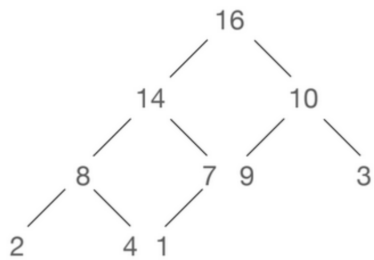
7 Heap

Definizione 7.1 (Heap binario)**.** *Un* ***albero*** *quasi completo.*

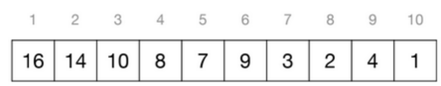
Definizione 7.2 (Albero binario completo)**.** *Un albero dove ogni nodo è foglia oppure ha due figli.*

Definizione 7.3 (Albero binario quasi completo)**.** *Se h è l'altezza dell'albero, tutte le foglie hanno profondità h oppure $h-1$. Tutti i nodi hanno 2 figli eccetto al più 1. Il nodo con un solo figlio, se esiste:*

- *ha profondità $h-1$*
- *tutti i nodi alla sua destra sono* ***foglie***
- *e il suo unico figlio è un figlio* ***sinistro***



(a) Albero binario quasi completo



(b) Heap

Di seguito alcune formule utili:

- parent(i) = $\lfloor i/2 \rfloor$
- left(i) = $2i$
- right(i) = $2i+1$

7.1 Max e min heap

Dato un heap, se gli elementi di ogni sotto-albero sono più piccoli della radice del sotto-albero, allora abbiamo un **max-heap** e il massimo valore sarà memorizzato sempre nella radice.

$$\forall i \neq 1, A[parent(i)] \geq A[i] \tag{14}$$

Analogamente per il **min-heap** il minimo valore sarà nella radice.

$$\forall i \neq 1, A[parent(i)] \leq A[i] \tag{15}$$

7.2 Proprietà

- **Proprietà 1**: un *heap* di n elementi ha altezza $\theta(\log n)$, precisamente $\lfloor \log n \rfloor$
- **Proprietà 2**: un *heap* di n elementi contiene $\lceil n/2 \rceil$ foglie
- **Proprietà 3**: un *heap* di n elementi ha al più $\lceil n/2^{h+1} \rceil$ nodi di altezza h, esattamente $\lceil n/2^{h+1} \rceil$ se è un albero *bilanciato completo*