

Programma

- ① PRELIMINARI
- ② LIMITI, SUCCESSIONI, SERIE
- ③ CALCOLO DIFFERENZIALE (studi di funzione)
- ④ CALCOLO INTEGRALE (integrali, eq. diff.)

PRELIMINARI

- Logica elementare, insiemi, funzioni
- Numeri naturali + induzione
- Numeri reali
- Funzioni elementari classiche

LOGICA ELEMENTAREIntuitivo \leadsto buon sensoPROPOSIZIONE Frase che può essere vera o falsaEsempi

Oggi è venerdì

✓

In quest'aula ci sono 1.000 persone

F

Il docente ha numero pari di allerte

?

PREDICATO

Proposizione con dei parametri, che a seconda del valore dei parametri può essere vera o falsa.

$$\rightarrow x^2 \geq 28$$

 \rightarrow Il docente ci spiega la materia su

$$\rightarrow a < b + c$$

QUANTIFICATORI

\forall Per ogni
 \exists Esiste almeno un
 $\exists!$ Esiste un unico

$$P(x) : x^2 \geq 28$$

$$\begin{array}{ll} \exists x \in \mathbb{N} & \text{[tale che]} \quad x^2 \geq 28 \quad \text{V} \\ \forall x \in \mathbb{N} & x^2 \geq 28 \quad \text{F} \end{array}$$

$P(s, m)$: allo studente s piace la materia m

$\exists s$ studente $\forall m$ materia $P(s, m)$
(esiste almeno uno studente a cui piacciono tutte le materie)
 $\forall m$ materia $\exists s$ studente $P(s, m)$
(ogni materia piace ad almeno uno studente)

Operazioni sulle proposizioni

NEGAZIONE

Oggi è venerdì
 P

Oggi non è venerdì
 $\text{NOT } P$

$N(p)$: la pecora p è vera

$\exists p$ pecora [tale che] $N(p)$
esiste almeno una pecora vera

→ esiste almeno una pecora non vera

→ tutte le pecore non sono vere

negazione

$\exists x$ tale che $P(x)$

\rightsquigarrow

$\forall x$ NOT $P(x)$

$\forall x$ $P(x)$

\rightsquigarrow

$\exists x$ NOT $P(x)$

Esempio Ogni anno a Pisa c'è almeno uno studente che non passa nessun esame

Voglio fare la negazione

$\forall a$ anno $\exists s$ studente $\forall e$ esame BOCCIA (a, s, e)
nell'anno a lo stud s viene bocciato all'esame e

$\exists a$ anno $\forall s$ studente $\exists e$ esame NOT BOCCIA (a, s, e)

In almeno un anno ogni studente a Pisa ha passato almeno un esame

— o — o —

AND VEL
OR

P : sul tavolo ci sono mele

Q : sul tavolo ci sono pesche

$P \text{ AND } Q = P \wedge Q$: sul tav... ci sono mele e Pesche

$P \text{ VEL } Q = P \vee Q$: Sul tavolo ci sono mele o pesche

↑
non esclusivo:
possono esserci entrambe

$\text{NOT } (P \wedge Q) = (\text{NOT } P) \vee (\text{NOT } Q)$

$\text{NOT } (P \vee Q) = (\text{NOT } P) \wedge (\text{NOT } Q)$

Tavole di verità

		P	
Q	V	V	F
	F	F	F

$P \vee Q$

		P	
Q	V	V	F
	F	V	F

$P \text{ AUT } Q$: una ed una sola fra P e Q è vera

	V	F
V	F	V
F	V	F

Esempio Ogni giorno c'è almeno un docente che non viene a lezione
 $\forall g \exists d \text{ DORME}(g, d)$

Negazione : $\exists g \forall d \text{ NOT DORME}(g, d)$
Almeno in un giorno tutti i docenti vengono a lezione

→ tutti i giovani sono sconsigliati o viziosi

$\forall g \text{ giovane } S(g) \vee V(g)$

Neg. $\exists g \text{ giovane tale che } \text{NOT}(S(g) \vee V(g))$
 $\exists g \text{ giovane t.c. } \text{NOT } S(g) \wedge \text{NOT } V(g)$

Esiste almeno un giovane che non è né scons., né vizioso