УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

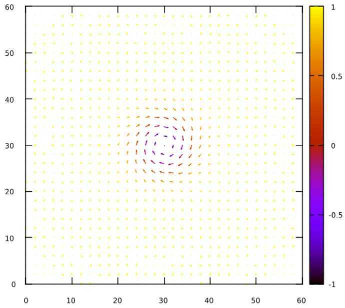
Симплектические методы интегрирования уравнения Ландау-Лифшица

Плотников Антон
Научный руководитель Лобанов Игорь Сергеевич

Кафедра высшей математики

Санкт-Петербург 23 мая 2016 г.

Скирмионы - это топологически устойчивые вихревые структуры, наблюдаемые в магнитных решетках.



Тема скирмионов сейчас весьма актуальна, за последний год скирмионы упоминаются более чем в 1000 статьях, по результатам поискового запроса в schoolar.google.com.
В научных журналах рассматриваются возможности использования скирмионов в качестве эффективных ПЗУ за счет возможность потенциально высокой плотности размещения их на кристаллической решетке.

Состояние магнитной системы описывается уравнением Ландау-Лифшица

Уравнение Ландау-Лифшица

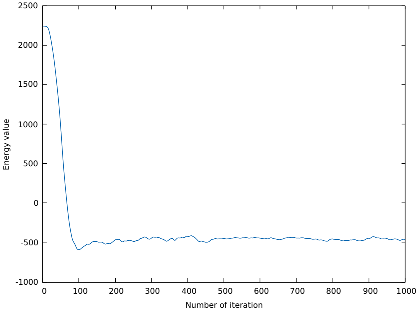
$$\frac{dS_n}{dt} = -\gamma S_n \times H_n^{eff} - \gamma\lambda S_n \times \left(S_n \times H_n^{eff}\right)$$
$$H_n^{eff} = \nabla_{S_n} E = AS_n + B_n$$

Постановка задачи

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Большинство описанных моделей используют малоэффективные методы интегрирования, такие как метод Эйлера.

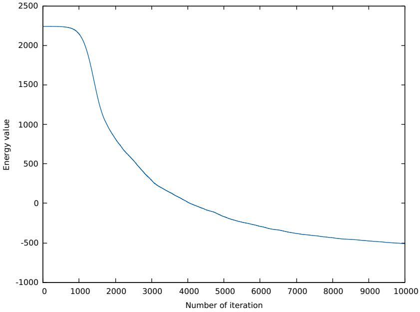
- Итераций: 1000
- Скорость: 0.1



Постановка задачи

Большинство описанных моделей используют малоэффективные методы интегрирования, такие как метод Эйлера.

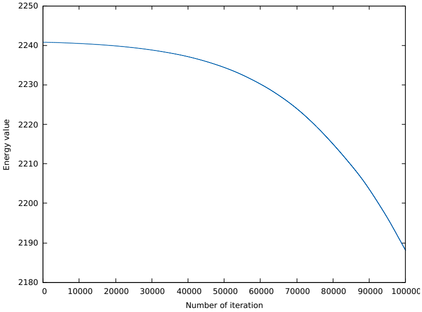
- Итераций: 10000
- Скорость: 0.01



Постановка задачи

Большинство описанных моделей используют малоэффективные методы интегрирования, такие как метод Эйлера.

- Итераций: 100000
- Скорость: 0.001

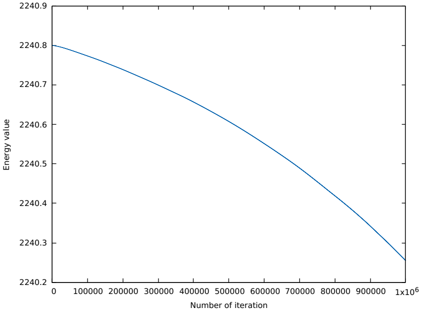


Постановка задачи

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Большинство описанных моделей используют малоэффективные методы интегрирования, такие как метод Эйлера.

- Итераций: 1000000
- Скорость: 0.0001



Симплектический метод

В общем виде симплектический метод выглядит следующим образом:

Общий вид симплектического интегратора

$$S_{n+1} = S_n + h \sum_{j=1}^{s} b_j f(t_n + c_j h, \xi_j)$$

$$\xi_j = y_n + h \sum_{i=1}^{s} a_{ji} f(t_n + c_j h, \xi_i)$$

Запись гамильтониана

в симплектическом виде

Желаемая форма

$$\begin{cases} \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \end{cases}$$

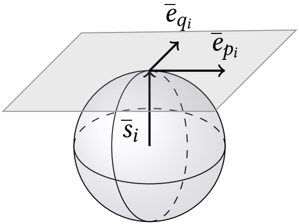
Запись гамильтониана

в симплектическом виде

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

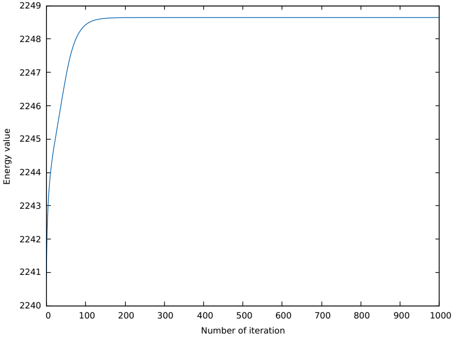
Желаемая форма

$$\begin{cases} \dot{q}_i = \dfrac{\partial H}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\dfrac{\partial H}{\partial q_i} \end{cases}$$



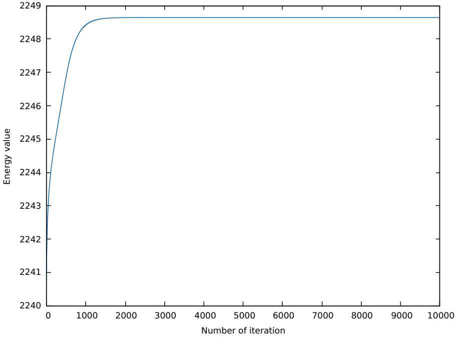
Разделенный Гамильтониан

- Итераций: 1000
- Скорость: 0.1



Разделенный Гамильтониан

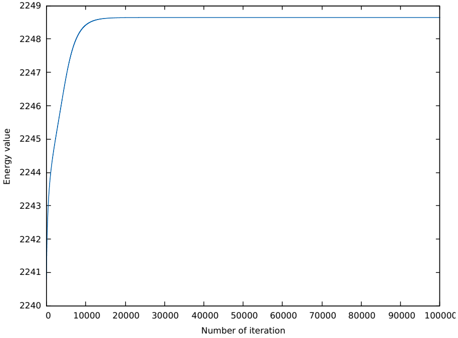
- Итераций: 10000
- Скорость: 0.01



Разделенный Гамильтониан

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

- Итераций: 100000
- Скорость: 0.001



Метод ньютона

В симпликтическом методе возникает задача решить нелинейное уравнение. Его можно решать обобщенным методом Ньютона.
В конечном итоге метод Ньютона сводится к решению системы уравнений вида:

Система из метода Ньютона

$$f_i + \sum_{k_i}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_k} \left(x_k^{[j+1]} - x_k^{[j]} \right)$$

Метод ньютона

В симпликтическом методе возникает задача решить нелинейное уравнение. Его можно решать обобщенным методом Ньютона.
В конечном итоге метод Ньютона сводится к решению системы уравнений вида:

Система из метода Ньютона

$$f_i + \sum_{k_i}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_k} \left(x_k^{[j+1]} - x_k^{[j]} \right)$$

Эту систему можно решить методом би-сопряженных градиентов.

Спасибо за внимание!