



符號列表

座標系

P	座標點
x, y, z	座標點 P 的 x, y, z 分量
N	單位向量
u, v, w	單位向量 N 的 x, y, z 分量
α	球座標系中的仰角分量
β	球座標系中的方位角分量

座標系轉換

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \begin{bmatrix} \mathbf{Ro} & \mathbf{T} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} && \text{齊次轉換矩陣 Homogeneous Transformation Matrix} \\ \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} t_x & t_y & t_z \end{bmatrix}^T && \text{平移向量 Transfer Vector} \\ \mathbf{Ro} &= \{\gamma_{ij}\} && \text{旋轉矩陣 Rotation Matrix}\end{aligned}$$

硬體參數

符號	LED 硬體參數
Ml	LED 的朗伯次方 (Lambertian Order)
Pt	總輻射通量 (Total Radiation Flux)

符號	PD 硬體參數
Mp	PD 的朗伯次方 (Lambertian Order)
A	有效面積
Re	響應率 (Responsivity)

LED 與 PD 的交互關係



ϕ PD 入射角

θ LED 出射角

D 距離

光學領域單位

符號	中文	英文	單位符號	國際單位制
Ω	立體角	Solid Angle	sr	球面度 (Steradian)
ω	角度	Angle	rad	弧度 (radian)
r	半徑	Radius	m	公尺
Φ	輻射通量	Radiation Flux	W	瓦特 (Watt)
I	輻射強度	Radiation Intensity	$W \cdot sr^{-1}$	瓦特每球面度
E	輻照度	Irradiance	$W \cdot m^{-2}$	瓦特每平方公尺

小標解釋

論文中由於座標系、硬體數量、樣本數量眾多，為了區分不同上下小標的意義，以圖1呈現各小標意思，左上標表示座標系，左下標顯示是哪個樣本，而右下標則依照物理量代表著 LED 或 PD 的編號，在 LED 與 PD 交互關係的物理量中右下標同時包含兩者的編號。

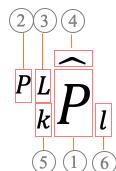


圖 1: 符號小標解釋

(1) 符號

(2) 投影至的座標系 (P : PD 座標系 ; L : LED 座標系)

(3) 定義於哪個座標系 (P : PD 座標系 ; L : LED 座標系)

(4) $(\hat{\cdot})$ 代表該物理量為量測所得或處理量測所得訊號而得

(5) 第 k 個樣本點 ($k = 1, 2, \dots, K$)

(6) 第 p 個 PD ($p = 1, 2, \dots, P$) 或第 l 個 LED ($l = 1, 2, \dots, L$); LED 與 PD 交互關係物理量的 (6) 小標為 lp 兩者的交互關係

${}^{PL}\hat{\mathbf{T}}_k$ ：第 k 個樣本點中，模擬量測方式所得到的 PD 座標系指向 LED 座標系的平移向量。 ${}^L P_l, {}^{LP} P_l$ ： ${}^L P_l$ 為第 1 個 LED 於 LED 座標系上的位置座標， ${}^{PL} P_l$ 則是將其投影到 PD 座標系上。 ${}_k D_{lp}$ ：第 k 個樣本點鐘，第 1 個 LED 與第 p 個 PD 的距離 Ml_l ：第 1 個 LED 的朗博次方





第一章

緒論

1.1 前言

隨著工業 4.0 的發展，機器、人與環境之間的交互互動愈發頻繁，萬物互連的背景之下，各領域對於量測資訊的需求大量增加，其中了解位置資訊為機器與人類進行判斷與計算的基礎。若能掌握空間中某特定物與自己的相對位置資訊，則可幫助新型載具、機械手臂與人類進行決策與執行任務，例如載具了解其他載具的位置、飛行器與遙控計之間的定位、智能載具與照護目標物的互動、機械手臂與夾取目標物的定位等。綜上所述，獲取兩物之間的相對位置資訊，有其必要性。

1.1.1 室內定位簡介

現今室外定位主要仰賴全球衛星定位系統 (GPS)，然而礙於衛星訊號受建築物體遮蔽的特性，GPS 定位技術無法應用在室內場域，因此發展一有效的室內定位方法獲得許多討論與研究關注。室內定位主要面對的困難與室外不同，較多的障礙物、牆壁、人員物體的密集度使多重路徑傳輸 (Multipath propagation) 影響大，也使訊號衰減與散射嚴重，以上議題都會增加誤差，且室內應用所需求的精度大多高於 GPS，因此如何設計合適的室內定位系統近年來受到研究矚目 [1]。

室內定位最常見的分類方式為技術 (Technology) 與方法 (Technique) [2]，技術針對所使用的訊號與硬體種類進行分類，例如相機、紅外線、WiFi、藍芽等不同技術；而方法則是探討不同訊號皆收與處理的方式，如 RSS (Received Signal Strength) 與 ToF (Time-of-Flight) 兩種訊號接收方式，以及三邊量測法 (Trilateration)、三角測量法 (Triangulation) 等取得相對位置訊號的方法。



在選擇合適的技術與方法以設計室內定位系統時，需考量許多面向：

量測範圍與精度 包含精度、覆蓋範圍 (Coverage)、目標偵測距離。

成本 包含硬體設備成本、系統能耗等

靈活度 硬體大小、拆裝方便性、所需校正時間

是否定位可視範圍外 若要進行非可視範圍 (NLoS) 內的定位，需利用可穿透障礙物的訊號，並犧牲精度。

是否進行即時應用 若要進行即時應用，量測數據處理速度需夠快以避免訊號延遲，需犧牲訊號處理的複雜度及其附加的精度提升可能性。

目標物是否為特定物 若目標物為特定某物體，則系統需有分辨訊號發送者的能力，例如無線電波的加密技術，反之光達僅有分辨訊號的有無，難以進行目標物辨識。

目標物是否有欲先安裝之特徵點 是否能對目標物預先安裝特徵點也會影響系統設計，無法預先安裝特徵點的例子為自駕車，其需在陌生環境中以相機辨識周遭物體為人車或是建築物並進行定位；反例則為安裝在欲追蹤物體上的 Airtag，其發送訊號以利手機追蹤並定位。

對環境的理解程度 大多 WiFi 與藍芽技術使用指紋比對 (Fingerprinting) 的方法，將系統設置完成後，預先進行大量的訊號蒐集，將接收訊號與數據庫比對得出位置，然而此方法並不能適應環境的改變，但凡環境與系統異動則原數據庫失效。

礙於如此多的特性與面向，一個面面俱到的方案是不存在的。因此在設計系統時，了解不同做法的優缺點，並了解系統目標情境與需求，進而對不同設計參數做出取捨，是完成有效室內定位系統的關鍵之一 [2] 。

1.2 研究動機：情境描述

室內定位的方法分成許多種，根據不同的應用需求與特性適用的方式也不盡相同。本研究主要目標為研究一移動物對另一特定物的相對定位方法，希望能將感測器與訊號發射器包裝成安裝方便的單位，提供一量測單位與一被量測單位，能夠靈活的將兩單位各自安裝在量測物與目標物上，在不同場域下進行三維的相對定位量測。

為更具體呈現目標的使用情境，以下舉實例描述：

智慧工廠 (待補)

智慧病房 (待補)

其他 智能載具與服務目標的定位、輔助視障者理解移動方向、機場內針對什麼的量測



1.3 研究目的

雖然室內定位這個領域已經有許多文獻探討，然而針對此情境仍沒有一個合適的方案，因此研究目的歸納如下：

- 發展一靈活度高，能夠套用在不同場域與情境的室內定位方法，其中場域需包含醫療環境，因此著重在探討光波段的定位應用。
- 針對光波段定位，將被簡化的參數納入考量，並將組態上的限制放開，且試圖將定位維度提升到三維。
- 將不同應用情境納入考量，發展一套完整流程，針對不同情境進行最佳化，以提供最佳組態。

本研究以 LED（發光二極體，Light Emitting Diode）與 PD（光電二極體，Photodiode）的近紅外光定位為主，針對不同情境對 LED 與 PD 的組態與配置最佳化，其中在模擬中更完整的考慮各種因素並減少組態上的限制，以更貼近實際應用上的狀況。

1.4 論文架構

本研究分為六個章節，論文架構如圖：

[補論文架構圖]

第一章 緒論

介紹研究主題，並描述本研究欲解決的問題與研究目的。

第二章 文獻回顧

介紹室內定位的技術與方法，並針對光定位的相關方法與現今文獻進行探討。

第三章 LED 與 PD 定位方法

詳細說明本研究如何利用 LED 與 PD 進行相對定位量測，並進行誤差分析。

第四章 最佳化

建立針對組態與硬體參數的最機化問題，並提出一流程以針對不同量測情境與工況進行最佳化。



第五章 案例

針對不同情境（Scenario）進行最佳化，提出最佳解並探討成效。

第六章 結論

整理本研究之結果討論，並敘述後續研究之方向。



第二章

文獻回顧

本研究所探討情境下的量測方法有以下需求：有易於拆裝的量測單位與被量測單位，能夠快速進行拆裝、靈活應用於不同場域，而安裝完成後即可進行三維相對位置量測。為滿足靈活且易於安裝且能夠應用在不同場域的特性，需要有體積小、能耗低、所需校正步驟少、能夠使用於不同場域等特色。

因此，本章節先定義所謂相對定位，再介紹現有文獻的定位技術與方法，比較優缺點並凸顯「近紅外光定位」的優勢，近而針對本論文著重的「LED 與 PD 以近紅外光波段進行定位」的文獻進行探討，敘述此領域研究現況與困難。

2.1 相對定位定義

在開始進入文獻探討之前，需先以數學定義何謂本論文所欲量測之「相對定位」。首先，本論文所討論的情境為一量測物針對另一特定目標物進行相對位置的量測，如智慧工廠內的機械手臂欲取得與移動載具之間的相對關係，以利夾取搬運動物品至載具上進行運送。

我們將取得相對位置的一方稱為量測者，如案例中的機械手臂；而量測者所欲取得相對位置的特定物體稱為目標物，如案例中的移動載具；兩者皆為剛體。因此，可以將量測者與目標物各自視為兩移動座標系如圖2.1，兩者在空間中各自有位置、旋轉的六個自由度，可以利用齊次座標轉換（Homogeneous Transformation）表示座標系之間的平移與旋轉（式2.1）， ${}^{PL}H$ 表示將 LED 座標系上的點轉換至 PD 座標系上的齊次轉換矩陣，而 ${}^{PL}T$ 與 ${}^{PL}Ro$ 各自代表平移與旋轉的轉換矩陣，符號可參考符號列表（第i頁）。

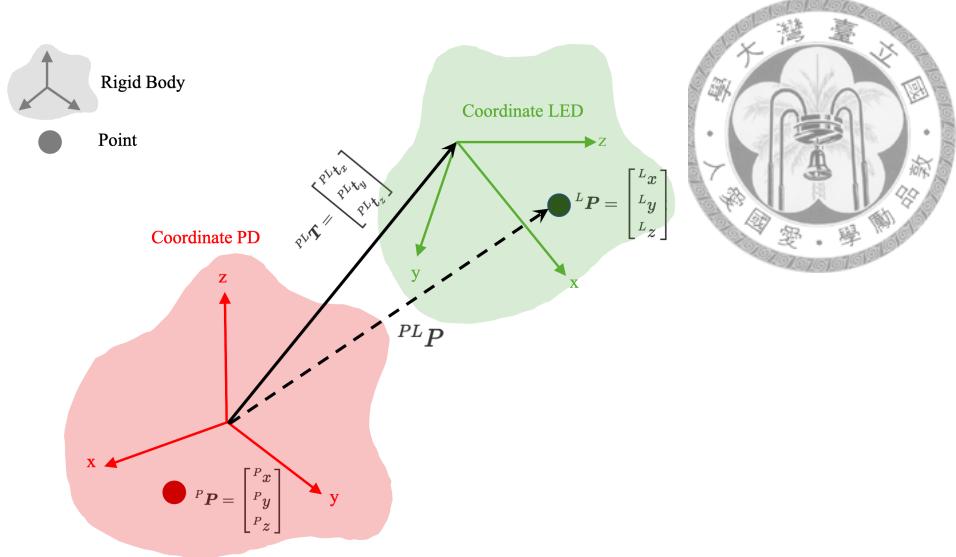


圖 2.1: LED 座標系與 PD 座標系及相對關係

$$\begin{bmatrix} {}^{PL}P \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{PL}\mathbf{H} \begin{bmatrix} {}^L P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{PL}\mathbf{R}\mathbf{o} & {}^{PL}\mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^L P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{PL}\gamma_{11} & {}^{PL}\gamma_{12} & {}^{PL}\gamma_{13} & {}^{PL}t_x \\ {}^{PL}\gamma_{21} & {}^{PL}\gamma_{22} & {}^{PL}\gamma_{23} & {}^{PL}t_y \\ {}^{PL}\gamma_{31} & {}^{PL}\gamma_{32} & {}^{PL}\gamma_{33} & {}^{PL}t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^L x \\ {}^L y \\ {}^L z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

其中，兩座標系之間的平移關係 ${}^{PL}\mathbf{T}$ 即為欲得到的相對位置資訊，共有三個自由度。

2.2 定位方法介紹

(這段或許可以省略) - 定位方法介紹 : RSS、TDOA 這些

- 先用方法得到角度、距離資訊：利用 RSS、TDOA 比較 - 組合角度、距離資訊得到位置：Multilateration, Fingerprinting

2.3 定位技術介紹

室內定位所使用的技術 (Technique) 十分多樣，包含使用電磁波段內的 Wifi、藍芽、RFID (Radio Frequency Identification，無線射頻辨識)、可見光定位以及相機定位等，其他使用非電磁波斷的室內定位技術主要為超聲波，應用 ToF 方法量測訊號發射至接收的時間，然而該技術受溫度影響，且對目標物的辨識能力不



佳，目前著重在自駕車與載具中障礙物的有無偵測上 [3]，並不符合研究目標，因此以下章節聚焦在電磁波斷的定位進行分析。

2.3.1 以電磁波頻率切入

如讓所述，電磁波段內有許多不同現今受到關注的量測技術，而電磁波以光速傳播，擁有高傳播速度與不受介質溫度與濕度影響的特性，減少可能對量測訊號造成影響的因素。

本段落由電磁波的頻率切入，頻譜圖如圖2.2，大致分為兩部分探討：頻率介於 790THz 與 300GHz 之間的光波段、頻率低於 300GHz 的低頻波段 [4]。頻率高於 790THz 的高能量波段不加以考慮，原因是因為電磁波頻率越高所含能量越高，此特性使得高頻波段（X光、紫外線、伽瑪射線）對人體有害，因此無法使用於定位。

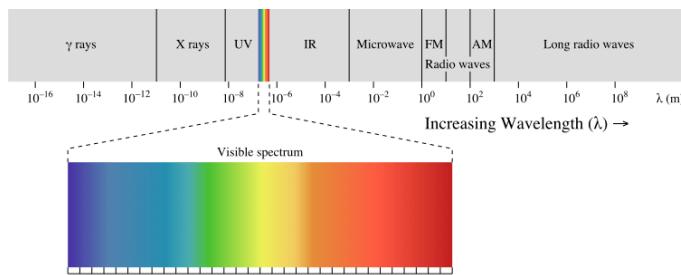


圖 2.2: 電磁波頻譜度 [5]

低頻波段也就是俗稱的無線電波（Radio Waves），應用發展歷史長，對於可使用的頻率有嚴格規範，台灣由國家通訊委員會訂定嚴格的可使用頻率波段 [6]，保證軍警、醫療、廣播等的傳播需求。常見的定位技術包含室內與多數裝置既有的 WiFi 與藍芽裝置，或是較新的 RFID 定位技術。

無線電波的主要特色包含可穿透大多障礙物，可用於跨房間非可視範圍（NLoS）的定位 [2]，增加了應用場域，然而也大大提升了訊號處理的難度，感測器難以辨別訊號衰減原因為距離、角度、亦或是障礙物，因此選擇非可視範圍內定位即捨棄精度。除此之外，無線電波的傳遞距離很長，定位範圍較廣。所需面對的誤差處理包含電磁干擾、同頻道干擾（Co-channel Interference）、受障礙物與金屬影響的穿透較果等。

大多無線電波段的定位系統皆是利用 RSS 或是 Proximity 的方式，而精度多為公尺量級，且應用場域因需校正而多餘固定場域。

舉 RFID 定位來說，大多應用在固定的場域中建立數據庫，或是利用大量的感測器與訊號發射器來判斷定位 [7]。

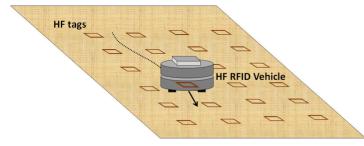


圖 2.3: RFID 定位系統示意 [7]

光波段定位

光波段的定位發展近幾年來十分顯著，主要原因為光學硬體上的進步，促使光通訊（LC, Light Communication）的發展，使發光與感光元件具有傳播 ID、訊息等資訊的能力，因此光通訊與光定位便於近年得到研究關注。在如今電磁波訊號充斥環境的狀況下，光波段提供一替代方案，除了可以應用在禁用電磁波的機場與醫療場域，其特性還包含較高的頻寬。

再來，光波段無法穿透障礙物，僅能進行可視範圍內（LoS）的定位，捨棄廣域的定位，獲得較為單純的量測數據。此特性同時增加光通訊的安全性以及穩定度，著重針對可視範圍進行通訊與定位，不必考量其他訊號。例如載具運行時，僅需著重分析於身旁的其他物體，位於隔壁房間的物體毫不重要，此時該特性即可忽略不重要的資訊，增加處理速度與有用訊號穩定度。

電磁波另一個特性為：波長愈短可達到的量測精度愈高，且感測器與訊號發射器的硬體大小也愈小，例如市售便宜常見的光波段感測器如 PD 感光二極體尺寸量級為 mm 或以下 [8] 且能耗低，而使用低頻波段的 RFID 感測器常見量級為 cm [9]。

小結

綜上所述，比較低頻波段與光波段，從精度層面來看，光波段捨棄非可視範圍的定位以減少影響訊號的因素，加上波長較短的特性，較符合本研究目標；針對靈活應用的需求，光波段無論是小體積還是低能耗，都是較佳的選擇。因此，根據本研究目標所需，將研究方法聚焦在光波段的定位上。

2.3.2 光波段定位的分類

光波段的分類可從兩方向切入：使用波段與感測器硬體選擇，以下依序進行探討：

使用波段選擇：可見光或紅外光

研究普及度

首先，現今室內定位的研究主要著重在可見光的部分 [10]，搭配著室內環境都具有的光源，其優點強調在不對室內環境進行過多改動上即可進行定位量



光		GPS		(RFID, WIFI, 藍芽)
相機	PD			無線電波
成本	高	低	低	低到中
訊號精度	高	中	低	中
對環境韌性	低	低	低	高
大小	中	小	中	大
靈活度	中高	高	高	低

圖 2.4: 定位方法特性

測。然而本研究需能靈活將光源安裝於任意被觀察物上，因此室內充足的可見光光源並不能成為訊號載體，因此雖然可見光波段擁有較多文獻與研究，其並不符合本研究目標，僅能參考方法與眼算法等，所以挑選光波段重點將著重在降低誤差上。

硬體技術

光波段的光感測器常見的材料有矽 (Si)、鎵 (Ge) 與 III 或 V 族元素，價格最便宜的是矽材料，而矽感測器的感光波段約在 400-1000nm，也就是可見光與近紅外光 (NIR) 波段。這也是為什麼普遍對紅外光波段的硬體都有價格昂貴的印象，但凡波長較長的紅外光在硬體材料便需要使用到昂貴的鎵或其他三五族元素 [11]。因此，考量到硬體的價格與普遍性，無論是 PD 還是影像感測器，挑選可見光與近紅外光波段較為合適。

誤差

光波段的誤差來源主要包含多重路徑傳輸 (Multipath effect) 與環境光源 (Ambious Light Source) [12]，其中環境光強度過高可造成訊號偏移甚至硬體飽和導致訊號失真，因此需有效的降低環境光源的強度以保持定位的準確度。環境光源包含了室內的光源以及太陽光源，室內的光源使用交流電的頻率約在 120hz，可以針對頻率進行濾波，而太陽光源的強度則隨頻率增減。從太陽光頻譜圖可以觀察到，太陽光於光波段受到大氣層吸收有三處的能量較低，藉由挑選低谷頻率，即可有效降低太陽光對系統的影響。

利用光波段定位最大的困難就是要克服其他光所造成的雜訊 (Shot Noise)，因此在選擇工作波長時，挑選自然環境中強度較低的波段。日常環境中的光源包含太陽光與燈，太陽光可以從圖 2.5 太陽輻射波譜 (Solar Irradiance Spectrum) 觀察強度與波長的關係，低谷出現在 760nm 左右的氧氣吸收帶 (Oxygen A-band)、與 940nm 和 1550nm 附近被水蒸氣吸收之波段 [13]。

對人眼影響

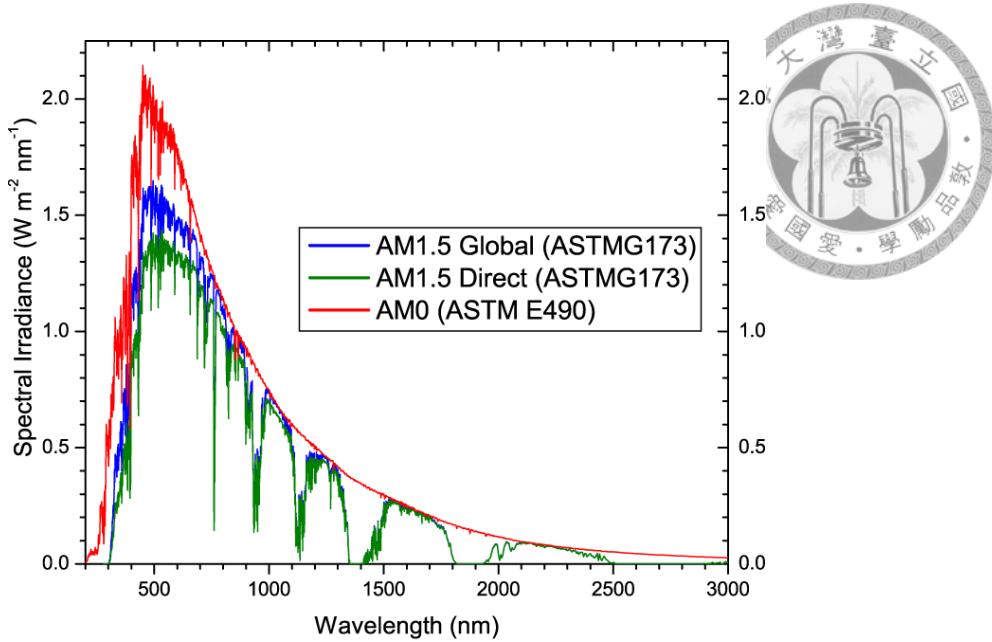


圖 2.5: 太陽輻射波譜 [14]

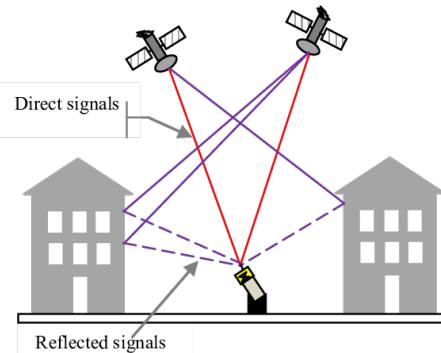


圖 2.6: 多重路徑傳輸 [15]

本研究目標需應用於移動物體上，因此紅外光呈現優勢，即使光源在環境中的使用者面前直射，紅外光無法在視網膜成像的特性讓使用者並不會感受到影響；反之，朝人眼照射可見光源會造成干擾。除此之外，紅外光頻率低、能量較小，且於視網膜成像的難度也大，因此較為安全。

硬體選擇：PD 或影像感測器

小節

(補圖)

權衡之下，挑選於太陽光輻射光譜中低谷的 760nm 與 940nm 波段，同時享有硬體選擇多且價格低的優勢，又減少了太陽光源所影響的程度，並使裝置保持輕巧低成本又不干擾人眼與日常生活的優點。



2.4 LED 與 PD 的定位方法

LED 與 PD 的定位方式，是將單個或多個 LED 安裝在目標物上，各 LED 藉由編碼來區別各自的訊號，而 PD 安裝於觀察物上，將每個 PD 所接收的訊號分別解碼，得到各 LED 的訊號強度。

為深入了解系統運作方式，從基本的光領域常用單位切入，開始介紹 LED 與 PD 的硬體特性與參數，以及光傳播上的模擬建模，再進入系統整體的細節，以及此領域的文獻探討。

2.4.1 光領域基本介紹

由於光領域所使用的單位與機械領域差距較大，進入 PD 與 LED 定位的探討之前，先對光領域的一些術語與單位進行介紹。

首先，描述光照的單位在文獻上經常有些混亂，單位分為兩種制度，且常有混用以及口語省略，令人感到困惑，因此以下進行釐清：光領域中的計量單位大致分成兩種系統，輻射測量學 (Radiometry) 與光度測量學 (Photometry)，兩領域以不同單位描述光源，其中輻射測量學著重在電磁波輻射的量測，描述通量單位為瓦特 (Watt)；而光度測量學著重在人眼可見之可見光波段的研究，通量單位為流明 (Lumen)，同樣物理量下單位定義不同。[16]

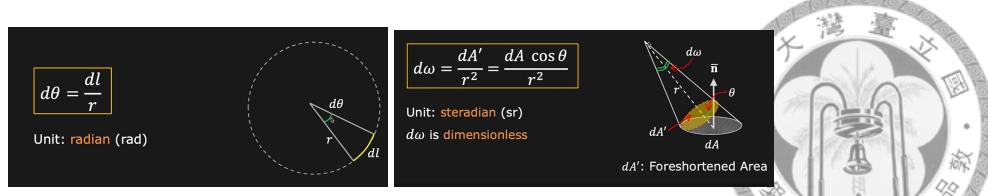
圖 2.7: 輻射測量學與光度測量學的物理量

符號	定義	輻射測量學	單位	光度測量學	單位
Q		Radiant Energy 輻射能量	Joule (J)	Luminous Energy 光能	Talbot
Φ	$\Phi = \frac{dQ}{dt}$	Radiant Flux 輻射通量(功率)	Watt (W)	Luminous Flux 光通量	Lumen (lm)
I	$I = \frac{d\Phi}{d\omega}$	Radiant Intensity 輻射強度	W/sr	Luminous Intensity 光度	Candela (cd)
E	$E = \frac{d\Phi}{dm^2}$	Irradiance 輻照度	W/m^2	Luminance 輝度	cd/m^2

本研究聚焦在近紅外光波段，因此本論文所使用的單位系統為輻射測量學的系統，然而文獻上可見光定位數量較多，因此在單位的換算上需特別注意，以下針對光領域常用物理量簡單敘述。

立體角 Solid Angle Ω

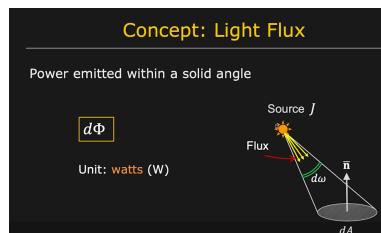
描述二維空間中的角度單位為弧度，表示夾角內的弧長與半徑比例，而單位弧度的定義是半徑與圓弧長度相等時的圓心角。然而光源存在於立體空間中，而空間中描述角度的物理量即為立體角 (Solid Angle)，該物理量代表錐狀立體角在球面上的表面積與半徑平方的比例，其中，單位為球面度



(steradians, 簡寫 sr) 代表在半徑為 r 的球體中，立體角投射出的表面積為 r^2 。

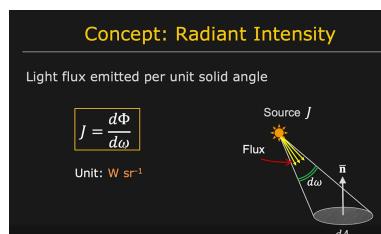
輻射通量 Radiant Flux Φ

描述光照功率的物理量為通量 (Flux) 或稱輻射功率 (Power)，代表每單位時間的輻射能量，單位為瓦特，而大多 LED 規格表上以此物理量來描述 LED 在指定電流下可產生的最大光功率。



輻射強度 Radiant Intensity I

每單位立體角所含的通量稱為輻射強度，此物理量常用於描述光與角度之關係，其與距離無關。



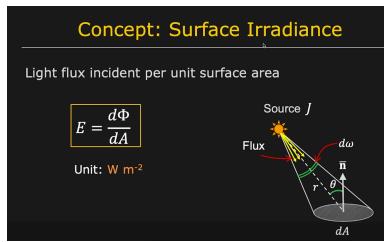
輻照度 Irradiance E

每單位面積所含的通量稱為輻照度，其中照射面積隨著距離 D 增加而平方遞增，在已知距離的情況下，即可利用立體角的定義，換算輻射強度與輻照度之間的關係^{2.2}， ω 為入射表面與光源之夾角。

$$E = I \cos \omega / D^2 \quad (2.2)$$

2.4.2 LED 與 PD 的硬體參數與特性

LED 與 PD 硬體有許多種類，最常見的市面上 LED 與 PD 為軸對稱並滿足朗博輻射模式 (Lambertian Radiation Pattern)，本論文僅考慮此類硬體。軸對稱代表當 LED 或 PD 僅對出射角或入射角以及距離有敏感度，以球座標系來看，凡在同一仰角與距離，無論方位角為何，光照強度與感光強度皆相同。



擺放自由度

LED 與 PD 量測系統包含許多參數，其中針對各 LED 與 PD 如何擺放，則可以藉由設計電路板、設計載體與擺放方式，在硬體購入後仍有改變的空間。而在描述座標系空間中的 LED 與 PD 時，一共有五個自由度，包含擺放位置 P 的三個分量 x, y, z ，以及定義指向的單位向量 N 。由於 LED 與 PD 皆為軸對稱，因此僅有兩個自由度：仰角 α 與方位角 β ， N 在卡氏座標系下的 xyz 分量則為 u, v, w 。

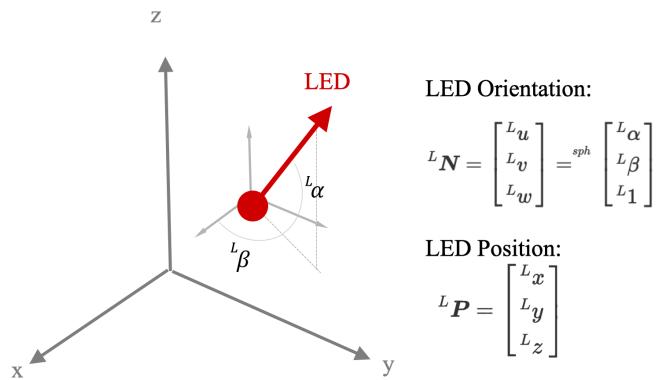


圖 2.8: LED 在座標系中的擺放自由度

硬體參數

系統中，其他參數與硬體設計相關，在購置後便不能改變，此類稱為硬體參數，包含了影響模式（Pattern）與影響發光或接收強度的參數。

圖 2.9: LED 與 PD 對模式與強度影響之硬體參數

	LED參數	PD參數
影響發/收光模式 (Pattern)	LED朗博次方 M	PD朗博次方 m
影響發/收光強度	總輻射通量 P_t	有效面積 A 響應率 R_e



朗博輻射模式

LED 與 PD 的照射與接收模式 (Pattern) 可以用 Lambertian Radiation Pattern 量化，代表感光與發光強度隨著 LED 出射角與 PD 入射角的增加而變小，其衰減模式可用餘弦函數 (cosine) 的 M 次方 (power) 表示，M 代表的是 Lambertian Order。

$$I(\omega) = I(\omega = 0) \times \cos(\omega)^M \quad (2.3)$$

以二維的角度來看如圖，LED 光照射的能量隨出射角度增加而減少，在 LED 中心軸的方向強度最高，在此描述 LED 強度時不考慮距離。如先前所述，LED 為軸對稱，因此三維的照射模式即為二維模式以中心軸旋轉。在同樣出射角下，光輻射強度相同。

以較直觀的方式來解釋朗博次方，其主要是在敏感度與照射範圍中的取捨：朗博次方較小時，其照射範圍較大，最大可以覆蓋接近半個球面，光強度隨出射角度衰減的速度不大，也就是對不同入射角度的敏感度則不高。反之，朗博次方較大的硬體雖然覆蓋範圍較小，但對覆蓋範圍內的角度變化敏感度高。如圖2.10，不同朗博次方的 PD 在接收模式就呈現不同的特性，在此特別注意接收模式僅與角度有關。

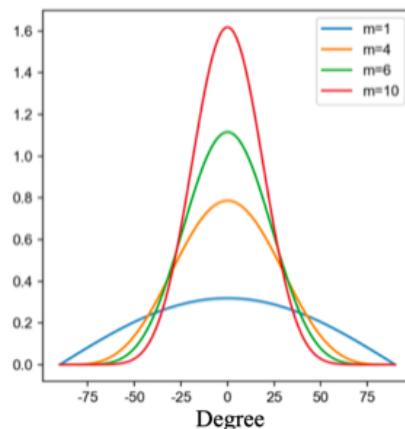


圖 2.10: 朗博次方與輻射模式

2.4.3 光傳遞模型

光傳遞模型中，除了硬體參數以外，受到三個參數影響：距離、入射角、出射角，其中出入射角如圖2.11，分別為硬體中心軸與距離向量之間的夾角。

從 LED 發光開始分析，2.3描述了光輻射強度在不同入射角的關係，將整個半球中的輻射強度積分，得到 LED 在整個半球上所照射的總瓦數比例，將該值倒數，即可由 LED 發射之總能量推算各入射角的光輻射強度，2.4完整描述 LED 的發光輻射強度。

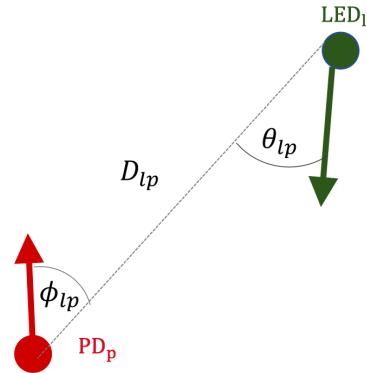


圖 2.11: LED 與 PD 的交互關係

$$I(\omega) = Pt \frac{(M+1)}{2\pi} \cos \omega^M \quad (2.4)$$

空間中光波由 LED 傳遞至 PD 的部分以式 2.5 描述，藉由 2.2 將距離對照射範圍的影響考慮進去，其中 PD 的接收範圍由硬體參數有效面積 A 描述，藉由乘上有效面積則可將單位轉換回輻射強度。透過朗博次方描述 PD 接收模式，即可完整的描述從 LED 到 PD 的光傳遞模型。

$$\Phi = I \times \frac{1}{D^2} \times A \times \cos \phi^m \quad (2.5)$$

本論文為多 LED 對多 PD 的系統，在描述第 p 個 LED 量測到第 l 個 LED 的強度 Φ_{lp} 時，以下標備註，完整公式可由 2.6 描述。

$$\Phi_{lp} = \frac{A_p \cos \phi_{lp}^{m_p}}{D_{lp}^2} \times Pt_l \frac{(M_l + 1)}{2\pi} \cos \theta_{lp}^{M_l} = k_{lp} \frac{\cos \theta_{lp}^{M_l} \cos \phi_{pl}^{m_p}}{D_{lp}^2} \quad (2.6)$$

2.4.4 PD 硬體特性

2.6 描述 LED 輻射強度傳遞到 PD 接收的輻射強度之間的轉換，單位雖然是輻射強度，然而 PD 硬體輸出的物理量是電流 Ie ，之間的轉換受到 PD 的響應率和飽和上限 s 影響。

$$Ie = \begin{cases} \Phi \times Re, & \text{if } Ie < s \\ s, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.7)$$



2.4.5 LED 與 PD 定位系統

LED 與 PD 的相對定位量測系統中，根據2.1目標物為 LED 座標系，剛體上裝載著主動發送訊號的 LED；而量測者為 PD 座標系，上面裝載著傳感器收取資訊；兩座標系上的感測器與訊號發送器皆為固定的，可以想像成將 PD 焊於電路板上，封裝成一量測儀器，並以螺絲等固定在量測者剛體上，隨著量測者與目標物移動時，兩座標系之間的座標轉換關係會改變，然而 PD 與其座標轉換關係並不會改變，LED 亦然。

在多 LED 與多 PD 的系統之中，一個 PD 會同時接收到多個 LED 的訊號，實作上需要能夠分辨不同 LED 各自的訊號強度，此時即可可見光通訊（Visible Light Communication，簡寫 VLC）的技術 [17] 來進行編碼與解碼。2.12 呈現簡單的 VLC 技術應用在室內定位上的架構圖，由驅動器控制各個 LED 根據編碼規定發出特定訊號，透過光傳遞至 PD 上後，PD 根據編碼方式進行解碼，即可分辨出光訊號來源以及各自的強度。

由於本論文並無涉及硬體，因此在編解碼的部分不以更多篇幅描述。在定位上最常見到的編解碼方式為 OOK (On-Off Keying)，由於定位上僅需知道是哪個 LED，所需傳遞的資訊含量較少，使用簡單的 OOK 便已足夠。

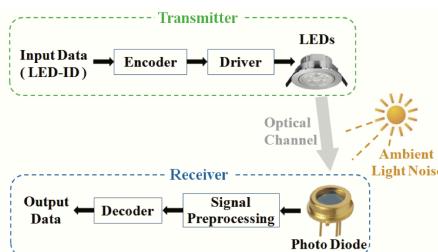


圖 2.12: 可見光通訊編碼與解碼 [18]

2.4.6 LED 與 PD 定位文獻探討

了解 LED 與 PD 定位系統的運作方式後，本章節介紹現有文獻的成果，並舉實例情境來凸顯此領域不足之處，提出可改善之方向。

以下由硬體數量、使用情境限制、二維或是三維定位、朗博次方的考量、LED 與 PD 的擺設方式等面向切入介紹與分析：

硬體數量上，大多是單個對多個的組合，單個 LED 對多個 PD 的方法 [19] [20] [21] 優勢在於不用考量光的干涉，僅有單個光源連編碼解碼的部分也可以有條件的省略，簡化了系統複雜度。多個 LED 對單個 PD 的優勢則在於訊號處理不需同步多個 PD，該 PD 進行解碼之後即可在計算單元內進行演算法的運作，不需綜合多個 PD、考量到不同硬體時間的不同步，一樣簡化了系統複雜度。多對多的方法 [22] 雖然增加了系統複雜度，然而能獲取到的資訊同樣也較多。



LED 與 PD 的擺設方式上，為了降低??所描述的模型複雜度，最常見到的 LED 摆設方式便為中心軸平行的等距陣列（補圖），PD 摆設方式則是全部位於同個位置、同樣仰角，方位角則等距分配（補圖）[19] [20] [21]。以上兩種最常見的擺設方式皆是為了降低系統複雜度，其中將 PD 摆放於同個位置僅改變指向，可使不同 PD 的距離與 LED 出射角這兩個變數一致，即可進行消除。

演算法上，大致分成利用光強度與已知的硬體組態，透過空間中的幾何交互關係解聯立求出位置，以及利用機器學習、Fingerprinting 等透過蒐集大量數據進行比對的方法。現今有非常多透過機器學習方法提升精度的方法，但是此種演算法無法應對環境的改變，使用中若是有人介入互動，擋住了其中幾個 PD 接收資訊，則可造成數據庫上無法比對，難以在人機互動的情境中使用，更不論本研究目標中目標物與觀察者兩者皆有可能移動的靈活應用。因此著重在前者演算法的研究，此種演算法因為方程式的複雜度過高，使得需透過不同的限制來降低複雜度，例如上述的限制擺設方式、或是於後文的情境限制。

朗博次方是一個影響模式的重要參數，LED 與 PD 兩者皆有各自的朗博次方，大多研究皆不考慮 PD 的朗博次方，LED 則僅有部分研究有考慮 [19] [20]。假設朗博次方為一在實際上是不符合現實的，朗博次方為一代表輻射強度並不隨著出入射角度的改變有所不同，假設其為完美的朗博輻射物，此假設可以將變數簡略至只剩距離，卻忽略掉實際硬體的表現。

使用情境上，(待補)

(不確定走向，所以先用列表整理在 Notion 之後確定再補上)

# Name	# LED	# PD	<input checked="" type="checkbox"/> LED_Lamb	<input checked="" type="checkbox"/> PD_Lamb	<input checked="" type="checkbox"/> 硬體	<input type="checkbox"/> 演算法	# 2D
Single LED Based Indoor Positioning System Using Multiple Photodetectors	1	3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	線性代數解 (把cos換成xyh)	
Indoor Positioning System Based on Single LED Using Symmetrical Optical Receiver	1	5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	線性代數+ref point	
Accurate Visible Light Positioning Using Multiple-Photodiode Receiver and Machine Learning	4	6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	RSS, WkNN	
Three-Dimensional Visible Light Indoor Localization Using AOA and RSS with Multiple Optical Receivers	1	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	exponential model, trilateration, AOA, 3D利用150公分迭代找誤差最小	
HyperCube: A Small Lensless Position Sensing Device for the Tracking of Flickering Infrared LEDs	3	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	三個朝九十度擺放，兩兩比較得兩個角度，AOA	
An Indoor Visible Light Positioning System Using Tilted LEDs with High Accuracy	4	1	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Polynomial fit計算每個LED強度與反射次數(不太準確)	

2.5 結論

雖然此種做法已被討論且有潛力，但缺少能夠達成三維定位又靈活的方法，也缺乏完整考量硬體擺設方法以及朗博次方的研究，此本論文有以下研究成果：

- 利用 LED 與 PD 進行三維相對位置量測的方法，於第三章詳述。



- 為了將第三章所提出之相對位置量測方法，靈活應用於不同情境，提出針對不同使用情境的最佳化方法，藉由調整硬體參數、LED 與 PD 的組態 (Deployment)，改善系統表現，於第四章詳述。
- 第五章將提出之最佳化方法實作，以不同情境做為模擬案例，為各自設計最佳的量測系統參數與組態，並進行分析與比較。
- 第六章針對本論文的研究成果總結，並提出未來改善方向。



LED 與 PD 三維相對位置量測方法

如第二章所述，LED 與 PD 量測系統以多個 LED 與 PD 所組成，透過 P 個 PD 分別量測到 L 個 LED 的 $L \times P$ 個量測訊號，由傳遞強度模型回推位置資訊。

本論文目標是提供一方法進行由 LED 與 PD 量測的三維定位方法，並分析調整 LED 與 PD 的擺設方法以及朗博次方對誤差的影響，進而針對不同使用情境提供最佳的系統組態。首先，會介紹 LED 與 PD 的定位系統如何運作，介紹本論文所提出的三維定位方法，在第四章介紹最佳化問題，並於第五章針對一些例子給出最佳系統組態。

3.1 系統概述

系統組成是由多個 LED 與多個 PD 組成，PD 唯一可獲得的資訊是電流大小，而 PD 電流大小為光強度的函數，在飽和之前光強度與電流成正比。

光通訊：光通訊為藉由 LED 發光時通過特定編碼方式，PD 即可解碼，進而將一段光訊號分解為不同訊號、並得到強度。多 LED 與多 PD 的互動下，每個 PD 都有可能收到多個 LED 的訊號，藉由硬體上的解碼，即可得到各 PD 獲得各 LED 的訊號大小，由此交互的訊號大小進行所在位置的計算。如第二章所述，PD 所接收的光電流強度除了硬體參數以外，變數有三個：光於 PD 的入射角、光從 LED 的出射角、LED 與 PD 的距離。考慮 LED 與 PD 在空間中的擺放方式，固定其中一者而另一者進行旋轉時，僅會改變出射角或是入射角，但凡兩者之間的相對位置有所改變，則同時會改變出入射角以及距離。

$$\Phi_{lp} = \frac{A_p \cos \phi_{lp}^{m_p}}{D_{lp}^2} \times Pt_l \frac{(M_l + 1)}{2\pi} \cos \theta_{lp}^{M_l} = k_{lp} \frac{\cos \theta_{lp}^{M_l} \cos \phi_{pl}^{m_p}}{D_{lp}^2} \quad (3.1)$$

因此，當有 $L \times P$ 訊號強度時，每個訊號強度都是三個變數函數，為了降低方程式複雜度，最常見的方法是如上述，就是限制同一組的 PD 的擺設方法為僅能擺放於同個位置，這樣光強度的唯一變數僅剩下入設角度。常見的系統設置大



多是利用可見光，將定位用的 LED 同時當作室內光源照射，而且常見的系統是將 LED 與 PD 的中心軸限制為必須平行，例如在室內時將手機平放，內鏡頭便會垂直朝上與垂直地面朝下的 LED 平行。此種限制是為了更進一步的降低方程式的複雜度，使得入射角與出射角的角度相等，則可較為簡單的藉由不同的算法將定位計算出來。

然而限制兩中心軸平行的方式會極大的限制使用情境，基本上僅有在室內光源固定的狀況下較好判斷 LED 中心軸的方向，才能進而將接收子 PD 擺放至合適的接收姿態，如手機室內定位的例子，使用者移動時需全程手持手機並將其保持水平向上，大大限制了使用者的自由性。然而我們的目標情境是並沒有限制目標物的環境與相對姿態的，過去文獻的這類型演算法顯然不適用，我們需要有更加靈活不受限的演算法來解出兩者的相對定位，而本章節將提出一種符合此需求的方法。

首先，三維定位在解析時大致分成兩種方式，一種是以卡式座標系的方式求 xyz 三者的分量，另一種常見的則是以方位（二維）與距離（一維）來解析，也可以看成是球座標系的表示方法，而接下來都會以方位與距離來解相對位置，其較直觀的將相對位置以載具的出發點分析，且一個單位的接收子或發射子剛好可以視為球座標系的中心點。

以球座標系來看，為了簡化方程式複雜度，我們同樣將所有 PD 摆設於同個位置，僅通過調整擺放的朝向來改變入射角度， P 個 PD 的強度公式如下，在各 PD 硬體相同時，唯一的變數就是入射角度，而透過將兩兩強度相除並將已知的朗博次方的影響去除，即可獲得各 PD 之間的強度比值，也就是入射角的 cosine 比值，而在座標系中滿足入射角 cosine 比值的所有點皆位於同個平面上，為了方便用內積計算 cosine，此段以卡式座標系表示。而各個 PD 的指向可以用球座標系的天頂角與方位角 $\alpha\beta$ 表示。

當兩 PD 位於原點，指向分別以 V 表示，目標物所在方位則以小標 T 表示，因此可將入射角度的 cosine 比值寫為以下形式：

$$ratio_{12} = R_{12} = \left(\frac{\Phi_{l1}}{\Phi_{l2}} \right)^{1/m_p} \quad (3.2)$$

式子整理過後可以看出：滿足此入射角 cosine 比值的目標物所在方位，為一通過原點的平面，可以透過式子描述。

$$R_{12} = \frac{\cos(\text{angle difference between } {}^P V_1, {}^P V_L)}{\cos(\text{angle difference between } {}^P V_2, {}^P V_L)} = \frac{{}^P V_1 \cdot {}^P V_L}{{}^P V_2 \cdot {}^P V_L} \quad (3.3)$$

$${}^P x_p({}^P x_1 - R_{12}^P x_2) + {}^P y_p({}^P y_1 - R_{12}^P y_2) + {}^P z_p({}^P z_1 - R_{12}^P z_2) = 0 \quad (3.4)$$

$$({}^P x_1 - R_{12}^P x_2, {}^P y_1 - R_{12}^P y_2, {}^P z_1 - R_{12}^P z_2)$$

在上一小節中，先求三維的相對位置中的方位，透過同位置不同指向的兩 PD，計算光強度的比值得到入射角的 cosine 比值，而滿足該比值的入射方位在座



標系中維一通過原點的平面。

透過同樣方式，利用 P 個 PD 各自兩兩比較，即可得到 $P - 1$ 組通過原點的平面，求平面最簡單的方式便是利用平面法向量內積，即可獲得目標物方位。

在一個 LED 對 P 個 PD 的系統中，將 PD 摆放於座標系原點而指向皆不同，去除掉可視範圍外的 PD，共有 P_u (代表 usable) 個強度訊號，取一強度訊號作為參考強度，將其他 $P_u - 1$ 個強度訊號與參考強度相除並去除朗博次方的影響，即可獲得 $P_u - 1$ 個目標方位可能存在的平面。將 $P_u - 1$ 個平面中的其中一個平面同樣當作參照，即可將另外的 $P_u - 2$ 與其進行外積得到 $P_u - 2$ 個解。

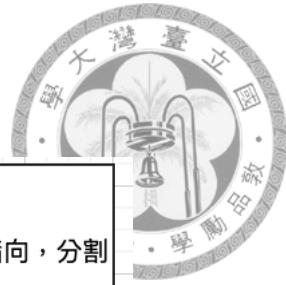


圖 3.1: 量測三維相對位置流程圖

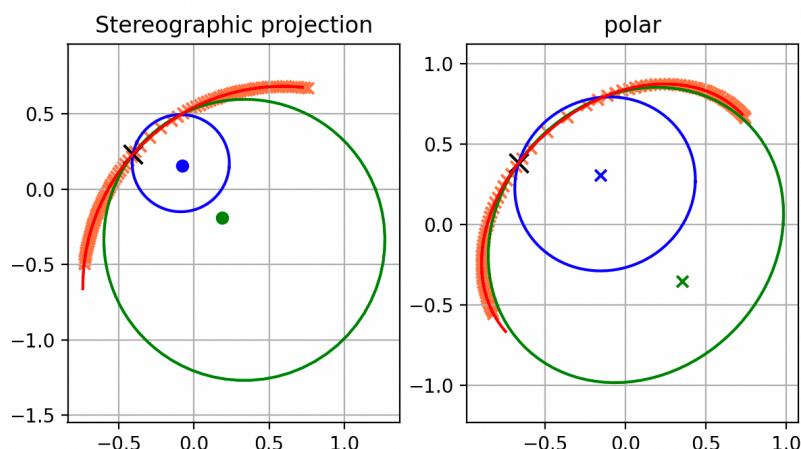
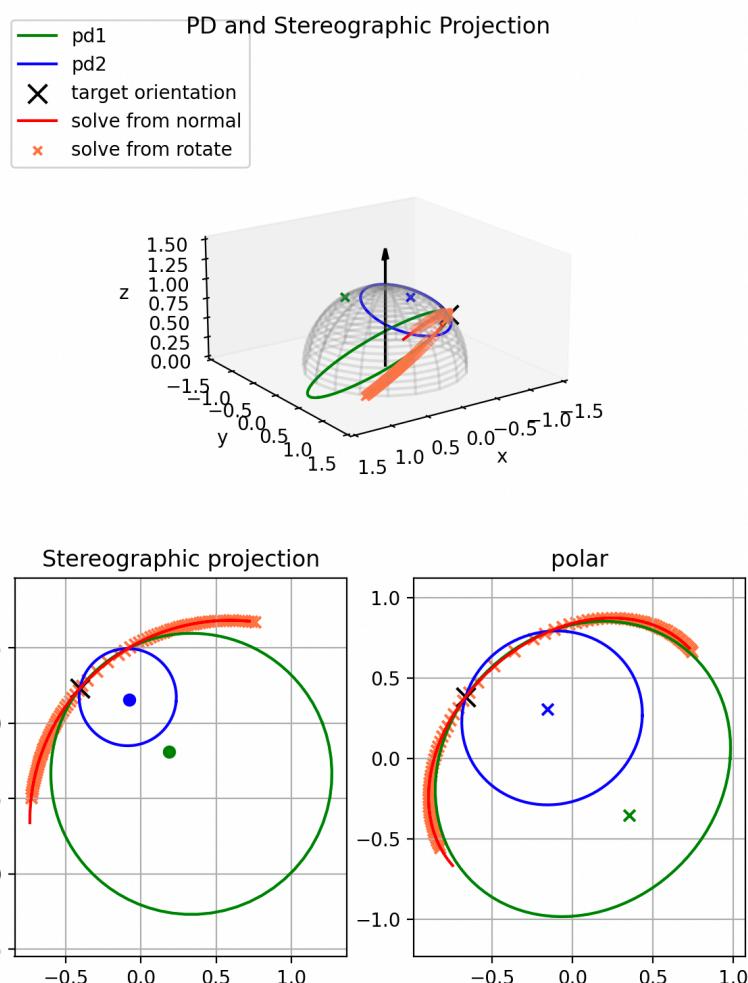


圖 3.2: 演算法結果



最佳化

4.1 簡介

此章節要針對特定情境進行最佳化，希望針對該情境，藉由調整 LED 與 PD 的硬體參數以及擺放位置，改善系統的量測表現，流程圖如4.1。

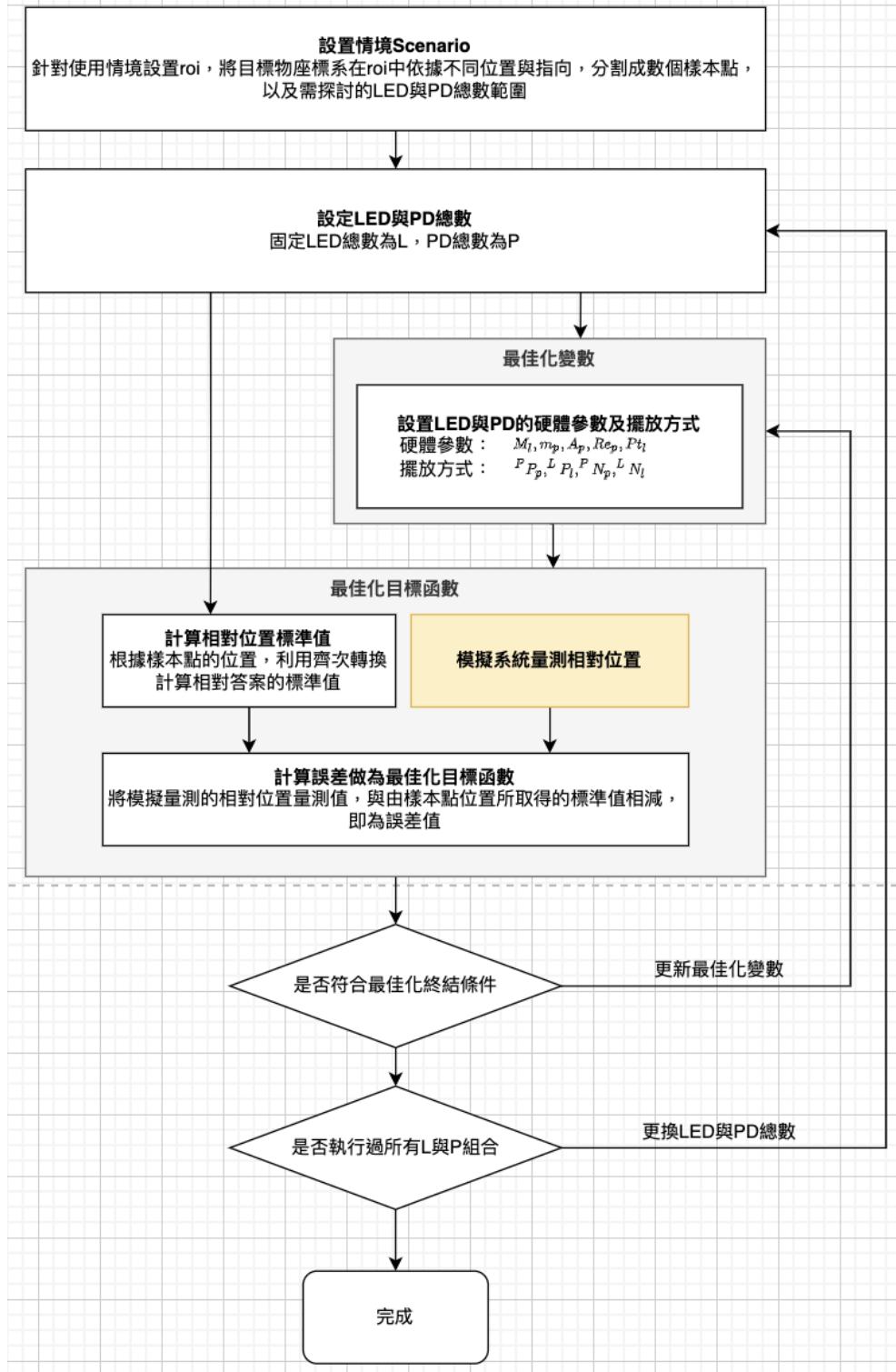
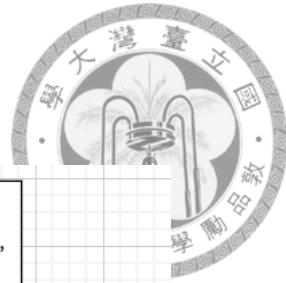


圖 4.1: 最佳化流程圖



4.1.1 情境設定

需先定義此量測工況中觀察者座標系的 ROI(Region of Interest)，擁有此資訊後，將此範圍切割成數個樣本點位置（圖4.2）。我們將觀察者的 PD 座標系固定，將目標物的 LED 座標系放置於各樣本點，所有樣本點的平均誤差即為量測表現，誤差愈小代表量測表現愈好。

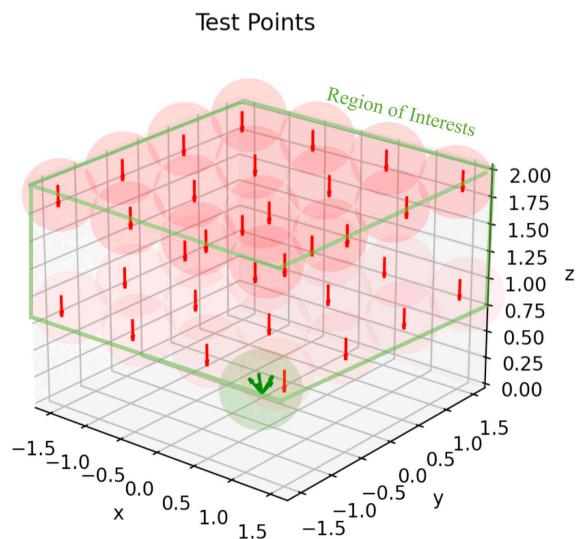


圖 4.2: ROI 與樣本點示意圖



4.1.2 目標函數

愈改善之目標為系統表現，期望能降低系統在 ROI 中的平均量測誤差，因此由4.1表示，將 K 個樣本點中的模擬量測相對位置與標準相對位置相減後，總和除 K 則得平均誤差；其中標準相對位置，為各樣本點相對 PD 座標系的位置；而模擬量測位置則利用第三章的方式進行數據處理所得。

(參考4.1)

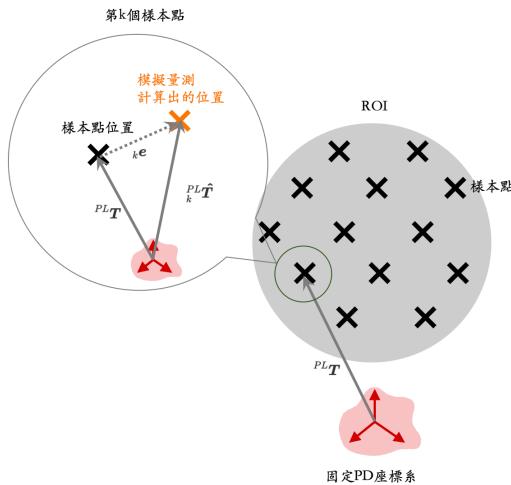


圖 4.3: 誤差示意圖

$$\underset{{}^P P_p, {}^L P_l, {}^P N_p, {}^L N_l, Ml_l, Mp_p, A_p, Re_p, Pt_l}{\text{minimize}} \quad f = \frac{\sum_{i=1}^K (||{}^P_k L_T - {}^P \hat{L}_T||)}{K} \quad (4.1)$$

where $p = 1, 2, \dots, P$

$l = 1, 2, \dots, L$

4.1.3 最佳化變數

硬體參數： $M_l, m_p, A_p, Re_p, Pt_l$

擺設方式： ${}^P P_p, {}^L P_l, {}^P N_p, {}^L N_l$

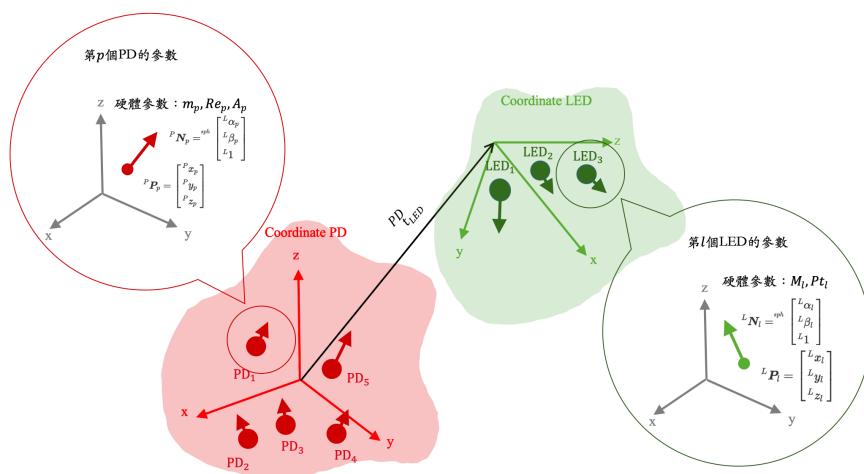


圖 4.4: 最佳化變數



參考文獻

- [1] L. Mainetti, L. Patrono, and I. Sergi, “A survey on indoor positioning systems,” in *2014 22nd International Conference on Software, Telecommunications and Computer Networks (SoftCOM)*, pp. 111–120, 2014.
- [2] F. Zafari, A. Gkelias, and K. K. Leung, “A survey of indoor localization systems and technologies,” *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, pp. 2568–2599, 2019.
- [3] Z. Qiu, Y. Lu, and Z. Qiu, “Review of ultrasonic ranging methods and their current challenges,” *Micromachines*, vol. 13, no. 4, p. 520, 2022.
- [4] D. J. Griffiths, “Introduction to electrodynamics,” 2005.
- [5] Y. Abdelrahman, A. Schmidt, and P. Knierim, “Snake view: exploring thermal imaging as a vision extender in mountains,” pp. 1067–1071, 09 2017.
- [6] 國家通訊傳播委員會, 業餘無線電技術規範, 10 2015.
- [7] A. Motroni, A. Buffi, and P. Nepa, “A survey on indoor vehicle localization through RFID technology,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 17921–17942, 2021.
- [8] OSRAM Opto Semiconductors Inc., *High Power Infrared Emitter (940 nm)*, 11 2021. Ver 1.8.
- [9] Avery Dennison Corp., *UHF RFID Inlays*, 2015.
- [10] Y. Zhuang, L. Hua, L. Qi, J. Yang, P. Cao, Y. Cao, Y. Wu, J. Thompson, and H. Haas, “A survey of positioning systems using visible led lights,” *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 20, no. 3, pp. 1963–1988, 2018.
- [11] A. K. Sood, J. W. Zeller, R. A. Richwine, Y. R. Puri, H. Efstathiadis, P. Haldar, N. K. Dhar, and D. L. Polla, “Sige based visible-nir photodetector technology for optoelectronic applications,” in *Advances in Optical Fiber Technology* (M. Yasin, H. Arof, and S. W. Harun, eds.), ch. 10, Rijeka: IntechOpen, 2015.



- [12] M. Maheepala, A. Z. Kouzani, and M. A. Joordens, “Light-based indoor positioning systems: A review,” *IEEE Sensors Journal*, vol. 20, no. 8, pp. 3971–3995, 2020.
- [13] C. A. Gueymard, “The sun’s total and spectral irradiance for solar energy applications and solar radiation models,” *Solar Energy*, vol. 76, no. 4, pp. 423–453, 2004.
- [14] *Standard Solar Spectra*. No. ASTM G-173-03 (International standard ISO 9845-1), 1992.
- [15] G. Kumar, G. Rao, and M. Kumar, “Gps signal short-term propagation characteristics modeling in urban areas for precise navigation applications,” *Positioning*, vol. 04, pp. 192–199, 01 2013.
- [16] W. Mccluney, *Introduction to Radiometry and Photometry 2nd ed: Title Page & Table of Contents*. 11 2015.
- [17] S. U. Rehman, S. Ullah, P. H. J. Chong, S. Yongchareon, and D. Komosny, “Visible light communication: A system perspective—overview and challenges,” *Sensors*, vol. 19, no. 5, 2019.
- [18] P. Lou, H. Zhang, X. Zhang, M. Yao, and Z. Xu, “Fundamental analysis for indoor visible light positioning system,” in *2012 1st IEEE International Conference on Communications in China Workshops (ICCC)*, pp. 59–63, 2012.
- [19] X. Yu, J. Wang, and H. Lu, “Single led-based indoor positioning system using multiple photodetectors,” *IEEE Photonics Journal*, vol. 10, no. 6, pp. 1–8, 2018.
- [20] X. Yu, J. Wang, and H. Lu, “Indoor positioning system based on single led using symmetrical optical receiver,” in *Asia Communications and Photonics Conference (ACP) 2018*, p. Su2A.50, Optica Publishing Group, 2018.
- [21] S.-H. Yang, H.-S. Kim, Y.-H. Son, and S.-K. Han, “Three-dimensional visible light indoor localization using aoa and rss with multiple optical receivers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 32, no. 14, pp. 2480–2485, 2014.
- [22] A. H. A. Bakar, T. Glass, H. Y. Tee, F. Alam, and M. Legg, “Accurate visible light positioning using multiple-photodiode receiver and machine learning,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 70, pp. 1–12, 2021.