

K-Means Kumeleme Metodu

Yapay Ogrenim (Machine Learning) alanında popüler kumeleme algoritmalarından biri k-means algoritmasıdır. K-means kumelemesinde kaç tane kumenin olması gerektiği bastan tanımlanır (k parametresi ile), algoritma bunu kendisi bulmaz. Metotun geri kalanı basit - bir döngü (iteration) içinde her basamakta:

- 1) Her nokta için, eldeki kume merkezleri teker teker kontrol edilir ve o nokta en yakın olan kumeye atanır
- 2) Atamalar tamamlandıktan sonra her kume içinde hangi noktaların olduğu bilindiği için her kumedeki noktaların ortalaması alınarak yeni kume merkezi hesaplanır. Eski merkez hesapları atılır.
- 3) Basa donulur

Döngü tekrar ilk adıma döndüğünde, bu sefer yeni kume merkezlerini kullanılarak, aynı adımlar tekrar yapılacaktır.

Fakat bir problem yok mu? Daha birinci döngü başlamadan kume merkezlerinin nerede olduğunu nereden bileceğiz? Burada bir tavuk-yumurta problemi var, kume merkezleri olmadan noktaları atayamayız, atama olmadan kume merkezlerini hesaplayamayız.

Bu probleme pratik bir çözüm ilk basta kume merkezlerini (ya da kume atamalarını) rasgele bir şekilde seçmektir. Pratikte bu yöntem çok iyi işliyor. Tabii bu rasgelelik yüzünden K-means'ın doğru sonuca yaklaşması (convergence) garanti değildir, ama gerçek dünya uygulamalarında çoğunlukla kullanışlı kümeler bulunur. Bu potansiyel problemlerden kaçınmak için k-means pek çok kez işletilebilir (her seferinde yeni rasgele başlangıçlarla yani) ve aynı sonuca ulaşıp ulaşılmadığı kontrol edilebilir.

Pek en iyi k nasıl bulunur? Burada da yapay öğrenim literatüründe pek çok yaklaşım vardır [1], veriyi pek çok parçaya bölüp, farklı k kume sayısı için kumeleme yapmak ve karşılaştırmaya (cross-validation) kullanmak, SVD kullanarak grafiğe bakmak (bu yazının sonunda anlatılıyor), vs.

K-Means EM algoritmasının bir türevi olarak kabul edilebilir, EM kümeleri bir Gaussian (ya da Gaussian karışımı) gibi görür, ve her basamakta bu dağılımların merkezini, hem de kovaryansını hesaplar. Yani kumenin "şekli" de EM tarafından saptanır. Ayrıca EM her noktanın tüm kümelere olan üyeliklerini "hafif (soft)" olarak hesaplar (bir olasılık ölçütü üzerinden), fakat K-Means için bu atama nihai (hard membership). Nokta ya bir kumeye aittir, ya da değildir.

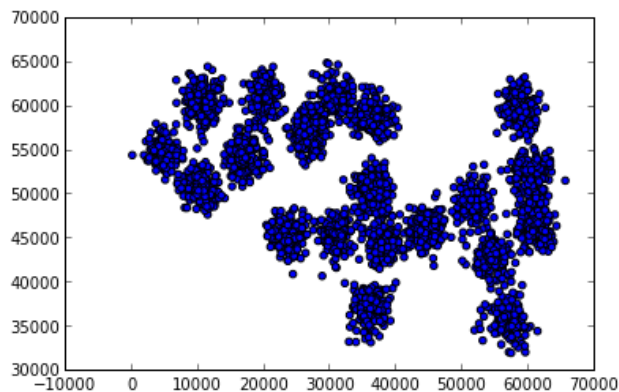
EM'in belli şartlarda yaklaşıksallığı için matematiksel ispat var. K-Means akıllı tahmin yaparak (heuristic) çalışan bir algoritma olarak biliniyor. Sonuca yaklaşması bu sebeple garanti değildir, ama daha önce belirttiğimiz gibi pratikte faydalıdır. Bir sürü alternatif kumeleme yöntemi olmasına rağmen hala K-Means'den vazgeçilemiyor! Burada bir etken de K-Means'ın çok rahat paralelleştirilebilmesi. Bu konu başka bir yazıda işlenecek.

Ornek test verisi altta

```
from pandas import *
data = read_csv("synthetic.txt", names=['a', 'b'], sep=" ")
print data.shape
data = np.array(data)

(3000, 2)

plt.scatter(data[:,0],data[:,1])
plt.savefig('kmeans_1.png')
```



```
def euc_to_clusters(x,y):
    return np.sqrt(np.sum((x-y)**2, axis=1))

class KMeans():
    def __init__(self,k,iter):
        self.k = k
        self.iter = iter
    def fit(self,X):
        # her veri noktası için rasgele kume merkezi ata
        labels = [random.randint(0,self.k-1) for i in range(X.shape[0])]
        self.labels_ = np.array(labels)
        self.centers_ = np.zeros((self.k,X.shape[1]))
        for i in range(self.iter):
            # yeni kume merkezleri uret
            for j in range(self.k):
                # eger kume j icinde hic nokta yoksa, ortalama (mean)
                # hesabi yapma, cunku o zaman nan degeri geliyor, ve
                # hesabin geri kalani bozuluyor.
                if len(X[self.labels_ == j]) == 0: continue
                center = np.mean(X[self.labels_ == j],axis=0)
                self.centers_[j,:] = center
            # her nokta için kume merkezlerine gore kume atamasi yap
            self.labels_ = []
            for point in X:
                c = np.argmin(euc_to_clusters(self.centers_, point))
                self.labels_.append(int(c))

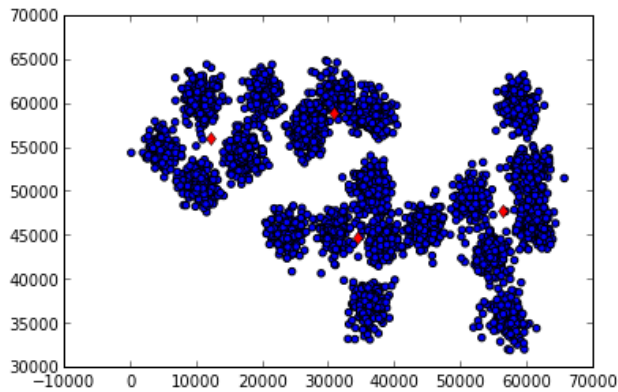
            self.labels_ = np.array(self.labels_)
```

```
cf = KMeans(k=5,iter=20)
cf.fit(data)
print cf.labels_

[2 2 2 ..., 0 0 0]
```

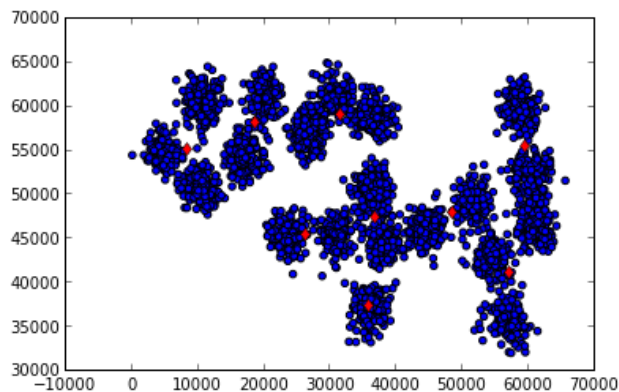
Ustteki sonucun icinde iki ana vektor var, bu vektorlerden birincisi icinde 2,0, gibi sayilar goruluyor, bu sayilar her noktaya tekabul eden kume atamaları. İkinci vektor icinde iki boyutlu k tane vektor var, bu vektorler de her kumenin merkez noktası. Merkez noktalarını ham veri üzerinde grafiklersek (kirmizi noktalar)

```
plt.scatter(data[:,0],data[:,1])
plt.hold(True)
plt.ylim([30000,70000])
for x in cf.centers_: plt.plot(x[0],x[1], 'rd')
plt.savefig('kmeans_2.png')
```



Goruldugu gibi 5 tane kume icin ustteki merkezler bulundu. Fena degil. Eger 10 dersek

```
cf = KMeans(k=10,iter=30)
cf.fit(data)
plt.scatter(data[:,0],data[:,1])
plt.ylim([30000,70000])
plt.hold(True)
for x in cf.centers_: plt.plot(x[0],x[1], 'rd')
plt.savefig('kmeans_3.png')
```



Kategorik ve Numerik Iceren Karisik Veriler

Bazen verimiz hem kategorik hem de numerik degerler iceriyor olabilir, KMeans yeni kume merkezlerini hesaplarken ortalama operasyonu kullandigi icin sadece numerik veriler uzerinde calisabilir (kategorik verilerin nasil ortalamasini alalim ki?). Bu durumda ne yapacagiz?

Bir secenek su olabilir, kategorik her kolonu her degisik degeri bir yeni kolona tekabul edecek sekilde saga dogru acariz, ve o degerin yeni kolonuna 1 degeri digerlerine 0 degeri veririz. Bu kodlamaya 1-in-q kodlamasi, 1-in-n kodlamasi, ya da Ingilizce one-hot encoding ismi veriliyor.

Ornek olarak UCI veri bankasindan Avustralya Kredi Verisine bakalim:

```
import pandas as pd
df = pd.read_csv("crx.csv")
print df[:2]
```

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16
0	b	30.83	0.00	u	g	w	v	1.25	t	t	1	f	g	00202	0	+
1	a	58.67	4.46	u	g	q	h	3.04	t	t	6	f	g	00043	560	+

Bu veride A1, A2, gibi kolon isimleri var, kategorik olanlarda 'g','w' gibi degerler goruluyor. Bu kolonlari degistirmek icin

```
from sklearn.feature_extraction import DictVectorizer
def one_hot_dataframe(data, cols):
    vec = DictVectorizer()
    mkdict = lambda row: dict((col, row[col]) for col in cols)
    vecData = pd.DataFrame(vec.fit_transform(data[cols].to_dict(outtype='records')).toarray())
    vecData.columns = vec.get_feature_names()
    vecData.index = data.index
    data = data.drop(cols, axis=1)
    data = data.join(vecData)
    return data
```

```
df2 = one_hot_dataframe(df, ['A1', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7', 'A9', 'A10', 'A12', 'A13'])
print df2.ix[0]
```

```

A2          30.83
A3           0
A8          1.25
A11          1
A14         00202
A15           0
A16          +
A10=f        0
A10=t        1
A12=f        1
A12=t        0
A13=g        1
A13=p        0
A13=s        0
A1=?         0
A1=a         0
A1=b         1
A4=?         0
A4=l         0
A4=u         1
A4=y         0
A5=?         0
A5=g         1
A5=gg        0
A5=p         0
A6=?         0
A6=aa        0
A6=c         0
A6=cc        0
A6=d         0
A6=e         0
A6=ff        0
A6=i         0
A6=j         0
A6=k         0
A6=m         0
A6=q         0
A6=r         0
A6=w         1
A6=x         0
A7=?         0
A7=bb        0
A7=dd        0
A7=ff        0
A7=h         0
A7=j         0
A7=n         0
A7=o         0
A7=v         1
A7=z         0
A9=f         0
A9=t         1
Name: 0, Length: 52, dtype: object

```

İşlem sonucunda A12=f mesela için 1 verilmiş, ama A12=t (ve diğer her mümkün

deger icin yani 0 degeri verilmiş (sadece bu tek satir icin). Boylece kategorik veriyi sayisal hale cevirmis olduk.

Fakat isimiz bitti mi? Hayir. Simdi KMeans bu tur veriyle acaba duzgün calisir miydi onu kendimize soralım. Icinde pek çok 0, bazen 1 iceren veri satirlari arasinda uzaklik hesabi yapmak ise yarar mi?

Yapay Ogrenim literaturunde bu tur veriler uzerinde kosinus benzerligi (cosine similarity) kullanmak daha yaygindir. Bu konuyu *SVD, Toplu Tavsiye* yazisinda daha iyi gorebilirsiniz. Kosinus benzerligi bize 0 ile 1 arasinda bir deger dondurur. Benzerligi uzakliga cevirmek icin basit bir sekilde 1-benzerlik formülünü kullanabiliriz.

O zaman karisik veriler uzerinde KMeans kullanmak icin, verinin en bastan numerik olan kısmi icin Oklit uzakligi, diger kalan kısmi icin kosinus uzakligi kullanabiliriz. Her iki kisimdan elde edilen uzaklik degerlerini toplariz.

```
from numpy import linalg as la
import pandas as pd, os
import scipy.sparse as sps
import numpy, random

def cos_dist(inA,inB):
    num = float(np.dot(inA.T,inB))
    denom = la.norm(inA)*la.norm(inB)
    sim = 0.5+0.5*(num/denom)
    return 1. - sim

def mixed_to_clusters(vect,x,euc_n,weights):
    res1 = euc_to_clusters(vect[:,0:euc_n],x[0:euc_n])
    res2 = map(lambda y: cos_dist(x[euc_n:],y), vect[:,euc_n:])
    res = np.array(res1)*weights[0] + np.array(res2)*weights[1]
    return res

class MixedKMeans():
    def __init__(self,k,iter,euc_n,weights=[1.,1.]):
        self.k = k
        self.iter = iter
        self.euc_n = euc_n
        self.weights = weights
    def fit(self,X,iter=10):
        labels = [random.randint(0,self.k-1) for i in range(X.shape[0])]
        self.labels_ = np.array(labels)
        self.centers_ = np.zeros((self.k,X.shape[1]))
        for i in range(self.iter):
            for j in range(self.k):
                if len(X[self.labels_ == j]) == 0: continue
                center = np.mean(X[self.labels_ == j],axis=0)
                self.centers_[j,:] = center
            self.labels_ = []
            for point in X:
                c = np.argmin(mixed_to_clusters(self.centers_, \
                                                point, self.euc_n,self.weights))
                self.labels_.append(int(c))
```

```

self.labels_ = np.array(self.labels_)

df = pd.read_csv("crx.csv", sep=',', na_values=['?'])
df = df.dropna()

df['A16'] = df['A16'].str.replace('+', '1')
df['A16'] = df['A16'].str.replace('-', '0')
df['A16'] = df['A16'].astype(int)

df2 = one_hot_dataframe(df, ['A1', 'A4', 'A5', 'A6', 'A7', 'A9', 'A10', 'A12', 'A13'])
df2 = df2.drop('A16', axis=1)

df2 = np.array(df2)

# veriyi normalize et, ortalama cikar ve standart sapmaya bol
df2 -= np.mean(df2, axis=0)
df2 /= np.std(df2, axis=0)

cf = MixedKMeans(2, iter=10, euc_n=6, weights=[1., 3.])
cf.fit(df2)

labels_true = np.array(df['A16'])
labels_pred = cf.labels_
match = np.sum((labels_true == labels_pred).astype(int))
print float(match)/len(df)

0.820826952527

```

Bu veri icinde iki tane kume vardi, kumeler A16 kolonunda + ya da - olarak isaretli. Kumeleme takip edilmeyen (unsupervised) bir Yapay Ogrenim metotudur, hangi noktanin hangi kumeye ait oldugunu onceden bilmeyiz, ornek veri setini kullanirken bu isaretleri gormemezlikten geliyoruz, sadece kontrol amaclı olarak sonradan bu isaretlere bakıyoruz. Ve ustteki kod ile yuzde 82 civari (bazen 82, bazen 18 degeri gelebilir, cunku kume atamaları "1. kume" ya da "0. kume" arasinda bir secim yapamaz, sadece onların ayri kume olduklarını bulabilir, tahminler bu sebeple bazen tam tersi cikabiliyor, fakat bu cok onemli degil) oranında bir basariyla dogru kumeyi bulabilmişiz.

Parametre olarak gecilen `euc_n` degiskeni her veri noktası için "ilk kac noktanin numerik" oldugunu belirtiyor. Boylece uzaklik fonksiyonu sadece o kisimda Oklit uzakligi kullaniyor. Peki numerik degerler niye hep basta? Basta olmasının sebebi `one_hot_dataframe` cagrisinin yeni kolonlari yaratirken eskileri silmesi ve eklenen yeni kolonların hep en sona konması, böylece en bastakiler hep numerik kolon olacak!

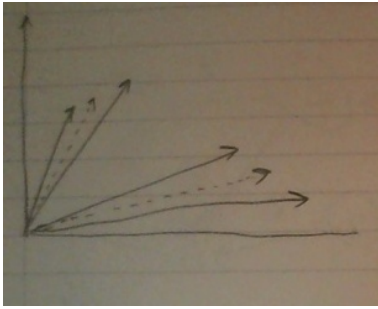
Agirliklar

Oklit ve kosinus uzakliklarını birbirine toplarken, birine diglerinden daha fazla agirlik vermek mumkun, belki de bir veri seti için numerik veriler kategorik olanlardan daha onemli olabilir, bu durumda agirliklari, mesela ustte 1'e 3 olarak tanımladık, Oklit uzakligina 3 kat daha fazla onem / agirlik vermis oluruz cunku kategorik verileri 3 kat daha "fazlastiriyoruz", "uzaklastiriyoruz". Tabi bu konuyu

degisik bir acidan gormek te mumkun, eger kategorik kismnin sayilari numerik olanlar ile ayni olcekte degilse, carparak her iki kismi esitlemis oldugumuz da soylenebilir. Her neyse - agirliklari ne oldugu tahmin, deneme / yanilma ile bulunabilir, her veri setine gore degisik olacaktir.

Kume Ortalamasini Hesaplamak Ne Kadar Mantikli

Eger uzaklik olcutumuz karisik bir olcut ise (hem kosinus hem oklitsel) bu durumda ve KMeans baglaminda kume merkezini bulmak icin bir aritmetiksel ortalama bulmak isler mi? Isler cunku, gorsel olarak hepsi orijinden baslayan ve degisik yonlere isaret eden degisik boylarda vektorleri hayal edelim, bu durumda ortalama almak o ortalama kullanan tum vektorleri temsil eden bir vektoru verir.



Kume ortasi baglaminda bu gayet mantiklidir. Oklitsel durum, zaten KMeans'in bastan beri hazir oldugu bir durumdur, demek ki bu iki olcutu KMeans baglaminda birlestirmenin bir zarari yoktur. Ya da sadece kosinus uzakligi kullanan bir KMeans kullanmanin bir zarari da yoktur.

Ustteki resimde ust soldaki iki vektor bir kume, alt sagdaki iki vektor diger bir kume olabilir, noktali vektor olarak gosterilen onlari kabaca ortalamasi olabilir. Kumeler vektorlerin birbirine "acisal" yakinaligi uzerinden hesaplanacakti ki bu kosinus uzakligidir.

Normalize Etmek

Ustteki ornekte veriyi 1-in-n kodlamasiyla cevirdikten sonra bir de normalize ettik, yani her kolon bazinda o kolonun ortalamasini o kolondaki tum degerlerden cikarttik ve standart sapmaya bolduk, boylece her kolonu 0 etrafinda ortalayip onun iki tarafina dusebilecek -/+ degerleri kucultuyoruz. Bu veriyi bir tur "sekle sokma" islemdir, ne zaman kullanilacagi tecrubeyle ortaya cikar, mesela ustteki karisik veride bunun isleyebilecegini tahmin ettik.

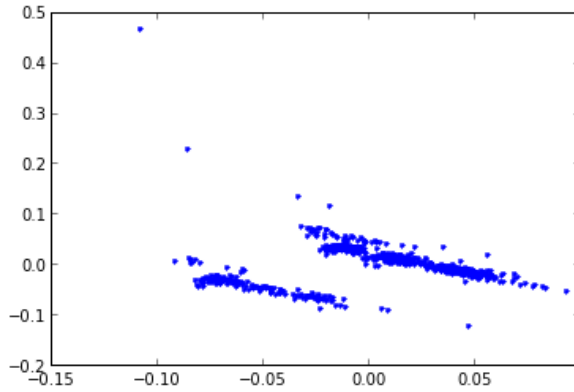
Kume sayisini bulmak

KMeans'e kume sayisinin onceden verilmesi gerekiyor, ve bu sayiyi KMeans baglaminda bastan bilmiyoruz. Bu sayiyi bir sekilde bulmanin yolu olamaz mi?

Boyut azaltma teknigi SVD yardimci olabilir. SVD sonrasi gelen matrisin "onemli" kolonlarinda daha azaltilmis bir veri seti elde edebiliriz, bu veride en basta olan kolonlar en onemli olanlardir, ve bu kolonlari, mesela ilk ikisini alarak ekrana

basabiliriz. Avustralya Kredi setinde [3] bunu yaparsak sunu goruruz:

```
import scipy.linalg as lin
u,s,vt=lin.svd(df2) # normalize edilmiş veri üzerinde
plt.plot(u[:,0], u[:,1],'.')
plt.savefig('kmeans_4.png')
```



İki tane ana blok olduğu açık bir şekilde görülüyor. Demek ki küme sayısı $k = 2$ kullanmak gerekir.

Bazı ek notlar

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Determining_the_number_of_clusters_in_a_data_set

[2] nbviewer.ipython.org/url/cbcb.umd.edu/~hcorrada/PML/src/kmeans.ipynb

[3] <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Statlog+%28Australian+Credit+Approval%29>