

ЛАБОЛАТОРНАЯ РАБОТА ПО КУРСУ
«КВАНТОВЫЙ КОМПЬЮТЕР»
Квантовый алгоритм Гровера

Плотников Антон, А4101

Санкт-Петербург, 2017

1. Цель работы

Изучение работы алгоритма Гровера.

2. Задачи

1. Определить номер элемента который ищется в базе.
2. Определить количество итераций необходимо в алгоритме для получения вероятности верного ответа близко к 1.
3. Найти зависимость количества итераций от количества элементов в базе.
4. Сравнить предыдущий результат с самым эффективным классическим алгоритмом (перебор).
5. Объяснить, почему при дальнейшем увеличении числа итераций эффективность падает.

3. Ход работы

Количество кубитов $n = 4$, число элементов в базе $N = 2^n = 16$

Номер элемента который ищется в базе — 3.

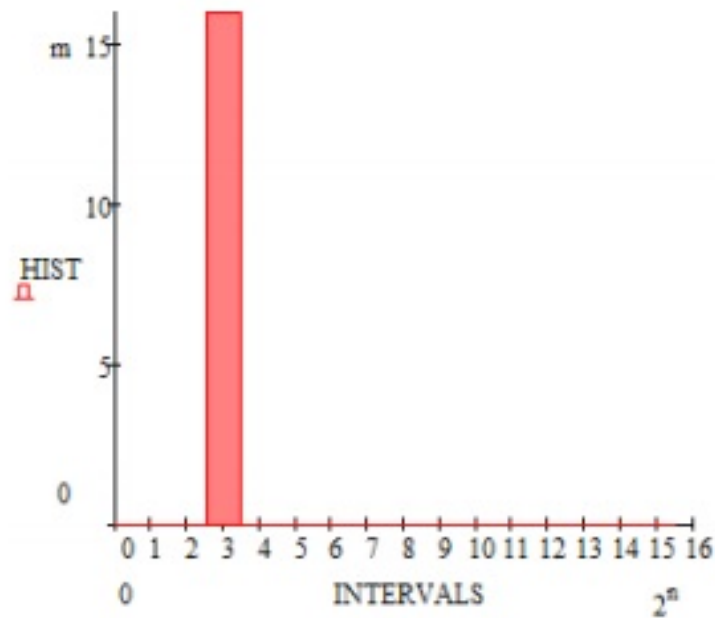


Рис. 1: Гистограмма работы алгоритма Гровера ($R = 3$)

Количество итераций необходимых для того чтобы ответ был с высокой вероятности для случая 4 кубитов, равен

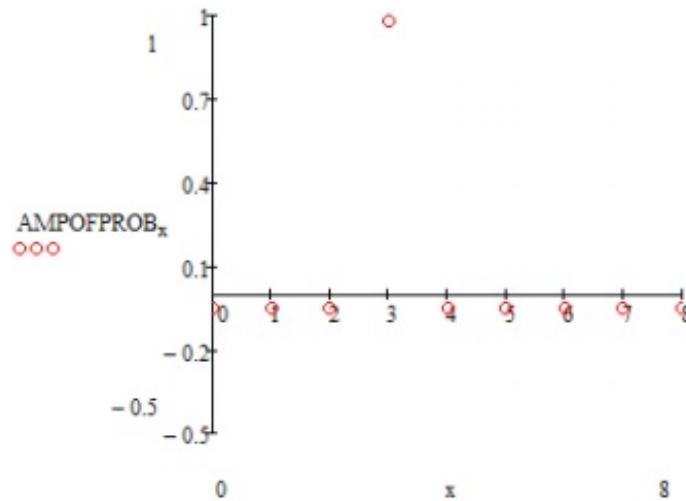


Рис. 2: Амплитуды вероятностей ($R = 3$)

Верхняя оценка числа итераций равна (M — количество решений удовлетворяющих критерию поиска):

$$R \leq \left\lceil \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{N}{M}} \right\rceil$$

В нашем случае $M = 1$ и выражение принимает вид:

$$R \leq \left\lceil \frac{\pi}{4} \sqrt{N} \right\rceil$$

Эффективность работы алгоритма Гровера $O(\sqrt{N})$, в то время когда классический алгоритм поиска требует $O(N)$ операций. Как мы видим алгоритм Гровера позволяет получить квадратичное улучшение в задаче поиска.

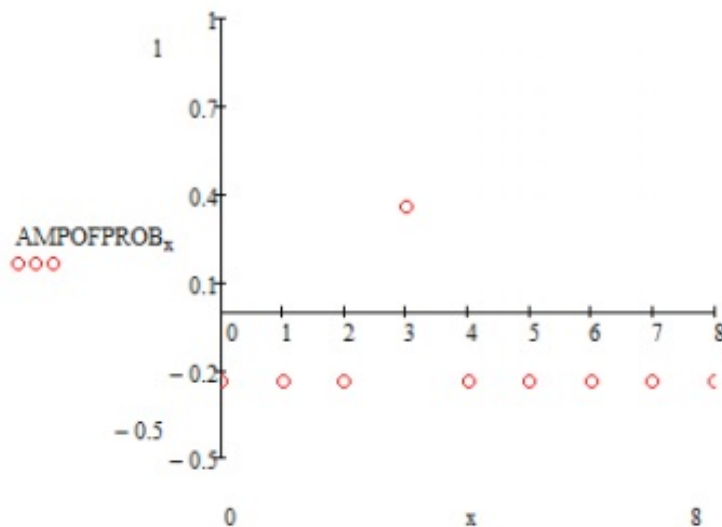


Рис. 3: Амплитуды вероятностей ($R = 5$)

Суть алгоритма заключается в изменении целевого состояния за счет убывания амплитуды всех остальных состояний. В том случае когда мы совершаем дополнительные итерации амплитуды всех остальных состояний становятся отрицательными, а следовательно и среднее значение также отрицательно, а так как амплитуда искомого элемента откладывается от среднего значения, то в результате мы получаем уменьшение амплитуды искомого элемента (рис. 3).

4. Вывод

В ходе выполнения работы изучили работу квантового алгоритма поиска (алгоритм Гровера). Определили количество итераций необходимых для определения искомого элемента с вероятностью близкой к единице $R = 3$, во общем виде зависимость итераций от количества элементов в базе выражается $R \leq \left\lceil \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{N}{M}} \right\rceil$. Алгоритм Гровера позволяет получить квадратичное улучшение по сравнению с классическим алгоритмом поиска. Увеличение количества итераций ведет к падению эффективности, что вызвано изменением знака среднего значения амплитуд.