



# 符號列表

## 座標系

$P$	座標點
$x, y, z$	座標點 $P$ 的 $x, y, z$ 分量
$N$	單位向量
$u, v, w$	單位向量 $N$ 的 $x, y, z$ 分量
$\alpha$	球座標系中的仰角分量
$\beta$	球座標系中的方位角分量

## 座標系轉換

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Ro} & \mathbf{T} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} && \text{齊次轉換矩陣 Homogeneous Transformation Matrix} \\ \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} t_x & t_y & t_z \end{bmatrix}^T && \text{平移向量 Transfer Vector} \\ \mathbf{Ro} &= \{\gamma_{ij}\} && \text{旋轉矩陣 Rotation Matrix}\end{aligned}$$

## 硬體參數

符號	LED 硬體參數
$Ml$	LED 的朗伯次方 ( Lambertian Order )
$Pt$	總輻射通量 ( Total Radiation Flux )

符號	PD 硬體參數
$Mp$	PD 的朗伯次方 ( Lambertian Order )
$A$	有效面積
$Re$	響應率 ( Responsivity )

# LED 與 PD 的交互關係



$\phi$  PD 入射角

$\theta$  LED 出射角

$D$  距離

## 光學領域單位

符號	中文	英文	單位符號	國際單位制
$\Omega$	立體角	Solid Angle	$sr$	球面度 ( Steradian )
$\omega$	角度	Angle	$rad$	弧度 ( radian )
$r$	半徑	Radius	$m$	公尺
$\Phi$	輻射通量	Radiation Flux	$W$	瓦特 ( Watt )
$I$	輻射強度	Radiation Intensity	$W \cdot sr^{-1}$	瓦特每球面度
$E$	輻照度	Irradiance	$W \cdot m^{-2}$	瓦特每平方公尺

## 小標解釋

論文中由於座標系、硬體數量、樣本數量眾多，為了區分不同上下小標的意義，以圖1呈現各小標意思，左上標表示座標系，左下標顯示是哪個樣本，而右下標則依照物理量代表著 LED 或 PD 的編號，在 LED 與 PD 交互關係的物理量中右下標同時包含兩者的編號。

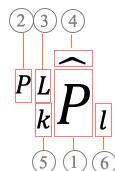


圖 1: 符號小標解釋

(1) 符號

(2) 投影至的座標系 (  $P$ : PD 座標系 ;  $L$ : LED 座標系 )

(3) 定義於哪個座標系 (  $P$ : PD 座標系 ;  $L$ : LED 座標系 )

(4)  $(\hat{\cdot})$  代表該物理量為量測所得或處理量測所得訊號而得

(5) 第  $k$  個樣本點 (  $k = 1, 2, \dots, K$  )

(6) 第  $p$  個 PD (  $p = 1, 2, \dots, P$  ) 或第  $l$  個 LED (  $l = 1, 2, \dots, L$  ); LED 與 PD 交互關係物理量的 (6) 小標為  $lp$  兩者的交互關係

${}^{PL}\hat{\mathbf{T}}_k$ ：第  $k$  個樣本點中，模擬量測方式所得到的 PD 座標系指向 LED 座標系的平移向量。 ${}^L\mathbf{P}_l, {}^{LP}\mathbf{P}_l : {}^L\mathbf{P}_l$ ，為第 1 個 LED 於 LED 座標系上的位置座標， ${}^{PL}\mathbf{P}_l$  則是將其投影到 PD 座標系上。 ${}_kD_{lp}$ ：第  $k$  個樣本點鐘，第 1 個 LED 與第  $p$  個 PD 的距離  $Ml_l$ ：第 1 個 LED 的朗博次方





## 緒論

### 1.1 前言

隨著工業 4.0 的發展，機器、人與環境之間的交互互動愈發頻繁，萬物互連的背景之下，各領域對於量測資訊的需求大量增加，其中了解位置資訊為機器與人類進行判斷與計算的基礎。若能掌握空間中某特定物與自己的相對位置資訊，則可幫助新型載具、機械手臂與人類進行決策與執行任務，例如載具了解其他載具的位置、飛行器與遙控計之間的定位、智能載具與照護目標物的互動、機械手臂與夾取目標物的定位等。綜上所述，獲取兩物之間的相對位置資訊，有其必要性。



圖 1.1: 智慧應用的領域 [1]



### 1.1.1 室內定位簡介

現今室外定位主要仰賴全球衛星定位系統（Global Positioning System，以下簡稱 GPS），然而礙於衛星訊號受建築物體遮蔽的特性，GPS 定位技術無法應用在室內場域，因此發展一有效的室內定位方法獲得許多討論與研究關注。室內定位主要面對的困難與室外不同，較多的障礙物、牆壁、人員物體的密集度使多重路徑傳輸（Multipath propagation）影響大，也使訊號衰減與散射較為嚴重，以上議題都會增加誤差，且室內應用所需求的精度大多高於 GPS，因此如何設計合適的室內定位系統在近年來受到研究矚目 [2]。

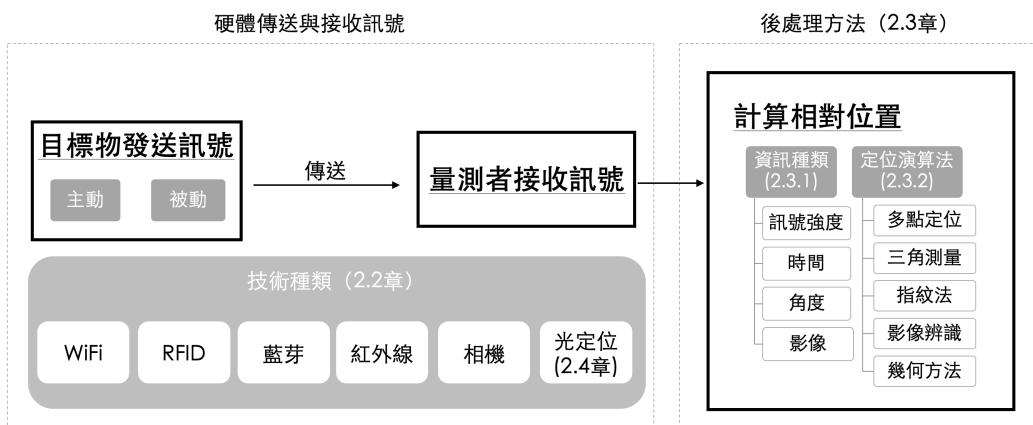


圖 1.2: 室內定位流程與分類介紹

室內定位的方法非常多樣化，本論文參考 [3]，將室內定位依照技術（Technology）與方法（Technique）分類。從定位流程 1.2 來看，目標物會主動或是被動的將訊號傳送至量測者硬體，量測者接收到訊號之後再以不同的方法進行後處理，計算出目標物與觀察者之間的相對關係。

在這之中，技術所針對的是目標與量測者傳送訊號所使用的硬體種類，常見的技術包含相機、紅外線、可見光定位、無線網路（以下簡稱 WiFi）、藍芽、無線射頻辨識（Radio Frequency IDentification，以下簡稱 RFID）等不同技術，於 2.3 中會更詳盡的介紹。

而方法則是探討不同訊號皆收與處理的方式，從接收訊號資訊的種類可分為訊號強度、時間、與角度；如何利用所接收到的資訊，進一步解出相對位置則於定位演算法分類，常見的包含多點定位（Multilateration）、三角測量（Triangulation）、指紋法（Fingerprinting）、以及利用幾何關係求解的演算法，於 2.2 中會進一步介紹。

### 1.1.2 室內定位考量的面向

在選擇合適的技術與方法以設計室內定位系統時，需考量許多面向，以下介紹室內定位需考量的因素，以及各面向與不同技術（詳述於 2.3）、方法（詳述



於2.2 ) 的關聯：

- **精度** 量測精度為量測所得的位置與目標物真實位置之間的歐幾里德距離 ( Euclidean Distance , 以下簡稱歐式距離 ) , 多以公尺表示 , 普遍精度最高的技術為相機、紅外光 , 精度大多會在公分量級上下 ; 相較精度較低的則為 WiFi 與藍芽 , 精度常會在公尺量級上下。然而為了達到高精度 , 需要與大多面向做取捨 , 例如欲達到較高的量測範圍、低成本、高靈活度等 , 都需要捨棄部分精度 , 難以同時兼顧。
- **量測範圍** 相機、紅外光、可見光量測範圍大多會限制在五米內 , 超出此範圍後定位精度會快速下降 ; 而 WiFi 、藍芽、RFID 等覆蓋範圍則較廣 , 能夠達到十米以上的定位。
- **成本** 系統成本包含硬體設備成本與系統能耗等 , 成本與使用的技術種類關係較大 , 硬體成本屬於中高價位的有相機、紅外線、RFID , 而 WiFi 、藍芽、可見光定位則屬於建設成本較低的選項 ; 能耗的部分與硬體成本分類大致相同 , 除了 WiFi 系統功耗相較大。
- **靈活度** 瞩活度意指：是否能夠靈活的安裝以及使用 , 而所需的校正時間與系統設置難度都與方法較為相關。如指紋法需先蒐集大量數據 , 再與數據庫中的資料做交叉比對 , 此方法便需要花大量時間事先校正 , 並不能適應環境的改變 , 但凡環境與系統異動則原數據庫失效 , 大大限制了靈活度。且若需建立多個錨點 ( Anchor ) , 也就是在環境中的多個位置放置接收器或是發射器 , 利用多個錨點的訊號來進行定位分析 , 此種類型的系統一樣需事先對環境設置與定位 , 呈現「環境對單點」的定位 , 系統架設複雜度高。此種類型能夠透過提高錨點的數量來提升精度與量測範圍 , 眾多技術中 , 訊號精度較低的技術如 WiFi 、藍芽、RFID 較侷限在這種大規模的系統 , 瞩活度低。
- **是否定位可視範圍外** 若要進行非可視範圍 ( NLoS ) 內的定位 , 需利用可穿透障礙物的訊號 , 然而此舉會造成訊號來源混亂 , 進而犧牲精度。而能夠穿透障礙物的多屬於使用低頻率電磁波的硬體技術 , 如 WiFi 、藍芽、RFID , 此特性也反應較低的精度上。
- **即時應用** 需進行即時應用的情境下 , 量測數據處理速度需夠快 , 以避免訊號延遲 , 因此經常犧牲訊號處理的複雜度及其附加的精度 , 或是提高成本增加硬體運算能力。訊號處理複雜度高最容易聯想到的便是相機 , 為了進行視覺辨識的高運算 , 該類型的系統多配備較好的演算單位 ; 除此之外 , 主要影響因素則是該系統的演算法速度 , 各項技術與方法皆有演算法快與慢的方法 , 如何設計便是精度、功能與運算速度之間的取捨。
- **目標物是否為特定物** 定位技術大多指目標物為特定某物體的情況 , 因此系統需有分辨訊號發送者的能力 , 例如 WiFi 、藍芽、RFID 都具有傳送訊息的能力



且發展成熟，可見光與紅外線則是利用近年來發展的光通訊方法進行訊號傳輸，而相機則是利用視覺辨識判斷目標物；反之，超聲波與光達僅有分辨訊號的有無，難以進行目標物辨識，因此大多應用在判斷障礙物存在與否的情境，較少在定位系統上出現。

**- 場域限制** 特別需要注意的是機場與醫院，這兩種場域有可能會限制無線電波的使用，因此使用無線電波段的技術如 WiFi、藍芽、RFID 則需特別注意。

礙於如此多的特性與面向，一個面面俱到的方案是不存在的。因此在設計系統時，了解不同做法的優缺點，並了解系統目標情境與需求，進而對不同面向做出取捨，是完成有效室內定位系統的關鍵之一 [3]，因此於1.2描述本論文所針對的目標情境。

## 1.2 目標情境

本研究主要目標為研究一移動物對另一特定物的相對定位方法，希望能將感測器與訊號發射器包裝成安裝方便的單位，成為可攜式的裝備。使用時，提供一量測單位與一被量測單位，兩者兼具易安裝、易移動的特性，得以靈活的將兩單位各自安裝在量測物與目標物上，在不同場域下進行三維的相對定位量測。

此目標是為了提供一彈性、能夠廣泛應用的設計，以彌補現今定位系統缺少的靈活度。現今大多系統皆是針對特定場域與地點、需大量事先校正與設置，但凡更換環境該系統則失效，難以廣泛應用。

因此，本研究最著重的面向為靈活度以及低演算法複雜度以達到即時應用的可能性；為了使硬體包裝成方便移動安裝的單位，則需選擇硬體體積較小的技術；再來為了能夠廣泛應用，則希望以較低成本的方法施做。

為更具體呈現目標的使用情境，以下舉實例描述：

**- 智慧工廠** 隨著工業 4.0 與 5.0 的發展，人機互動以其機器間的互動越加頻繁，且工廠內也會從同品項大量製造，變成變化度高的製程，因此擁有靈活的量測單位實為重要，可以隨時安裝在需定位的人、機械手臂、載具等上面，根據工作不同改變。

**- 智慧病房** 隨著輔具、病床智慧化，擁有靈活安裝的定位系統，能夠幫助機器與患者之間的定位，也能夠不受患者移動或是更動醫療器具影響。

**- 其他** 智能載具與服務目標的定位、輔助視障者理解目標方向、機場內針對各種載具與行李運送的量測、展場內的偵測引導等。

## 1.3 研究目的

雖然室內定位這個領域已經有許多文獻探討，然而針對此靈活度高、成本低、應用度廣泛的方法，仍沒有一個合適的方案。因此以這幾個面向為重點，

於2.2與2.3中逐漸聚焦於發光二極體（Light Emitting Diode，以下簡稱LED）與光電二極體（Photodiode，以下簡稱PD）的近紅外光定位。針對此種技術與方法，設計一不限制應用場域，且目標物能夠自由移動的定位演算法，主要改善現今定位系統的侷限度，並將LED與PD定位系統中經常被忽略的硬體參數以及組態完整性加入考慮。除了提出演算法外，針對不同使用情境進行最佳化，藉由挑選合適的硬體參數與組態，以提升系統定位精度與量測範圍。

- 聚焦於光波段定位：為了發展一靈活度高，能夠套用在不同場域與情境的室內定位方法，由不同方法與技術所著重的面向切入，將研究聚焦在光波段定位上。
- 完整模擬：光波段定位的領域中，朗博次方常被忽略，並不符合實際硬體挑選的狀況，因此本研究將其納入考量。
- 提出靈活的演算法：光波段定位的領域中，為了降低系統的複雜度，經常限制使用情境，例如限制目標物與觀察者需為平行，因此本論文提出一不限制情境的三維定位演算法，並以模擬分析誤差。
- 針對情境最佳化：將提出的演算法套用在不同的使用情境上，發展一套完整流程，針對其進行組態與硬體參數的最佳化。

## 1.4 論文架構

本研究分為六個章節，論文架構如圖：

[補論文架構圖]

### 第一章 緒論

介紹研究主題，並描述本研究欲解決的問題與研究目的。

### 第二章 文獻回顧

介紹室內定位的不同技術與方法，並聚焦在利用LED與PD的光定位方法，提出此技術現今研究所不足面向。

### 第三章 LED與PD定位演算法

詳細說明本研究利用LED與PD的相對定位演算法。

### 第四章 誤差分析

將第三章所提出的演算法進行誤差分析。

### 第五章 最佳化

建立針對組態與硬體參數的最機化問題，並提出一流程以針對不同量測情境與工況進行最佳化。



## 第六章 案例

針對不同情境進行最佳化，提出最佳解並探討成效。

## 第七章 結論

整理本研究之結果討論，並敘述後續研究之方向。



## 第二章

# 文獻回顧

本研究探討的情境（參考1.2）有以下需求：有易於拆裝的量測單位與被量測單位，能夠靈活應用於不同場域的三維相對定位。為滿足以上需求，需要有所需校正步驟少、體積小、能耗低、演算法簡單等特色。

在介紹本論文提出的定位方法之前，於2.1先定義相對定位開始，依照1.2中的分類，依序介紹定位方法2.2與定位技術2.3，比較各自的優缺點，根據需求聚焦在「LED 與 PD 定位技術」。2.4便針對「LED 與 PD 定位技術」進行深入探討，敘述此領域研究現況與困難。

## 2.1 相對定位定義

在開始進入文獻探討之前，需先以數學定義何謂本論文所欲量測之「相對定位」。我們將取得相對位置的一方稱為量測者，如案例中的機械手臂；而量測者所欲取得相對位置的特定物體稱為目標物，如案例中的移動載具；兩者皆為剛體。

因此，可以將量測者與目標物各自視為兩移動座標系如圖2.1，兩者在空間中各自有位置、旋轉的六個自由度，可以利用齊次座標轉換（Homogeneous Transformation）表示座標系之間的平移與旋轉（式2.1）， ${}^{PL}\mathbf{H}$  表示將 LED 座標系上的點轉換至 PD 座標系上的齊次轉換矩陣，而  ${}^{PL}\mathbf{T}$  與  ${}^{PL}\mathbf{Ro}$  各自代表平移與旋轉的轉換矩陣，符號可參考符號列表（第i頁）。

$$\begin{bmatrix} {}^{PL}P \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{PL}\mathbf{H} \begin{bmatrix} {}^L P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{PL}\mathbf{Ro} & {}^{PL}\mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^L P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{PL}\gamma_{11} & {}^{PL}\gamma_{12} & {}^{PL}\gamma_{13} & {}^{PL}t_x \\ {}^{PL}\gamma_{21} & {}^{PL}\gamma_{22} & {}^{PL}\gamma_{23} & {}^{PL}t_y \\ {}^{PL}\gamma_{31} & {}^{PL}\gamma_{32} & {}^{PL}\gamma_{33} & {}^{PL}t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^L x \\ {}^L y \\ {}^L z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

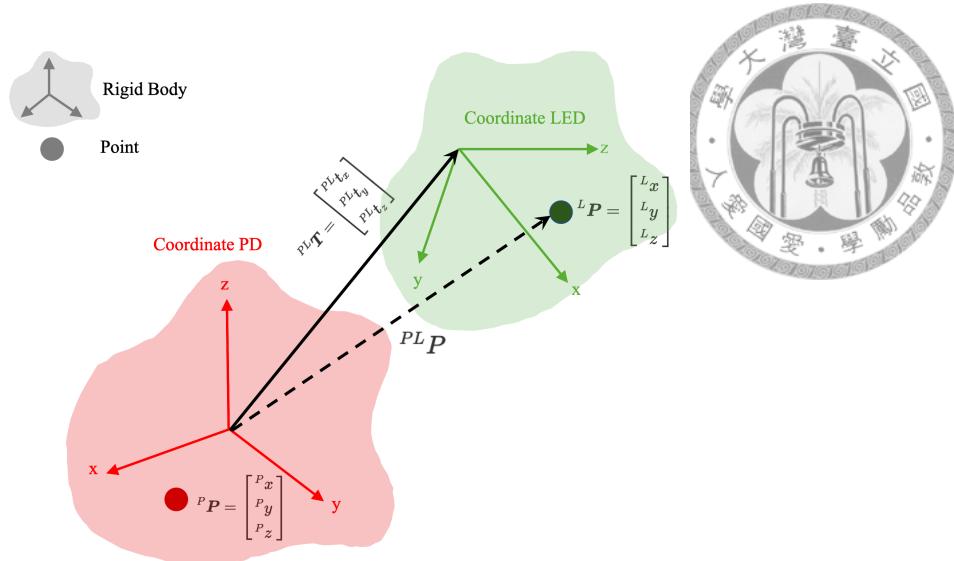


圖 2.1: LED 座標系與 PD 座標系及相對關係

其中，兩座標系之間的平移關係  $PLT$  即為欲得到的相對位置資訊，共有三個自由度。

## 2.2 後處理方法分類

後處理方法可以分成兩部分：室內定位所使用的硬體在接收訊號時，首先會根據量測者所接收的資訊種類有所不同；接收資訊後，如何利用資訊計算出相對位置，則是屬於定位演算法的部分。

### 2.2.1 資訊種類

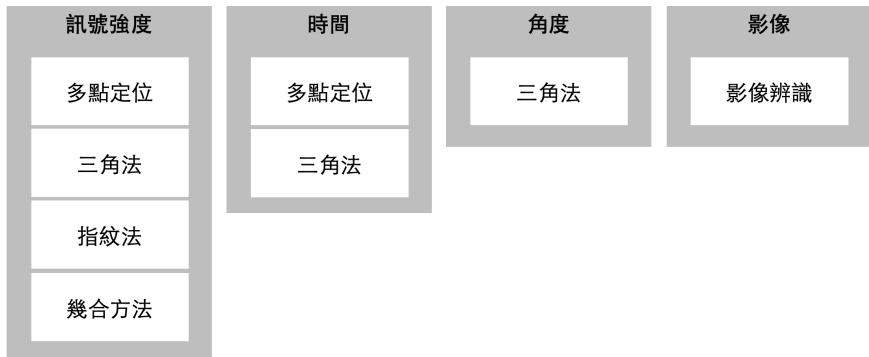


圖 2.2: 資訊種類與演算法之間的關聯（參考 [4] ）

訊號強度（Received Signal Strength，簡寫 RSS）為最常見的資訊種類，使用的是該硬體所接收到的訊號強度，而利用訊號強度的演算法也十分多樣，包含多



點定位、三角法、指紋法等，可參考2.2.2。

時間資訊種類則是硬體利用訊號之間的時間差，量測距離的方法，常見使用的技術為紅外線，紅外線可以利用訊號傳送到不同接收子的時間差，判斷出之間的距離。若要利用時間資訊，在各硬體之間則需要將時間同步，在實作上為一大挑戰。

若獲取的是角度資訊，基本上演算法便會搭配三角法，綜合多個接收子的角度獲得相對位置。

影像則屬於相機獨有，且定位演算法為影像辨識，目標物需有已知的特徵，透過辨識影像中的特徵點，藉由特徵點於影像中呈現的大小、變形，進行計算以回推兩者之間的距離。

## 2.2.2 定位演算法

常見的演算法種類如下：

- **多點定位 ( Multilateration )** 在環境中建立多個參考點並固定位置，利用目標物與多個參考點的距離，以各參考點為中心、距離為半徑畫圓求交點。

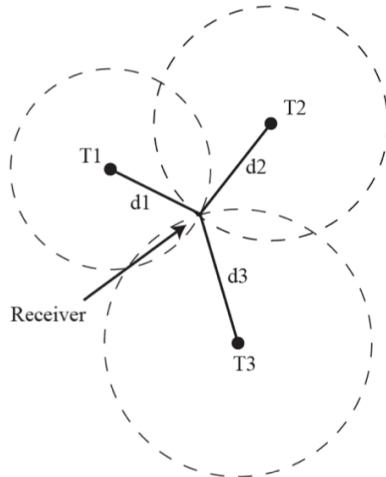


圖 2.3: 多點定位法 [5]

- **三角測量 ( Triangulation )** 在環境中建立多個參考點，藉由目標物與各參考點之間的角度關係，推算目標物位置。

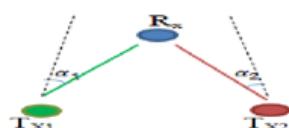


圖 2.4: 三角測量法 [6]

- **指紋法 ( Fingerprinting )** 指紋法在環境中建立多個參考點，在實際進行測量前，需進行事先測量訓練的階段。在訓練階段時需將目標物在環境中移動，蒐集大量訊號數據庫，量測階段則藉由接收訊號與訓練階段所建立的數據庫參照，尋找最有可能存在的位置，近年則是有許多以機器學習方法增加此演算法的精確度。

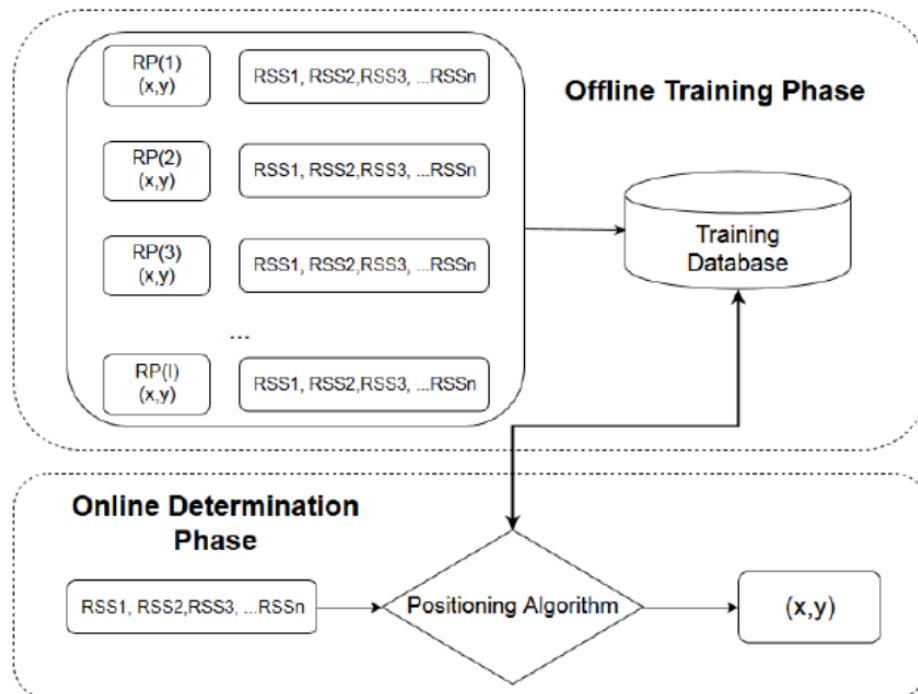


圖 2.5: 指紋法流程圖 [7]

- **影像辨識** 三維空間中的物體，透過相機拍攝成為二維的影像時，為三維空間投影至二維影像平面上的幾何轉換。利用影像辨識求解相對位置時，則是試圖將二維影像中的特徵點比對、轉換回三維空間中，利用 PnP 演算法 ( Perspective-n-Point ) 解出目標物相對相機座標系的位置與方位。為了使辨

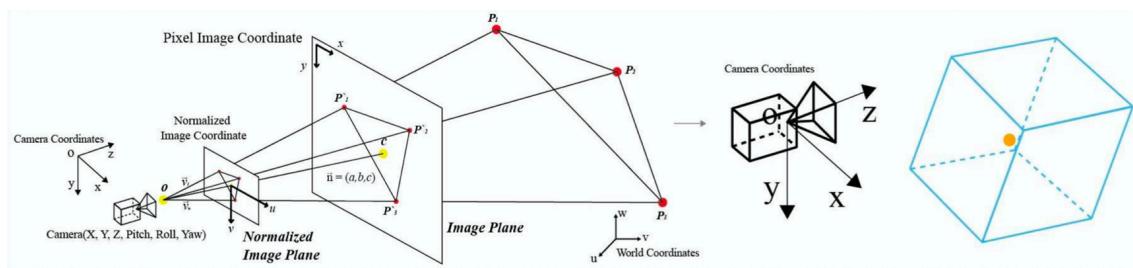


圖 2.6: 影像辨識示意圖 [8]

識過程中，辨識特徵點的難度降低，通常會設計特徵明顯的標記，例如常見 OpenCV 中的 ArUco 標記，利用其快速的辨識 ID 以及距離、方位等資訊。

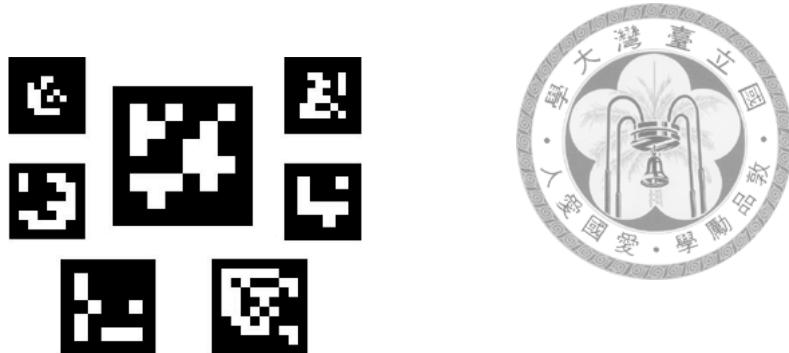


圖 2.7: ArUco 標記例子 [9]

**- 幾何方法** 此類方法常見於 LED 與 PD 的定位方法，其接收的訊號強度與距離與角度皆有關，因此需綜合多點定位與三角定位，透過訊號強度與相對位置之間的幾何關係推算相對位置。

## 2.3 定位技術分類

室內定位所使用的技術（Technique）一樣十分多樣，非電磁波段的定位主要為超聲波，應用訊號發射與接收之間的時間差，推算與目標物之間的距離。然而該技術受溫度影響，且對目標物的辨識能力不佳，因此目前著重在自駕車與載具中障礙物的有無偵測上 [10]，並不符合研究目標，所以以下章節聚焦在電磁波段內的定位進行分析。

### 2.3.1 以電磁波頻率分類定位技術

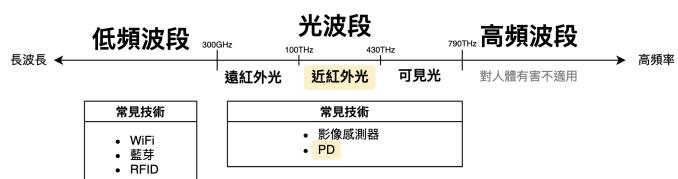


圖 2.8: 以電磁波頻率分類定位技術

電磁波段內有許多不同現今受到關注的量測技術，電磁波段內常見的技術於1.1.1內有簡單介紹，而電磁波以光速傳播，擁有高傳播速度與不受介質溫度與濕度影響的特性，減少可能對量測訊號造成影響的因素。

本段落由電磁波的頻率切入進行分類，頻譜圖如圖2.9，大致分為兩部分探討：2.3.1.1探討頻率低於 300GHz 的低頻波段 [11]，其中包含 WiFi、藍芽、RFID；2.3.1.2介紹另一類：頻率介於 790THz 與 300GHz 之間的光波段，包含紅外線、可見光定位以及相機定位。至於頻率高於 790THz 的高能量波段不加以考慮，原因



是電磁波頻率越高所含能量越高，此特性使得高頻波段（X光、紫外線、伽瑪射線）對人體有害，因此無法使用於定位。

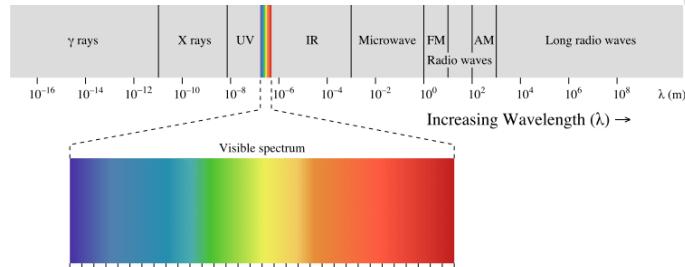


圖 2.9: 電磁波頻譜度 [12]

### 2.3.1.1 無線電波段定位

低頻波段也就是俗稱的無線電波（Radio Waves），應用發展歷史長，對於可使用的頻率有嚴格規範，台灣由國家通訊委員會訂定嚴格的可使用頻率波段 [13]，保證軍警、醫療、廣播等的傳播需求。常見的定位技術包含室內與多數裝置既有的 WiFi 與藍芽裝置，或是較新的 RFID 定位技術。

無線電波的主要特色包含可穿透大多障礙物，可用於跨房間非可視範圍（NLoS）的定位 [3]，增加了應用場域，然而也大大提升了訊號處理的難度，感測器難以辨別訊號衰減原因為距離、角度、亦或是障礙物，因此選擇非可視範圍內定位即捨棄精度。除此之外，無線電波的傳遞距離很長，定位範圍較廣。所面對的誤差處理包含電磁干擾、同頻道干擾（Co-channel Interference）、受障礙物與金屬影響的穿透較果等。

大多無線電波段的定位系統皆是利用指紋法、多點定位、三角法的方式，共通點是都需要多個參考點，事先的安裝複雜，應用場域著重在固定場域，而精度多為公尺量級。

舉 RFID 定位來說，大多應用在固定的場域中建立數據庫，或是利用大量的感測器與訊號發射器來判斷定位 [14]。

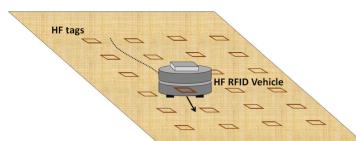


圖 2.10: RFID 定位系統示意 [14]

### 2.3.1.2 光波段定位

光波段的定位發展近幾年來十分顯著，主要原因為光學硬體上的進步，促使光通訊（LC, Light Communication）的發展，使發光與感光元件具有傳播 ID、訊



息等資訊的能力，因此光通訊與光定位便於近年得到研究關注。在如今電磁波訊號充斥環境的狀況下，光波段提供一替代方案，除了可以應用在禁用電磁波的機場與醫療場域，其特性還包含較高的頻寬。

再來，光波段無法穿透障礙物，僅能進行可視範圍內（LoS）的定位，捨棄廣域的定位，獲得較為單純的量測數據。此特性同時增加光通訊的安全性以及穩定度，著重針對可視範圍進行通訊與定位，不必考量其他訊號。例如載具運行時，僅需著重分析於身旁的其他物體，位於隔壁房間的物體毫不重要，此時該特性即可忽略不重要的資訊，增加處理速度與有用訊號穩定度。

電磁波另一個特性為：波長愈短可達到的量測精度愈高，且感測器與訊號發射器的硬體大小也愈小，例如市售便宜常見的光波段感測器如 PD 感光二極體尺寸量級為 mm 或以下 [15] 且能耗低，而使用低頻波段的 RFID 感測器常見量級為 cm [16]。

### 2.3.1.3 小結

綜上所述，比較低頻波段與光波段，從精度層面來看，光波段捨棄非可視範圍的定位以減少影響訊號的因素，加上波長較短的特性，精度較高，較符合本研究目標；針對靈活應用的需求，光波段無論是小體積還是低能耗、靈活度，都是較佳的選擇，且並不受限於機場與醫療場所的應用。因此，根據本研究目標所需，將研究方法聚焦在光波段的定位上。

光		(RFID, WIFI, 藍芽)		
相機	PD	GPS	無線電波	
成本	高	低	低	低到中
精密度	高	中	低	中
對環境韌性	低	低	低	高
大小	中	小	中	大
靈活度	中高	高	高	低

圖 2.11: 定位方法特性

### 2.3.2 光波段定位的分類

光波段的分類可從兩方向切入：使用波段與感測器硬體選擇，以下依序進行探討：



### 2.3.2.1 使用波段選擇：可見光或紅外光

#### - 研究普及度

首先，現今室內定位的研究主要著重在可見光的部分 [4]，搭配著室內環境都具有的光源，其優點強調在不對室內環境進行過多改動上即可進行定位量測。然而本研究需能靈活將光源安裝於任意被觀察物上，因此室內充足的可見光光源並不能成為訊號載體，因此雖然可見光波段擁有較多文獻與研究，其並不符合本研究目標，僅能參考方法與眼算法等，所以挑選光波段重點將著重在降低誤差上。

#### - 硬體技術

光波段的光感測器常見的材料有矽 ( Si )、鎵 ( Ge ) 與 III 或 V 族元素，價格最便宜的是矽材料，而矽感測器的感光波段約在 400-1000nm，也就是可見光與近紅外光 ( NIR ) 波段。這也是為什麼普遍對紅外光波段的硬體都有價格昂貴的印象，但凡波長較長的紅外光在硬體材料便需要使用到昂貴的鎵或其他三五族元素 [17]。因此，考量到硬體的價格與普遍性，無論是 PD 還是影像感測器，挑選可見光與近紅外光波段較為合適。

#### - 誤差

光波段的誤差來源主要包含多重路徑傳輸 ( Multipath effect ) 與環境光源 ( Ambious Light Source ) [5]，其中環境光強度過高可造成訊號偏移甚至硬體飽和導致訊號失真，因此需有效的降低環境光源的強度以保持定位的準確度。環境光源包含了室內的光源以及太陽光源，室內的光源使用交流電的頻率約在 120hz，可以針對頻率進行濾波，而太陽光源的強度則隨頻率增減。從太陽光頻譜圖可以觀察到，太陽光於光波段受到大氣層吸收有三處的能量較低，藉由挑選低谷頻率，即可有效降低太陽光對系統的影響。

利用光波段定位最大的困難就是要克服其他光所造成的雜訊 ( Shot Noise )，因此在選擇工作波長時，挑選自然環境中強度較低的波段。日常環境中的光源包含太陽光與燈，太陽光可以從圖2.12太陽輻射波譜 ( Solar Irradiance Spectrum ) 觀察強度與波長的關係，低谷出現在 760nm 左右的氧氣吸收帶 ( Oxygen A-band )、與 940nm 和 1550nm 附近被水蒸氣吸收之波段 [18]。

#### - 對人眼影響

本研究目標需應用於移動物體上，因此紅外光呈現優勢，即使光源在環境中的使用者面前直射，紅外光無法在視網膜成像的特性讓使用者並不會感受到影響；反之，朝人眼照射可見光源會造成干擾。除此之外，紅外光頻率低、能量較小，且於視網膜成像的難度也大，因此較為安全。

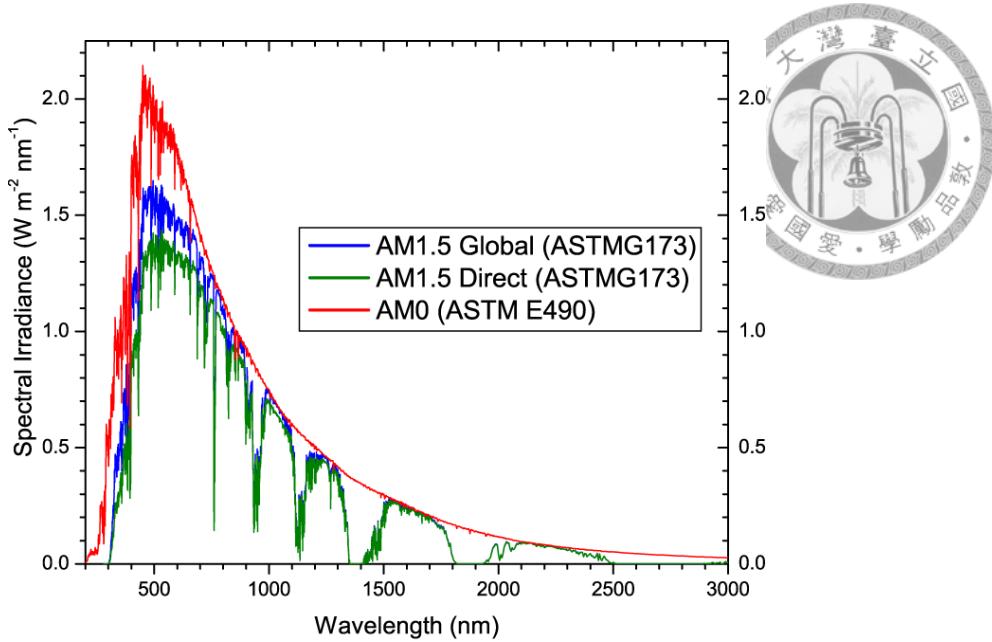


圖 2.12: 太陽輻射波譜 [19]

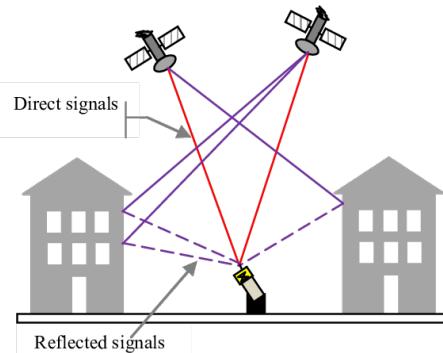


圖 2.13: 多重路徑傳輸 [20]

### 2.3.2.2 硬體選擇：PD 或影像感測器

PD 僅能感測到強度資訊，而強度資訊受 LED 出射角度、PD 入射角度、距離影響，變數多使得獲得相對定位資訊難度高，然而其有極高的取樣頻率，可高達千赫茲甚至萬赫茲，高取樣頻率在光通訊上能夠較好的進行編碼與解碼，且硬體成本相較影像感測器來說非常低。

影像感測器就是常見的相機，每次取樣會獲得多個像素的強度資訊，獲取的資訊量極多，其定位方式是利用辨識已知的特徵圖案的大小與變形，推算目標物的距離以及姿態，其中若量測範圍要廣，則特徵圖案則需要越大越好，常見的 Aruco 標誌尺寸建議在 16 公分以上。然而其取樣頻率大多在百赫茲內，且視覺辨識所需要的運算資源多，不僅成本高，運算速度也較慢。



### 2.3.2.3 小節

權衡之下，挑選於太陽光輻射光譜中低谷的 760nm 與 940nm 波段，並選擇使用 PD 作為接收子，能夠同時享有硬體選擇多且價格低的優勢，又減少了太陽光源所影響的程度，並使裝置保持輕巧低成本又不干擾人眼與日常生活的優點。選擇使用的硬體技術後，接著於 2.4 介紹該技術如何進行定位計算。

## 2.4 LED 與 PD 的定位方法

我們將定位方法聚焦在 LED 與 PD 的定位方式，而此種系統是將單個或多個 LED 安裝在目標物上，各 LED 藉由編碼來區別各自的訊號，而 PD 安裝於觀察物上，將每個 PD 所接收的訊號分別解碼，得到各 LED 的訊號強度。

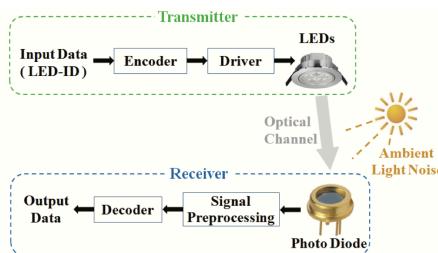


圖 2.14: LED 與 PD 定位系統架構 [21]

為深入了解系統運作方式，從基本的光領域常用單位介紹；有基本了解後，開始介紹 LED 與 PD 的硬體特性與參數，以及光傳播上的模擬建模，再進入系統整體的細節，以及此領域的文獻探討。

### 2.4.1 光學常用單位介紹

由於光領域所使用的單位與機械領域差距較大，進入 PD 與 LED 定位的探討之前，先對光領域的一些術語與單位進行介紹。

首先，描述光照的單位在文獻上經常有些混亂，單位分為兩種制度，且常有混用以及口語省略，令人感到困惑，因此以下進行釐清：光領域中的計量單位大致分成兩種系統，輻射測量學 (Radiometry) 與光度測量學 (Photometry)，兩領域以不同單位描述光源，其中輻射測量學著重在電磁波輻射的量測，描述通量單位為瓦特 (Watt)；而光度測量學著重在人眼可見之可見光波段的研究，通量單位為流明 (Lumen)，同樣物理量下單位定義不同。[22]

本研究聚焦在近紅外光波段，因此本論文所使用的單位系統為輻射測量學的系統，然而文獻上可見光定位數量較多，因此在單位的換算上需特別注意，以下針對光領域常用物理量簡單敘述。

- 立體角 Solid Angle  $\Omega$



圖 2.15: 輻射測量學與光度測量學的物理量

符號	定義	輻射測量學	單位	光度測量學	單位
$Q$		Radiant Energy 輻射能量	Joule(J)	Luminous Energy 光能	Talbot
$\Phi$	$\Phi = \frac{dQ}{dt}$	Radiant Flux 輻射通量(功率)	Watt(W)	Luminous Flux 光通量	Lumen (lm)
$I$	$I = \frac{d\Phi}{d\omega}$	Radiant Intensity 輻射強度	$W/sr$	Luminous Intensity 光度	Candela (cd)
$E$	$E = \frac{d\Phi}{dm^2}$	Irradiance 輻照度	$W/m^2$	Luminance 輝度	$cd/m^2$

描述二維空間中的角度單位為弧度，表示夾角內的弧長與半徑比例，而單位弧度的定義是半徑與圓弧長度相等時的圓心角。然而光源存在於立體空間中，而空間中描述角度的物理量即為立體角 ( Solid Angle )，該物理量代表錐狀立體角在球面上的表面積與半徑平方的比例，其中，單位為球面度 ( steradians, 簡寫 sr ) 代表在半徑為  $r$  的球體中，立體角投射出的表面積為  $r^2$ 。

$d\theta = \frac{dl}{r}$   
 Unit: radian (rad)

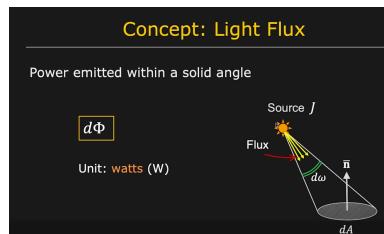
$d\omega = \frac{dA'}{r^2} = \frac{dA \cos \theta}{r^2}$   
 Unit: steradian (sr)  
 $d\omega$  is dimensionless

$d\omega$

$dA'$ : Foreshortened Area

### - 輻射通量 Radiant Flux $\Phi$

描述光照功率的物理量為通量 ( Flux ) 或稱輻射功率 ( Power )，代表每單位時間的輻射能量，單位為瓦特，而大多 LED 規格表上以此物理量來描述 LED 在指定電流下可產生的最大光功率。

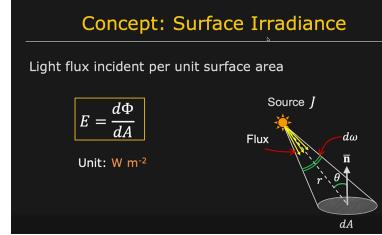
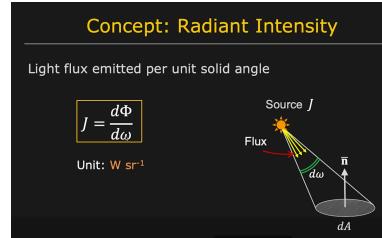


### - 輻射強度 Radiation Intensity $I$

每單位立體角所含的通量稱為輻射強度，此物理量常用於描述光與角度之關係，其與距離無關。

### - 輻照度 Irradiance $E$

每單位面積所含的通量稱為輻照度，其中照射面積隨著距離  $D$  增加而平方遞增，在已知距離的情況下，即可利用立體角的定義，換算輻射強度與輻照度之間的關係2.2， $\omega$  為入射表面與光源之夾角。



$$E = I \cos \omega / D^2 \quad (2.2)$$

## 2.4.2 LED 與 PD 的硬體參數與特性

LED 與 PD 硬體有許多種類，最常見的市面上 LED 與 PD 為軸對稱並滿足朗博輻射模式 ( Lambertian Radiation Pattern )，本論文僅考慮此類硬體。軸對稱代表當 LED 或 PD 僅對出射角或入射角以及距離有敏感度，以球座標系來看，凡在同一仰角與距離，無論方位角為何，光照強度與感光強度皆相同。

### 2.4.2.1 擺放自由度

LED 與 PD 量測系統包含許多參數，其中針對各 LED 與 PD 如何擺放，則可以藉由設計電路板、設計載體與擺放方式，在硬體購入後仍有改變的空間。而在描述座標系空間中的 LED 與 PD 時，一共有五個自由度，包含擺放位置  $P$  的三個分量  $x, y, z$ ，以及定義指向的單位向量  $N$ 。由於 LED 與 PD 皆為軸對稱，因此僅有兩個自由度：仰角  $\alpha$  與方位角  $\beta$ ， $N$  在卡氏座標系下的 xyz 分量則為  $u, v, w$ 。

### 2.4.2.2 硬體參數

系統中，其他參數與硬體設計相關，在購置後便不能改變，此類稱為硬體參數，包含了影響模式 ( Pattern ) 與影響發光或接收強度的參數。

2.7 描述 LED 輻射強度傳遞到 PD 接收的輻射強度之間的轉換，單位雖然是輻射強度，然而 PD 硬體輸出的物理量是電流  $I_e$ ，之間的轉換受到 PD 的響應率和飽和上限  $s$  影響。

$$I_e = \begin{cases} \Phi \times Re, & \text{if } Ie < s \\ s, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.3)$$

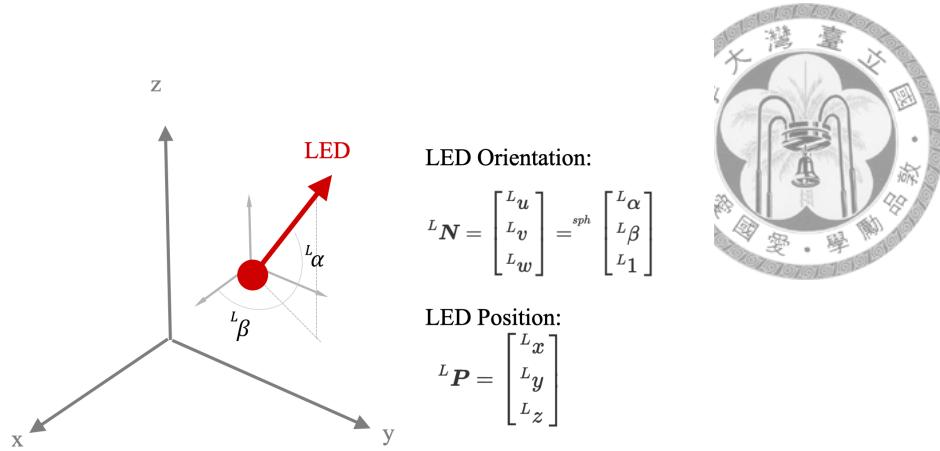


圖 2.16: LED 在座標系中的擺放自由度

圖 2.17: LED 與 PD 對模式與強度影響之硬體參數

	LED參數	PD參數
影響發/收光模式 (Pattern)	LED朗博次方 $M$	PD朗博次方 $m$
影響發/收光強度	總輻射通量 $P_t$	有效面積 $A$ 響應率 $R_e$

#### 2.4.2.3 朗博輻射模式

LED 與 PD 的照射與接收模式 (Pattern) 可以用朗博輻射模式 (Lambertian Radiation Pattern) 量化，代表感光與發光強度隨著 LED 出射角與 PD 入射角的增加而變小，其衰減模式可用餘弦函數 (cosine) 的 M 次方 (power) 表示，M 代表的是朗博次方 (Lambertian Order)。

$$I(\omega) = I(\omega = 0) \times \cos(\omega)^M \quad (2.4)$$

以二維的角度來看如圖，LED 光照射的能量隨出射角度增加而減少，在 LED 中心軸的方向強度最高，在此描述 LED 強度時不考慮距離。如先前所述，LED 為軸對稱，因此三維的照射模式即為二維模式以中心軸旋轉。在同樣出射角下，光輻射強度相同。

以較直觀的方式來解釋朗博次方，其主要是在敏感度與照射範圍中的取捨：朗博次方較小時，其照射範圍較大，最大可以覆蓋接近半個球面，光強度隨出射角度衰減的速度不大，也就是對不同入射角度的敏感度則不高。反之，朗博次方較大的硬體雖然覆蓋範圍較小，但對覆蓋範圍內的角度變化敏感度高。如圖2.18，不同朗博次方的 PD 在接收模式就呈現不同的特性，在此特別注意接收模式僅與角度有關。



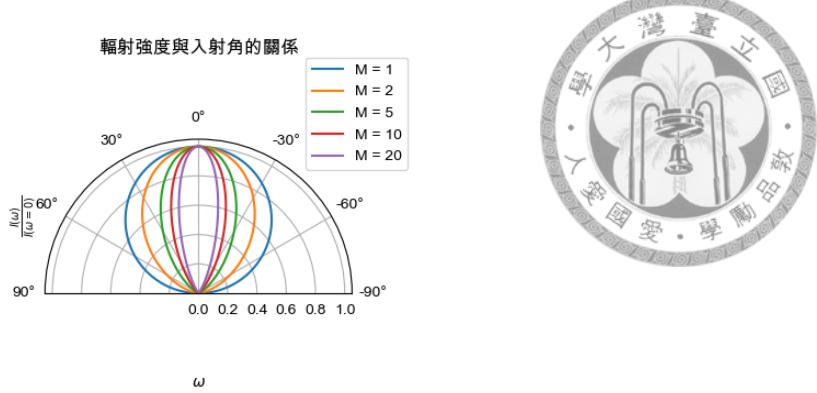


圖 2.18: 朗博次方與輻射模式

### 2.4.3 光傳遞模型

光傳遞模型中，除了硬體參數以外，受到三個參數影響：距離  $D$ 、PD 入射角  $\phi$ 、LED 出射角  $\theta$ ，其中出入射角如圖2.19，分別為硬體中心軸與距離向量之間的夾角。

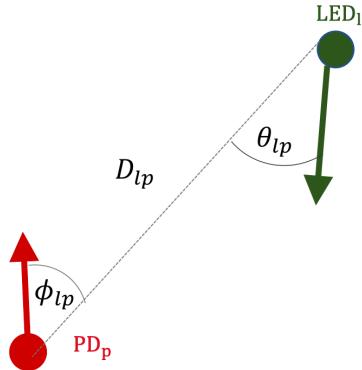


圖 2.19: LED 與 PD 的交互關係

從 LED 發光開始分析，2.4描述了光輻射強度  $I$  在不同入射角的關係，將整個半球中的輻射強度積分，得到 LED 在整個半球上所照射的總瓦數比例，將該值倒數，即可由 LED 發射之總能量推算各入射角的光輻射強度，2.5完整描述 LED 的發光輻射強度。

$$I(\omega) = Pt \frac{(M+1)}{2\pi} \cos \omega^M \quad (2.5)$$

空間中光波由 LED 傳遞至 PD 的部分以式2.6描述，藉由2.2將距離對照射範圍的影響考慮進去，其中 PD 的接收範圍由硬體參數有效面積  $A$  描述，藉由乘上有效面積則可將單位轉換回輻射強度。透過朗博次方描述 PD 接收模式，即可完整的描述從 LED 到 PD 的光傳遞模型。



$$\Phi = I \times \frac{1}{D^2} \times A \times \cos \phi^m \quad (2.6)$$

本論文為多 LED 對多 PD 的系統，在描述第  $p$  個 LED 量測到第  $l$  個 LED 的強度  $\Phi_{lp}$  時，以下標備註，完整公式可由 2.7 描述。

$$\Phi_{lp} = \frac{A_p \cos \phi_{lp}^{m_p}}{D_{lp}^2} \times Pt_l \frac{(M_l + 1)}{2\pi} \cos \theta_{lp}^{M_l} = k_{lp} \frac{\cos \theta_{lp}^{M_l} \cos \phi_{pl}^{m_p}}{D_{lp}^2} \quad (2.7)$$

#### 2.4.4 LED 與 PD 定位系統

LED 與 PD 的相對定位量測系統中，根據 2.1 目標物為 LED 座標系，剛體上裝載著主動發送訊號的 LED；而量測者為 PD 座標系，上面裝載著傳感器收取資訊；兩座標系上的感測器與訊號發送器皆為固定的，可以想像成將 PD 焊於電路板上，封裝成一量測儀器，並以螺絲等固定在量測者剛體上，隨著量測者與目標物移動時，兩座標系之間的座標轉換關係會改變，然而 PD 與其座標轉換關係並不會改變，LED 亦然。

在多 LED 與多 PD 的系統之中，一個 PD 會同時接收到多個 LED 的訊號，實作上需要能夠分辨不同 LED 各自的訊號強度，此時即可可見光通訊（Visible Light Communication，簡寫 VLC）的技術 [23] 來進行編碼與解碼。2.14 呈現簡單的 VLC 技術應用在室內定位上的架構圖，由驅動器控制各個 LED 根據編碼規定發出特定訊號，透過光傳遞至 PD 上後，PD 根據編碼方式進行解碼，即可分辨出光訊號來源以及各自的強度。

由於本論文並無涉及硬體，因此在編解碼的部分不以更多篇幅描述。在定位上最常見到的編解碼方式為 OOK ( On-Off Keying )，由於定位上僅需知道是哪個 LED，所需傳遞的資訊含量較少，使用簡單的 OOK 便已足夠。

#### 2.4.5 LED 與 PD 定位文獻探討

了解 LED 與 PD 定位系統的運作方式後，本章節介紹現有文獻的成果，並舉實例情境來凸顯此領域不足之處，提出可改善之方向。

以下由硬體數量、使用情境限制、二維或是三維定位、朗博次方的考量、LED 與 PD 的擺設方式等面向切入介紹與分析：

##### 2.4.5.1 硬體數量

硬體數量上，大多是單個對多個的組合，單個 LED 對多個 PD 的方法 [24] [25] [26] 優勢在於不用考量光的干涉，僅有單個光源連編碼解碼的部分也可以有條件的省略，簡化了系統複雜度。多個 LED 對單個 PD 的優勢則在於訊號處理不需同步多個 PD，該 PD 進行解碼之後即可在計算單元內進行演算法的運作，不需



綜合多個 PD、考量到不同硬體時間的不同步，一樣簡化了系統複雜度。多對多的方法 [27] 雖然增加了系統複雜度，然而能獲取到的資訊同樣也較多。

#### 2.4.5.2 硬體組態

LED 與 PD 的擺設方式上，為了降低 2.7 所描述的模型複雜度，最常見到的 LED 摆設方式便為中心軸平行的等距陣列（補圖），PD 摆設方式則是全部位於同個位置、同樣仰角，方位角則等距分配（補圖）[24] [25] [26]。以上兩種最常見的擺設方式皆是為了降低系統複雜度，其中將 PD 摆放於同個位置僅改變指向，可使不同 PD 的距離與 LED 出射角這兩個變數一致，即可進行消除。

#### 2.4.5.3 演算法

演算法上，如 2.2 介紹，常見的方法如多點定位、三角定位、指紋法，都需要有多個參考點，雖然多個參考點能夠提高精度，但是此種演算法裝設與事先校正都十分複雜，無法應對環境的改變，不符合不本論文研究目標的靈活應用。

另一類型則是利用光傳遞模型 2.7，利用模型變數為出入射角與距離三項幾何關係，推算出兩座標系的相對位置。此種演算法因為方程式的複雜度過高，使得需透過組態的限制來降低複雜度，例如限制擺設方式、或是使用情境的限制。

常見的 PD 組態多限制各 PD 摆設於同點，僅能改變 PD 朝向，且朝向大多也會限制為同樣天頂角、或是限制指向多面體的頂點；常見的 LED 組態則是陣列存在，類似於室內空間中多個 LED 燈於天花板朝下照射的模式。

使用情境則大多限制為「目標物與量測者需平行」，不得進行旋轉的移動，此限制雖然大大減少了系統複雜度，然而無法旋轉的使用情境過度受限，無論是人機互動，亦或是此類研究最常舉的案例：手機內鏡朝上於房間內走動，假設兩者僅能平行實在不合理，然而不限制平行的方法皆是使用多參考點的方式，現今仍沒有同時兼具不受旋轉影響又不需事先校正、安裝的方法，因此設計不受此限的演算法便是本研究主要目的之一。

#### 2.4.5.4 硬體架設

在 LED 與 PD 系統中的研究，大多僅使用模型模擬，實際架設硬體進行實驗的案例較少，其中 [28] 為有進行硬體實驗的少數研究。

#### 2.4.5.5 朗博次方

朗博次方是一個影響模式的重要參數，LED 與 PD 兩者皆有各自的朗博次方，大多研究皆將其省略，除了不考慮 PD 的朗博次方，而 LED 則僅有部分研究有將其納入計算 [24] [25]。然而，假設朗博次方為一在實際上是不符合現實的，實際上在挑選硬體時朗博次方十分多種，為了降低複雜度而省略朗博次方，限制了系統可能性以及侷限了能夠使用的硬體。

(不確定走向，所以先用列表整理在 Notion 之後確定再補上)

# Name	# LED	# PD	<input checked="" type="checkbox"/> LED_Lamb	<input checked="" type="checkbox"/> PD_Jamb	<input checked="" type="checkbox"/> 硬體	<input type="checkbox"/> 演算法	# 2D
 Single LED Based Indoor Positioning System Using Multiple Photodetectors	1	3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	線性代數解 (把cos換成xyh)	
 Indoor Positioning System Based on Single LED Using Symmetrical Optical Receiver	1	5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	線性代數 + ref point	
 Accurate Visible Light Positioning Using Multiple-Photodiode Receiver and Machine Learning	4	6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	RSS, WkNN	
 Three-Dimensional Visible Light Indoor Localization Using AOA and RSS with Multiple Optical Receivers	1	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	exponential model, trilateration, AOA, 3D利用 150公分迭代 找誤差最小	
 HyperCube: A Small Lensless Position Sensing Device for the Tracking of Flickering Infrared LEDs	3	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	三個朝九十 度擺放，兩 兩比較得兩 個角度， AOA	
 An Indoor Visible Light Positioning System Using Tilted LEDs with High Accuracy	4	1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Polynomial fit計算每個 LED強度與反 射次數(不太 準確)	



## 2.5 結論

雖然此種做法已被討論且有潛力，但缺少能夠達成三維定位又靈活的方法，也缺乏完整考量硬體擺設方法以及朗博次方的研究，此本論文有以下研究成果：

- 利用 LED 與 PD 進行三維相對位置量測的方法，於第三章詳述。
- 為了將第三章所提出之相對位置量測方法，靈活應用於不同情境，提出針對不同使用情境的最佳化方法，藉由調整硬體參數、LED 與 PD 的組態，改善系統表現，於第四章詳述。
- 第五章將提出之最佳化方法實作，以不同情境做為模擬案例，為各自設計最佳的量測系統參數與組態，並進行分析與比較。
- 第六章針對本論文的研究成果總結，並提出未來改善方向。



---

## 參考文獻

---

- [1] K. Shafique, B. A. Khawaja, F. Sabir, S. Qazi, and M. Mustaqim, “Internet of things (iot) for next-generation smart systems: A review of current challenges, future trends and prospects for emerging 5g-iot scenarios,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 23022–23040, 2020.
- [2] L. Mainetti, L. Patrono, and I. Sergi, “A survey on indoor positioning systems,” in *2014 22nd International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM)*, pp. 111–120, 2014.
- [3] F. Zafari, A. Gkelias, and K. K. Leung, “A survey of indoor localization systems and technologies,” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, pp. 2568–2599, 2019.
- [4] Y. Zhuang, L. Hua, L. Qi, J. Yang, P. Cao, Y. Cao, Y. Wu, J. Thompson, and H. Haas, “A survey of positioning systems using visible led lights,” *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 20, no. 3, pp. 1963–1988, 2018.
- [5] M. Maheepala, A. Z. Kouzani, and M. A. Joordens, “Light-based indoor positioning systems: A review,” *IEEE Sensors Journal*, vol. 20, no. 8, pp. 3971–3995, 2020.
- [6] H. Hasan, M. Hussein, S. mad saad, and M. A. Mat Dzahir, “An overview of local positioning system: Technologies, techniques and applications,” *International Journal of Engineering and Technology(UAE)*, vol. 7, pp. 1–5, 08 2018.
- [7] T. Tegou, I. Kalamaras, M. Tsipouras, N. Giannakeas, K. Votis, and D. Tzovaras, “A low-cost indoor activity monitoring system for detecting frailty in older adults,” *Sensors*, vol. 19, p. 452, 01 2019.
- [8] J.-Y. Kim, I.-S. Kim, D.-Y. Yun, T.-W. Jung, S.-C. Kwon, and K.-D. Jung, “Visual positioning system based on 6d object pose estimation using mobile web,” *Electronics*, vol. 11, no. 6, 2022.



- [9] OpenCV, “Detection of aruco markers.” Retrieved Jul 2022 from: <http://web.archive.org/web/20080207010024/http://www.808multimedia.com/winnt/kernel.htm>. Retrieved Jul 2022.
- [10] Z. Qiu, Y. Lu, and Z. Qiu, “Review of ultrasonic ranging methods and their current challenges,” *Micromachines*, vol. 13, no. 4, p. 520, 2022.
- [11] D. J. Griffiths, “Introduction to electrodynamics,” 2005.
- [12] Y. Abdelrahman, A. Schmidt, and P. Knierim, “Snake view: exploring thermal imaging as a vision extender in mountains,” pp. 1067–1071, 09 2017.
- [13] 國家通訊傳播委員會, 業餘無線電技術規範, 10 2015.
- [14] A. Motroni, A. Buffi, and P. Nepa, “A survey on indoor vehicle localization through RFID technology,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 17921–17942, 2021.
- [15] OSRAM Opto Semiconductors Inc., *High Power Infrared Emitter (940 nm)*, 11 2021. Ver 1.8.
- [16] Avery Dennison Corp., *UHF RFID Inlays*, 2015.
- [17] A. K. Sood, J. W. Zeller, R. A. Richwine, Y. R. Puri, H. Efstathiadis, P. Haldar, N. K. Dhar, and D. L. Polla, “Sige based visible-nir photodetector technology for optoelectronic applications,” in *Advances in Optical Fiber Technology* (M. Yasin, H. Arof, and S. W. Harun, eds.), ch. 10, Rijeka: IntechOpen, 2015.
- [18] C. A. Gueymard, “The sun’s total and spectral irradiance for solar energy applications and solar radiation models,” *Solar Energy*, vol. 76, no. 4, pp. 423–453, 2004.
- [19] *Standard Solar Spectra*. No. ASTM G-173-03 (International standard ISO 9845-1), 1992.
- [20] G. Kumar, G. Rao, and M. Kumar, “Gps signal short-term propagation characteristics modeling in urban areas for precise navigation applications,” *Positioning*, vol. 04, pp. 192–199, 01 2013.
- [21] P. Lou, H. Zhang, X. Zhang, M. Yao, and Z. Xu, “Fundamental analysis for indoor visible light positioning system,” in *2012 1st IEEE International Conference on Communications in China Workshops (ICCC)*, pp. 59–63, 2012.
- [22] W. Mccluney, *Introduction to Radiometry and Photometry 2nd ed: Title Page & Table of Contents*. 11 2015.



- [23] S. U. Rehman, S. Ullah, P. H. J. Chong, S. Yongchareon, and D. Komosny, “Visible light communication: A system perspective—overview and challenges,” *Sensors*, vol. 19, no. 5, 2019.
- [24] X. Yu, J. Wang, and H. Lu, “Single led-based indoor positioning system using multiple photodetectors,” *IEEE Photonics Journal*, vol. 10, no. 6, pp. 1–8, 2018.
- [25] X. Yu, J. Wang, and H. Lu, “Indoor positioning system based on single led using symmetrical optical receiver,” in *Asia Communications and Photonics Conference (ACP) 2018*, p. Su2A.50, Optica Publishing Group, 2018.
- [26] S.-H. Yang, H.-S. Kim, Y.-H. Son, and S.-K. Han, “Three-dimensional visible light indoor localization using aoa and rss with multiple optical receivers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, no. 14, pp. 2480–2485, 2014.
- [27] A. H. A. Bakar, T. Glass, H. Y. Tee, F. Alam, and M. Legg, “Accurate visible light positioning using multiple-photodiode receiver and machine learning,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 70, pp. 1–12, 2021.
- [28] T. Rahariaona, P. Mignon, R. Juston, L. Kerhuel, and S. Viollet, “Hypercube: A small lensless position sensing device for the tracking of flickering infrared leds,” *Sensors*, vol. 15, no. 7, pp. 16484–16502, 2015.