

Functional data analysis applied to neurology

Clément Bonvoisin, Pierre Ludmann

CMLA (ENS Cachan), Cognac-G (Paris V)

30 juin 2014

Plan

- 1 Introduction
- 2 Formalisation et outils
- 3 Implémentations
- 4 Conclusion

- 1 Introduction
 - Introduction au problème
 - Segmentation d'un signal
- 2 Formalisation et outils
- 3 Implémentations
- 4 Conclusion

Présentation du problème

Projet pluridisciplinaire

- Médecins
- Mathématiciens

Enjeux variés

- Fournir une base de donnée aux deux acteurs
- Tester des modèles sur des signaux réels
- Suivi des patients
- Étudier les troubles de la marche

Protocole expérimental

- Placements des capteurs
- Mouvements
- Référentiel de travail

Exemple sur des signaux physiologiques

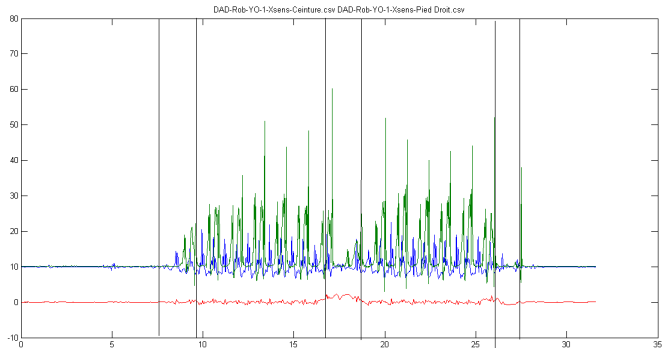


Figure: Segmentation à la main d'un signal de marche

- 1 Introduction
- 2 Formalisation et outils
 - Définition
 - Algorithme CUSUM
 - Hypothèses et conséquences
- 3 Implémentations
- 4 Conclusion

Formaliser les ruptures

Signaux réalisations d'un nombre fini de variables aléatoires

$$(X_n)_{n \in \llbracket 1; N \rrbracket}$$

Ruptures aux R instants t_r où la loi des variables aléatoires X_i change.

$$\forall r \in \llbracket 0; R - 1 \rrbracket, (X_n)_{n \in \llbracket t_{r-1}; t_r - 1 \rrbracket} \sim p_r$$

où $t_{-1} = 1$ et $t_R = N + 1$

Une détection par CUSUM hors-ligne

Comparer l'hypothèse d'une rupture à l'hypothèse de non-rupture

$$L_k = \ln \left[\frac{\sup_{\theta_0} \left\{ \prod_{i=1}^{k-1} p_{\theta_0}(x_i) \right\} \cdot \sup_{\theta_1} \left\{ \prod_{i=k}^N p_{\theta_1}(x_i) \right\}}{\sup_{\tilde{\theta}} \left\{ \prod_{i=1}^N p_{\tilde{\theta}}(x_i) \right\}} \right] \quad (1)$$

Rupture au temps de vraisemblance logarithmique maximale

$$t_0 = \arg \max_{1 \leq k \leq N} L_k \quad (2)$$

Hypothèses de travail

Hypothèse forte d'indépendance temporelle et spatiale

Hypothèse de signaux supposés suivre une distribution normale :

$$p_{\mu,\sigma}(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (3)$$

⇒ bornes supérieures atteintes aux estimateurs

Paramètre θ : changement de la moyenne et/ou de l'écart-type du signal

Choix des paramètres - Formules correspondantes

Trois choix possibles :

$\theta = \mu$: (4) avec $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ et σ fixé

$\theta = \sigma$: (5) avec μ fixé et $\sigma = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2$

$\theta = (\mu, \sigma)$: (5) avec $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ et $\sigma = \frac{1}{n} [\sum_{i=1}^n y_i^2 - (\sum_{i=1}^n y_i)^2]$

$$L_k = \frac{1}{2\sigma^2} [(k-1)\mu_0^2 + (N-k+1)\mu_1^2 - N\tilde{\mu}^2] \quad (4)$$

ou

$$L_k = N \ln(\tilde{\sigma}) - (k-1) \ln(\sigma_0) - (N-k+1) \ln(\sigma_1) \quad (5)$$

Détection d'une rupture

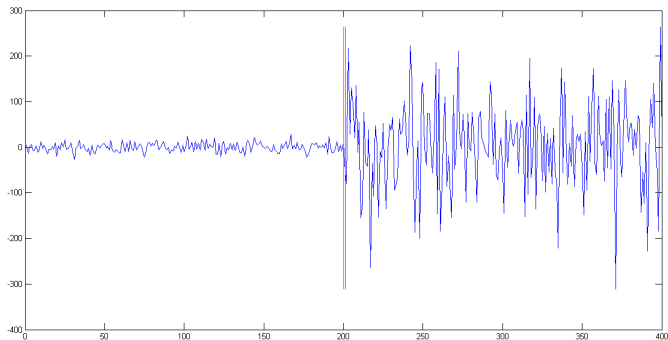


Figure: Détection d'une rupture par l'algorithme CUSUM

- 1 Introduction
- 2 Formalisation et outils
- 3 Implémentations**
 - Dichotomie
 - Fenêtre
- 4 Conclusion

Implémentation par dichotomie

Principe :

Maintenir un ensemble de ruptures éligibles

Extraire la meilleure rupture de cet ensemble

Calculer les ruptures - éligibles - de chaque coté de la précédente

Boucler jusqu'à avoir extrait suffisamment de ruptures

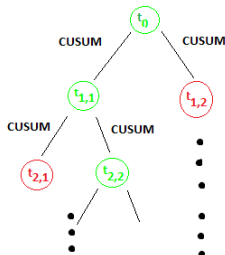


Figure: Principe du CUSUM dichotomique

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

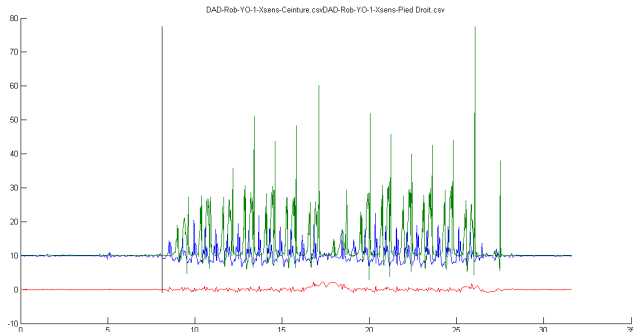


Figure: Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (1 rupture)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

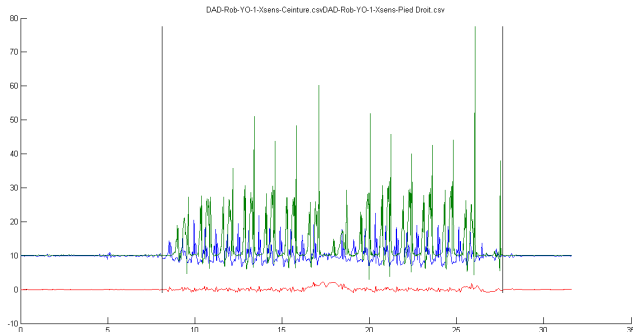


Figure: Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (2 ruptures)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

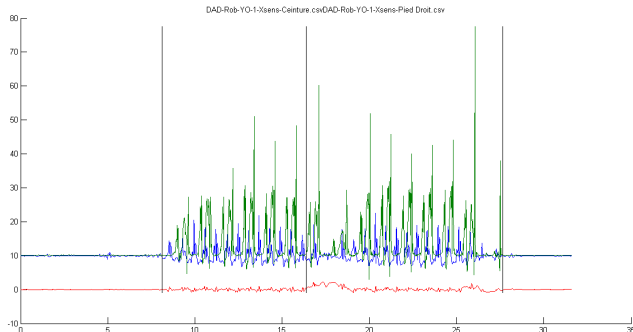


Figure: Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (3 ruptures)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

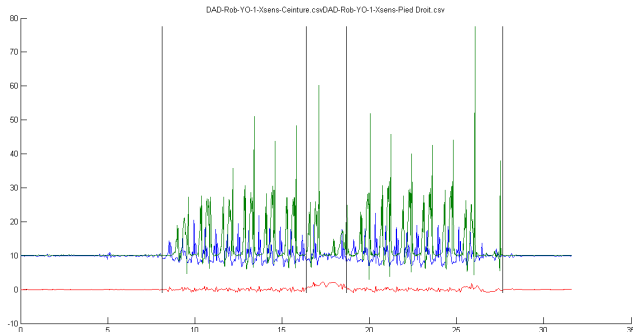


Figure: Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (4 ruptures)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

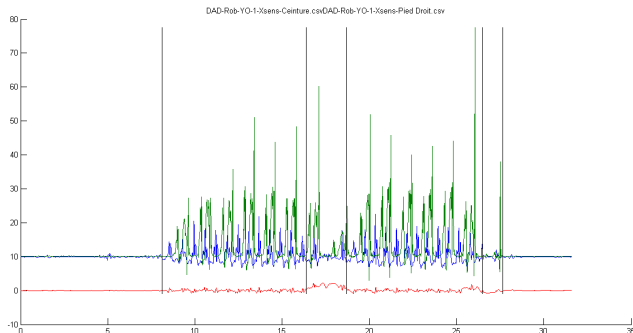


Figure: Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (5 ruptures)

Segmentation par dichotomie de signaux physiologiques

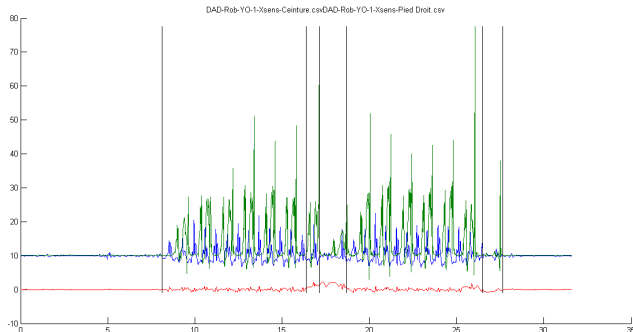


Figure: Exemple d'une segmentation par CUSUM dichotomique (6 ruptures)

Implémentation par fenêtre

Principe :

Fixer une fenêtre de travail au début du signal

Calculer le ratio d'une rupture au milieu de la fenêtre

Glisser la fenêtre sur le signal en refaisant le calcul

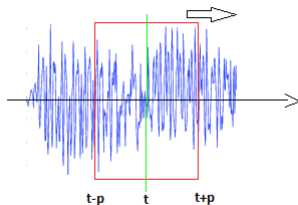


Figure: Principe du CUSUM par fenêtre

Log-likelihood ratios sur un signal physiologique

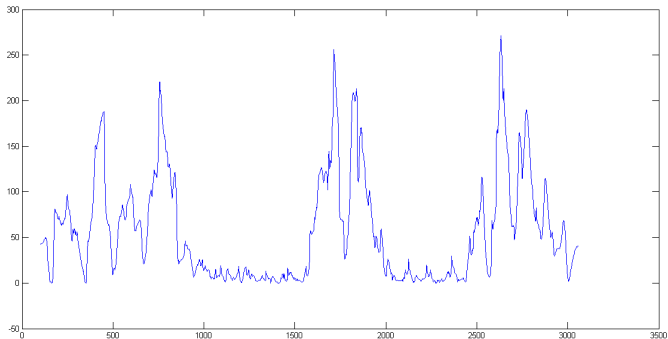


Figure: Scores obtenus avec le CUSUM par fenêtre

Segmentation par fenêtre de signaux physiologiques

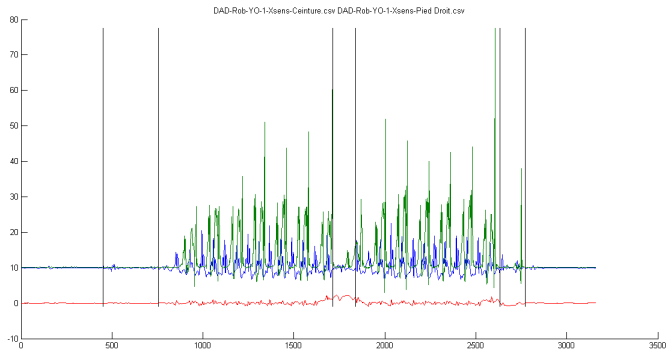


Figure: Exemple d'une segmentation par CUSUM en fenêtre

- 1 Introduction
- 2 Formalisation et outils
- 3 Implémentations
- 4 Conclusion**

Approche par dichotomie :

- Résultats en temps réel
- Moins adaptée à la théorie de l'algorithme CUSUM
- De nombreuses double-ruptures, des ruptures mal détectées

Approche par fenêtre :

- Besoin d'un paramètre en plus (espace minimal)
- Plus adaptée à la théorie
- Plus performante pour des petits écarts entre deux ruptures

Capteurs actuels à 100Hz : bonne détection

Travail sur les segments : différencier et détecter les différents types de maladies

⇒ apprentissage sur les segments obtenus