

内容安排的基本逻辑



第五讲 时域分析与处理

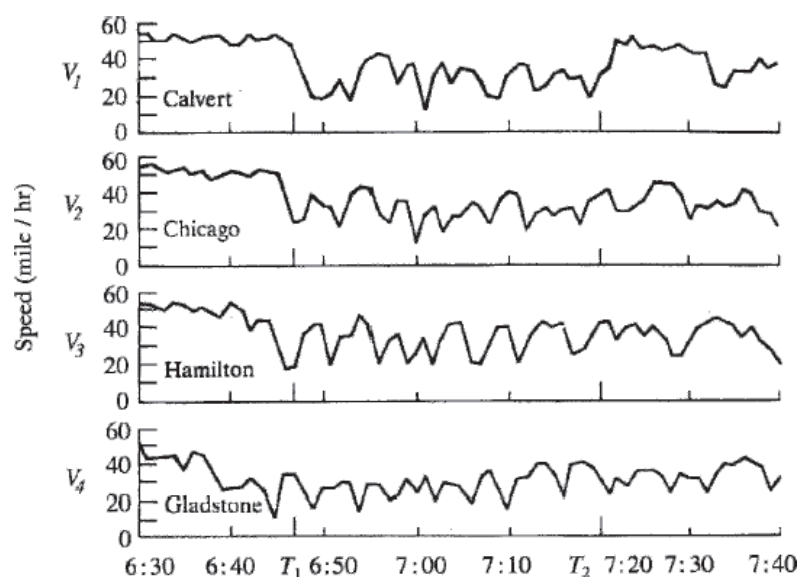
-- 互相关和叠加平均算法及应用

第一部分：互相关函数及应用

- 两个信号的互相关函数
- 互相关函数的性质
- 典型应用
 - 有限时长信号的传播时间（时延）、距离、速度
 - 举例：声的多路径（反射、折射）传播，包含衰减和噪声因素
 - 信号极性变化检测
 - 举例：煤气输入量与二氧化碳排放量
 - 微弱信号处理（模板匹配法去除确定性干扰）
 - 案例：胎儿心电检测（实测数据与程序）
- * 建议参考Shiavi（2007）书本的9.1-9.3内容

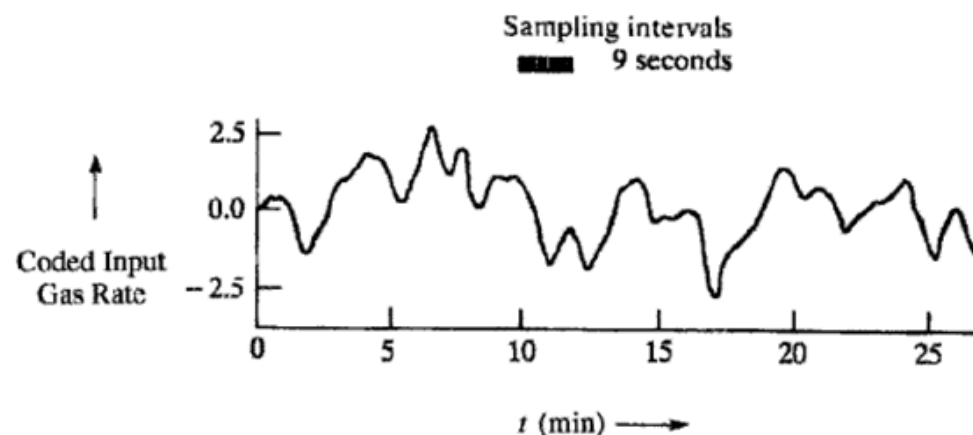
问题的提出

- 通常围绕研究对象，同步观测的多个随机信号
 - 推断研究对象的内在机制
 - 揭示观测变量之间的内在联系，如因果或者同源关系

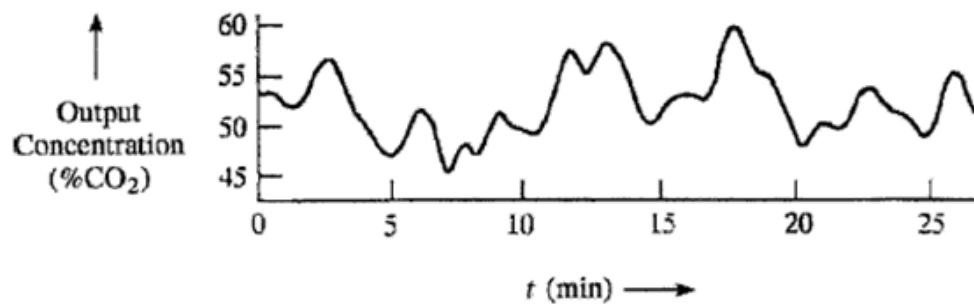


芝加哥附近公路上的车速关系(Schwartz and Shaw (1975) Textbook)

煤气炉煤气流量与二氧化碳的生产量

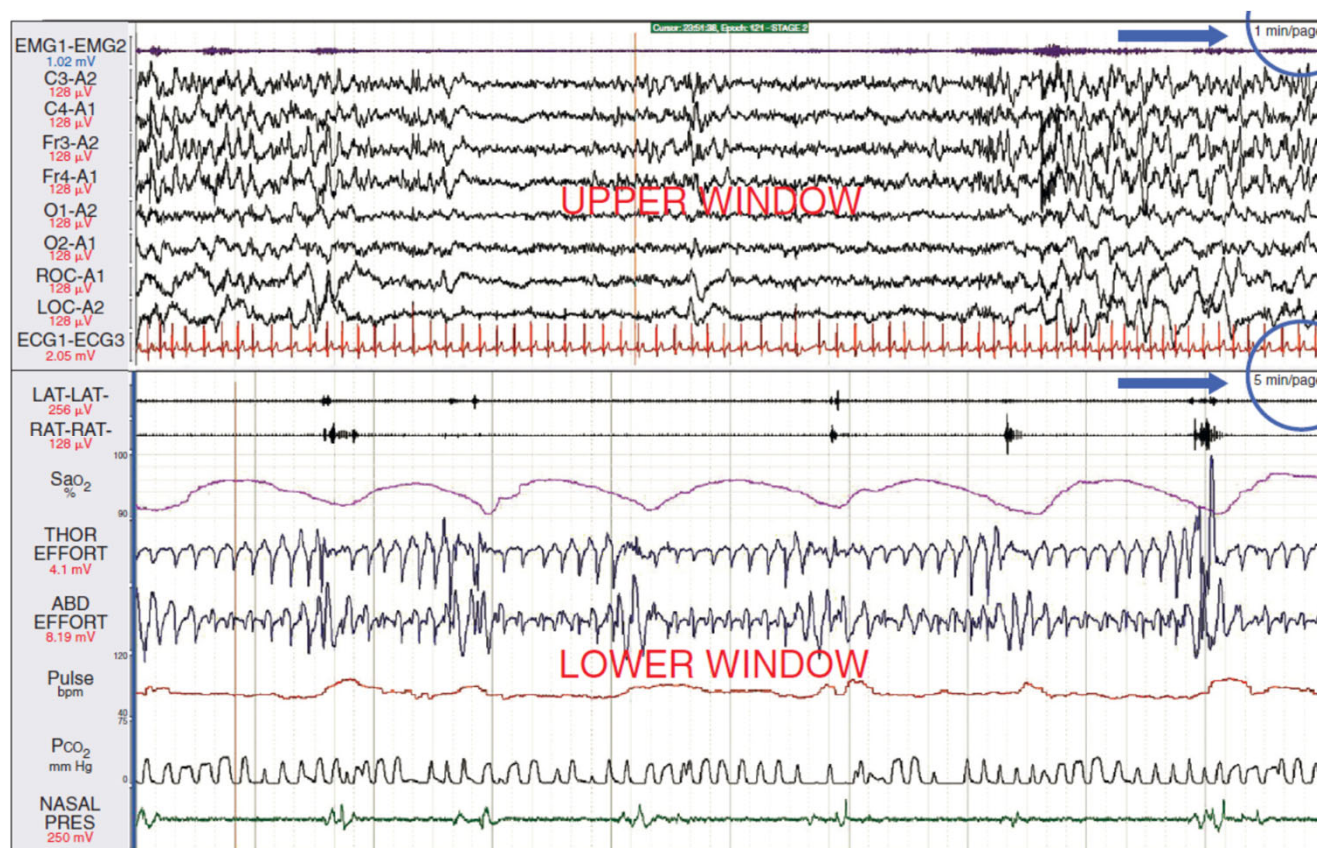


(a)



两个变量之间可能的内在关系？

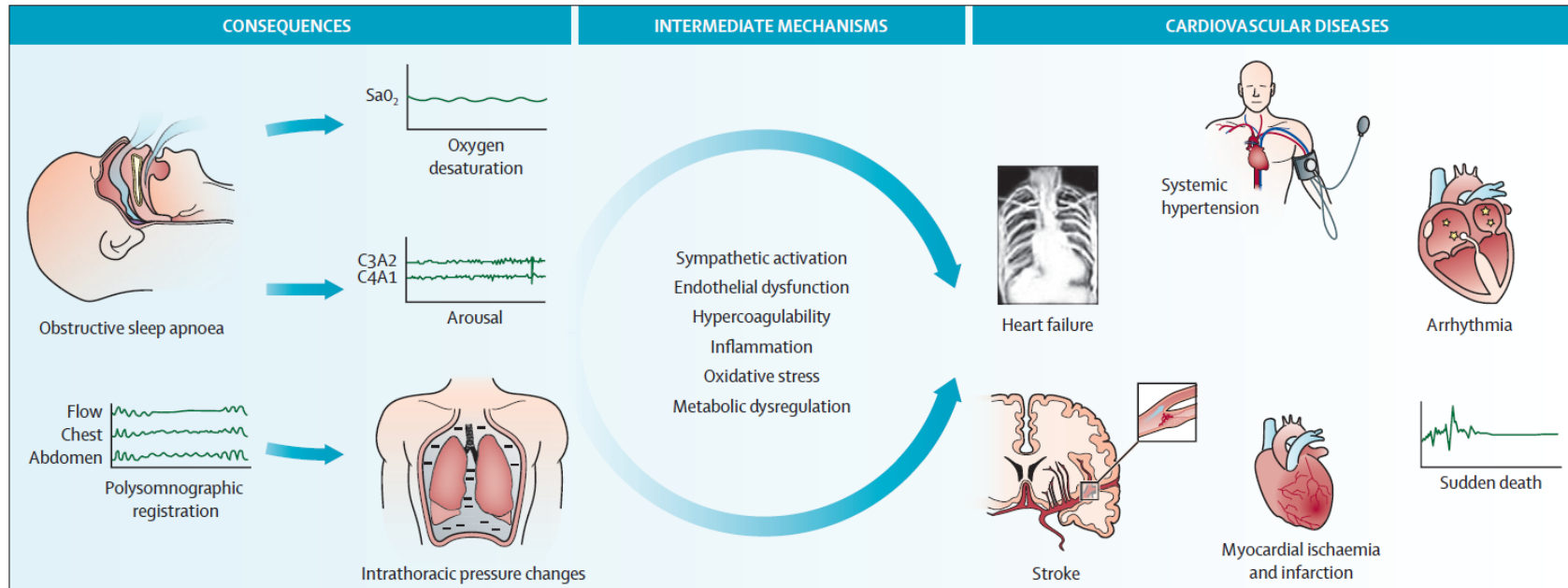
多导睡眠图多生理信号之间的关系



医学应用:

- (1) 睡眠呼吸障碍分析
呼吸-血氧、呼吸-心电、呼吸-脑电
- (2) 睡眠呼吸障碍分类 – 中枢型与阻塞型
胸腔-腹腔压力:
- (3) 心脑耦合分析
脑电-心电
- (4) 脑网络分析
脑电-脑电

信号关联背后的生理机制



Sánchez-de-la-Torre, M., Campos-Rodriguez, F., & Barbé, F. (2013). Obstructive sleep apnoea and cardiovascular disease. *The Lancet Respiratory Medicine*, 1(1), 61–72.

呼吸-血氧、呼吸-心电、呼吸-脑电：睡眠呼吸障碍分析

胸腔-腹腔压力：睡眠呼吸障碍分类－中枢型与阻塞型

研究机会：下学期的实验课程，或者课外课题

回顾：随机变量之间的相关系数

- 样本协方差

$$\hat{\sigma}_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{m}_x)(y_i - \hat{m}_y)$$

- 相关系数 —— 归一化的协方差

$$\hat{\rho} = \frac{\hat{\sigma}_{xy}}{\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y}$$

- 评估两个随机变量的关联强度
- 可能隐含因果关系
 - 例如环境污染程度和疾病的发病率
- 但是强关联的变量之间不一定互为因果，有可能是因为同源
 - 例如不同导联心电图波形之间的相似性

随机信号之间的互相关函数

- 实际应用中，信号通常离散数字化为时间序列
- 互相关函数**CCF** (cross-correlation function)

$$R_{yx}(k) = E[y(n)x(n+k)]$$

k 表示信号 x 相对于信号 y 的延时点数。对于采样间隔 T ，延迟时间为

$$\tau_d = kT$$

- 互协方差函数**CCVF** (cross-covariance function)

$$C_{yx}(k) = E[(y(n) - m_y)(x(n+k) - m_x)] = R_{yx}(k) - m_y m_x$$

- 归一化互协方差函数**NCCF** (normalized cross-covariance function)

$$\rho_{yx}(k) = \frac{C_{yx}(k)}{\sigma_y \sigma_x}$$

互相关函数性质

- 对称性: $R_{yx}(k) = R_{xy}(-k)$
 - 因为想要将时移为 $\tau_d = kT$ 的 x, y 对齐, 要么沿某个方向移动 y , 要么沿相反方向移动 x , 即
$$R_{yx}(k) = E[y(n)x(n+k)] = E[x(n+k)y(n)] = R_{xy}(-k)$$
- 归一化的互协方差函数的取值范围: $-1 \leq \rho_{yx}(k) \leq 1$
 - $\rho_{yx}(k)$ 就是在时间点 k 处的相关系数
- $R_{yx}(k)$ 最大值处, 信号最相似
 - 例如 $y=[4 \ 8 \ 3 \ 6]$ 与 $x_0=y(n+0)=[4 \ 8 \ 3 \ 6]$, $x_1=y(n+1)=[8 \ 3 \ 6 \ 4]$, $x_{-1}=y(n-1)=[6 \ 4 \ 8 \ 3]$ 分别的乘积
 - $4^2 + 8^2 + 3^2 + 6^2 = 125$
 - $4*8 + 8*3 + 3*6 + 6*4 = 98$
 - $4*6 + 8*4 + 3*8 + 6*3 = 98$

互相关函数估计

- 互协方差函数

$$\hat{C}_{yx}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-k-1} (y(n) - \hat{m}_y)(x(n+k) - \hat{m}_x) \quad \text{for } k \geq 0$$

$$\hat{C}_{yx}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-k-1} (y(n+k) - \hat{m}_y)(x(n) - \hat{m}_x) \quad \text{for } k \leq 0$$

- 信号分析时，数据常常去趋势和直流成分，互协方差函数本身就是相关函数，也记做 $\hat{R}_{yx}(k) = \hat{C}_{yx}(k)$ $c_{yx}(k)$
- 用于时延分析，但是无法有效评估归一化的互相关强度

- 归一化的互协方差函数的估计，估计值范围[-1 1]

$$\hat{\rho}_{yx}(k) = r_{yx}(k) = \frac{c_{yx}(k)}{s_y s_x}$$

注：估计的有偏和一致性分析及显著性测试，此课略。

车速之间的标准化协方差函数

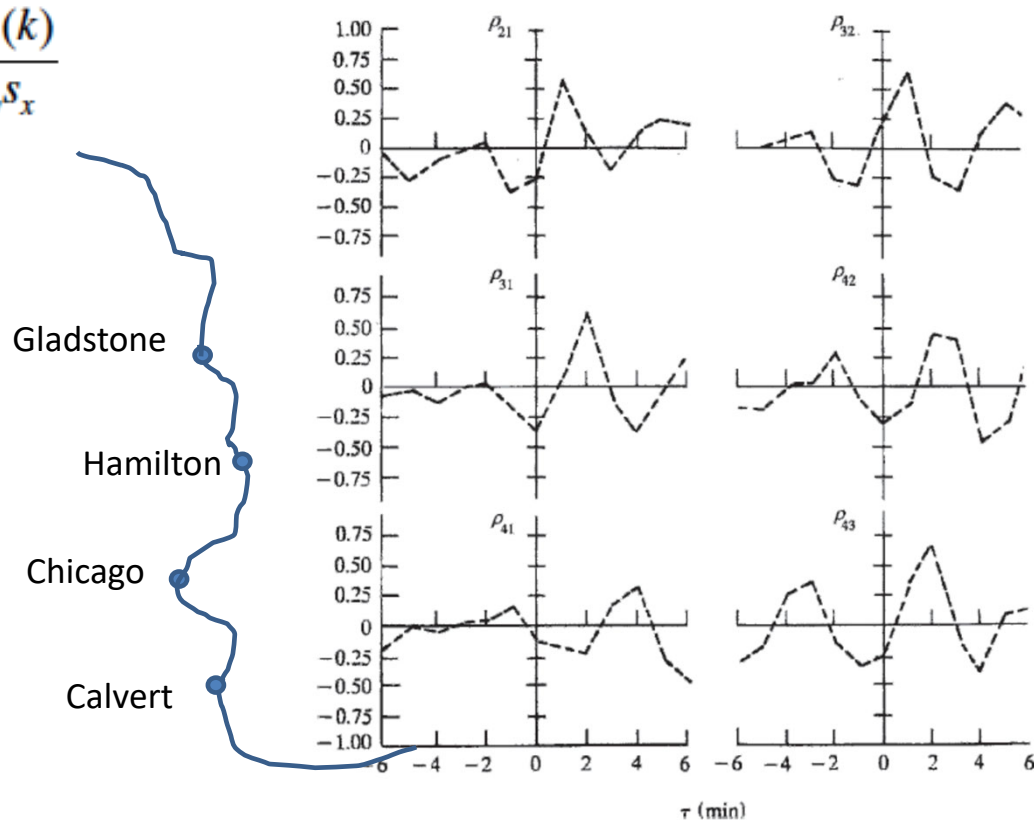
- NCCF函数

$$\hat{\rho}_{yx}(k) = r_{yx}(k) = \frac{c_{yx}(k)}{s_y s_x}$$

$$\tau_d = kT$$

- 结果

- 不同的时滞，NCCF值呈现变化
- 信号之间存在某个特定时滞，使得NCCF函数值最大
- 含义 -- 信号测量点间的大致行驶时间



互相关函数的应用价值

- 有限时长信号传播时延、距离、速度
 - 举例：声音的多路径传播，包括衰减和噪声因素
 - 估计两个信号之间的时延、速度、距离任何两项，可以 推测另外一项
- 信号极性变化检测
 - 举例：煤气输入量与二氧化碳排放量
 - 神经元之间的兴奋 vs. 抑制作用
- 微弱信号处理（模板匹配法去除确定性强干扰）
 - 案例：胎儿心电检测（实测数据与程序）

有限时间信号的传播时延

- 理想情况

- 模板信号 $x(t)$ ，时间有限，记为 W
- 待检测信号 $y(t)$
- 互相关函数

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{W} \int_0^W x(t)y(t+\tau)dt$$

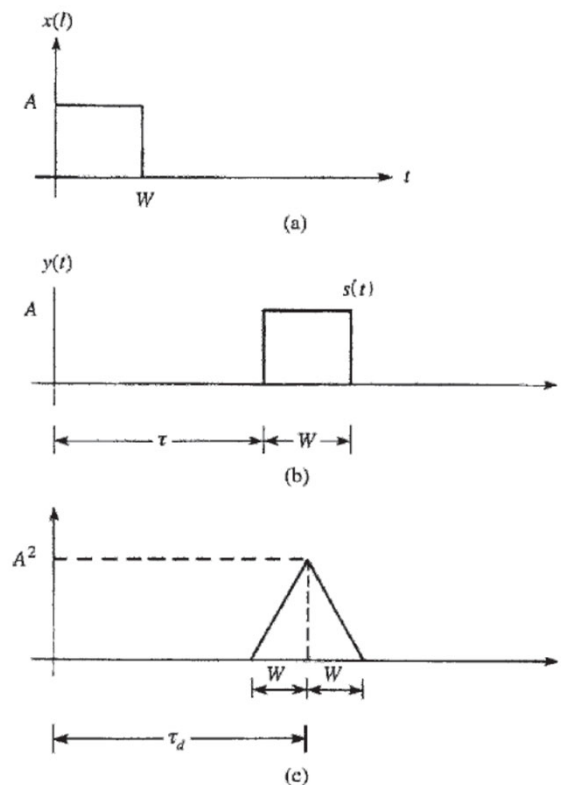
- $y(t)$ 是 $x(t)$ 的一个时延信号

$$y(t) = x(t - \tau_d)$$

- 互相关函数等价于自相关函数

$$= \frac{1}{W} \int_0^W x(t)x(t - \tau_d + \tau)dt = R_{xx}(\tau - \tau_d)$$

- $\tau = \tau_d$ 达到最大自相关系数 $R_{xx}(0)$



互相关函数的离散形式

- 连续形式

$$\begin{aligned} R_{xy}(\tau) &= \frac{1}{W} \int_0^W x(t)y(t+\tau)dt \\ &= \frac{1}{W} \int_0^W x(t)x(t-\tau_d+\tau)dt = R_{xx}(\tau-\tau_d) \end{aligned}$$

- 离散形式 $y = x(n-d)$, $W=MT$, 其中 T 为采样周期

$$\begin{aligned} R_{xy}(k) &= \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} x(n)y(n+k) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} x(n)x(n+k-d) = R_{xx}(k-d), \quad 0 \leq k \leq N-M \end{aligned}$$

其中 N 为信号长度, 时延数据点 $k=d$, 即时间 dT 位置上获得最大值

实际情况：媒介损失+噪声

- 待检测信号是模板的变形

$$y(n) = g x(n-d) + \eta(n), \quad |g| \leq 1, \text{Var}[\eta(n)] = \sigma_\eta^2$$

- 互相关函数的估计

$$R_{xy}(k) = E[x(n)y(n+k)] = gE[x(n)x(n-d+k)] + E[x(n)\eta(n+k)]$$

- 假设噪声与信号无关，则

$$E[x(n)\eta(n+k)] = R_{x\eta}(k) = m_x m_\eta = 0$$

- 噪声条件下的互相关函数

$$R_{xy}(k) = E[x(n)y(n+k)] = gE[x(n)x(n-d+k)]$$

- 仅仅影响其幅度，是衰减系数 g 的线性函数
 - 不影响时延

实际情况：多路径传播

- 多路径传播结果 → 待检测信号是模板的多个时延和幅度变形（媒介损失）+ 噪声 $\eta(n)$

$$y(n) = \sum_{i=1}^q g_i x(n - d_i) + \eta(n)$$

- 互相关函数

$$\begin{aligned} R_{xy}(k) &= E[x(n)y(n+k)] = \sum_{i=1}^q g_i E[x(n)x(n-d_i+k)] + E[x(n)\eta(n+k)] \\ &= \sum_{i=1}^q g_i R_{xx}(k-d_i) \end{aligned}$$

- 多峰值互相关函数，峰值位置： d_i ；峰值幅度： $A^2 g_i$

模板为不规则信号

- 模板 $x(n)$ 为随机不规则信号，在有衰减和噪声路径传播结果 $y(n)$:

$$y(n) = gx(n-d) + \eta(n)$$

- 相关函数

$$R_{xy}(k) = E[x(n)y(n+k)] = g E[x(n)x(n+k-d)] + E[x(n)\eta(n+k)]$$

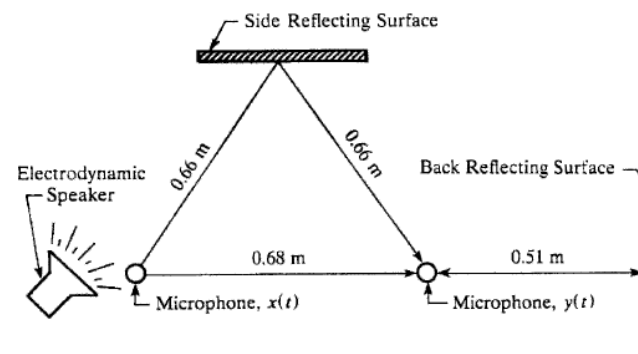
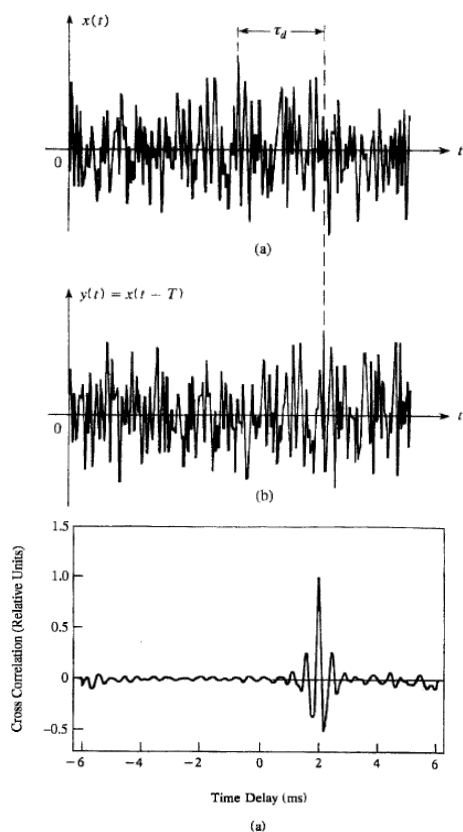
$$= g \cdot R_{xx}(k-d) + R_{x\eta}(k)$$

- 同样假设信号与噪声不相关: $R_{x\eta}(k) = m_x m_\eta = 0$
- 在时延 d 位置获得峰值:

$$R_{xy}(d) = g \cdot R_{xx}(0) = g\sigma_x^2$$

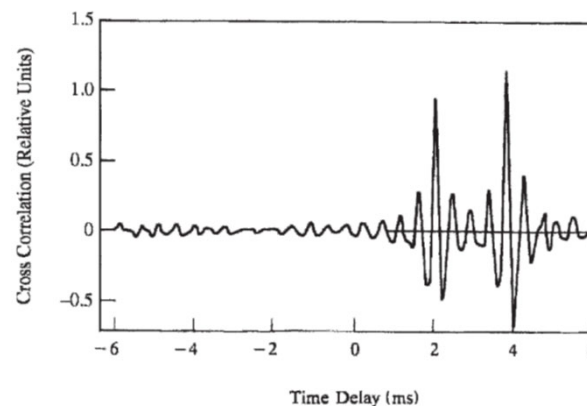
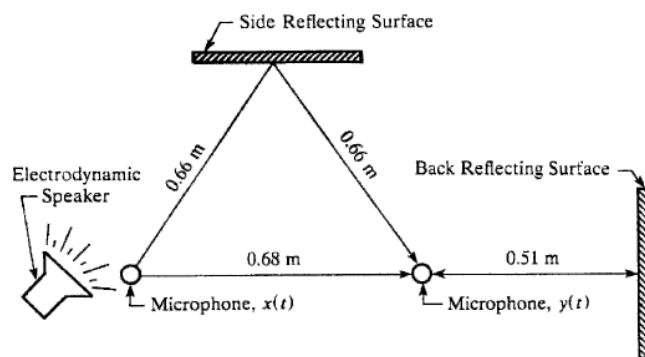
声音的传播路径与声学设计

- 单路径与多路径传播信号的互相关函数



代入具体数字

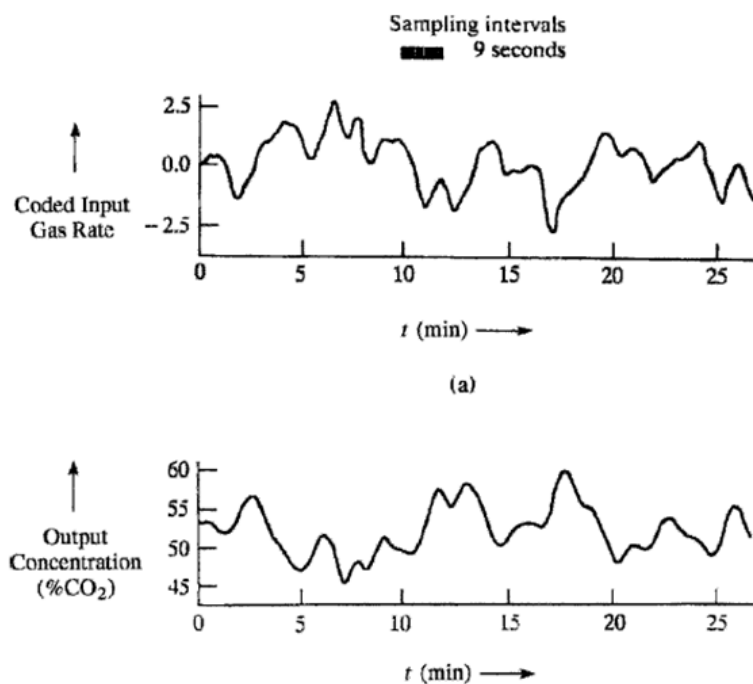
- 空气中声音速度为340m/s
- 互相关函数两个峰值分别位于2ms, 和3.9ms



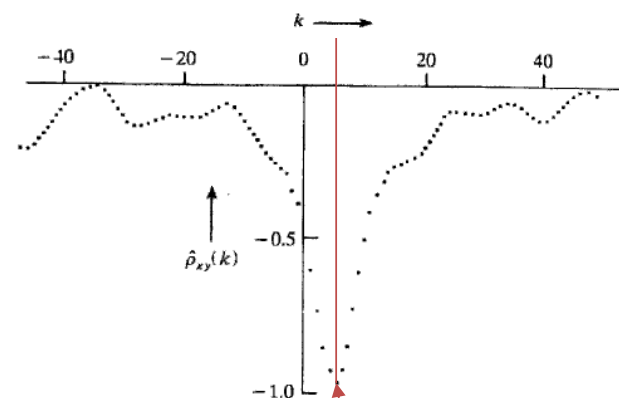
- 请判定这两个峰值对应的声音传输路径
 - $y(t) = \sum_{i=1}^3 g_i * x(t + \tau_i)$, 其中 $y_1 = g_1 * x(t + 0.68/340)$; $y_2 = g_2 * x(t + 0.66*2/340)$; $y_3 = g_3 * x(t + (0.68 + 0.51*2)/340)$
- 声速、时延、距离的确定

避免回声：等距；或者减少反射系数，使得 g_2, g_3 尽可能小，从而减小 $g\sigma^2$ ，避免多峰值。

煤气炉上两信号的极性关系



信号数据



归一化互相关函数

$T = 9$ 秒, 在 $k = 5$, 即时滞为
 $9 \times 5 = 45$ 秒时, 两者呈现最大的
负相关, 相关系数接近-1

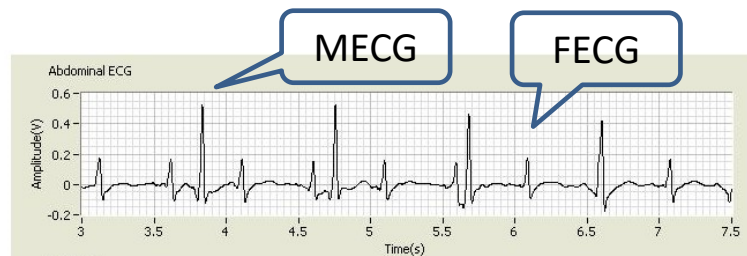
为什么出现这样的现象? 需
要更多信息

胎儿心电检测问题

- 妊娠和分娩过程中，胎儿心电监测十分关键

- 右图：标准电极位置

- 典型信号：



- 问题：

- 母亲心电(maternal ECG即MECG),
- 环境电磁干扰

- 处理目标：

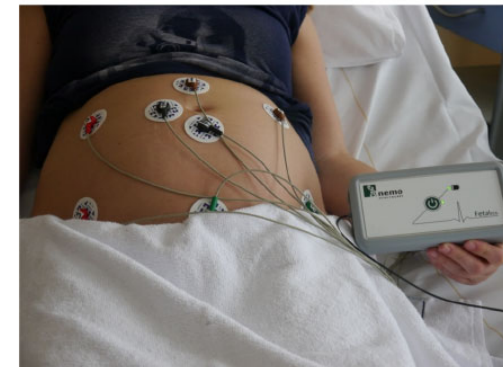
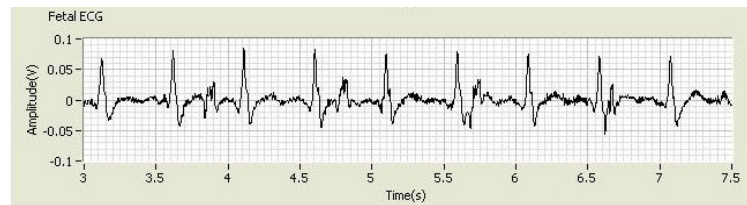
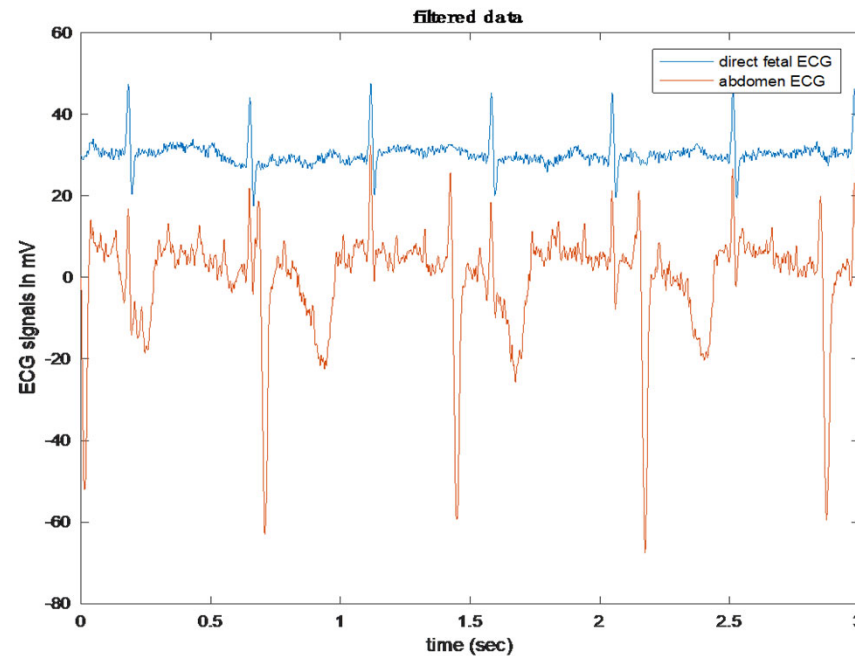


Fig. 1 Configuration of the electrodes on the maternal abdomen. The fetal ECG is recorded with eight electrodes on the maternal abdomen, placed in a fixed configuration. A ground and reference electrode are placed near the belly. The electrodes are connected to our fetal ECG system, which is connected to a computer. This system records six channels of fetal ECG data

MECG和FECG的波形特性比较

- MECG波形幅度较大
- MECG周期较FECG长，因此各个波形成分较宽
- 电极相对母亲心脏和婴儿心脏的位置不同，相位不同



基于互相关的模板匹配消减法

- 原始数据(a)的预处理
 - 去除基线漂移, 得到 $y(n)$, 图(b)

- 寻找MECG的模板

- 模板记为 $x(n) = m(n)$

- 计算互相关函数

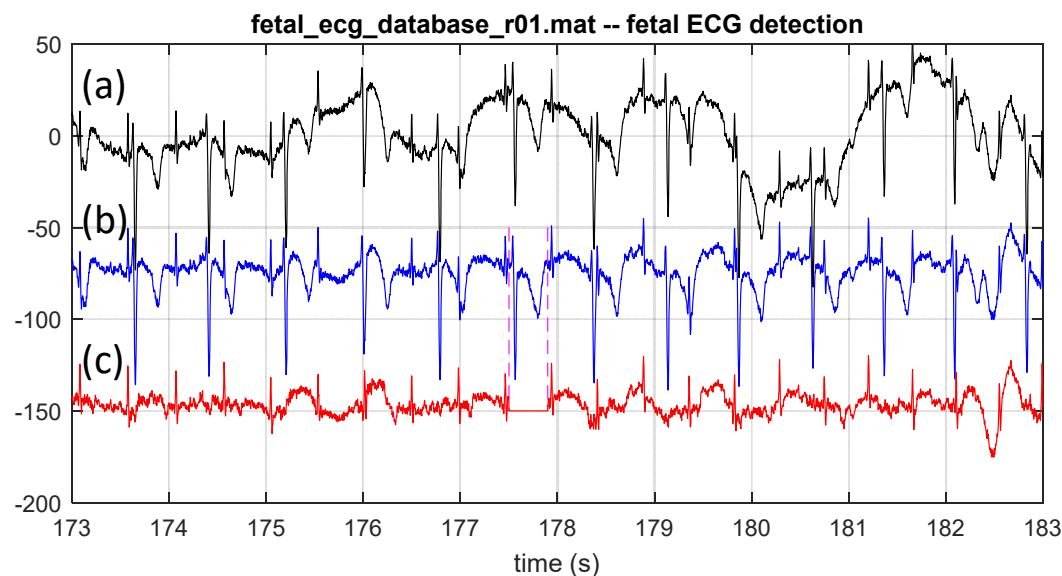
$$\hat{R}_{xy}(k) = \sum_{i=1}^q g_i \hat{R}_{mm}(k - d_i) + \sum_{j=1}^r g_j \hat{R}_{mf}(k - d_j)$$

- 阈值法, 确定MECG所在的时刻 d_i

- 原理: $\hat{R}_{mm}(k) > \hat{R}_{mf}(k)$

- 获得FECG, 图(c)

- 从 $y(n)$ 中的所有 d_i 位置上, 减去MECG模板 $m(n)$



Code illustration

- 利用fetalECGDetection.m处理样例数据fetal_ecg_database_r01.mat, 注意理解各步骤的原理和阶段性结果
 - 实际分析样例程序

更多资源

- 胎儿心电数据资源

- <https://physionet.org/physiobank/database/adfecgdb/>
- <https://physionet.org/pn6/fecgsynadb/> **Fetal ECG Synthetic Database (FECGSYNDB)**
 - This dataset and its collection methods are described in Andreotti F., Behar J., Zaunseder S., Oster J. and Clifford G D., [An Open-Source Framework for Stress-Testing Non-Invasive Foetal ECG Extraction Algorithms](#). *Physiol Meas* **5**, pp. 627-648, 2016.
 - **Also include the standard citation for PhysioNet:** Goldberger AL, Amaral LAN, Glass L, Hausdorff JM, Ivanov PCh, Mark RG, Mietus JE, Moody GB, Peng C-K, Stanley HE. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. *Circulation* 2000, **101**(23):e215-e220.

- 课后练习

- 参照PPT和Shiavi参考书（英文版，pp.342-343）的原理，使用physionet上的数据库，用MATLAB程序实现胎儿的心电检测，显示中间结果，母体和胎儿心电，胎儿心电信号峰值检测，并计算胎儿即时心率和平均心率。
- 查阅参考文献，改进mECG模板，进一步后处理目前获得的fECG

拓展阅读

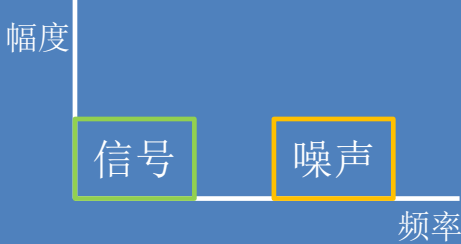
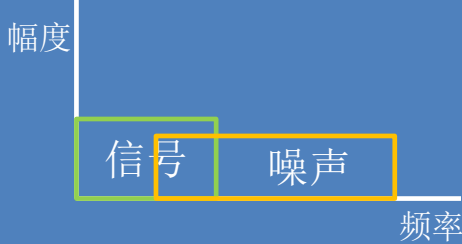
- 肌电信号中的心电干扰去除
 - Costa Junior, José Dilermando, de Seixas, José Manoel, Miranda de Sá, Antonio Mauricio Ferreira Leite . A template subtraction method for reducing electrocardiographic artifacts in EMG signals of low intensity[J]. Biomedical Signal Processing and Control, 2019, 47:380-386.
- 癫痫样放电波形检测
 - Lodder S S , Askamp J , Van Putten M J A M . Inter-ictal spike detection using a database of smart templates[J]. Clinical Neurophysiology, 2013, 124(12):2328-2335.
 - Jing J , Dauwels J , Rakthanmanon T , et al. Rapid Annotation of Interictal Epileptiform Discharges via Template Matching under Dynamic Time Warping[J]. J Neurosci Methods, 2016, 274:179-190.

第二部分：叠加平均原理与应用

- 理解信号与噪声特点与处理方法匹配的必要性
- 掌握叠加平均去噪的数学原理
- 应用案例
 - 心室晚电位
 - 视觉诱发电位
 - 事件相关电位
- 掌握叠加平均去噪算法的应用条件及对策

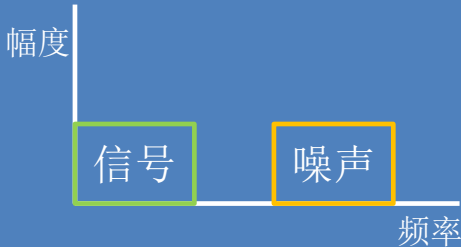
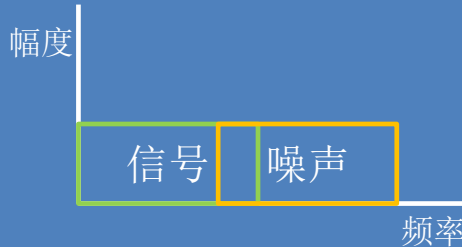
信号与噪声的关系

- 信号特性与处理方法的匹配

目标信号	噪声与信号 频谱不重叠	噪声与信号 频谱重叠
	 <p>A graph with '幅度' (Amplitude) on the vertical axis and '频率' (Frequency) on the horizontal axis. A green box labeled '信号' (Signal) is on the left, and an orange box labeled '噪声' (Noise) is on the right. There is a clear gap between the two boxes, indicating no spectral overlap.</p>	 <p>A graph with '幅度' (Amplitude) on the vertical axis and '频率' (Frequency) on the horizontal axis. A green box labeled '信号' (Signal) is on the left, and an orange box labeled '噪声' (Noise) is on the right. The two boxes overlap, indicating spectral overlap.</p>
确定信号	滤波	?
随机信号	滤波	?

信号与噪声的关系

- 信号特性与处理方法的匹配

目标信号	<div>噪声与信号 频谱不重叠</div> 	<div>噪声与信号 频谱重叠</div> 
确定信号	滤波	叠加平均
随机信号	滤波	例如独立成分分析 (研究生课程或自学)

叠加平均去噪的原理

- 目标信号为确定性信号，记为 $S(t)$
- 测量的信号 $D(t)$ 包含目标信号 $S(t)$ 和高斯噪声 $\eta(t)$
 - $D(t) = S(t) + \eta(t)$
- 可以重复测量 D_i ($i=1, 2, \dots, n$)
 - $D_i(t) = S_i(t) + \eta_i(t)$
- 每次测量的确定性信号一致 $S_1(t)=S_2(t)=\dots=S_k(t)= S(t)$
- 每次测量包含的噪声 $\eta_i(t)$ 满足独立同分布（高斯分布）
- 待解决的问题
 - 怎样从 n 次测量的 $D_i(t)$ 中有效地提取 $S(t)$?

高斯随机变量之和的分布

- 两个独立高斯分布随机变量之和的分布
 - X 和 Y 独立，并且服从 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 分布， $Z=X+Y$ 则服从 $N(\mu_1+\mu_2, \sigma_1^2+\sigma_2^2)$ 分布（盛骤等《概率论与数理统计》第四版，p.77）
- 推广到 n 个独立的高斯分布随机变量之和
 - $Z=X_1+X_2+\dots+X_n$ 则服从 $N(\mu_1+\mu_2+\dots+\mu_n, \sigma_1^2+\sigma_2^2+\dots+\sigma_n^2)$
- 更一般地，有限个相互独立高斯随机变量的线性组合
 - $Z=c_1X_1+c_2X_2+\dots+c_nX_n$ 服从 $N(c_1\mu_1+c_2\mu_2+\dots+c_n\mu_n, c_1^2\sigma_1^2+c_2^2\sigma_2^2+\dots+c_n^2\sigma_n^2)$ （盛骤等《概率论与数理统计》第四版，pp.105-106）

高斯噪声时刻 t_0 构成一组随机变量

- n 次观测 $D_1(t_0)$, $D_2(t_0)$, ..., $D_n(t_0)$ 对应噪声成分 $\eta(t)$ 为 n 个随机变量
- 假设这些噪声成分 $\eta(t)$ 分别服从 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, ..., $N(\mu_n, \sigma_n^2)$
- 根据高斯随机变量之和的分布特性, 对时刻 t_0
 - 简单叠加平均算法: $\eta = (\eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_n) / n$
 - 随机变量 η 的分布满足 $N(1/n * \mu_1 + 1/n * \mu_2 + \dots + 1/n * \mu_n, 1/n^2 * \sigma_1^2 + 1/n^2 * \sigma_2^2 + \dots + 1/n^2 * \sigma_n^2)$

假设每次测量服从独立同分布

- η 的分布 $N(1/n*\mu_1+1/n*\mu_2+...+1/n*\mu_n, 1/n^2*\sigma_1^2+ 1/n^2*\sigma_2^2+ ... +1/n^2*\sigma_n^2)$
- 独立性，保证上式成立
- 同分布性
 - $\mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_n = \mu$ ，一般交流耦合的情况下， $\mu=0$
 - $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_n^2 = \sigma^2$
- n 次叠加平均之后的 η 的分布则简化为
 - $N(0, \sigma^2/n)$

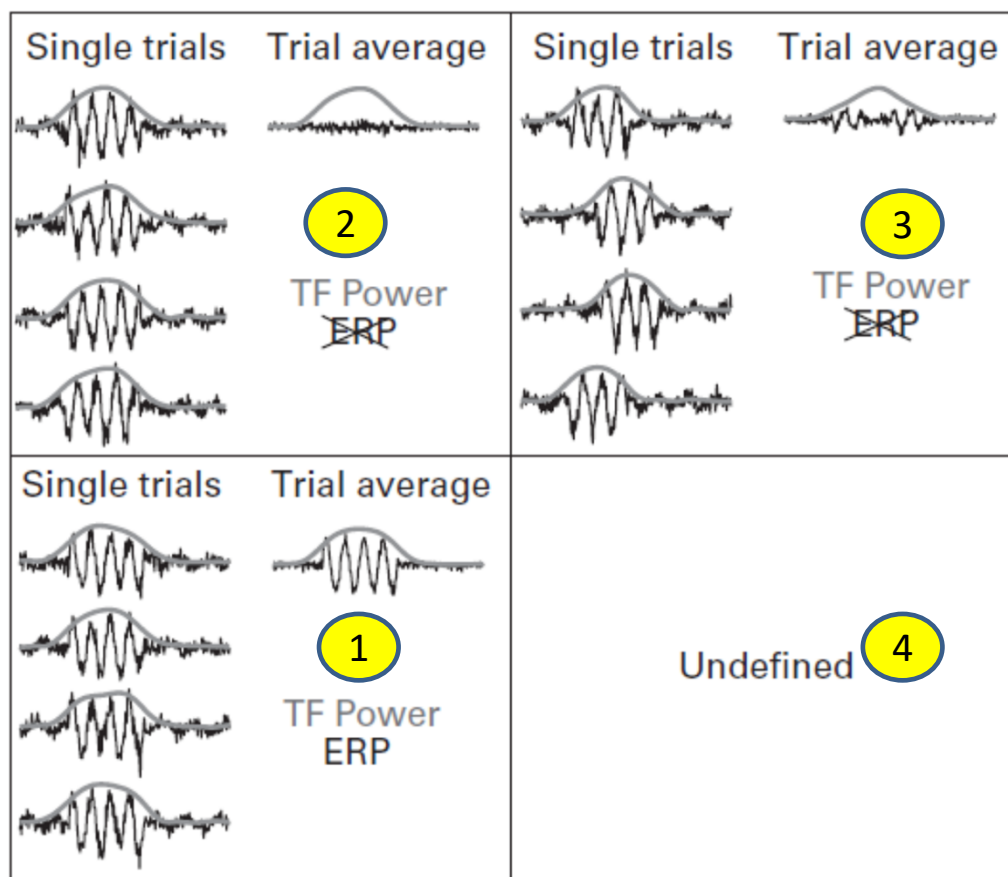
叠加平均改善信噪比

- 任意时刻 t , $D(t) = S(t) + \eta(t)$
 - n 次叠加平均之后的噪声 $\eta(t)$ 的分布 $N(\mu, \sigma^2/n)$
 - n 次叠加平均的信号 $[S_1(t)+S_2(t)+\dots+S_k(t)]/n = S(t)$
- 任意时刻 t , 信噪比 $SNR = 20\lg(|S|/|\eta|)$ (dB)
 - 对应于有效幅值 $|S|$ 和 $|\eta|$ 的比例
 - 分别用 s 和 σ 表示
- 有效幅值比
 - 单次 $SNR_i = s/\sigma$
 - n 次叠加平均之后的 $SNR_{avg} = s/(\sigma/\sqrt{n})$
- 信噪比的提升
 - $R = SNR_{avg} / SNR_i = s/(\sigma/\sqrt{n}) / (s/(\sigma)) = \sqrt{n}$
 - 因此, n 次叠加平均, 有效幅值比改善 \sqrt{n} 倍

叠加平均算法的关键假设

- 数据模型 $D(t) = S(t) + \eta(t)$
 - 信号和噪声是线性叠加关系
 - 满足遍历性，可以通过在同等条件下多次测量，获得多个样本函数 $D_i(t)$
- 待提取信号 $S(t)$ 为确定信号，即
 - $S_1(t)=S_2(t)=\dots=S_k(t)= S(t)$
 - 相对于每次测量的起始点，时间锁定，相位锁定
- 随机噪声 $\eta(t)$ 为高斯噪声，符合独立同分布，即
 - $\eta(t) \sim N(0, \sigma^2)$
- 实际应用时，应检查是否符合上述假设

实际情况与算法对策



条件	策略
1 锁时，锁相	波形叠加平均，功率叠加平均
2 锁时，不锁相	不可波形叠加平均，可功率叠加平均
3 不锁时，不锁相	不可波形叠加平均，可功率叠加平均，但是模糊
4 不锁时，但锁相	不存在的情况

典型应用

- 信号内特异点附近信号特性检测
 - 例如心室晚电位分析（ventricular late potentials, VLPs）
- 诱发电位（evoked potentials, EP）
 - 例如视觉诱发电位（visual evoked potential, VEP）
 - 再例如心跳诱发电位（heartbeat evoked potential, HEP）
- 事件相关电位（event-related potentials）
 - 例如高级认知功能P300，语言事件相关电位（language-related ERP）N400

心室晚电位

- Late potentials are thought to be caused by early afterdepolarizations of cells in the right ventricle (in ARVD). Their amplitude is often too small to show up on a normal ECG
- However, when multiple QRS recordings (typically 250 consecutive QRS complexes) are averaged, random noise is filtered out and late potentials can show up. Such a recording is called a Signal Averaged ECG (SAECG)
- The ARVD taskforce has published a document with recommended settings to record an SAECG in ARVD. Criteria for late potentials on a SAECG [1][2]
 - [1] Breithardt G et al. Standards for analysis of ventricular late potentials using high-resolution or signal-averaged electrocardiography. J Am Coll Cardiol. 1991; 17(5):999-1006.
 - [2] Simson MB. Use of Signals in the Terminal QRS Complex to identify patients with ventricular Tachycardia after Myocardial Infarction. Circulation. 1981; 64(2):235-42.
- 自学练习题：查阅并下载上面文献[1]，阅读并仿真出心室晚电位(VLP)的检测算法

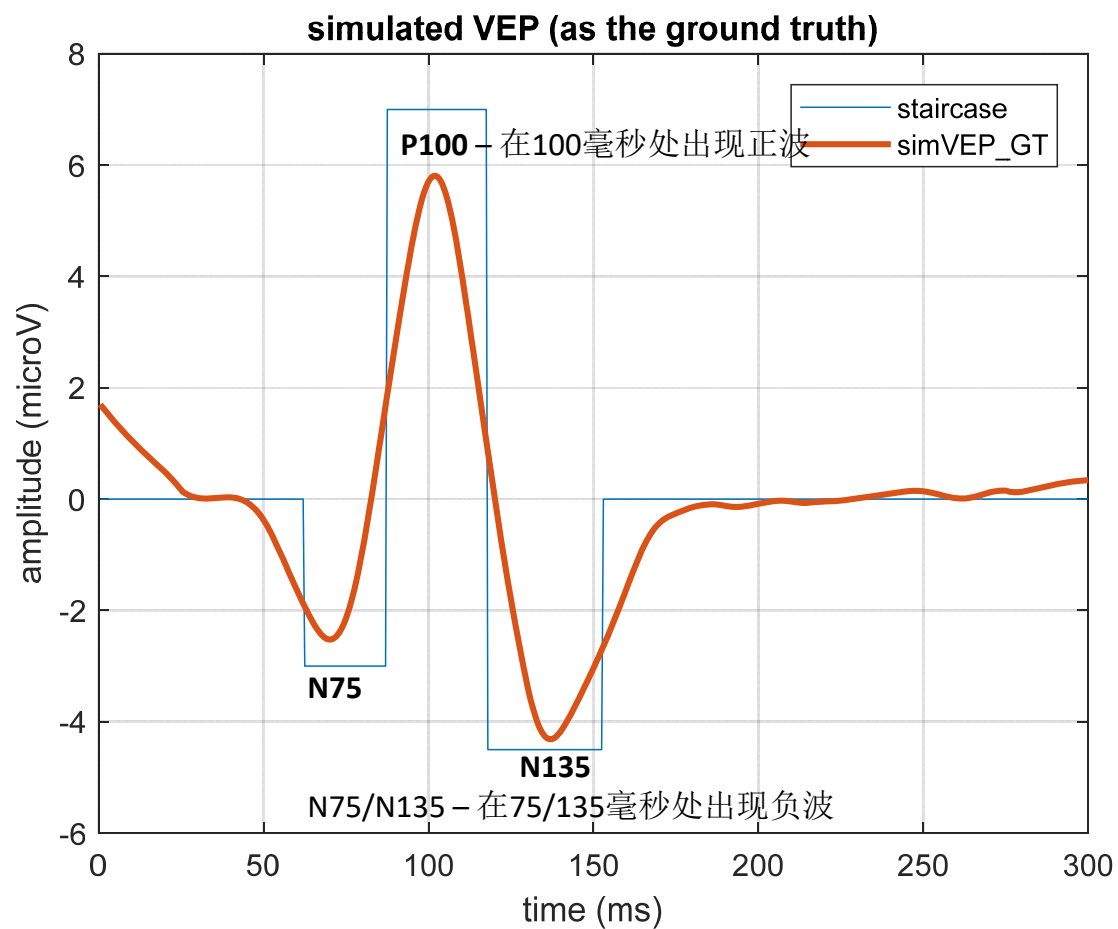
心室晚电位分析

- 心室晚电位检测 (Simson 1981)
 - 信号预处理：去基线，带通滤波[0.5 250] Hz，陷波滤波，去除低质量数据段
 - R波检测及模板匹配法去除不合适的QRS波形
 - 模板选取：相对于R峰值，[-100 400] msec窗口，每四次心跳，动态更新
 - 参照R波的时间点，截取N段心电信号，R波至ST段开始，128 msec
 - 可以适当左右时间窗口增加，以观察VLP区间外的情况
 - 以R波对齐，进行N段心电信号的叠加平均
 - 前提假设1：心室晚电位相对于R波的时延不变——时间锁定
 - 前提假设2：心室晚电位波形不变
 - 前提假设3：噪声与晚电位统计无关
 - 前提假设4：各个阶段噪声相互独立，同分布
 - 25Hz高通双向滤波上述平均信号，获得心室晚电位，并逐点点估计和区间估计
- 分析心室晚电位信号特点
 - 振荡幅度，振荡次数，相对于R波的时延等
- 基于心室晚电位的心肌功能损伤评价
 - 与其它临床资料的联系

诱发电位EP

- Evoked potentials (EPs)
 - small voltage fluctuations in the ongoing electroencephalogram (EEG) elicited by, and time-locked to, repeated occurrences of specific sensory, motor, or cognitive **stimulus** events
 - EP morphology varies as a function of the sensory modality
 - 必须在特定的部位才能检测出来
 - 都有其特定的波形和电位分布
 - 一般地，较短的时延（early latency < 150 ms）
 - 诱发电位的潜伏期与刺激之间有较严格的锁时关系

典型VEP波形特征



仿真视觉诱发电位 VEPs

- 基本参数定义
 - %% trialAvgSimVEP.m
 - % simulate VEP with N75, P100, N135
 - % sampRate = 2000; % Hz
 - % tDuration = 300; % ms
 - % ampVEP = 10; % microV
 - % noiseSD = 3; % microV
-
- %% defined constants - hardcoded
 - sampRate = 2000; % Hz
 - tDuration = 300; % ms
 - nTrials = 5000;
 - ampVEP = 10; % microV
 - noiseSD = 3; % microV

初始化参数

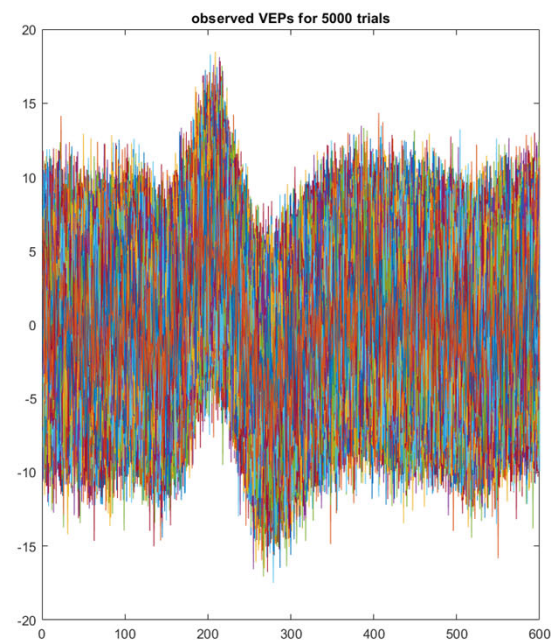
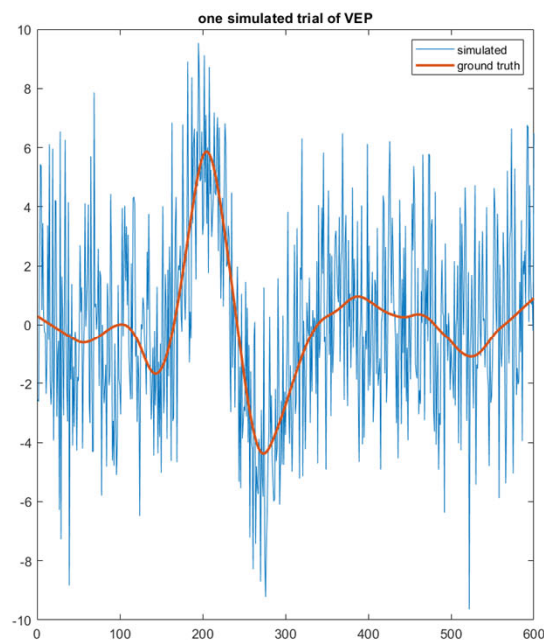
- `tN75 = 75; % ms`
- `ampN75 = -0.30*ampVEP;`
- `tP100 = 100; % ms`
- `ampP100 = ampVEP+ampN75;`
- `tN135 = 135; % ms`
- `ampN135 = ampN75*1.5;`
-
- `N4Avg1 = 50;`
- `N4Avg2 = 500; %% derived constants`
- `N4Avg3 = nTrials; %% all the simulated trials`
- `dataLen = tDuration*sampRate/1000;`
- `N75Idx = tN75*sampRate/1000;`
- `P100Idx = tP100*sampRate/1000;`
- `N135Idx = tN135*sampRate/1000;`
- `tTick = [1:dataLen]/sampRate*1000;`

仿真Ground truth VEP

- %% simulate the VEP ground truth
- `simVEP_S = zeros(1, dataLen);`
- `simVEP_S([(N75Idx-P100Idx)/2+N75Idx:(P100Idx-N75Idx)/2+N75Idx]) = ampN75;`
- `simVEP_S([(N135Idx-P100Idx)/2+P100Idx:(N135Idx-P100Idx)/2+N135Idx]) = ampN135;`
- `simVEP_S((P100Idx-N75Idx)/2+N75Idx:(N135Idx-P100Idx)/2+P100Idx) = ampP100;`
- `figure, plot(tTick, simVEP_S);`
-
- `simVEP_S = simVEP_S + randn(1, dataLen)*noiseSD;`
- `simVEP_GT = smooth(simVEP_S, 100, 'lowess');`
- `hold on, plot(tTick, simVEP_GT, 'linewidth', 2);` % the ground truth of the VEP for this simulation
- `L=legend('staircase', 'simVEP_GT');`
- `set(L, 'Interpreter', 'none');`
- `grid on;`
- `xlabel('time (ms)');`
- `ylabel('amplitude (microV)');`
- `title('simulated VEP (as the ground truth)');`

重复测量仿真1： 仅仅增加噪声

- %% simulate the observed VEP trials
- for iTrial = 1:nTrials
- obsVEP(iTrial, :) = simVEP_GT + randn(1, dataLen)*noiseSD;
- end
- figure;
- plot(obsVEP'); title(['observed VEPs for ', num2str(nTrials), ' trials']);



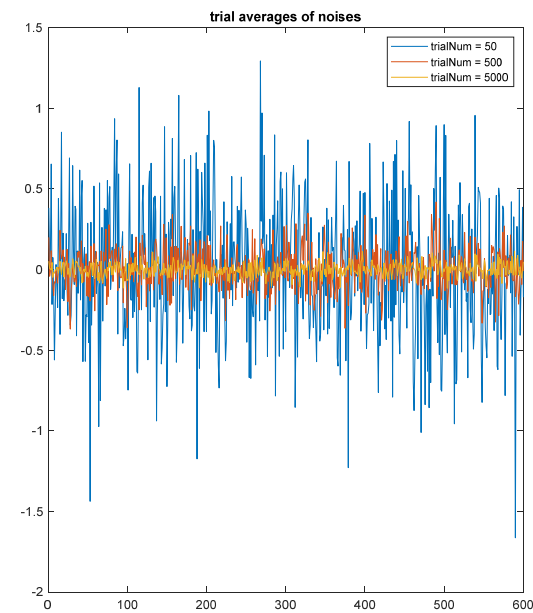
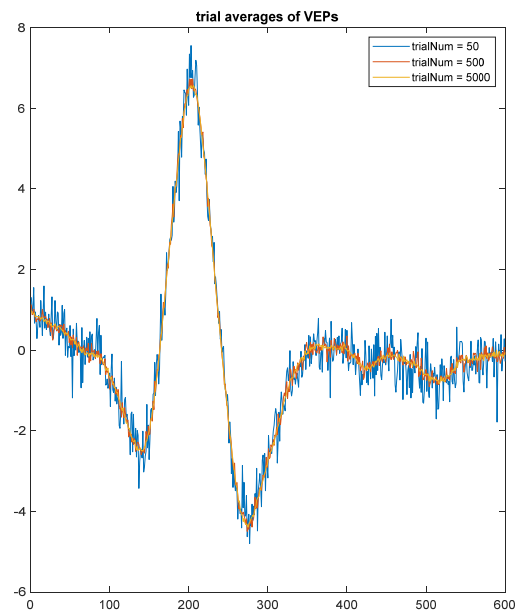
单次和5000次仿真结果

仿真叠加平均

- %% simulate the trial average for different trial numbers
- % N4Avg1 trials average
- vepAvg1 = mean(obsVEP(1:N4Avg1, :), 1);
- noiseAvg1 = vepAvg1 - simVEP_GT;
- noiseSD1 = std(noiseAvg1);
-
- % N4Avg2 trials average
- vepAvg2 = mean(obsVEP(1:N4Avg2, :), 1);
- noiseAvg2 = vepAvg2 - simVEP_GT;
- noiseSD2 = std(noiseAvg2);
-
- % N4Avg3 trials average
- vepAvg3 = mean(obsVEP(1:N4Avg3, :), 1);
- noiseAvg3 = vepAvg3 - simVEP_GT;
- noiseSD3 = std(noiseAvg3);

叠加平均结果分析

- figure;
- subplot(1, 2, 1); plot(vepAvg1); hold on; plot(vepAvg2); plot(vepAvg3); title('trial averages of VEPs');
- legend(['trialNum = ', num2str(N4Avg1)], ['trialNum = ', num2str(N4Avg2)], ['trialNum = ', num2str(N4Avg3)]);
- subplot(1, 2, 2); plot(noiseAvg1); hold on; plot(noiseAvg2); plot(noiseAvg3); title('trial averages of noises');
- legend(['trialNum = ', num2str(N4Avg1)], ['trialNum = ', num2str(N4Avg2)], ['trialNum = ', num2str(N4Avg3)]);



噪声衰减分析

- 通过50, 500, 5000次叠加平均后, 信号的振幅是多少?
 - 关于信号的振幅的估计: 多次仿真叠加平均, 获得每次叠加平均之后的信号振幅值, 构成一个样本, 然后根据这个样本计算振幅的均值和置信区间。为了避免极值带来的误差, 可以采用第一四分位数和第三四分位数距离来代表信号振幅
 - 关于噪声的振幅的估计: 每次叠加平均之后的信号与仿真已知的无噪声“真理”信号 (**ground truth**) 相减得到叠加后的噪声, 同样用上述方法计算该噪声幅值的均值和置信区间
 - 上面每次仿真获得的信号的幅值/噪声幅值, 获得该次仿真的信噪比, 仿真很多次, 获得信噪比的样本, 可以估计该叠加平均次数下的信噪比的均值和置信区间
 - 改变不同的叠加次数: 50, 500, 5000, 或者上面三个步骤的结果, 比较这些结果, 可以感性认识叠加平均对信噪比的改善

事件诱发电位ERPs

- Event-related potentials (ERPs)
 - a set of standard and robust electrophysiological potentials
 - reflecting “higher-order” brain processing invoked in relation to **mentations** (i.e., mental activities), such as memory, expectation, attention, or changes in the mental state, rather than simply evoked by the physical impingement of external stimuli
 - 都有其特定的波形和电位分布
 - 一般地，较长的时延（later-latency > 150ms）
 - 诱发电位的潜伏期与刺激之间较难保持严格的锁时关系

小结

- 理解信号与噪声的特点与信号处理方法匹配
 - 确定信号/随机信号与噪声频谱不混叠情况
 - 确定信号与噪声频谱混叠的情况
 - 随机信号与噪声频谱混叠的情况
- 掌握叠加平均去噪的原理
 - 处理确定信号与噪声频谱混叠时的信噪比提升方法
- 理解叠加平均在微弱信号提取中的应用
 - 微弱信号——信号相对与噪声弱/低信噪比
- 掌握叠加平均去噪的应用条件及对策
 - 前提：确定信号，时间和相位锁定
 - 对策：不满足前提的原因分析，考虑平均功率谱
- 理解典型应用案例
 - 心室晚电位模型：ST前段的稳定低幅振荡+ST信号+噪声
 - 诱发脑电信号模型：稳定诱发电位+背景脑电+噪声

作业二

- 参照视觉诱发电位仿真案例和参考程序
 - 仿真一段300毫秒，采样率为2000Hz的视觉诱发电位，体现N75, N135, P100三个波形特征点，峰-峰幅度为10微伏，该信号作为“真理”信号（VEP_GT）
 - 仿真零均值标准差为3微伏的高斯白噪声，加在VEP_GT上面，作为VEP实测信号的一次仿真
 - 视觉诱发电位测量信号的仿真次数 $n=10000$
 - 分别计算其中100次，1000次，10000次叠加平均
- 问题
 - 计算上述三种叠加平均的结果与VEP_GT的差值，作为叠加平均后的噪声，计算这些噪声的幅值（用这些噪声的标准差表示）
 - 研究这三种情况下噪声幅度的大小变化规律
 - 说明为什么叠加平均可以改善测量信号的信噪比
- 提交内容和格式要求
 - 格式：参照学术论文格式，重点描述原理、流程、算法、各中间步骤的结果及最终结果，以及对结果的分析
 - 文件名：学号+姓名+第二次作业.docx
 - 提交作业时间：第9次课前