



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

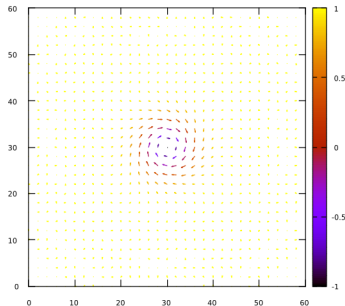
Симплектические методы интегрирования
уравнения Ландау-Лифшица

Плотников Антон
Научный руководитель Лобанов Игорь Сергеевич

Кафедра высшей математики

Санкт-Петербург 23 мая 2016 г.

Скирмионы – это топологически устойчивые вихревые структуры, наблюдаемые в магнитных решетках.



Тема скирмионов сейчас весьма актуальна, за последний год скирмионы упоминаются более чем в 1000 статьях, по результатам поискового запроса в scholar.google.com.

В научных журналах рассматриваются возможности использования скирмионов в качестве эффективных ПЗУ за счет возможности потенциально высокой плотности размещения их на кристаллической решетке.

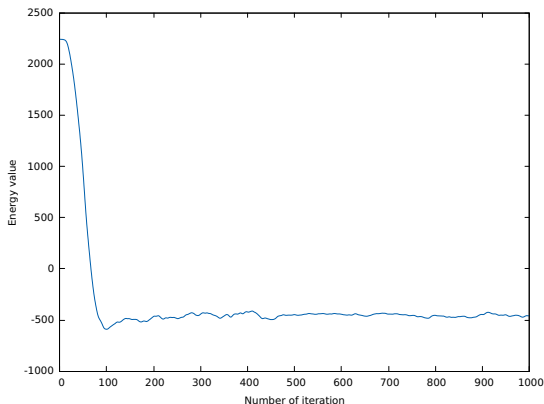
Состояние магнитной системы описывается уравнением Ландау-Лифшица

Уравнение Ландау-Лифшица

$$\frac{dS_n}{dt} = -\gamma S_n \times H_n^{eff} - \gamma \lambda S_n \times (S_n \times H_n^{eff})$$
$$H_n^{eff} = \nabla_{S_n} E = AS_n + B_n$$

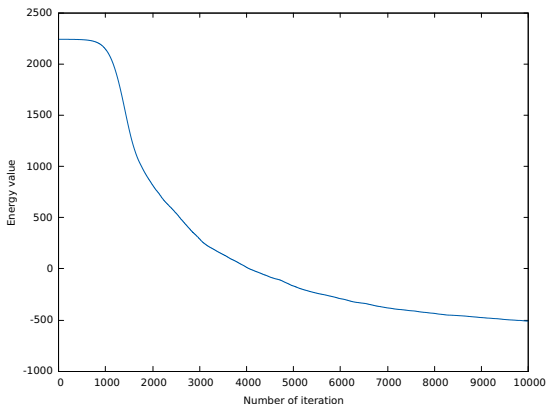
Большинство описанных моделей используют малоэффективные методы интегрирования, такие как метод Эйлера.

- Итераций: 1000
- Скорость: 0.1



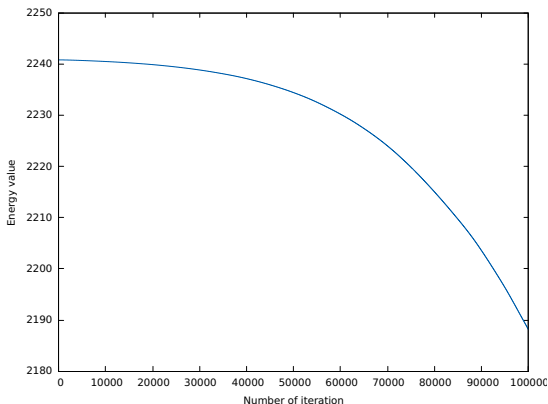
Большинство описанных моделей используют малоэффективные методы интегрирования, такие как метод Эйлера.

- Итераций: 10000
- Скорость: 0.01



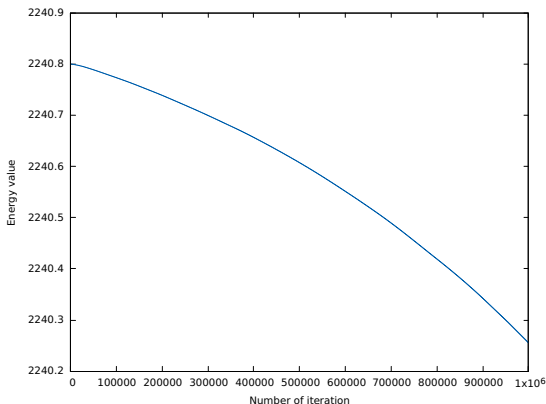
Большинство описанных моделей используют малоэффективные методы интегрирования, такие как метод Эйлера.

- Итераций: 100000
- Скорость: 0.001



Большинство описанных моделей используют малоэффективные методы интегрирования, такие как метод Эйлера.

- Итераций: 1000000
- Скорость: 0.0001



В общем виде симплектический метод выглядит следующим образом:

Общий вид симплектического интегратора

$$S_{n+1} = S_n + h \sum_{j=1}^s b_j f(t_n + c_j h, \xi_j)$$
$$\xi_j = y_n + h \sum_{i=1}^s a_{ji} f(t_n + c_j h, \xi_i)$$

Запись гамильтониана

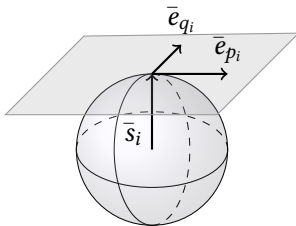
в симплектическом виде

Желаемая форма

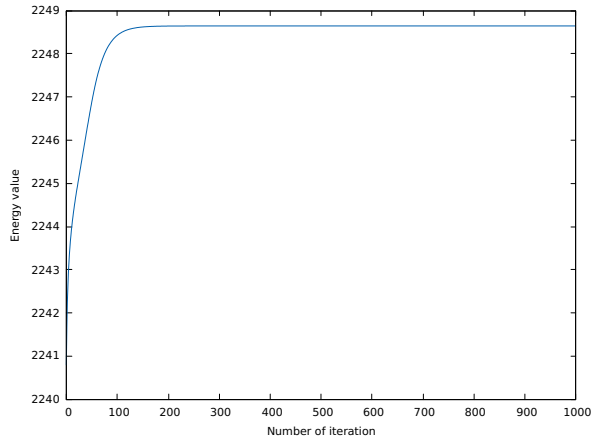
$$\begin{cases} \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \end{cases}$$

Желаемая форма

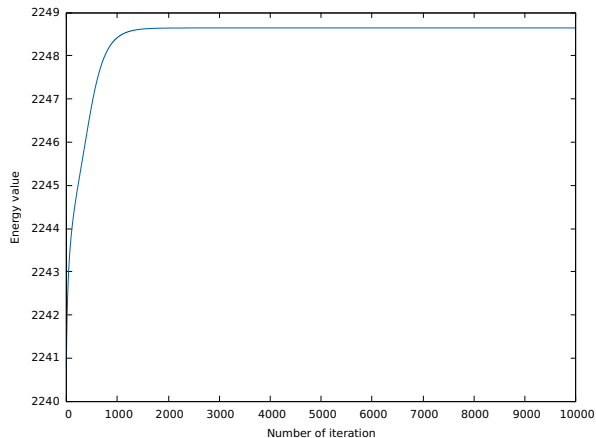
$$\begin{cases} \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \end{cases}$$



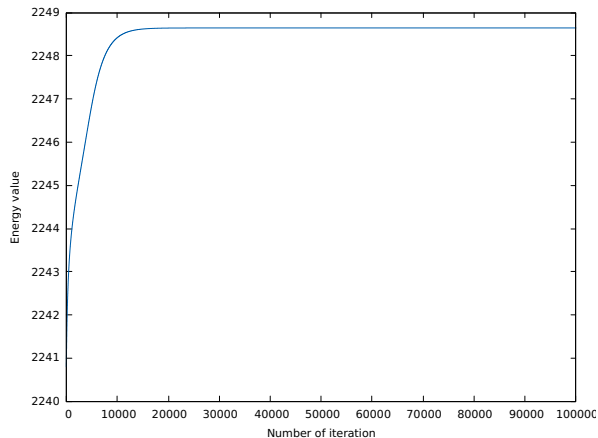
- Итераций: 1000
- Скорость: 0.1



- Итераций: 10000
- Скорость: 0.01



- Итераций: 100000
- Скорость: 0.001



В симплектическом методе возникает задача решить нелинейное уравнение. Его можно решать обобщенным методом Ньютона.

В конечном итоге метод Ньютона сводится к решению системы уравнений вида:

Система из метода Ньютона

$$f_i + \sum_{k_i}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_k} (x_k^{[j+1]} - x_k^{[j]})$$

В симплектическом методе возникает задача решить нелинейное уравнение. Его можно решать обобщенным методом Ньютона.

В конечном итоге метод Ньютона сводится к решению системы уравнений вида:

Система из метода Ньютона

$$f_i + \sum_{k_i}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_k} (x_k^{[j+1]} - x_k^{[j]})$$

Эту систему можно решить методом би-сопряженных градиентов.

Спасибо за внимание!