida
- Para evitar lo anterior, los puentes de extensometría incluyen un estabilizador de tensión que puede suministrar varios valores de V_E para adecuarse al montaje
- Hay que tener en cuenta que cuanto mayor sea V_E mayor será V_S a igualdad de deformación
- Cada galga y material de encolado poseen una capacidad limitada de disipar potencia en forma de calor. Se pueden llegar a quemar
- Los valores más usuales de V_E se encuentran entre 1 y 5 voltios en función de las propiedades de la galga
- El valor crítico de V_E es la disipación de potencia por unidad de superficie de galga para un determinado material y ambiente
- V_E debe estar libre de parásitos y ruido eléctrico

Sistema de equilibrado

- Resulta práctico iniciar las medidas con una lectura cero
- Para ello, las cuatro galgas deberían tener exactamente el mismo valor
- Los procesos de fabricación impiden que todas las galgas sean rigurosamente iguales, provocando un desequilibrio en el puente
- Para salvar estos inconvenientes e iniciar las medidas desde cero, se monta un sistema de equilibrado mediante potenciómetro



Esquema equilibrado del puente

Calibración del puente

- Un sistema del que disponen los puentes de extensometría es el de calibración. Este sirve para caracterizar el puente
- Un sistema muy empleado, consiste en paralelo a una de las resistencias del puente una R_c de valor conocido para provocar un ΔR

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_c} \longrightarrow \Delta R = R_e - R_g \longrightarrow \boxed{\Delta R = \frac{R_g R_c}{R_g + R_c} - R_g}$$

- Emulando la deformación a través de la ecuación 2:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{K} \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{K} \frac{\frac{R_g R_c}{R_g + R_c} - R_g}{R} = -\frac{1}{K} \frac{R_g}{R_g + R_c}$$

- Conociendo el valor de ΔV , calculando ε_c , habiendo puesto el equipo a cero y sabiendo que el comportamiento esperado es lineal, se tiene la recta que relaciona ΔV con $\Delta \varepsilon$

Sistema de lectura y registro

- A la salida del amplificador se pueden conectar diferentes tipos de instrumentos para la visualización del valor de la deformación
- Un condicionante para escoger el un sistema de lectura depende de si el fenómeno es estático o cuasi-estático si el valor de salida no varía o lo hace muy lentamente
- En caso de ser dinámico el valor de salida varía rápidamente en el tiempo
- En el caso de las mediciones estáticas o cuasi-estáticas se pueden hacer lecturas con instrumentos de aguja o digitales
- En el caso de las lecturas dinámicas se deben emplear aparatos distintos en función de la frecuencia del fenómeno
- A bajas frecuencias un registrador de papel puede ser suficiente
- Si la frecuencia es alta hará falta un osciloscopio o capturar los datos a un soporte informático

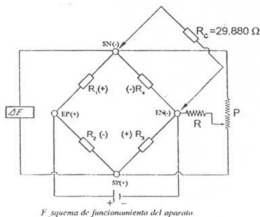
Efecto del cable en la medición

- El cable que se utiliza para conectar las galgas con el equipo tiene resistencia eléctrica, por tanto afecta a la medición
- Si se recuerda, hay ramales que incrementan el voltaje de salida medidos y otros que los disminuyen
- Considerando que todos los cables de conexión son iguales (material, longitud y sección), se pueden utilizar en diferentes ramales para evitar su efecto (R_{cable})

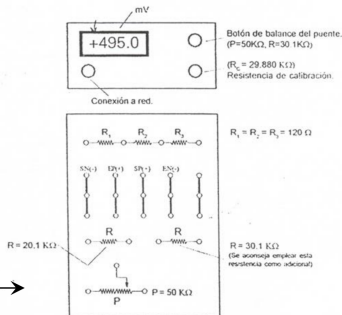
$$\Delta V_S = \frac{V_E}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3 + R_{cable}}{R_3} - \frac{\Delta R_4 + R_{cable}}{R_4} \right)$$

- Como se ha definido $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$, los valores de $\frac{R_{cable}}{\Delta R_3}$ y $\frac{R_{cable}}{\Delta R_4}$ se compensan el uno al otro
- Por tanto, hay que desplazar el punto de unión de los ramales y el voltímetro lo más cerca de la galga posible (ver conexión a 3 hilos)

Equipo del laboratorio



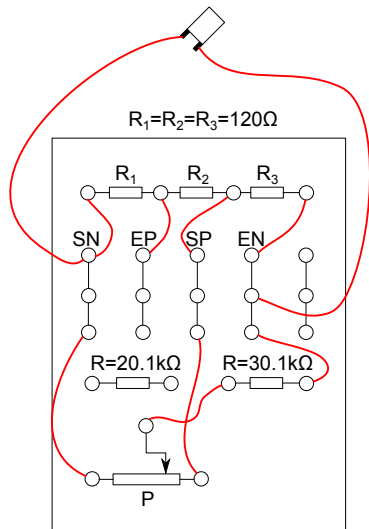
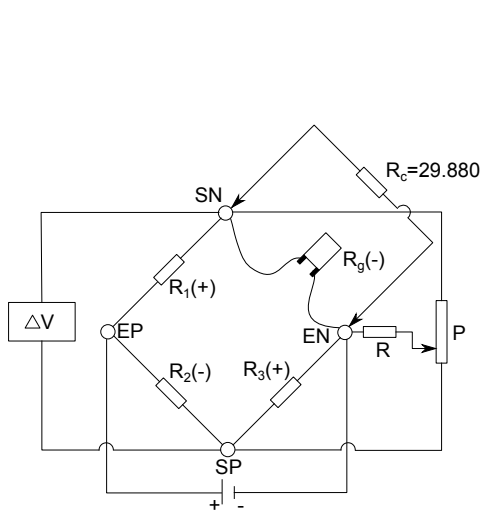
INSTRUMENTO



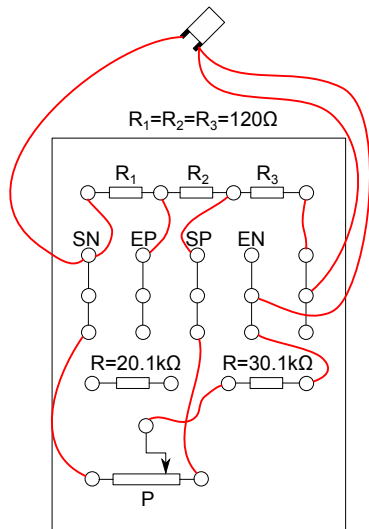
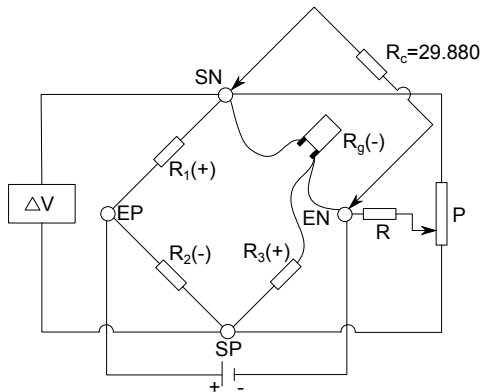
Esquema de conexión interna del puente de extensometría

- La nomenclatura del esquema corresponde con la del equipo
- El voltímetro está conectado en los nodos indicados
- La conexiones de calibración están realizadas internamente entre los nodos indicados y se conecta con el botón frontal (RC)
- El dial frontal es para mover el potenciómetro

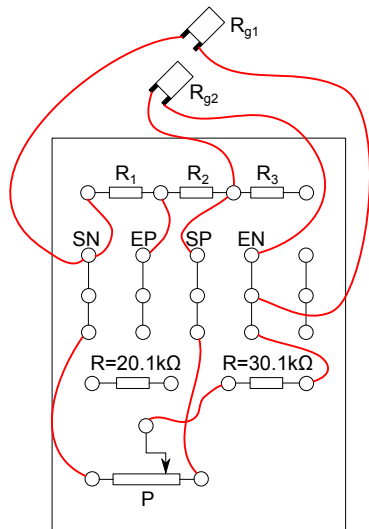
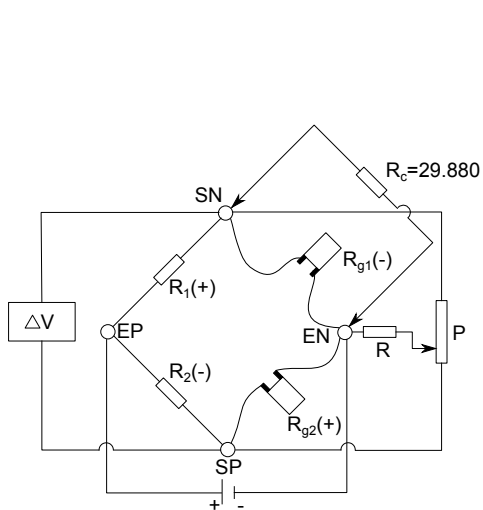
Conexión $\frac{1}{4}$ de puente a 2 hilos



Conexión $\frac{1}{2}$ de puente a 3 hilos



Conexión $\frac{1}{2}$ de puente a 2 hilos



Trabajo a realizar el laboratorio

- Deformación longitudinal a $1/4$ de puente
 - Montar equipo para medir deformación longitudinal a $1/4$ de puente
 - Equilibrar el puente y tomar el valor del voltaje de calibración V_c
 - Tomar los datos de voltaje para 1, 2 y 3 kg
- Deformación transversal a $1/4$ de puente
 - Montar equipo para medir deformación longitudinal a $1/4$ de puente
 - Equilibrar el puente y tomar el valor del voltaje de calibración V_c
 - Tomar los datos de voltaje para 1, 2 y 3 kg
- Deformación longitudinal a $1/2$ de puente
 - Montar equipo para medir deformación longitudinal a $1/2$ de puente
 - Recordar en conectar galga superior e inferior
 - Una galga trabajar a compresión ($\Delta R < 0$) y la otra a tracción ($\Delta R > 0$)
 - Se suma el resultado de las galgas al estar una en un ramal que incrementa el V_S y la otra en una que lo decrementa
 - Equilibrar el puente y tomar el valor del voltaje de calibración V_c
 - Tomar los datos de voltaje para 1, 2 y 3 kg
- Tomar medidas geométricas de probeta

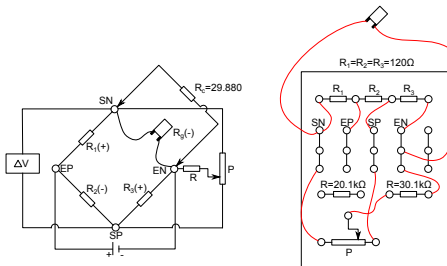
Trabajo a realizar en casa con los datos del laboratorio

- Para todos los casos, obtener la ecuación de la recta voltaje deformación (utilizar los resultados obtenidos con la resistencia de calibración)
- Promediar los valores obtenidos para disminuir los errores de medida (por tanto se trabajará como si el peso fuera $[1 + 2 + 3] = 2\text{kg}$)
- Seguir el guion de prácticas para realizar el informe

Atención!!!!

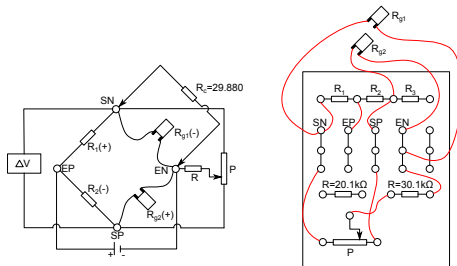
- El apartado dos se realizará con 1, 2 y 3 kg
- No se debe realizar el apartado 5

Resumen y datos para realizar la práctica



1/4 puente 2 hilos

- $R_g = R_1 = R_2 = R_3 = 120\Omega$
- $R_c = 29\,880\Omega$
- $K = 2,1$



1/2 puente 2 hilos

- $V_S = \frac{KV_E}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4)$
- $\varepsilon_c = -\frac{1}{K} \frac{R_g}{R_g + R_c}$