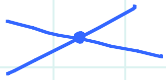
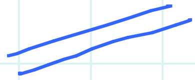
Mutua posizione di due rette nel piano:

- INCIDENTI : 1 p.to di intersezione 
- PARALLELE E DISTINTE : nessuna inters. 
- COINCIDENTI : sono la stessa retta

Come interseco due rette?

→ se ho le due eq. cartesiane, le metto a sistema $\nearrow 1$, $\to 0$, $\searrow \infty$ soluz.

→ se ho una cartesiana e una param. posso
- passare la param. in cartesiana ⇝ come prima
- sostituire la param. nella cartesiana

<u>Esempio</u> $3x+2y=5$ $\qquad (1,2)+t(-1,1)$

$\boxed{1° \text{ modo}}$ $(1,2)+t(-1,1) = (\underset{\overset{\shortparallel}{x}}{1-t}, \underset{\overset{\shortparallel}{y}}{2+t})$ $\qquad t = 1-x$

$y = 2+t = 3-x$

$x+y=3$

$$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ x+y=3 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 3x+2y=5 \\ y=4 \end{matrix} \quad 3R_2-R_1 \qquad y=4 \nearrow 3x=-3 \qquad x=-1$$

Intersezione : $(x,y)=(-1,4)$

$\boxed{2° \text{ modo}}$ $3(1-t)+2(2+t)=5 \leadsto 3-3t+4+2t=5 \leadsto -t=-2$

$\leadsto t=2 \leadsto$ vado nella parametrica $\leadsto (-1,4)$

[Ho cercato per quali valori di t l'omino che percorre la 2a retta si trova anche sulla 1a retta]

→ se entrambe le rette le conosco in parametrica, posso

- passare entrambe in cartesiana...
- uguaglio le due parametriche usando due parametri diversi

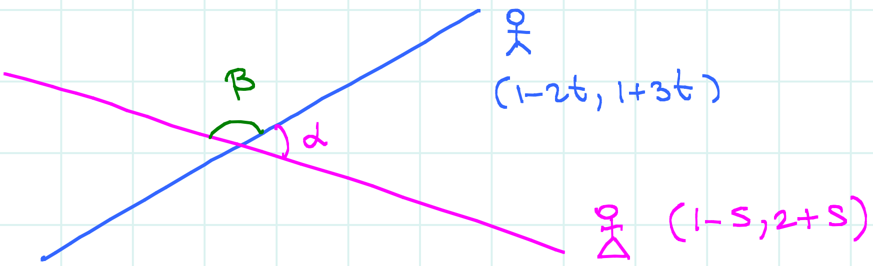
Esempio Retta 1: $(1,1)+t(-2,3)$
Retta 2: $(1,2)+t(-1,1)$] sono le stesse due rette di prima

retta 1: $(1-2t,\ 1+3t)$ $(1-t,\ 2+t)$ ← retta 2

$$\begin{cases} 1-2t = 1-s \\ 1+3t = 2+s \end{cases} \qquad \begin{cases} s-2t=0 \\ s-3t=-1 \end{cases} \qquad 1^a-2^a:\ t=1 \rightsquigarrow s=2$$

Sostituisco s e/o t nelle parametriche

$t=1 \rightsquigarrow (-1,4)$ ☺ $s=2 \rightsquigarrow (-1,4)$ ☺



Se due rette sono incidenti, come trovo gli angoli che formano?

- Se ho le due parametriche, trovo l'angolo tra i due vettori direzione. Nell'esempio $v_1=(-2,3)$ $v_2=(-1,1)$, quindi

$$\cos\alpha = \frac{\langle(-2,3),(-1,1)\rangle}{\|(-2,3)\|\cdot\|(-1,1)\|} = \frac{5}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{2}} = \boxed{\frac{5}{\sqrt{26}}}$$

è l'angolo acuto

$$\cos\beta = \cos(180°-\alpha) = -\cos\alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$$

- Se ho le due cartesiane, o passo in parametrica, oppure faccio l'angolo tra (a_1,b_1) e (a_2,b_2) se le cartesiane sono

$a_1x+b_1y+c_1=0$ $a_2x+b_2y+c_2=0$

Funziona perché (a_1, b_1) è $\perp$ alla direzione della 1ª retta
(a_2, b_2) " " " 2ª "

— o — o —

Esercizio $(1,3) + t\,(2,1)$

Scrivere la parallela che passa per $(5,7)$

$(5,7) + t\,(2,1)$ ⇝ passo in cartesiana se serve

Scrivere la perpendicolare per $(7,2)$

$(7,2) + t\,\underbrace{(-1,2)}_{\text{ha prodotto scalare nullo con } (2,1)}$

In alternativa

$(1,3) + t\,(2,1) = (1+2t, 3+t)$

$x = 1+2t$ $\quad x = 1 + 2(y-3)$

$y = 3+t \rightsquigarrow t = y-3$

$x = 2y - 5 \rightsquigarrow \boxed{y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$

La generica $\perp$ è $y = -2x + n$

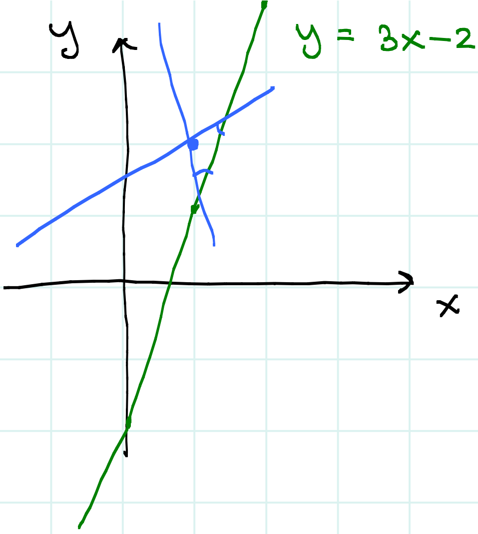
$-\frac{1}{m}$

Impongo il passaggio per $(7,2) \rightsquigarrow 2 = -14 + n \rightsquigarrow n = 16$

$\boxed{y = -2x + 16}$ Verifica: $(\underset{x}{7-t}, \underset{y}{2+2t})$

$y = 2+2t$
$= 2 + 2(7-x)$
$= 16 - 2x$ ☺

Esercizio: Trovare le rette che passano per $(1,2)$ e formano un angolo di 60° con la retta
$y = 3x - 2$



Dalla figura si vede che ce ne sono due

Retta data in parametrica:

$$(0,-2) + t\,(1,3)$$

Retta cercata in parametrica

$$(1,2) + t\,(a,b)$$

Devo imporre che l'angolo tra $(1,3)$ e (a,b) sia $60°$

$$\frac{\langle (1,3),(a,b)\rangle}{\|(1,3)\|\cdot\|(a,b)\|} = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

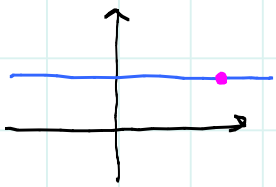
Metto i valori assoluti o $\pm\frac{1}{2}$ perché anche $120°$ va bene

$$\frac{a+3b}{\sqrt{10}\,\sqrt{a^2+b^2}} = \pm\frac{1}{2} \leadsto \frac{a^2+9b^2+6ab}{\cancel{10}_{5}\cdot(a^2+b^2)} = \frac{1}{\cancel{4}_{2}}$$

$$2a^2+18b^2+12ab = 5a^2+5b^2 \leadsto 3a^2-12ab-13b^2=0$$

Volendo posso dividere per b: $\quad 3\left(\frac{a}{b}\right)^2-12\left(\frac{a}{b}\right)-13=0$

Risolvendo trovo i due valori possibili di $\frac{a}{b}$ che corrispondono alle due rette.



Oss. Qual è la parametrica della retta $y=7$?

$(0,7)+t\,(1,0)$ $\qquad$ $(0,7)+t\,(-1,0)$

$$(14+5t,\,7) = (14,7)+t\,(5,0)$$

— o — o —