Damien Druel

TP 2 : Projection perspective

Introduction

Dans ce TP, nous allons aborder la projection perspective d'une caméra définie grâce à la matrice intrinsèque, qui représente les propriétés de la caméra, ainsi d’un matrice extrinsèque, qui représente le positionnement de la caméra dans le repère monde.

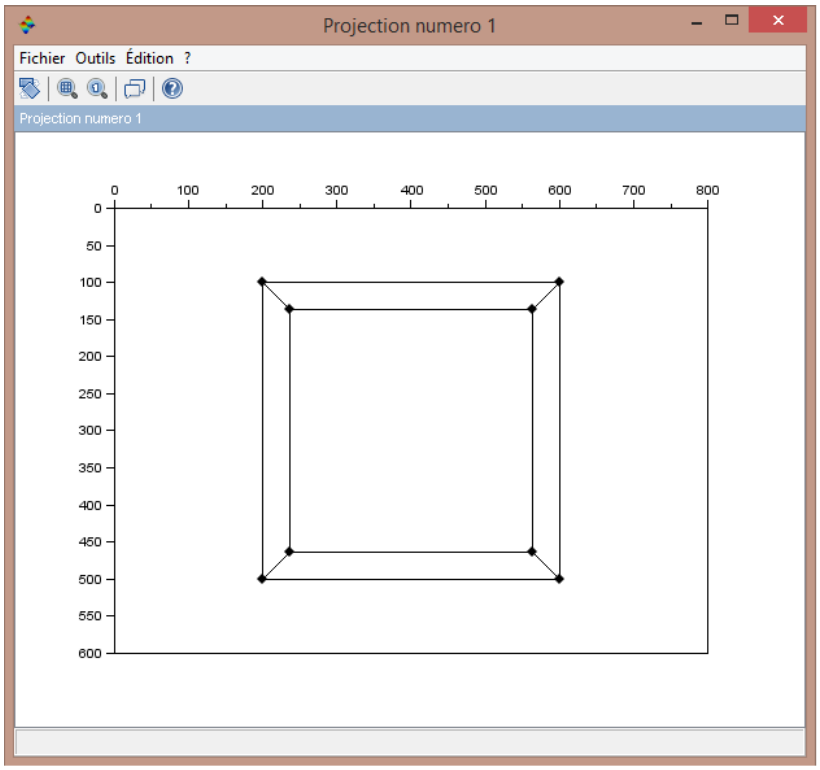
Nous allons faire en sorte que cette caméra affiche ce qu'elle voit de 2 modèles d'objets 3D (un cube et une grille plane), selon deux différentes matrices extrinsèques.

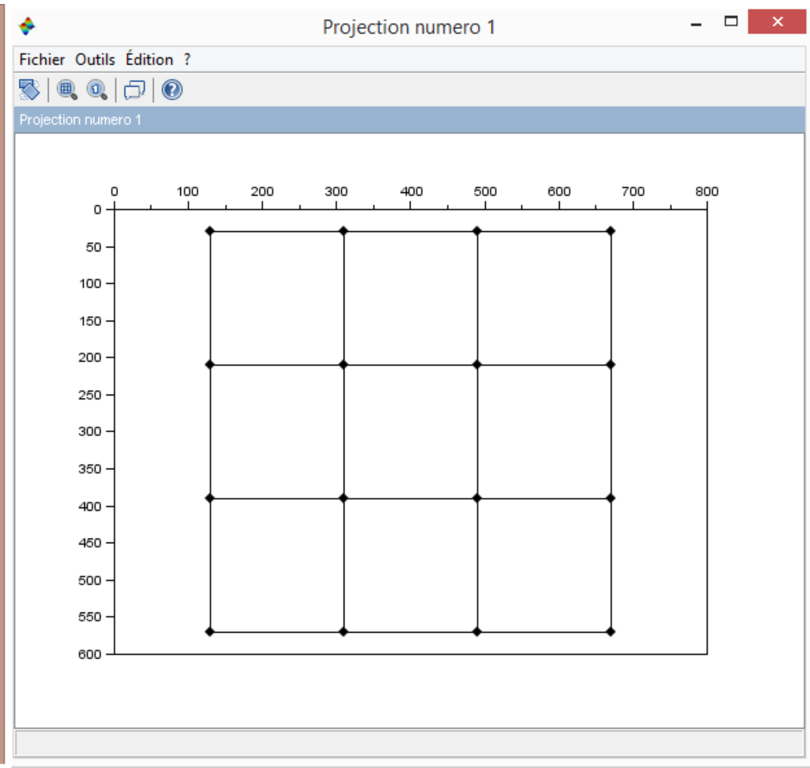
Damien Druel

1. Modèle d’objets 3D et affichage 2D

Pour nous permettre d’effectuer un paramétrage sur la caméra lors des parties suivantes, il nous faut d’abord comprendre comment fonctionne l’affichage avant et après transformations. Pour ce faire il nous faut un objet à afficher et sur lequel on peut visualiser les transformations des matrices. Nous avons donc 2 représentations : un cube dont le centre est le centre du repère et une grille de carrés dont le centre est le centre du repère.

Voici l’affichage :





Rprésentation d’un cube dans un plan 2D

Représentation d’une grille 3x3

Le fait de de prendre 2 objets différents, un en 3D, et l'autre en 2D, nous permettra de distinguer les transformations apportées par le paramétrage de la caméra pour ces deux types d’objets. Lorsqu’on le change les valeurs des axes :

- X : la figure se déplace sur l’axe horizontal
- Y : la figure se déplace sur l’axe vertical
- Z : la figure grossit / rapetisse

On conclue donc que l’axe Z est l’axe optique de la caméra (celui qui entre dans notre oeil)

2. Matrice extrinsèque

Une matrice extrinsèque définit les paramètres de la position de la caméra dans le repère monde. Par cette matrice, on définit les translations et rotations qu'on désire affecter au positionnement de la caméra. Les rotations par rapport au axes permettent de définir la position l'axe optique et donc l'angle de vue, alors que les translations permettent de déplacer la caméra (ex :éloigner, rapprocher).

Pour définir une matrice extrinsèque, nous avons d'abord besoin de créer les fonctions qui effectuent les rotations/translations.

Il y a 3 rotation possible :

- rotation par rapport à l'axe X
- rotation par rapport à l'axe Y
- rotation par rapport à l'axe Z

L'application de ces 3 rotations à une matrice de points s'effectuent grâce au trois matrices de rotation que voici :

$$R_{\mathbf{x}}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \qquad R_{\mathbf{y}}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}, \qquad R_{\mathbf{z}}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Lorsqu'on multiplie une de ses matrices avec la matrice de points on obtient les points après rotation de l'angle par rapport à l'axe.

La translation se fait aussi grâce à une matrice très simple, la matrice de translation :

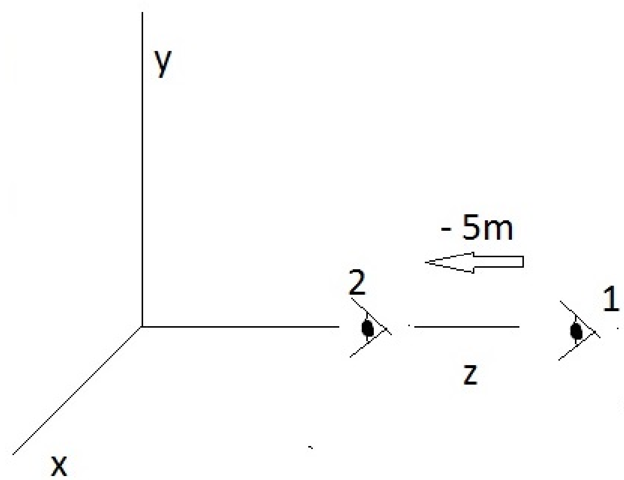
$$T_{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & v_x \\ 0 & 1 & 0 & v_y \\ 0 & 0 & 1 & v_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Grâce au combinaisons de ces matrices, nous pouvons définir la matrice extrinsèque de la caméra pour la positionner n'importe ou dans le repère monde, en voici deux exemples :

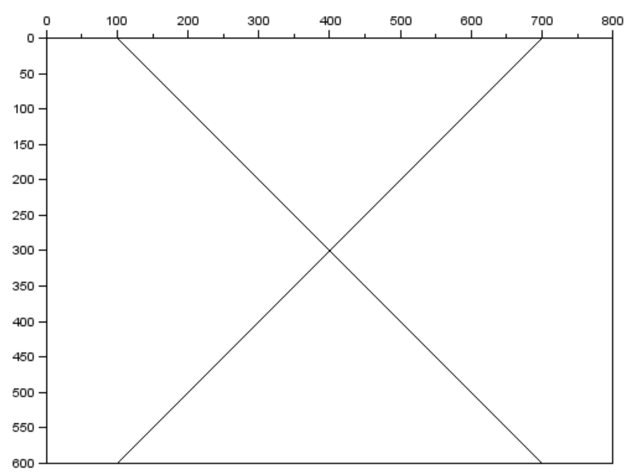
Damien Druel

1. centre optique (0, 0, -5 m), axe optique orienté selon z, verticale de la caméra selon y.

Comme vu précédemment la caméra est déjà positionné avec l’axe optique selon z, ce qui veut dire que la seul chose a faire est de la déplacer de -5 mètres. Voici un schéma explicatif :



Pour ce faire, il suffit donc de faire une translation avec x = 0, y = 0 et z = -5, dont voici le résultat :



La caméra se rapproche et est trop proche du cube et donc on ne voit rien de spécial.

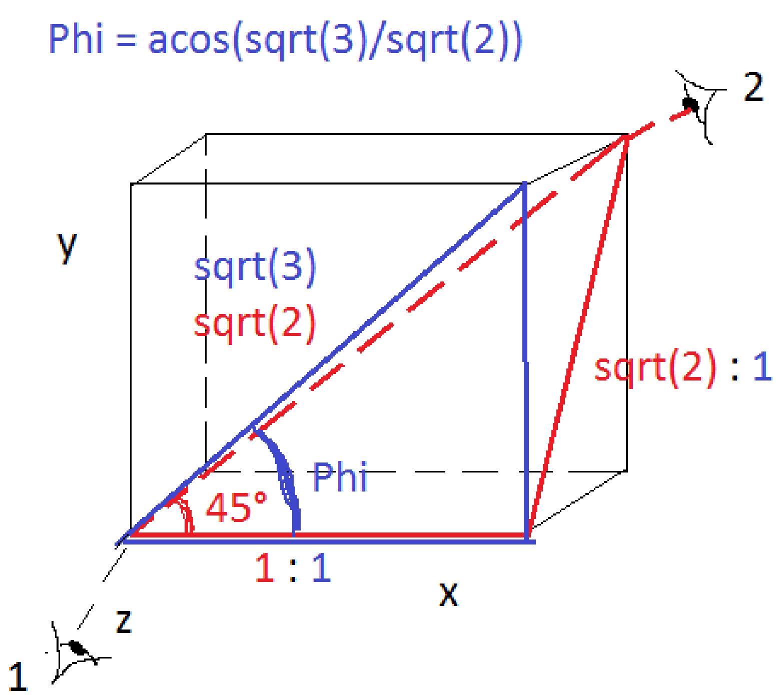
Damien Druel

2. axe optique selon la diagonale principale du repère, regardant le centre du repère. Centre optique situé à une distance de 5 mètres du centre du repère. Verticale de la caméra dans un plan contenant z.

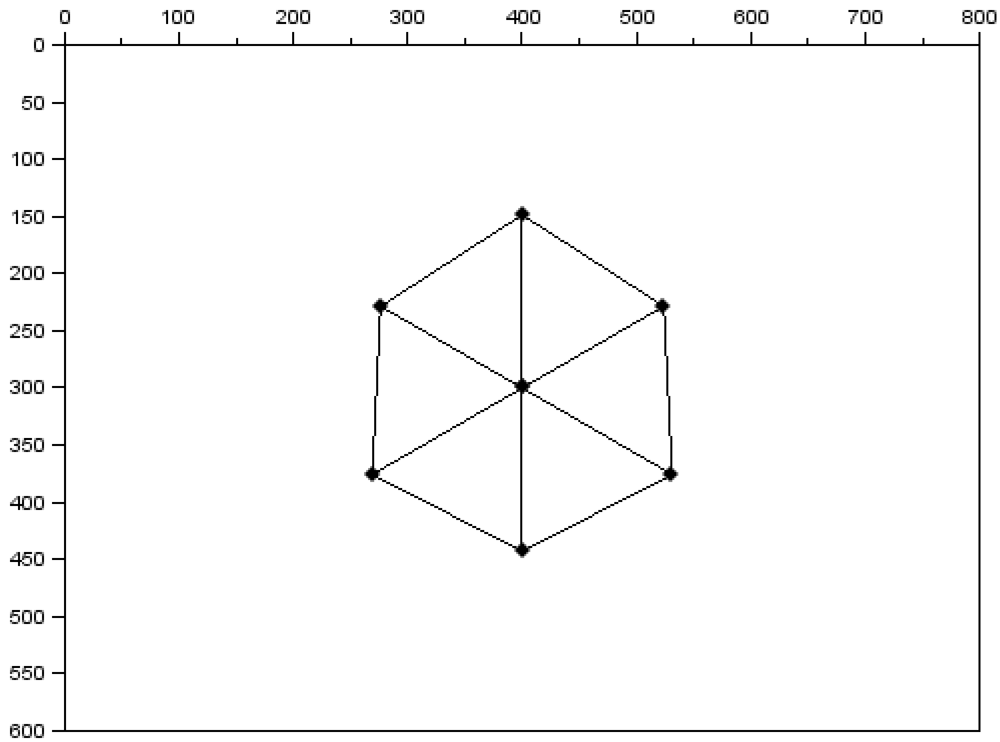
Cette matrice intrinsèque est plus difficile que la première. En effet il faut changer de place l'axe optique et donc faire des rotations pour définir le nouvel axe. Ensuite on pourra le déplace de 5 mètre comme précédemment mais cette fois ci en s'éloignant. Pour ce faire il faut dans un premier temps analyser les rotations à faire, et les angles de ces rotations. J'ai donc conclu qu'il faut :

- Faire une rotation sur l'axe des Y selon la diagonale de la face qui est en face de la caméra au départ (-45°).
- Faire une rotation par rapport à l'axe des X selon la diagonale principale du cube (racine(3)/racine(2).
- Faire la translation de 5 metres.

Voici un schéma qui résume la situation comme je la voyait :



Voici le résultat obtenu après les 2 rotations suivis de la translation :



On voit que le cube est plus petit, c'est la conséquence du déplacement de 5 mètre.
On voit qu'on est bien en face de la diagonale principale car les 2 points de celle-ci sont confondues en un seul point.

3. Matrice intrinsèque

Une matrice intrinsèque définit cette fois-ci, les paramètres internes de la caméra. Ces paramètres sont la position et l'échelle du repère image, et la distance focale. La position se compose des coordonnée de la projection du centre optique de la caméra sur le plan image. L'échelle se compose des facteurs d'agrandissement de l'image (nombre de ligne et nombre de pixel du capteur). Et enfin la distance focale, c'est la distance entre la lentille et le capteur de la caméra.

[f/Sc, 0, Oc;
0, f/Sl, Ol;
0, 0, 1];

Le f représente la distance focale, Sc et Sl définissent les dimensions du capteur , Oc et Ol définissent le centre du repère.

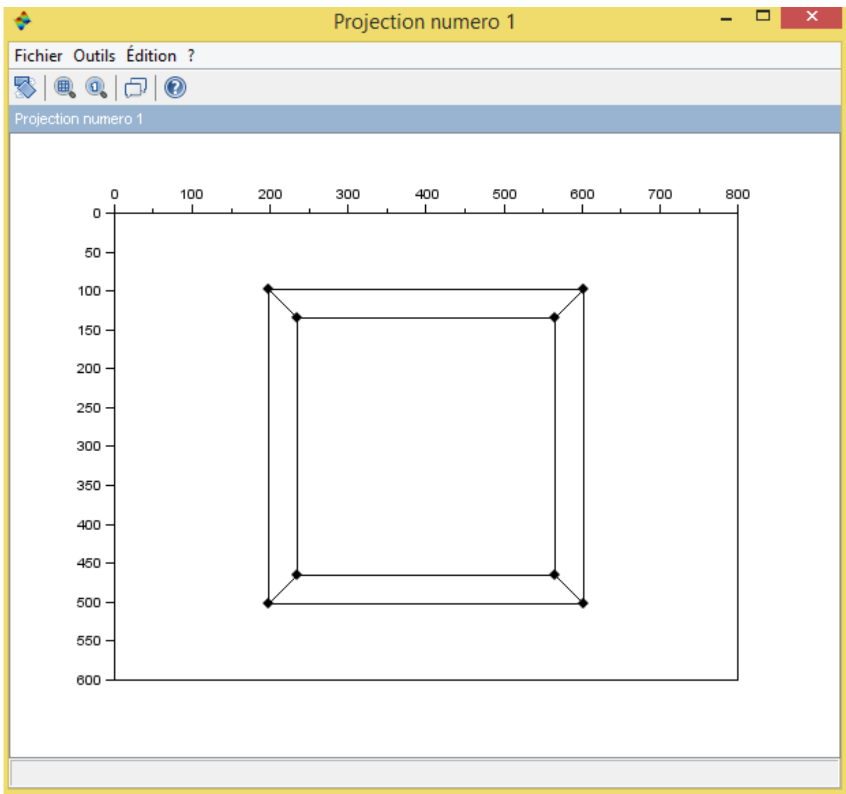
Pour notre matrice :
f=20
Sc=6.6/600
Sl= 8.8/800
Oc=400
Ol=300

4. Projection et affichage des objets

Damien Druel

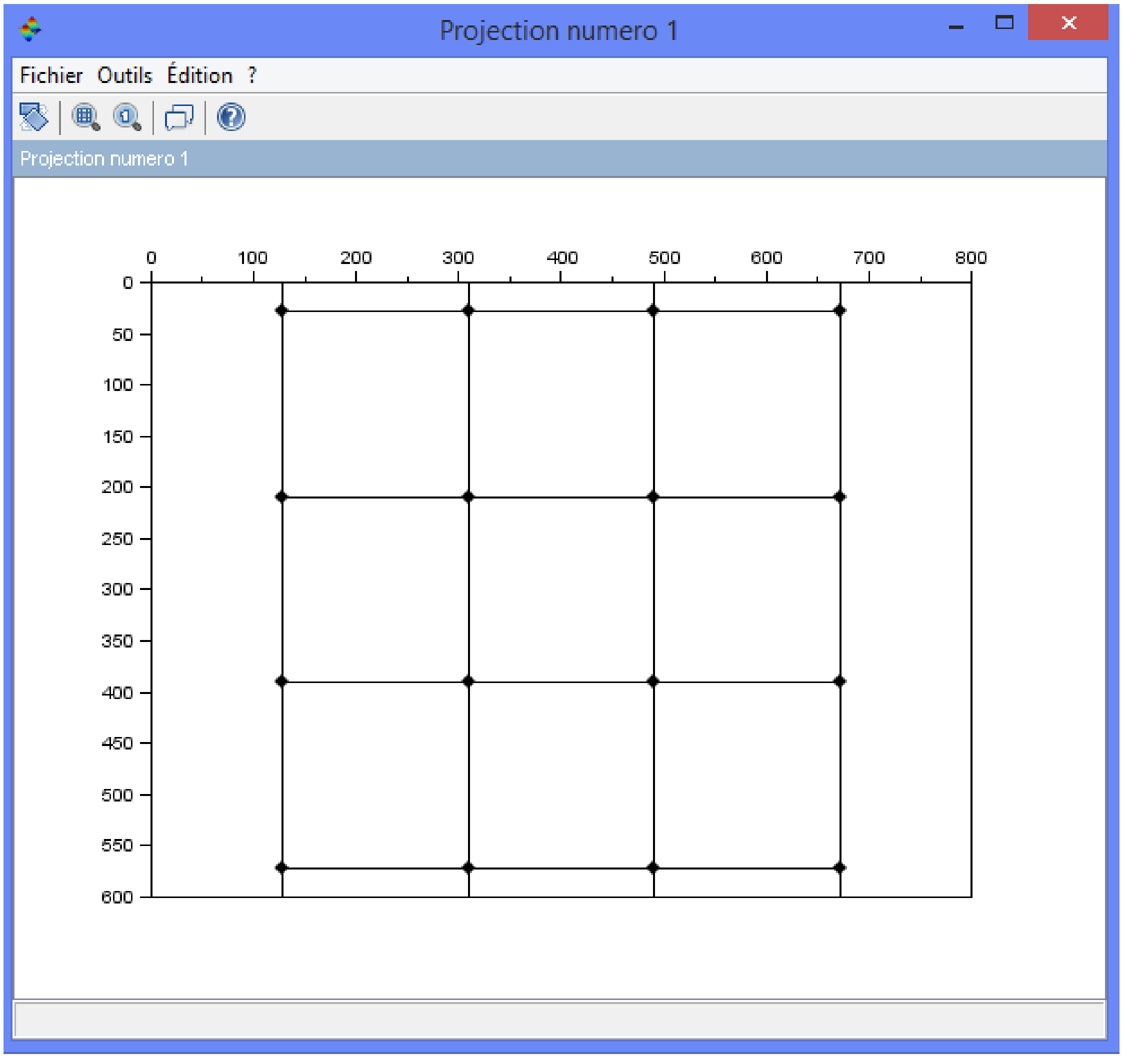
Le résultat final du paramétrage de la caméra résulte en la multiplication des matrices intrinsèque et extrinsèque, c'est la combinaison des deux (matrice de projection) qui pourra paramétrer l'objectif et le placer dans le repère monde. Nous devons donc dans cette dernière partie du TP tester nos matrices sur différentes situations pour voir leurs effets :

Un cube de côté unité centré sur le repère 3D, observé par une caméra dont la matrice intrinsèque est **A** et positionnée par la matrice extrinsèque **E1**.



Lorsque nous appliquons la matrice extrinsèque E1 sur le cube, la caméra était trop près pour voir quoi que ce soit (cf: partie 2). Maintenant que nous avons paramétré la matrice intrinsèque et changé la distance focale, nous voyons le cube.

Une grille comportant 15 carrés de côté 1 m centrée sur le repère 3D et observée par la même caméra (matrices **A** et **E1**).

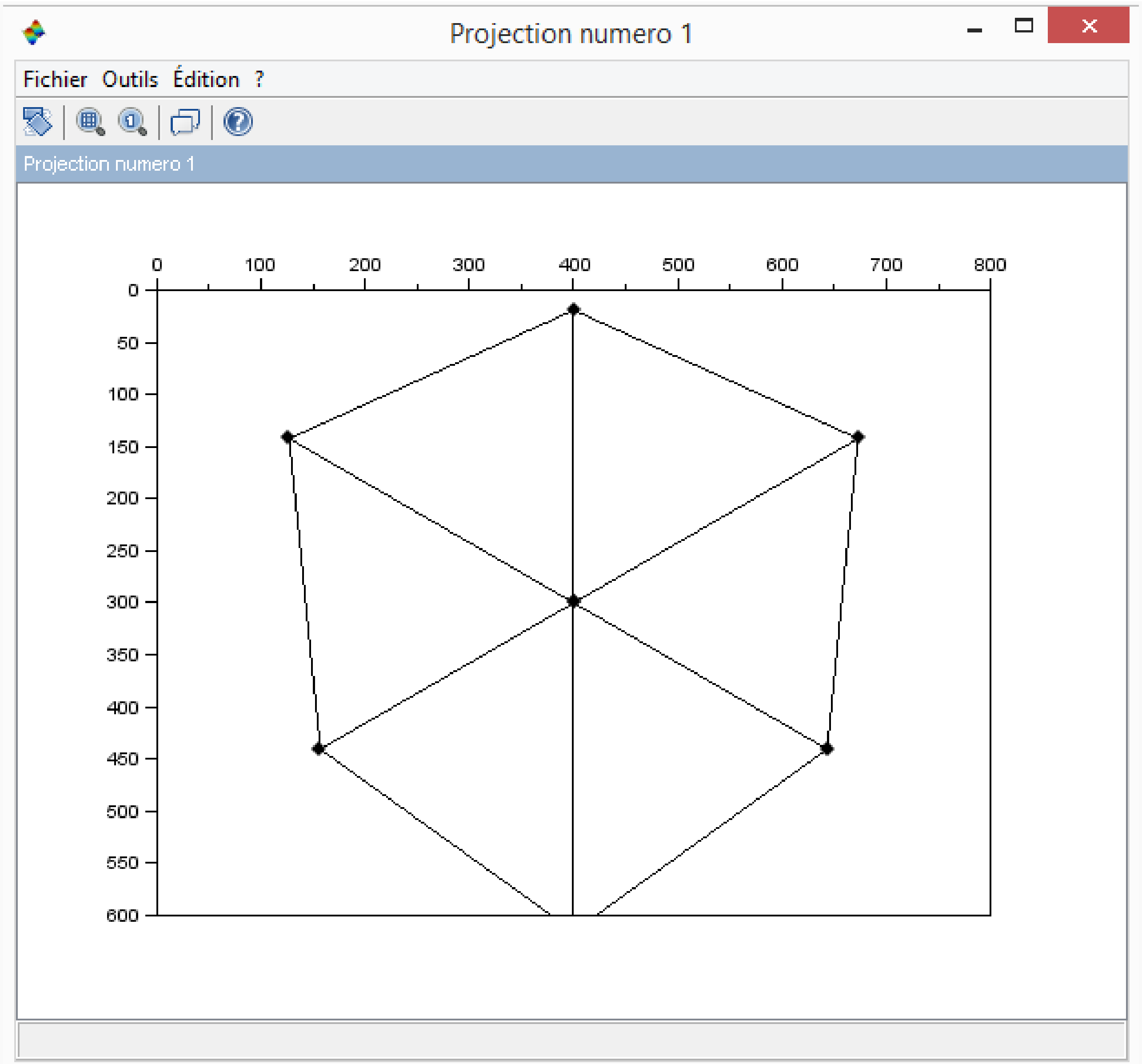


Lorsque nous appliquons les matrices A et E1 sur la grille de 15 carrés, nous en voyons que 9. Toutefois, j'ai remarqué que lorsque je n'appliquais pas E1 le résultat est le même. Cependant ceci est compréhensible puisque la grille est en 2 dimension. E1 n'a donc pas d'effet sur la grille.

une combinaison de ces deux mêmes objets observés par une caméra de matrice intrinsèque **A** et positionnée par la matrice extrinsèque **E2**.

Damien Druel

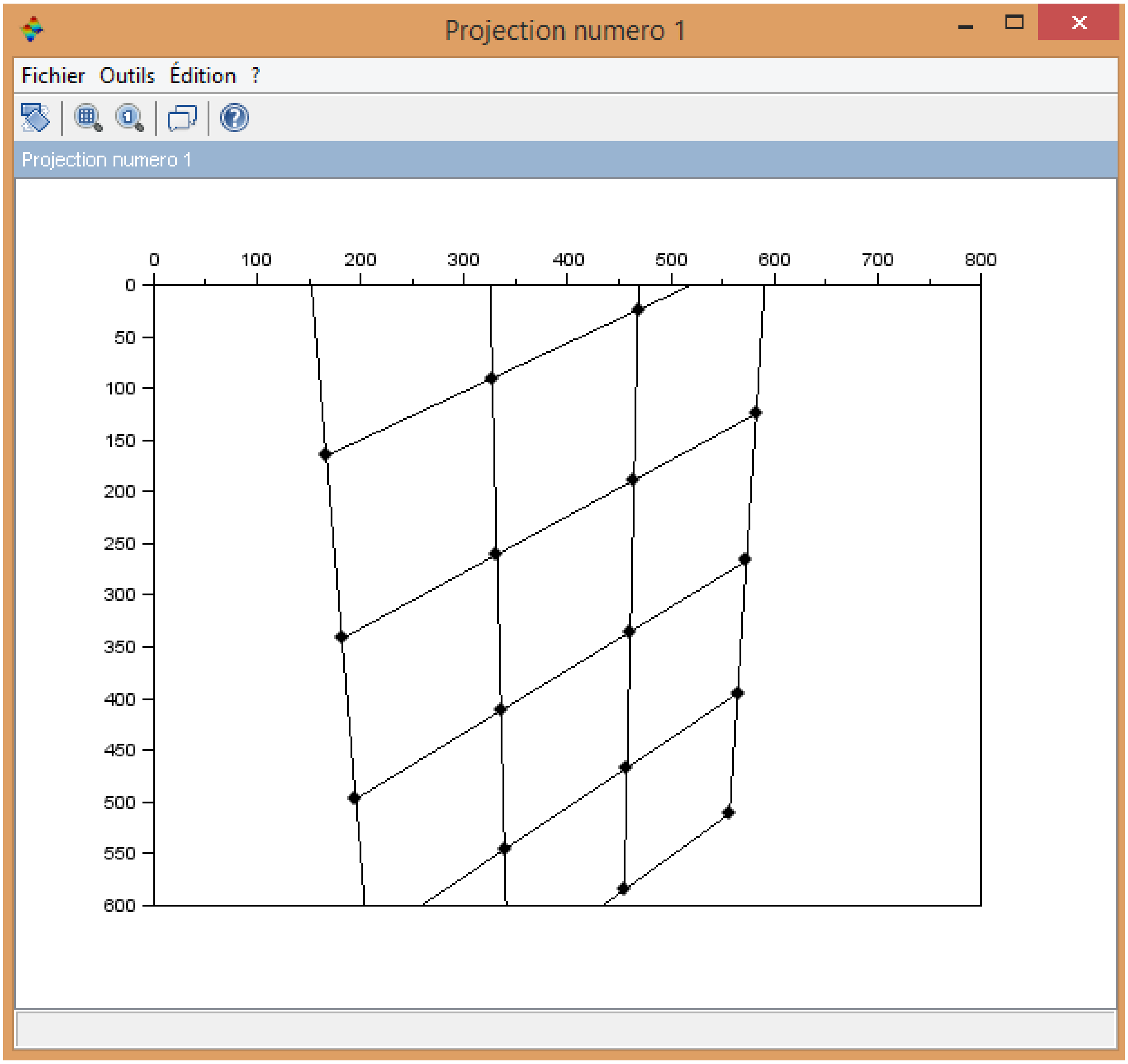
Cube :



Nous voyons sous le même angle que lors de l'application de E2 dans la partie 2. Toutefois le paramétrage de la caméra et de sa distance focale via la matrice intrinsèque provoque une impression de vision de plus près.

Grille :

Damien Druel



L'application de la matrice extrinsèque E2 provoque une rotation de la grille quand au déplacement sur l'axe Z ainsi que le paramétrage de la matrice intrinsèque, il n'y a aucun zoom de fait, on voit toujours du même point.

Damien Druel

Conclusion

Ce TP nous a permis de comprendre comment interpréter des points se trouvant dans un repère 3D dans un repère 2D. Pour cela, nous avons tout d'abord calculer la matrice extrinsèque relative la caméra pour déterminer sa position dans le repère monde.

Puis nous avons calculé la matrice intrinsèque afin de régler les paramètres propres à la caméra. Enfin grâce a ces deux matrices nous avons pu calculer la matrice de projection.

Grâce à cette simulation, nous avons pu comprendre que la caméra jouait un rôle important dans la représentation de l'image acquise d'un objet. Il n'est pas simple d'appréhender les calculs matriciels si on ne comprend pas leur utilité.

Enfin nous avons pu voir que le comportement n'est pas le même sur les objets en 2D et les objets en 3D.