ЛАБОЛАТОРНАЯ РАБОТА ПО КУРСУ «КВАНТОВЫЙ КОМПЬЮТЕР»
Элементарные квантовые алгоритмы

Плотников Антон, А4101

Санкт-Петербург, 2017

1. Цель работы

Изучение основных однокубитовых квантовых логических алгоритмов.

2. Задачи

1. Изучение работы квантовых логических алгоритмов X, Z и H.
2. Прогнозирование результатов виртуального эксперимента и сравнение результатов теоретических и экспериментальных расчетов.
3. Распознавание неизвестного однокубитового квантового логического алгоритма.

3. Методика проведения исследования

1. Подаем кубит на вход известного логического элемента и получает выходной кубит. Результаты работы схемы сравниваются со свойствами алгоритма, известными из теории.
2. Используя матричное представление элемента, прогнозируем результаты виртуального эксперимента и сравниваем результаты теоретических и экспериментальных расчетов.
3. Распознаем неизвестный однокубитовый квантовый логический элемент X, Z или H.

4. Анализ погрешностей

Пусть $|\phi_1\rangle$. состояние, соответствующее первой альтернативе, а $|\phi_2\rangle$ состояние, соответствующее второй альтернативе. Пусть перед измерением система находилась в состоянии $c_1 |\phi_1\rangle + c_2 |\phi_2\rangle$. Тогда с вероятностью $|c_1|^2$ измерение даст первый результат, и система окажется после измерения в состоянии $|\phi_1\rangle$, а с вероятностью $|c_2|^2$ измерение даст второй результат, и система окажется после измерения в состоянии $|\phi_2\rangle$.

Таким образом, при измерении исходного состояния $|\phi\rangle = 0.5 |0\rangle + 0.86 |1\rangle$ с вероятностью 0.25 мы получим $|0\rangle$ и с вероятностью 0.7396 — $|1\rangle$.

Исходный вектор: $|\phi\rangle = -0.9 |0\rangle - 0.43 |1\rangle$. В таком случае $p(|0\rangle) = 0.81$ и $p(|1\rangle) = 0.1849$.

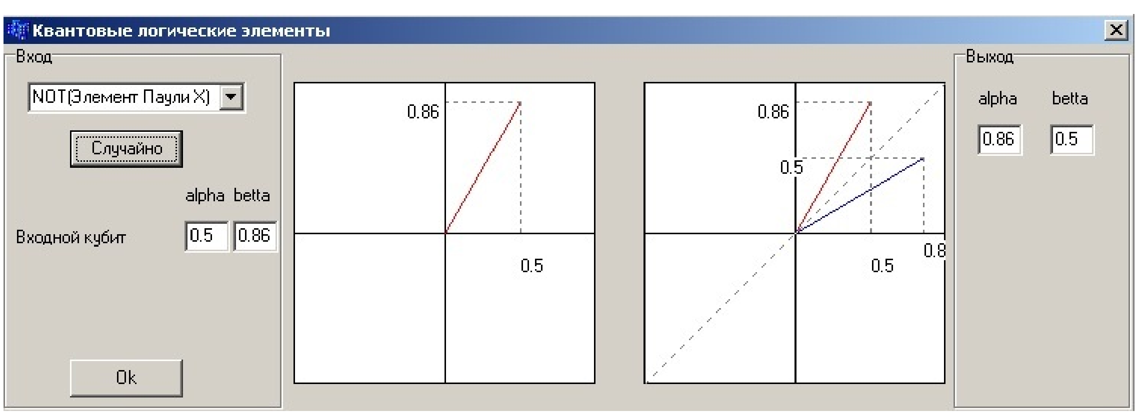
5. Результаты

5.1. Исходный вектор: $|\phi\rangle = 0.5 |0\rangle + 0.86 |1\rangle$

5.1.1. Оператор NOT

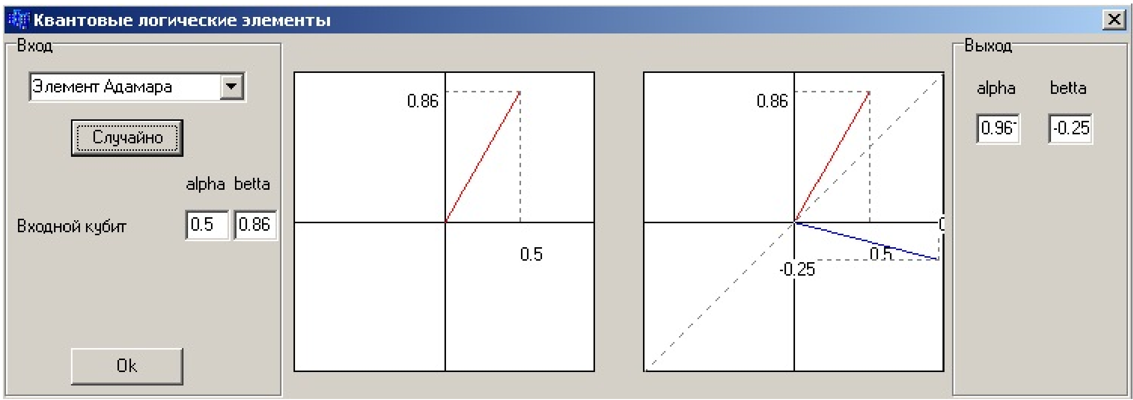
Теоретические расчеты: $X |\phi\rangle = 0.86 |0\rangle + 0.5 |1\rangle$

Экспериментальные расчеты:



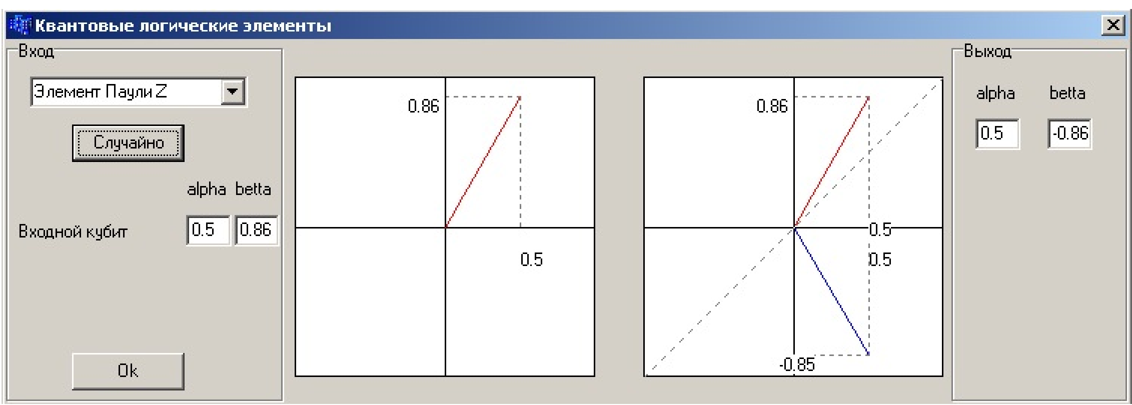
5.1.2. Элемент Адамара

Теоретические расчеты: $H\left|\phi\right\rangle = \frac{1.36\left|0\right\rangle - 0.36\left|1\right\rangle}{\sqrt{2}} \approx 0.96\left|0\right\rangle - 0.25\left|1\right\rangle$
Экспериментальные расчеты:



5.1.3. Элемент Паули Z

Теоретические расчеты: $Z\left|\phi\right\rangle = 0.5\left|0\right\rangle - 0.86\left|1\right\rangle$
Экспериментальные расчеты:



5.2. Матричное представление элементов

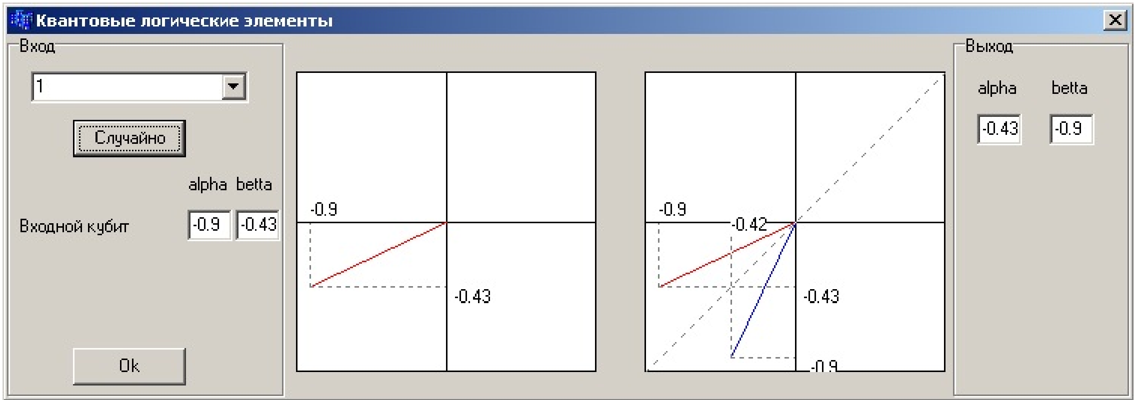
$$X\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.5\\ 0.86\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0.86\\ 0.5\end{pmatrix}$$

$$H\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.5\\ 0.86\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1.36\\ -0.36\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}0.96\\ -0.25\end{pmatrix}$$

$$Z\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.5\\ 0.86\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0.5\\ -0.86\end{pmatrix}$$

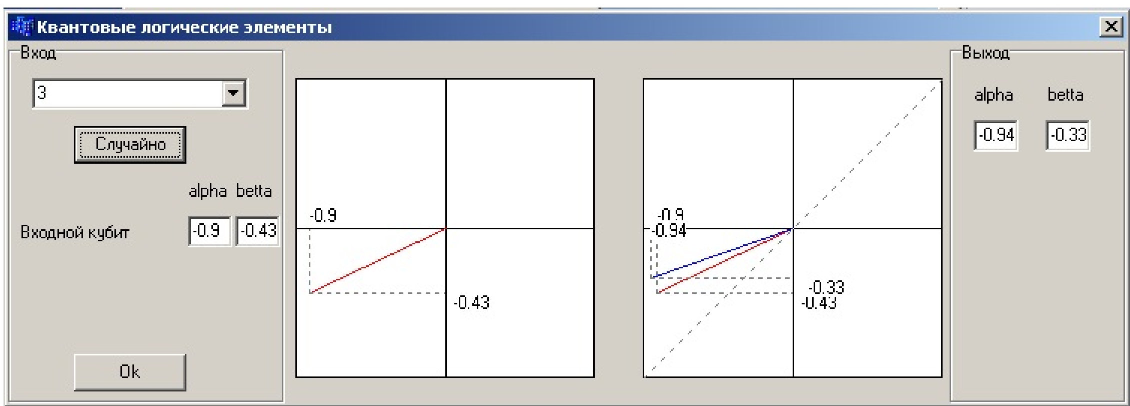
5.3. Исходный вектор: $\left|\phi\right\rangle = -0.9\left|0\right\rangle - 0.43\left|1\right\rangle$

Экспериментальные расчеты:



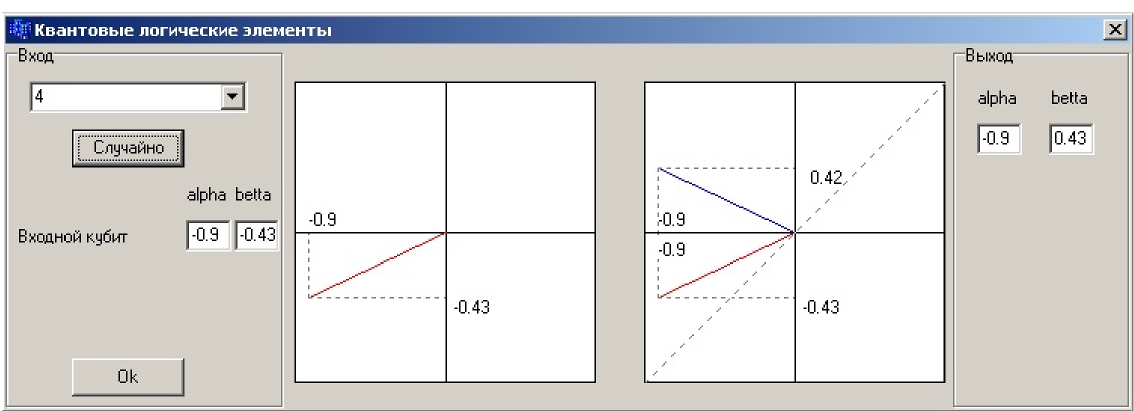
Мы видим, что в результате работы оператора коэффициенты α и β меняются местами, что соответствует оператору NOT.

Экспериментальные расчеты:



Преобразование не соответствует ни матрице X, ни Z. Убедимся, что данное действие оператора принадлежит элементу Адамара: $H\left|\phi\right\rangle = \frac{-1.33|0\rangle - 0.47|1\rangle}{\sqrt{2}} \approx -0.94\left|0\right\rangle - 0.33\left|1\right\rangle$.

Экспериментальные расчеты:



В результате работы оператора коэффициент α остается без изменения, в то время как β меняет знак. Это соответствует элементу Паули Z.

6. Выводы

Изучили работы квантовых логических алгоритмов X, Z и H. В ходе работы сравнили теоретические экспериментальные и матричные расчеты, которые дали одинаковый результат.