

EQUAZIONE DELLA RETTA NEL PIANO

→ CARTESIANA $\begin{cases} \nearrow \text{esplicita} & y = mx + n \text{ oppure } x = x_0 \\ \searrow \text{implicita} & ax + by + c = 0 \end{cases}$

→ PARAMETRICA $(a, b) + t(c, d)$

Esempio $(1, 2) + t(1, -1)$

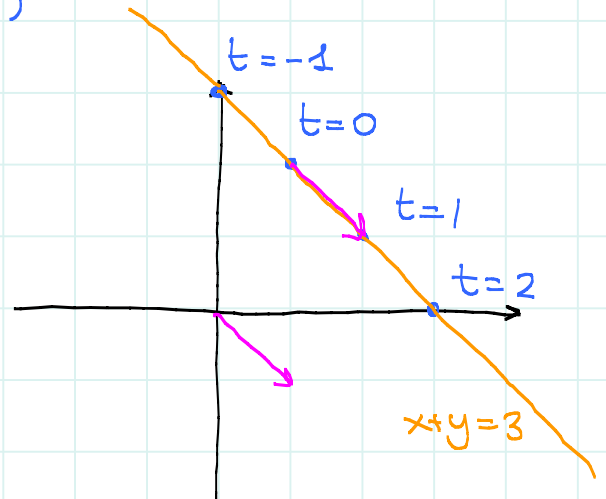
Al variare di $t \in \mathbb{R}$ rappresenta il percorso di un omniro

$$t = 0 \rightsquigarrow (1, 2)$$

$$t = 1 \rightsquigarrow (2, 1)$$

$$t = 2 \rightsquigarrow (3, 0)$$

$$t = -1 \rightsquigarrow (1, 2) - (1, -1) = (0, 3)$$



Nella scrittura $(a, b) + t(c, d)$, il vettore

- (a, b) rappresenta il p.to di partenza ($t=0$)
- (c, d) " la direzione ed il verso in cui ci stiamo muovendo

Passaggio parametrica \rightsquigarrow cartesiana $(1, 2) + t(1, -1)$

1° modo → Dato 2 valori a t e trovare 2 p.ti della retta
→ Scrivo l'eq. della retta per 2 p.ti

2° modo Scrivo $(x, y) = (1, 2) + t(1, -1) = (\underset{x}{1+t}, \underset{y}{2-t})$

$$1+t = x \rightsquigarrow t = x-1 \rightsquigarrow y = 2-t = 2-(x-1) = 3-x \rightsquigarrow y = 3-x$$

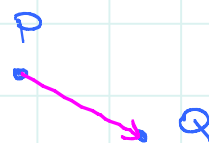
Passaggio cartesiana \rightarrow parametrica

Scego 2 p.ti a caso della retta, diciamo P e Q, poi scrivo

$$P + t(Q - P)$$

per $t=0$ viene P

per $t=1$ viene Q



Esercizio Scrivere l'eq. cartesiana della retta che passa per

$$\underbrace{(1, 3)}_A \text{ e } \underbrace{(-2, 1)}_B$$

1° modo La cerco del tipo $y = mx + n$

Impongo i 2 passaggi

$$\begin{cases} 3 = m + n \\ 1 = -2m + n \end{cases} \rightarrow \text{risolvo e trovo } m \text{ ed } n$$

2° modo Scrivo la parametrica

$$(1, 3) + t(3, 2) \\ A + t(B - A) \\ (A - B?)$$

↑
vanno bene entrambi

$$\left(\underset{x}{1+3t}, \underset{y}{3+2t} \right)$$

$$1+3t = x \rightarrow t = \frac{x-1}{3} \rightarrow y = 3+2t = 3 + \frac{2(x-1)}{3} = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$

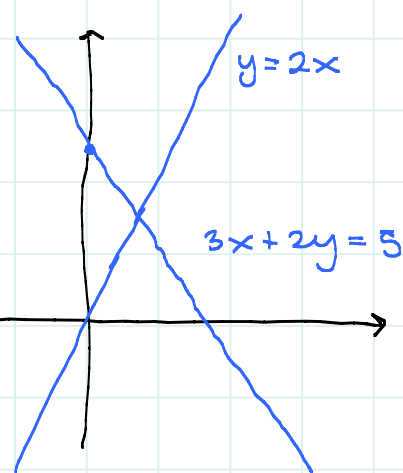
La cartesiana è $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ oppure $3y - 2x - 7 = 0$

Esercizio Trovare l'angolo tra la retta $y = 2x$ e la retta

$$3x + 2y = 5$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

Idea: se scrivo le rette in parametrica
poi faccio l'angolo tra le direzioni



$$y = 2x \quad (0,0) + t(1,2)$$

$$(0,0) + t(3,6)$$

$$(0,0) + t(-2,-4)$$

$$3x + 2y = 5$$

$$(2,4) + t(-3,-6)$$

$$(1,1) + t(2,-3)$$

L'angolo tra le 2 rette è l'angolo tra i vettori $(1,2)$ e $(2,-3)$
cioè

$$\cos \alpha = \frac{\langle (1,2), (2,-3) \rangle}{\| (1,2) \| \cdot \| (2,-3) \|} = \frac{-4}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{13}}$$

Questo è l'angolo OTTUSO tra le 2 rette.

Alternativa per la parametrica della retta $3x + 2y = 5$:

Scego 2 p.ti: $x=0 \quad y=\frac{5}{2} \quad A=(0, \frac{5}{2})$

$x=1 \quad y=1 \quad B=(1,1)$

$$A + t(B-A) = (0, \frac{5}{2}) + t(1, -\frac{3}{2})$$

metà della precedente
quindi ok

— o — o —

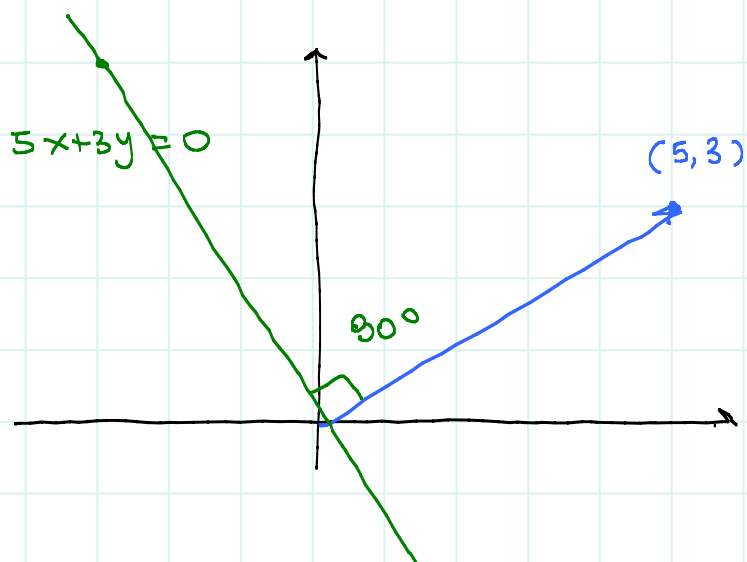
Retta $5x + 3y = 0 \rightsquigarrow$ passa per l'origine

$$\langle (5,3), (x,y) \rangle = 0$$

La retta è costituita da tutti i vettori \perp a $(5,3)$

La retta $5x + 3y = 7$ è

una parallela alla precedente



In generale, data una retta $ax+by+c=0$, questa è parallela alla retta $ax+by=0$ che passa per l'origine, ed è costituita da tutti i vettori (x,y) che sono \perp ad (a,b)

In particolare: la direzione della retta nella PARAMETRICA ha prodotto scalare nullo con i coeff (a,b) che compaiono nella forma implicita

Esempio Scrivere la cartesiana della retta per $\underbrace{(1,2)}_A$ e $\underbrace{(5,1)}_B$

3° modo $A+t(B-A)$
 $\dots + t(4,-1)$

$$ax+by+c=0$$

con $(a,b) \perp a(4,-1)$

Una possibile scelta è $(a,b)=(1,4)$ da cui

$$x+4y+c=0$$

Per calcolare c impongo il passaggio per $A \leadsto c=-9$

$$x+4y-9=0$$

Verificare due passi per entrambi i punti

— o — o —