Uzakliklar, Norm, Benzerlik

Literaturdeki anlatim norm ve uzaklik konusu etrafinda biraz kafa karisikligi yaratabiliyor, bu yazida biraz aciklik getirmeye calisalim. Norm bir buyukluk olcusudur. Vektor uzaylari ile olan alakasini gormek icin *Fonksiyonel Analiz* notlarina bakilabilir. Buyukluk derken bir x vektorunun buyuklugunden bahsediyoruz, ki bu cogunlukla $||x||$ gibi bir kullanimda gorulur, eger altsimge yok ise, o zaman 2 kabul edilir, yani $||x||_2$. Bu ifade bir L2 norm'unu ifade eder. $||x||_1$ varsa L1 norm'u olurdu.

L1,L2 normalari, ya da genel olarak p uzerinden L_p normlari soyle gosterilir

$$||x||_p = (\sum_i |x_i|^p)^{1/p}$$

ki x_i, x vektoru icindeki ogelerdir. Eger $p = 2$ ise, L2 norm

$$||x||_2 = \left(\sum_i |x_i|^2 \right)^{1/2}$$

Ustel olarak 1/2'nin karekok demek oldugunu hatirlayalim, yani

$$||x||_2 = \sqrt{\sum |x_i|^2}$$

Bu norm ayrica Oklitsel (Euclidian) norm olarak ta bilinir, tabii ki bunun Oklitsel uzaklik ile yakin baglantisi var (iki vektoru birbirinden cikartip Oklit normunu alirsak Oklit uzakligini hesaplamis oluruz).

Eger $p = 1$ olsaydi, yani L1 norm, o zaman ustel olarak 1/1 olur, yani hicbir ustel / koksel islem yapilmasina gerek yoktur, iptal olurlar,

$$||x||_1 = \sum |x_i|^2$$

Ornek

$$a = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$||a|| = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3.742$$

Ornekte altsimge yok, demek ki L2 norm.

Ek Notasyon, Islemler

L1 normu icin yapilan islemi dusunelim, vektor ogeleri kendileri ile carpiliyor ve sonuclar toplaniyor. Bu islem

$$||x||_1 = x^T x$$

olarak ta gosterilemez mi? Ya da $x \cdot x$ olarak ki bu noktasal carpimdir.

Bazen de yapay ogrenim literaturunde $||x||^2$ sekilde bir kullanim gorebiliyorsunuz. Burada neler oluyor? Altsimge yok, demek ki L2 norm. Sonra L2 normun karesi alinmis, fakat L2 normu tanimina gore bir karekok almiyor muydu? Evet, fakat o zaman kare islemi karekoku iptal eder, demek ki L2 normunun karesini almak bizi L1 normuna dondurur! Eh bu normu da $x^T x$ olarak hesaplayabildigimize gore hemen o notasyona gecebiliriz, demek ki $||x||^2 = x^T x = x \cdot x$.

Ikisel Vektorlerde Benzerlik

Diger ilginc bir kullanim ikisel degerler iceren iki vektor arasinda cakisan 1 degerlerinin toplamini bulmak. Mesela

```
a = np.array([1,0,0,1,0,0,1,1])
b = np.array([0,0,1,1,0,1,1,0])
```

Bu iki vektor arasindaki 1 uyusumunu bulmak icin noktasal carpim yeterli, cunku 1 ve 0, 0 ve 1, 0 ve 0 carpimi sifir verir, ama 1 carpi 1 = 1 sonucunu verir. O zaman L1 norm bize ikisel iki vektor arasinda kabaca bir benzerlik fikri verebilir.

```
print np.dot(a,b)
```

```
2
```