

ALGORITMO JPEG (vedi WIKI in inglese)

Immagine : matrice $m \times n$ di numeri (vero se è in bianco/nero)

Se è a colori è la stessa cosa, solo che le matrici sono 3.

$$HD = 1024 \times 768$$

Un'immagine a colori $\sim 2M$

Come avviene la compressione

1ª fase La matrice viene divisa in sottomatrici 8×8 . Ciascuno dei 64 elementi è un numero in $\{0, 1, \dots, 255\}$
A priori occorre trasmettere / salvare 64 numeri da 0 a 255.

Come posso risparmiare?

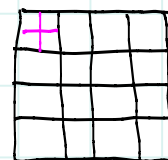
→ Riduco la precisione

$0, \dots, 15$	$\rightarrow 0$
$16, \dots, 31$	$\rightarrow 1$
\vdots	
$240 \dots 255$	$\rightarrow 15$

ho risparmiato un fattore 16

→ Riduco la risoluzione

(tipo trasformo 8×8 in un 4×4)



Nessuna delle due produce buoni risultati \therefore

Nuovo inizio : che cos'erano i 64 numeri che volevo trasmettere?

Le 64 componenti della matrice risp. alla base canonica dello spazio delle matrici.

Idea: usare una base ortogonale diversa nello spazio delle matrici 8×8 .

Chi produce basi ortogonali strane? IL TEOREMA SPETTRALE!!

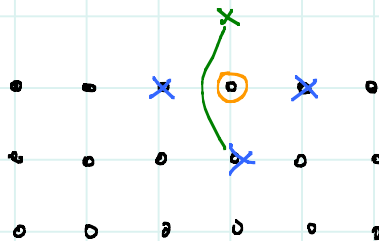
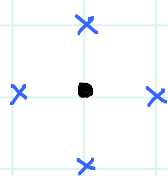
Sensare una bella applicazione simmetrica dalle matrici in sé.

Come è fatta l'applicazione?

$$f: \text{Matrici} \rightarrow \text{Matrici}$$

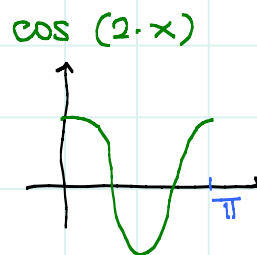
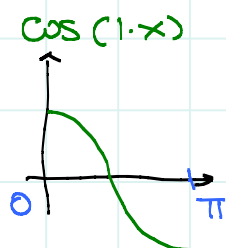
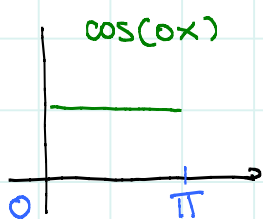
f sostituisce ogni elemento con la somma dei 4 vicini

(agli angoli si aggiusta per riflessione)



f è rappresentata da una matrice 64×64 simmetrica, quindi diagonalizzabile, quindi ammette base ortonormale di autovettori

La base ortonormale che viene fuori è fatta da specie di coseni



La matrice $B_{i,j}$ è del tipo $\cos(ix) \cdot \cos(jy)$

Come viene in mente che siano coseni?

Passiamo in dimensione 4, cioè vettori invece di matrici

$V =$ vettori lunghi 8

• • • • •

Considero $f: \mathbb{R}^8 \rightarrow \mathbb{R}^8$ che sostituisce ogni componente con la somma delle 2 vicine.

Trovare autovalori autovettori

$$(a, b, c, d, e, f, g, h) \xrightarrow{f} (2b, \underline{a+c}, \underline{b+d}, \underline{c+e}, \dots, 2g)$$

Derivata di un vettore $(a, b, c, d, e, \dots) \rightsquigarrow (b-a, c-b, d-c, \dots)$

Derivata seconda $\rightsquigarrow (\underline{c+a-2b}, \underline{d+b-2c}, \underline{e+c-2d}, \dots)$

Quando cerco gli autovalori dell'applicazione f , moralmente sto cercando autovalori / autovettori della derivata seconda.

Quali funzioni derivate due volte, diventano multiple di se stesse?

$e^{\lambda x}$

$\cos(\lambda x)$

$\sin(\lambda x)$

↑
questo è

"simmetrico al bordo"