Functional data analysis applied to neurology

Clément Bonvoisin, Pierre Ludmann

CMLA (ENS Cachan), Cognac-G (Paris V)

30 juin 2014

Plan

Présentation du problème

Projet pluridisciplinaire

- Médecins
- Mathématiciens

Enjeux variés

- Fournir une base de donnée aux deux acteurs
- Tester des modèles sur des signaux réels
- Suivi des patients
- Étudier les troubles de la marche

Protocole expérimental

- Placements des capteurs
- Mouvements
- Référentiel de travail

Exemple sur des signaux physiologiques

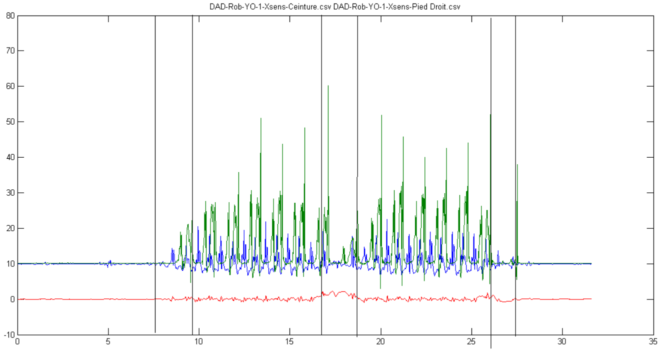

Figure : Segmentation à la main d'un signal de marche

Formaliser les ruptures

Signaux réalisations d'un nombre fini de variables aléatoires

$$(X_n)_{n \in [\![1\,;N]\!]}$$

Ruptures aux R instants t_r où la loi des variables aléatoires X_i change.

$$\forall r \in [\![0\,;R-1]\!], (X_n)_{n \in [\![t_{r-1}\,;t_r - 1]\!]} \sim p_r$$

où $t_{-1} = 1$ et $t_R = N + 1$

Une détection par CUSUM hors-ligne

Comparer l'hypothèse d'une rupture à l'hypothèse de non-rupture

$$L_k = \ln \left[\frac{\sup_{\theta_0} \left\{ \prod_{i=1}^{k-1} p_{\theta_0}(x_i) \right\} \cdot \sup_{\theta_1} \left\{ \prod_{i=k}^{N} p_{\theta_1}(x_i) \right\}}{\sup_{\tilde{\theta}} \left\{ \prod_{i=i}^{N} p_{\tilde{\theta}}(x_i) \right\}} \right] \tag{1}$$

Rupture au temps de vraisemblance logarithmique maximale

$$t_0 = \arg \max_{1 \leq k \leq N} L_k \tag{2}$$

Hypothèses de travail

Hypothèse forte d'indépendance temporelle et spatiale

Hypothèse de signaux supposés suivre une distribution normale :

$$p_{\mu,\sigma}(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \tag{3}$$

$\Longrightarrow$ bornes supérieures atteintes aux estimateurs

Paramètre θ : changement de la moyenne et/ou de l'écart-type du signal

Choix des paramètres - Formules correspondantes

Trois choix possibles :

$\theta = \mu$: (4) avec $\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ et σ fixé

$\theta = \sigma$: (5) avec μ fixé et $\sigma = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \mu)^2$

$\theta = (\mu, \theta)$: (5) avec $\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$ et $\sigma = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]$

$$L_k = \frac{1}{2\sigma^2}\left[(k-1)\mu_0^2 + (N-k+1)\mu_1^2 - N\tilde{\mu}^2\right] \tag{4}$$

ou

$$L_k = N\ln(\tilde{\sigma}) - (k-1)\ln(\sigma_0) - (N-k+1)\ln(\sigma_1) \tag{5}$$

Détection d'une rupture

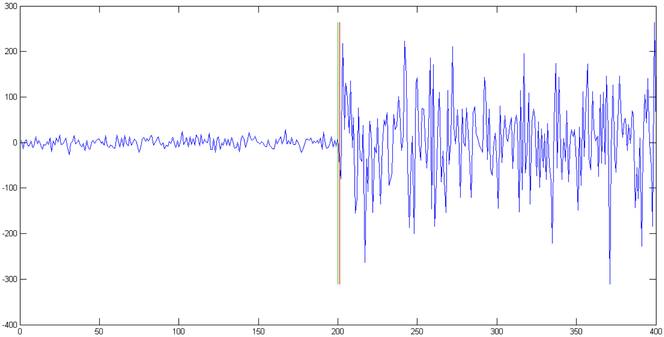

Figure : Détection d'une rupture par l'algorithme CUSUM

Implémentation par dichotomie

Principe :

Maintenir un ensemble de ruptures éligibles
Extraire la meilleure rupture de cet ensemble
Calculer les ruptures - éligibles - de chaque coté de la précédente
Boucler jusqu'à avoir extrait suffisamment de ruptures

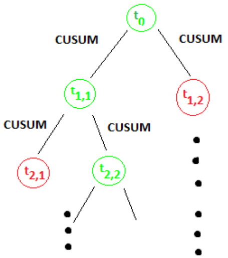

Figure : Principe du CUSUM dichotomique

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

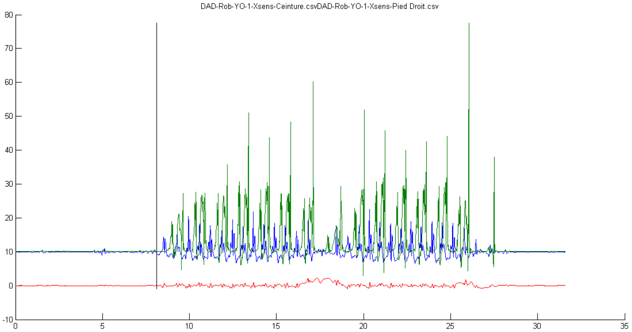

Figure : Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (1 rupture)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

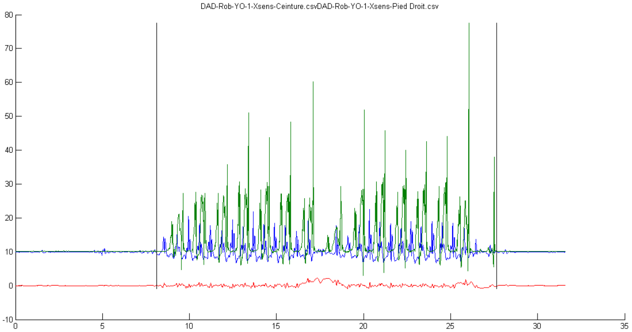

Figure : Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (2 ruptures)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

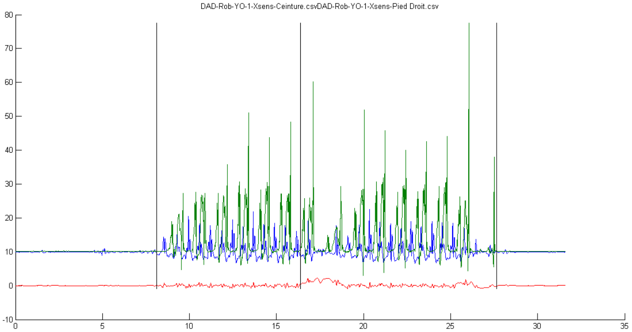

Figure : Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (3 ruptures)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

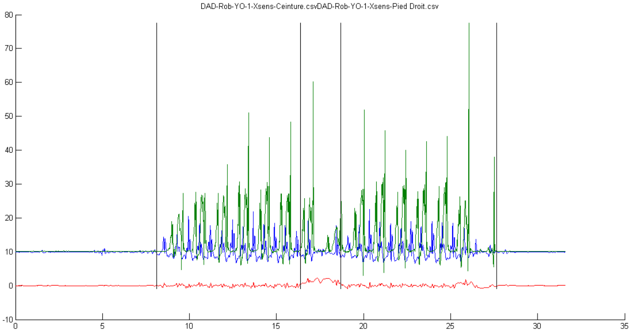

Figure : Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (4 ruptures)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

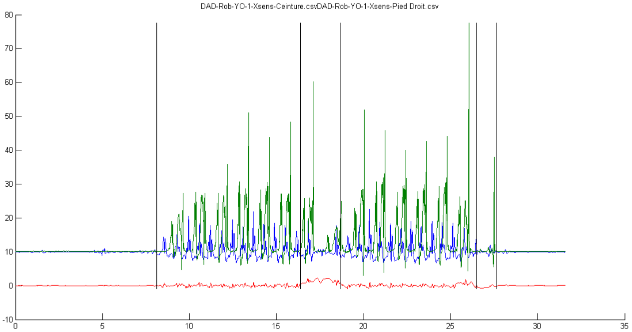

Figure : Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (5 ruptures)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

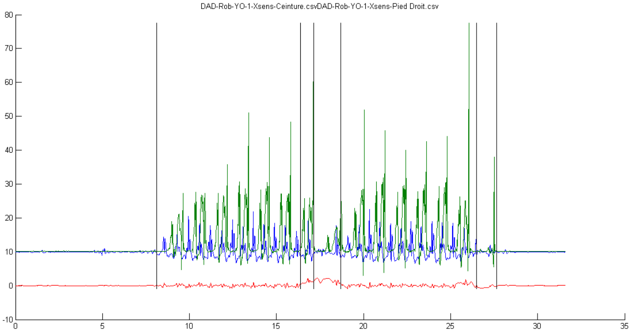

Figure : Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (6 ruptures)

Implémentation par fenêtre

Principe :

Fixer une fenêtre de travail au début du signal
Calculer le ratio d'une rupture au milieu de la fenêtre
Glisser la fenêtre sur le signal en refaisant le calcul

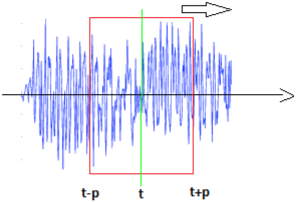

Figure : Principe du CUSUM par fenêtre

Log-likelihood ratios sur un signal physiologique

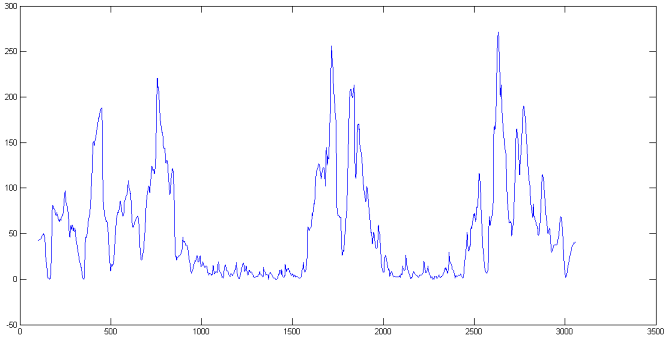

Figure : Scores obtenus avec le CUSUM par fenêtre

Segmentation par fenêtre de signaux physiologiques

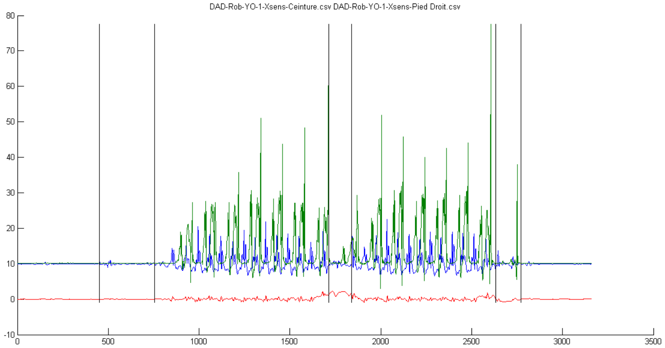

Figure : Exemple d'une segmentation par CUSUM en fenêtre

Approche par dichotomie :

- Résultats en temps réel
- Moins adaptée à la théorie de l'algorithme CUSUM
- De nombreuses double-ruptures, des ruptures mal détectées

Approche par fenêtre :

- Besoin d'un paramètre en plus (espace minimal)
- Plus adaptée à la théorie
- Plus performante pour des petits écarts entre deux ruptures

Capteurs actuels à 100Hz : bonne détection

Travail sur les segments : différencier et détecter les différents types de maladies

$\Longrightarrow$ apprentissage sur les segments obtenus