24/03/2017

Liminf/Dinsup di funcioni) Abbastanta analogo al caso delle successioni.

[Caso x → +∞] Sia £: D → 1R e suppositation che supD=+∞

Voglio definire

Dimsup f(x)

Distingue due casi

3) Se $\forall R \in \mathbb{R}$ Si ha che $\sup \{ f(x) : x \in D, x \ge R \} = +\infty$, allora s'i pone

Divers PC2 - + 00

Dimsup 7(x) = +00

② Se ∃ Ro ∈ IR take che sup {f(x): x∈D, x≥Ro} ∈ IR, allora

SR:= Sup {f(x): x ∈ D, x ≥ R}

è finito, vioè ∈ R, per agui R≥Ro, angi SR è una funcione decrescente (debolm) di R, quindi ha Dianite

ru Ru{-∞} quando R → +∞.

Si poue allora

limsup $f(x) = \text{Dim } S_R \in \mathbb{R} \cup \{-\infty\}.$

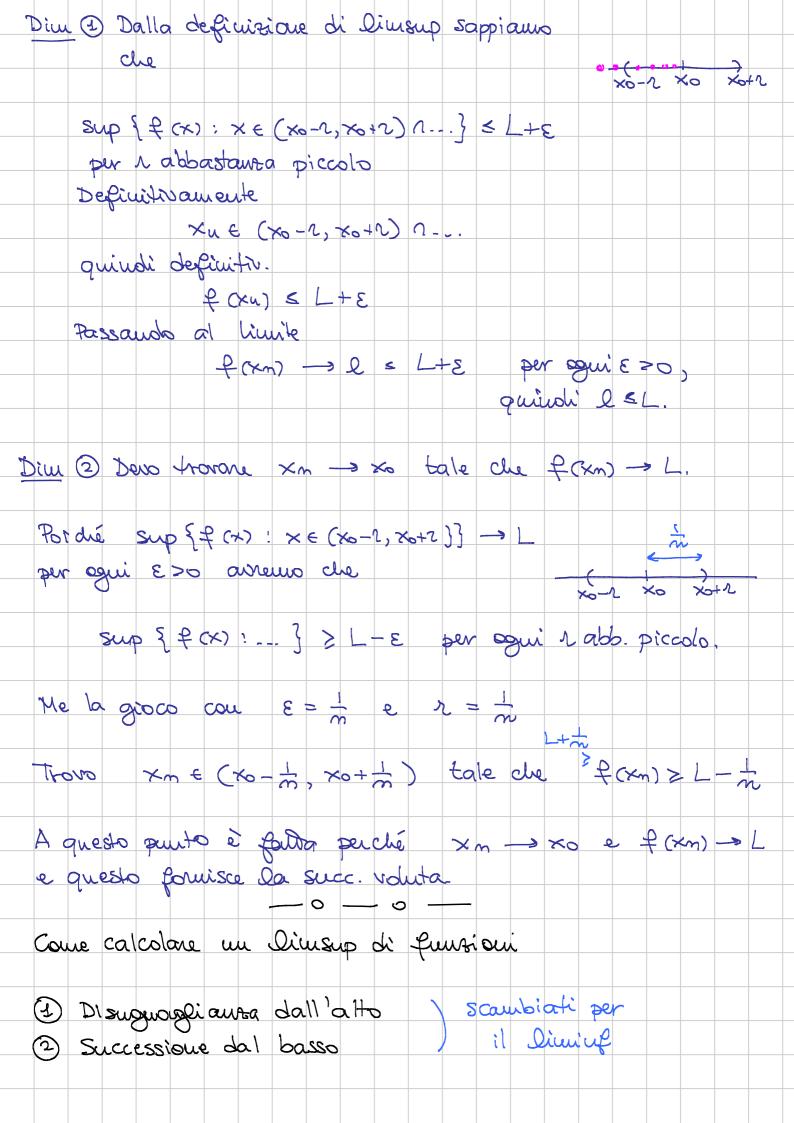
Esemplo D=R, $f(x) = siu x -> S_R = sup { siu x : x ≥ R} = 1$

Quindi

Diusup sux = 1

| II Diming | si definisce allo | stesso modo | 2 partire da |
|------------------|---------------------------------------|--|------------------------|
| | | | |
| IR: | = tuf { f (x) : | xeD, x2R} | |
| | | | |
| 50,1,000,000,000 | ficire Dinsup/ | Oirrige Dor x - | -> Parain |
| | | | |
| | | | |
| | Sp:= sup { f(x) | $: \times \in D, \times \leq \mathbb{R}$ | |
| J | z:=iuf | ~ | |
| e por facei | 2:= luf 0.0 Dim Sp 2->-0 | | |
| | Dim Sz | Dim Ir | |
| | R -> -00 | K-> -20 | |
| | 0 | _ 0 — | |
| Capo Livito | : Diming / Di | iu sud ber x | -> xn + R |
| | . George College | F. F. | |
| 7 0 | il Dimsup distic | | |
| Decuration | 11 Trusas distro | igueimo 2 com | Λ. |
| | \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ | 1 10 | |
| Caso 1 Se | Yr>0 (quelli | | Xo-1 XO XOIL |
| | quelli. | viciui a o) | No. 20 10 100 |
| vale che | | | |
| | sup { f (x) : > | x e[(xo-2, xo+2) | |
| allora si pe | one . | | |
| , | | | |
| | Diman & Co | = 100 | |
| | Dimsup & (x) = | | |
| C | 7 | -0 | |
| | I ro >0 tale | the sup or pr | illia EIR, allora |
| St. | pone | | |
| | | | |
| limsup | $P(x) = \lim_{x \to x} Sx$ | up { f (x) : x e[(> | (0-2, x0+1) \D]\ {x0}} |
| x -) %0 | 1 | | |
| | più r è pice | aux li ura da | : picolo puché è |
| | Patro su | m jusiene siù | picalo. |
| | | | |
| | | | |

| MAXLIM & MINLIM di fanzioni Sia f: D -> R, sia xo e R il punto in ani stiano forendo Diminf / linsup. Consideriamo tutte le succ. xm -> xo per ani f(xm) ha limite. Tra tatti i possibili limiti di f(xm), ce ne sara uno più grande ed uno più picolo (fotto non ovvio). Quello + grande è max lim, quello + picolo è il minlim. Esanzio f(x) = sinx x -> too xm -> too su (xm) ho limite in questo coso i possibili limiti sono tatti i numeri in [-1,1]. Quindi mox lim = 1 e minlim = -1 Teorema Maxlim = liminf. Dan Tantissimi casi, sostanziolmente quasi futti lignali. Facciamone uno significativo: xoe R liming f(x) = Le R Devo dimostrare due cose: | Discorso auc | alogo vale per il liminf. |
|--|--------------|---|
| Sia f: D -> R, sia xo \(\overline{R} \) punto in ani stiano forendo Diming / Dinsup. Consideriano tutte le saca xm -> xo per ani f (xm) ha limite. Tra tutti i possibili limiti di f (xm), ce ue sara uno prù grande ed uno più piccolo (fatto uno ovvio). Quello + grande è max hu, quello + piccolo è il uninlin. Essempio f(x) = sinx x x -> too xm -> too su (xm) ho limite In questo caso i possibili limiti sano fatti i humeni in [-1,1]. Quindi max lim = 1 e mintin = -1 Teorema Max lim = Dimsup unin lim = Diminf. Dim Tantissimi casi, sostansialmente quasi futti uguali. Facciamone uno significativo: xo \(\overline{R} \) Quinsup f(x) = Le R | | |
| Fareudo Diming / Pinsup. Consideriamo tutte le succ. xm -> x0 per ani f(xm) ha limite. Tra tutti i possibili limiti di f(xm), ce me sarai uno più grande ed uno più piccolo (forto non ovvio). Quello + grande è max lim, quello + piccolo è il minlim. Esempio f(x) = sinx x -> too xm -> +00 sur (+00) ho Dimite in questo caso i possibili limiti sano tutti i humeni in [-1, 1]. Quindi max lim = 2 minlim = -1. Teorema Max lim = Dimsup min lim = Diminf. Dim) Tantissimi casi, sostansialmente quasi lutti nguali. Facciamone uno significativo: x0 ∈ R Dimsup f(x) = L ∈ IR | MAXLIM e | MINLIM OF FUNCTION |
| Foreudo Diming / Dinsup. Consideriamo tutte le succ. $\times m \to \times \infty$ per ani $f(\times m)$ ha limite. Tra tutti i possibili Winiti di $f(\times m)$, ce me sara' uno più grande ed uno più piccolo (fortho mon ovvio). Onello + grande è max lim, quello + piccolo è il minlim. Esempio $f(\times) = xin \times x \to +\infty$ $xm \to$ | Sta £:D | → R. sia xo ∈ R il punto in ani stiano |
| Cousidoriamo tutte la succ. $\times m \rightarrow \times o$ per ani $f(\times m)$ ha limite. Tra tutti i possibili (imiti di $f(\times m)$), ce me sara uno più grande ed uno più picolo (fotto non ovvio). Quello + grande è max lim, quello + picolo è il minlim. Esempio $f(\times) = \sin \times \times \to +\infty$ $\times m \to +\infty$ | farendo (| imine / linsup. |
| Livick. Tra tatil 1 possibili (iuniti di f (xm), ce cue saraì uno più grande ed uno più piccolo (fotto evan ovvio). Quello + grande è max lim, quello + piccolo è il uninlim. Essurpio P(x) = siux x x >> +00 Xn -> +00 Sur (xm) ho Divite In questo caso i possibili limiti sono tutti i numeri in [-1,1]. Quindi max lim = 1 e minlim = -1 Teorema Max lim = Diminf. Din Tantissimi casi, sostansialmente quasi tutti ugnali. Facciamone uno stanificativo! X0 \in R Qimsup P(x) = Le IR | | |
| uno più grande ed uno più piccolo (fatto con ovvio). Quello + grande è max lim, quello + piccolo è il uninlim. Esempio P(x) = siux x >> +00 Xm -> +00 Su (xm) ho limite In questo caso i possibili limiti sono tetti i numeri in [-1,1]. Quindi max lim = 1 e minlim = -1 Teorema Max lim = Dimenp minlim = Diminf. Din Tantissimi casi, sostanzialmente quasi lutti lignali. Facciamone uno significativo: xo ∈ R Dimenp P(x) = L ∈ R | | |
| Quello + grande è max lim, quello + piccolo è il minlim. Esempio P(x) = sinx x > +00 xm -> +00 sur (-m) ho Dimite in questo caso i possibili limiti somo tetthi i humeni in [-1,1]. Quindi max lim = 1 e minlim = -1 Teorema Max lim = Dimsup minlim = Diminf. Dim Tantissimi casi, sostansialmente quasi futti agnali. Facciamone uno significativo: xoe R Dimsup P(x) = Le R | | |
| Escurgio $f(x) = siu \times x \rightarrow too$ $f(x) = siu \times x \rightarrow too$ $f(x) \rightarrow too$ | uno più on | raude ed uno più piccolo (fatto una ovvio). |
| Su (m) ho Diwite In questo caso i possibili limiti sono tutti i numeri in [-1,1]. Omindi mar Dim = 1 e minime = -1 Teorema Maxlim = Dimenp min lim = Diminf. Dim Tantissimi casi, sostanzialmente quasi lutti ngnali. Facciamone uno significativo: xo \in R Qimenp \(\frac{1}{2} \times \) xo \in R | mello + | faude é max lim, quello + piccolo é il lunchin. |
| Su (m) ho Diwite In questo caso i possibili limiti sono tutti i numeri in [-1,1]. Omindi mar Dim = 1 e minime = -1 Teorema Maxlim = Dimenp min lim = Diminf. Dim Tantissimi casi, sostanzialmente quasi lutti ngnali. Facciamone uno significativo: xo \in R Qimenp \(\frac{1}{2} \times \) xo \in R | F.Seiner P | (x) = x / x |
| Ju questo caso i possibili limiti sono teetti i numeri in [-1,1]. Quindi max Din = 1 e mintin = -1 Teorema Max lin = Dinsup min lin = Dinint. Din Tantissimi casi, sostansialmente quasi lutti ugnali. Facciamone uno significativo: xo \in R Dinsup \(\frac{1}{2} \times \) xo \in R Dinsup \(\frac{1}{2} \times \) xo \in R | | |
| Ju questo caso i possibili limiti sano tutti i humeni in [-1,1]. Quindi max Dim = 1 e minima = -1 Teorema Max lim = Dim sup minima = Diminf. Dim Tantissimi casi, sostansialmente quasi tutti ngnati. Facciamone uno significativo: xo \in R Qinsup f(x) = L \in IR | | 10 Divite |
| Teorema Maxlim = Dimsup minlim = Diminf. Dru Tantissimi casi, sostansialmente quasi futti ugnali. Facciamone uno significativo: xo \in R Qimsup \(\epsilon \) = L \in R x \(\tau \tau \tau \tau \tau \tau \tau \tau | | |
| Din Tantissimi casi, sostansialmente quasi futti ugnali. Facciamone uno significativo: ×o∈ R Dinsup f(x) = L∈ IR ×→×∞ | Quiudi u | rax Din = 1 e minim = -1 |
| Din Tantissimi casi, sostansialmente quasi futti ugnali. Facciamone uno significativo: ×o∈ R Dinsup f(x) = L∈ IR ×→×∞ | | |
| Din Tantissimi casi, sostansialmente quasi futti ugnali. Faccianoue uno significativo: ×o∈ R Dinsup f(x) = L∈ IR × ->×o | Jeonema | |
| Facciamone une significative: ×o∈ R Dinsup f(x) = L∈ IR × ->×o | | and all = stante. |
| Facciamone une significative: ×o∈ R Dinsup f(x) = L∈ IR × ->×o | Diru Tauti | ssimi casi, sostanzialmente quasi Lutti ugnali. |
| $\times 0 \in \mathbb{R}$ Dimens $f(x) = L \in \mathbb{R}$ | | |
| | | |
| | | xo∈ R Dimsup f(x) = L∈ R |
| Deso dimostrare due cose: | | |
| there are one one; | | |
| | two armost | rance one cost: |
| 1) Se xn -> xo e f (xu) -> l, allora l & L | (1) Se xm - | > xo e f (xu) -> l, allora l & L |
| (maxlim & Dimsup) | | |
| 2 3 ×m -> xo tale che P(xn) -> L (maxlim 2 Dimsup) | D 3 xm | > xo tale che f(xn) -> L (maxlim 2 Qimsup) |



Escurpto
$$f(x) = \text{Stux} \cdot \text{carctau} \times$$

Living $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. It living $f(x) = -\frac{11}{2}$

Penalo $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. It living $f(x) = -\frac{11}{2}$

Penalo $f(x) = -\frac{11}{2}$

Penalo $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. In Diming

Dim. In Diming

Escurpto $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. In Diming

Escurpto $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. In Diming

Escurpto $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. Diming

 $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. Diming

 $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. Diming

 $f(x) = -\frac{11}{2}$
 $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. Diming

 $f(x) = -\frac{11}{2}$
 $f(x) = -\frac{11}{2}$

Dim. Diming

 $f(x) = -\frac{11}{2}$
 $f(x) = -$

