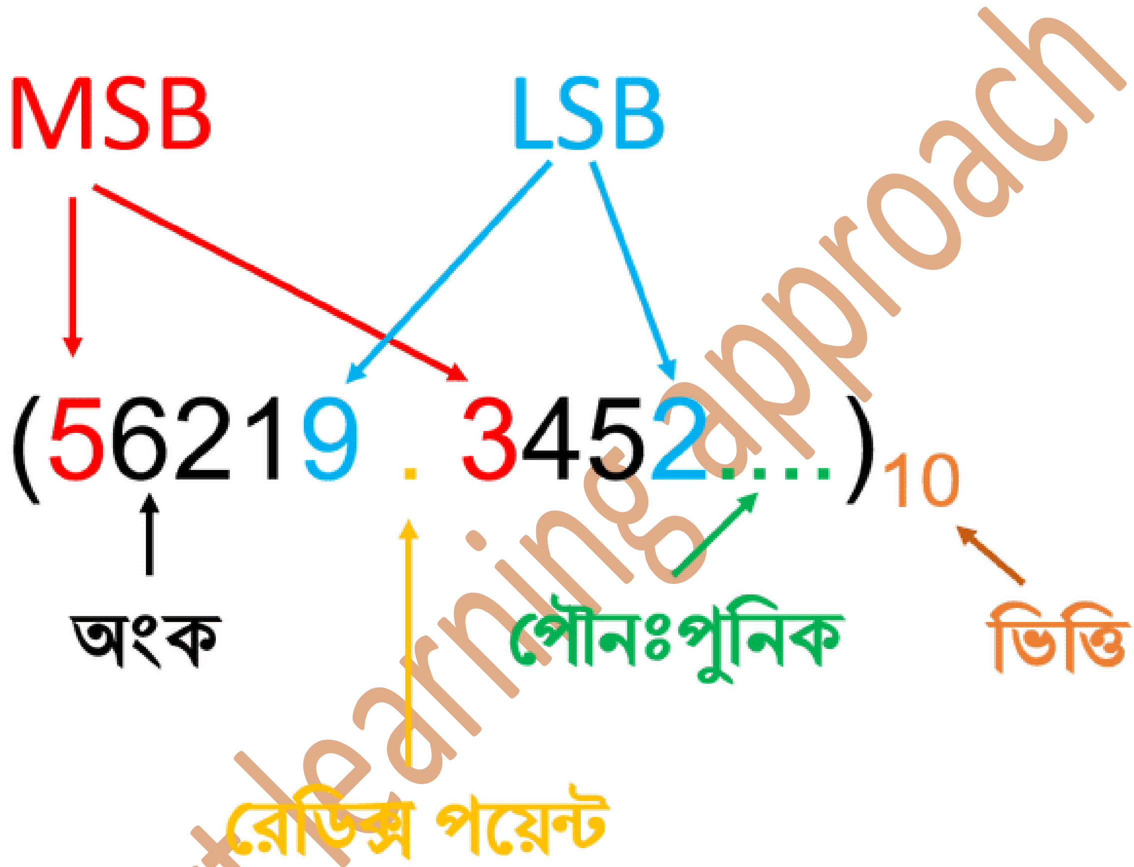
তৃতীয় অধ্যায়

পজিশনাল সংখ্যা পদ্ধতিতে একটি সংখ্যার বিভিন্ন অংশ:



ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)" width="640" height="480">

পজিশনাল সংখ্যা পদ্ধতির প্রকারভেদ:

পজিশনাল সংখ্যা পদ্ধতি চার প্রকার। যথা-

- বাইনারি
- অক্টাল
- ডেসিমেল
- হেক্সাডেসিমেল

বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিঃ Bi শব্দের অর্থ হলো ২ (দুই)। যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ০ ও ১ এই দুইটি প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি বলে। যেমন-$(১০১০)_২$। বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে যেহেতু ০ এবং ১ এই দুইটি প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাই এর বেজ বা ভিত্তি হচ্ছে ২। ইংল্যান্ডের গণিতবিদ জর্জ বুল বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি উদ্ভাবন করেন। বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি সবচেয়ে সরলতম সংখ্যা পদ্ধতি। বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির ০ এবং ১ এই দুটি মৌলিক চিহ্নকে বিট বলে এবং আট বিটের গ্রুপ নিয়ে গঠিত হয় একটি বাইট।

সকল ইলেক্ট্রনিক্স ডিভাইস শুধুমাত্র দুটি অবস্থা অর্থাৎ বিদ্যুতের উপস্থিতি এবং অনুপস্থিতি বুজতে পারে। বিদ্যুতের উপস্থিতিকে ON, HIGH, TRUE কিংবা YES বলা হয় যা লজিক লেভেল ১ নির্দেশ করে এবং বিদ্যুতের অনুপস্থিতিকে OFF, LOW, FALSE কিংবা NO বলা হয় যা লজিক লেভেল ০ নির্দেশ করে। লজিক লেভেল ০ এবং ১ বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ। তাই কম্পিউটার বা সকল ইলেক্ট্রনিক্স ডিভাইসে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহৃত হয়।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিঃ Octa শব্দের অর্থ হলো ৮ । যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ৮টি (০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭) প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে অকটাল সংখ্যা পদ্ধতি বলে। যেমন- $(১২০)_৮$। অকটাল সংখ্যা পদ্ধতিতে ০ থেকে ৭ পর্যন্ত মোট ৮ টি প্রতিক বা চিহ্ন নিয়ে যাবতীয় গাণিতিক কর্মকান্ড সম্পাদন করা হয় বলে এর বেজ বা ভিত্তি হলো ৮। অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিকে তিন বিট সংখ্যা পদ্ধতিও বলা হয়। কারণ অকটাল সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত ০ থেকে ৭ পর্যন্ত মোট ৮ টি প্রতিক বা চিহ্নকে তিন বিটের মাধ্যমেই প্রকাশ করা যায়। ডিজিটাল সিস্টেমে বিভিন্ন ক্ষেত্রে বাইনারি সংখ্যাকে নির্ভূল ও সহজে উপস্থাপন করার জন্য অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়।

ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিঃ Deci শব্দের অর্থ হলো ১০। যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ১০টি (০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭,৮,৯) প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে ডেসিমেল বা দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি বলে। যেমন- $(১২০)_{১০}$। দশমিক সংখ্যা পদ্ধতিতে ০ থেকে ৯ পর্যন্ত মোট ১০ টি প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় বলে এর বেজ বা ভিত্তি হচ্ছে ১০। ইউরোপে আরোবরা এই সংখ্যা পদ্ধতির প্রচলন করায় অনেকে এটিকে আরবি সংখ্যা পদ্ধতি নামেও অভিহিত করেন। মানুষ সাধারণত গণনার কাজে ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহার করে।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিঃ হেক্সাডেসিমেল শব্দটির দুটি অংশ। একটি হলো হেক্সা (Hexa) অর্থাৎ ৬ এবং অপরটি ডেসিমেল অর্থাৎ ১০ , দুটো মিলে হলো ষোল। যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ১৬ টি (০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭,৮,৯,A,B,C,D,E,F) প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতি বলে। যেমন- $(১২০৯A)_{১৬}$। হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে মোট ১৬ টি প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় বলে এর বেজ বা ভিত্তি হচ্ছে ১৬। হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিকে চার বিট সংখ্যা পদ্ধতিও বলা হয়। কারণ হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত ১৬ টি (০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭,৮,৯,A,B,C,D,E,F) প্রতিক বা চিহ্নকে চার বিটের মাধ্যমেই প্রকাশ করা

যায়। ডিজিটাল সিস্টেমে বিভিন্ন ক্ষেত্রে বাইনারি সংখ্যাকে নির্ভুল ও সহজে উপস্থাপন করার জন্য হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। এছাড়া বিভিন্ন মেমোরি অ্যাড্রেস ও রং এর কোড হিসেবে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়।

সংখ্যা পদ্ধতির বেজ (Base) বা ভিত্তিঃ কোনো একটি সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত মৌলিক চিহ্নসমূহের মোট সংখ্যা বা সমষ্টিকে ঐ সংখ্যা পদ্ধতির বেজ (Base) বা ভিত্তি বলে। কোন একটি সংখ্যা কোন সংখ্যা পদ্ধতিতে লেখা তা বুঝানোর জন্য সংখ্যার সাথে বেজ বা ভিত্তিকে সাবস্ক্রিপ্ট (সংখ্যার ডানে একটু নিচে) হিসেবে লিখে প্রকাশ করা হয়। যেমন–

- বাইনারি ১০১০ কে $(১০১০)_{২}$
- অক্টাল ১২০ কে $(১২০)_{৮}$
- ডেসিম্যাল ১২০ কে $(১২০)_{১০}$
- হেক্সাডেসিম্যাল ১২০ কে $(১২০)_{১৬}$

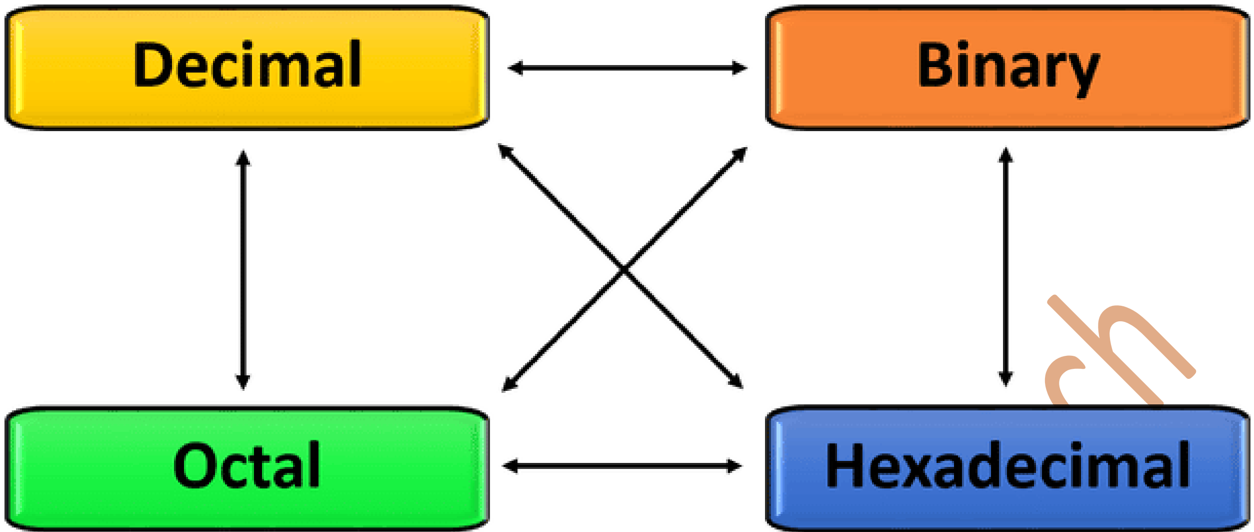
এক নজরে বিভিন্ন পজিশনাল সংখ্যা পদ্ধতিঃ

Number system	Base	Used digits	Example
Binary	2	0,1	$(11110000)_2$
Octal	8	0,1,2,3,4,5,6,7	$(360)_8$
Decimal	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	$(240)_{10}$
Hexadecimal	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F	$(F0)_{16}$

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ–২: ডেসিমেল সংখ্যাকে বাইনারি, অক্টাল এবং হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর।

সংখ্যা পদ্ধতিসমূহের মধ্যে পারস্পারিক রূপান্তর

চারটি সংখ্যা পদ্ধতির মধ্যে পারস্পারিক রূপান্তর করলে মোট ১২ টি রূপান্তর পাই।



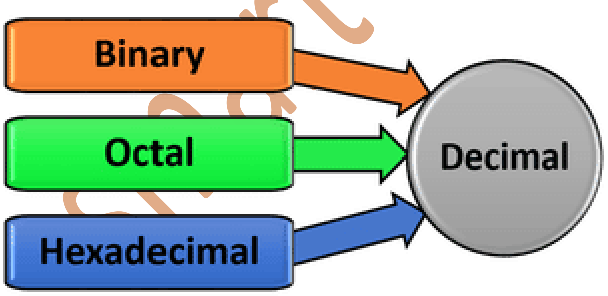
একই নিয়মের রূপান্তর গুলোকে নিমোক্ত ভাবে ভাগ করা যায়।

ডেসিমেল সংখ্যাকে অন্যান্য সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর

- ডেসিমেল সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর
- ডেসিমেল সংখ্যাকে অক্টাল সংখ্যায় রূপান্তর
- ডেসিমেল সংখ্যাকে

অন্যান্য সংখ্যা পদ্ধতি থেকে ডেসিমেলে রূপান্তর

- বাইনারি সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর
- অক্টাল সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর
- হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর

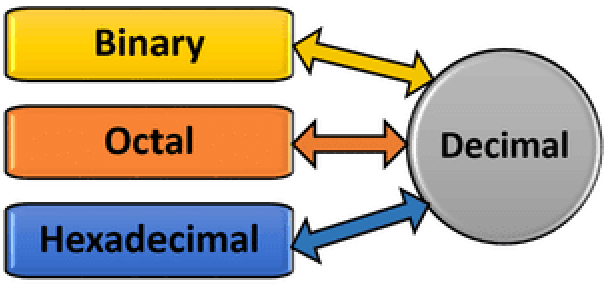


বাইনারি, অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেল অথবা নন-ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিসমূহের মধ্যে পারস্পারিক রূপান্তর

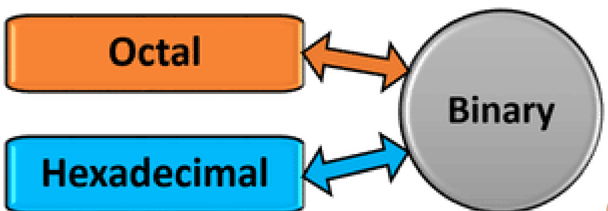
- অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর
- বাইনারি সংখ্যাকে অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর

- অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেল সংখ্যার মধ্যে পারস্পারিক রুপান্তর

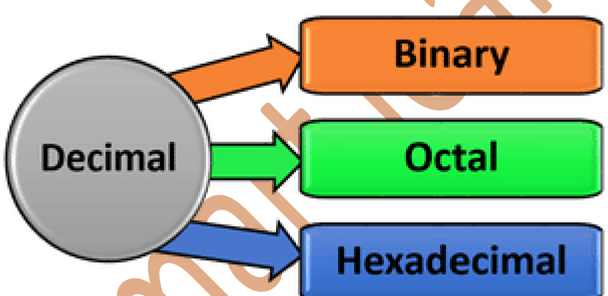
প্রথম ও দ্বিতীয় গ্রুপের রুপান্তর এর সাহায্যে এই গ্রুপের রুপান্তর দুই ধাপে নিম্নোক্ত চিত্রের মত করে সম্পন্ন করা যায়-



উপরের পদ্ধতি ছাড়াও নিম্নোক্ত উপায়েও করা যায়-



ডেসিমেল সংখ্যাকে অন্যান্য সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর



পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে-

- **ধাপ-১ঃ** সংখ্যাটিকে টার্গেট সংখ্যা পদ্ধতির বেজ(২/৮/১৬) দিয়ে ভাগ করতে হবে।
- **ধাপ-২ঃ** ধাপ-১ ভাগফলকে নিচে এবং ভাগশেষকে ডানে লিখতে হবে।
- **ধাপ-৩ঃ** ধাপ-১ এর ভাগফলকে পুনরায় টার্গেট সংখ্যা পদ্ধতির বেজ(২/৮/১৬) দিয়ে ভাগ করতে হবে।
- **ধাপ-৪ঃ** ধাপ-৩ এর ভাগফলকে নিচে ও ভাগশেষকে ডানে লিখতে হবে।

এই প্রক্রিয়া ততক্ষণ চলবে যতক্ষণ না ভাগফল শুন্য (0) হয়।

অতঃপর ভাগশেষ গুলিকে নিচ থেকে উপরের দিকে পর্যায়ক্রমে সাজিয়ে লিখলে ডেসিমেল পূর্ণসংখ্যাটির সমতুল্য বাইনারি মান পাওয়া যাবে।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে-

- **ধাপ-১ঃ** ভগ্নাংশটিকে টার্গেট সংখ্যা পদ্ধতির বেজ(২/৮/১৬) দিয়ে গুণ করতে হবে।
- **ধাপ-২ঃ** গুণ করার পর প্রাপ্ত গুনফলের যে পূর্ণ অংশটি থাকবে সেটিকে সংরক্ষণ করতে হবে। (পূর্ণ সংখ্যা না থাকলে 0 রাখতে হবে)।
- **ধাপ-৩ঃ** ধাপ-১ এর গুনফলের ভগ্নাংশটিকে পুনরায় টার্গেট সংখ্যা পদ্ধতির বেজ(২/৮/১৬) দিয়ে গুণ করতে হবে।
- **ধাপ-৪ঃ** গুণ করার পর ধাপ-৩ এর প্রাপ্ত গুনফলের যে পূর্ণ অংশটি থাকবে সেটিকে সংরক্ষণ করতে হবে। (পূর্ণ সংখ্যা না থাকলে 0 রাখতে হবে)।

এই প্রক্রিয়া ততক্ষণ চলবে যতক্ষণ না গুনফলের ভগ্নাংশটি শুন্য (0) হয়।

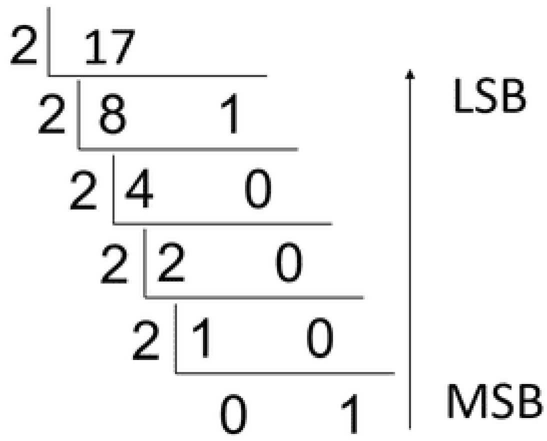
[নোটঃ প্রক্রিয়া ৩ থেকে ৪ বার চালানোর পরও যদি ভগ্নাংশটি শুন্য (0) না হয় তাহলে সেটিকে আসন্ন মান হিসেবে ধরে নিতে হবে]

অতঃপর সংরক্ষিত পূর্ণাংশগুলিকে উপর থেকে নিচের দিকে পর্যায়ক্রমে সাজিয়ে লিখলে ডেসিমেল ভগ্নাংশটির সমতুল্য বাইনারি মান পাওয়া যাবে।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

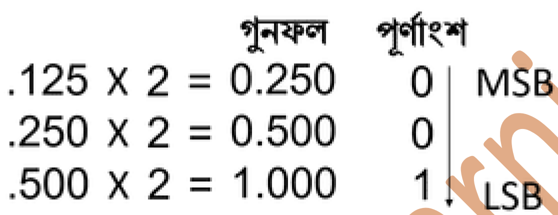
ডেসিমেল সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তরঃ

উদাহরণঃ $(17)_{10}$ কে বাইনারিতে রূপান্তর।



সুতরাং (17)$_{10}$ = (10001)$_2$

উদাহরণঃ (0.125)$_{10}$ কে বাইনারিতে রূপান্তর।



সুতরাং (0.125)$_{10}$ = (.001)$_2$

- **(35.75)$_{10}$ কে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**
- **(75.69)$_{10}$ কে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**

ডেসিমেল সংখ্যাকে অক্টাল সংখ্যায় রূপান্তরঃ

উদাহরণঃ (423)$_{10}$ কে অক্টালে রূপান্তর।

8	423		LSB ↑
8	52	7	
8	6	4	
	0	6	MSB

সুতরাং $(423)_{10} = (647)_8$

উদাহরণঃ $(.150)_{10}$ কে অক্টালে রুপান্তর।

	গুনফল	পূর্ণাংশ	
.150 X 8 =	1.200	1	MSB
.200 X 8 =	1.600	1	
.600 X 8 =	4.800	4	
.800 X 8 =	6.400	6	
.400 X 8 =	3.200	3	LSB ↓

সুতরাং $(.150)_{10} = (.11463.....)_8$

- **$(75.615)_{10}$ কে অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**
- **$(755.150)_{10}$ কে অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**

ডেসিমেল সংখ্যাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রুপান্তরঃ

উদাহরণঃ $(423)_{10}$ কে হেক্সাডেসিমেলে রুপান্তর।

16	423		
16	26	7	LSB ↑
16	1	10(A)	
	0	1	MSB

সুতরাং ($423)_{10} = (1A7)16$

উদাহরণঃ $(.150)_{10}$ কে হেক্সাডেসিমেলে রূপান্তর।

	গুনফল	পূর্ণাংশ	
.150 X 16 =	2.400	2	MSB
.400 X 16 =	6.400	6	
.400 X 16 =	6.400	6 ↓	LSB

সুতরাং ($.150)_{10} = (.266…..)_{16}$

- **$(615.625)_{10}$ কে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**
- **$(125.150)_{10}$ কে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**

এক নজরে দেখে নেইঃ

ডেসিমেল থেকে বাইনারিতে রূপান্তরের ক্ষেত্রে পূর্ণ সংখ্যাকে ২ দ্বারা ভাগ এবং ভগ্নাংশকে ২ দ্বারা গুণ

ডেসিমেল থেকে অক্টালে রূপান্তরের ক্ষেত্রে পূর্ণ সংখ্যাকে ৮ দ্বারা ভাগ এবং ভগ্নাংশকে ৮ দ্বারা গুণ

ডেসিমেল থেকে হেক্সাডেসিমেলে রূপান্তরের ক্ষেত্রে পূর্ণ সংখ্যাকে ১৬ দ্বারা ভাগ এবং ভগ্নাংশকে ১৬ দ্বারা গুণ

ভাগফল ০ না হওয়া পর্যন্ত ভাগের প্রক্রিয়া চলতে থাকবে।

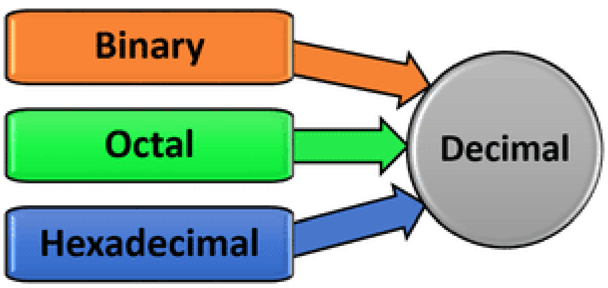
গুনফলের ভগ্নাংশ ০ না হওয়া পর্যন্ত গুণের প্রক্রিয়া চলতে থাকবে। এক্ষেত্রে গুণের প্রক্রিয়া ৩ থেকে ৪ বার চালানোর পরও যদি ভগ্নাংশটি শুন্য (0) না হয় তাহলে সেটিকে আসন্ন মান হিসেবে ধরে নিতে হবে।

[রূপান্তরের ক্ষেত্রে ডেসিমেলের ভিত্তি ব্যবহৃত হয় না]

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-৩: বাইনারি, অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর।

যেকোন সংখ্যা পদ্ধতি থেকে ডেসিমেল বা দশমিক সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তরঃ



পূর্ণ সংখ্যা এবং ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে একই নিয়ম-

ধাপ-১ঃ প্রদত্ত সংখ্যার প্রতিটি অংক বা ডিজিটকে তার স্থানীয় মান দ্বারা গুণ করতে হবে।

কোন ডিজিটের স্থানীয় মান = (সংখ্যাটির বেজ) $^{\text{ডিজিট পজিশন}}$

[পূর্ন সংখ্যার ক্ষেত্রে ডিজিট পজিশন শুরু হয় ০ থেকে (ডান থেকে বাম দিকে) এবং ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে ডিজিট পজিশন শুরু হয় -১ থেকে (বাম থেকে ডান দিকে) **]**

ধাপ-২ঃ অতঃপর গুণফলগুলোর যোগফল নির্ণয় করতে হবে।

প্রদত্ত যোগফলই হবে প্রদত্ত সংখ্যাটির সমতুল্য ডেসিমেল মান।

গাণিতিক ভাবে নিম্নরুপে লিখা যায়-

দশমিক সমমান = ∑ ডিজিট ×(সংখ্যাটির বেজ) $^{\text{ডিজিট পজিশন}}$

বাইনারি সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তরঃ

উদাহরণঃ (110101)₂ সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর।

$$\overset{5\,4\,3\,2\,1\,0}{(110101)_2} = 1\times 2^5 + 1\times 2^4 + 0\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 1\times 2^0$$
$$= 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1$$
$$= 53$$

সুতরাং $(110101)_2 = (53)_{10}$

উদাহরণঃ $(.1010)_2$ সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর।

$$\overset{-1\,-2\,-3\,-4}{(.1010)_2} = 1\times 2^{-1} + 0\times 2^{-2} + 1\times 2^{-3} + 0\times 2^{-4}$$
$$= \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{8} + 0$$
$$= .5 + .125$$
$$= .625$$

সুতরাং $(.1010)_2 = (.625)_{10}$

- **$(101010.0101)_2$ কে ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**
- **$(1100011.10101)_2$ কে ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**

অক্টাল সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তরঃ

উদাহরণঃ $(375)_8$ সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর।

$$\overset{2\,1\,0}{(375)_8} = 3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 5 \times 8^0$$
$$= 195 + 56 + 5$$
$$= 253$$

সুতরাং $(375)_8 = (253)_{10}$

উদাহরণঃ $(.125)_8$ সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রুপান্তর।

$$\overset{-1\,-2\,-3}{(.125)_8} = 1 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2} + 5 \times 8^{-3}$$
$$= \frac{1}{8} + \frac{2}{64} + \frac{5}{512}$$
$$= .125 + .0313 + .0098$$
$$= .166$$

সুতরাং $(.125)_8 = (.166)_{10}$

- **$(567.247)_8$ কে ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**
- **$(3702.6040)_8$ কে ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**

হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রুপান্তরঃ

উদাহরণঃ $(3FC)_{16}$ সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর।

$$\overset{2\,1\,0}{(3FC)_{16}} = 3 \times (16)^2 + F \times (16)^1 + C \times (16)^0$$
$$= 3 \times 256 + 15 \times 16 + 12 \times 1$$
$$= 768 + 240 + 12$$
$$= 1020$$

সুতরাং $(3FC)_{16} = (1020)_{10}$

উদাহরণঃ $(.2B)_{16}$ সংখ্যাকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর।

$$\overset{-1\,-2}{(.2B)_{16}} = 2 \times (16)^{-1} + B \times (16)^{-2}$$
$$= \frac{2}{16} + \frac{11}{256}$$
$$= .125 + .043$$
$$= .168$$

সুতরাং $(.2B)_{16} = (.168)_{10}$

- **$(7A6B.9B8)_{16}$ কে ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**

- **$(89A.10F)_{16}$ কে ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-৪: বাইনারি, অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাসমূহের পারস্পারিক রূপান্তর।

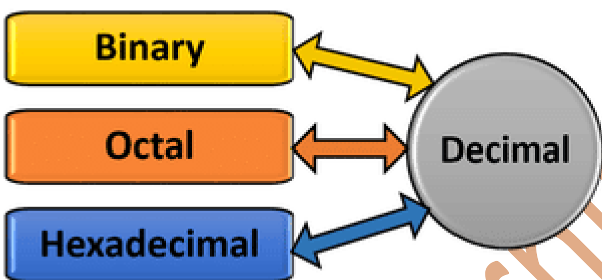
সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

নন-ডেসিমেল অর্থাৎ বাইনারি, অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাগুলোর মধ্যে নিম্নরূপে পারস্পারিক রূপান্তর করা যায়-

ধাপ-১ঃ প্রদত্ত যেকোন সংখ্যা পদ্ধতির সংখ্যাকে প্রথমে ডেসিমেলে রূপান্তর

ধাপ-২ঃ প্রাপ্ত ডেসিমেল সংখ্যাকে টার্গেট সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর

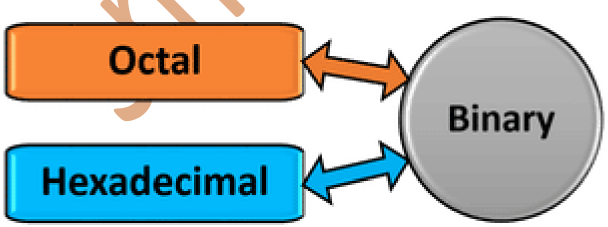
অর্থাৎ নন-ডেসিমেল সংখ্যাগুলোর মধ্যে পারস্পারিক রূপান্তরের ক্ষেত্রে দুটি ধাপে সকল রূপান্তর করা যায়।



এছাড়া 2^n (যেখানে, n=0,1,2,3,…..) ফর্মুলা ব্যবহার করেও সরাসরি অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেল থেকে বাইনারি এবং বাইনারি থেকে অক্টাল ও হেক্সাডেসিমেলে রূপান্তর করা যায়।

- অক্টালের ক্ষেত্রে **4 2 1** (2^n ; যেখানে, n=0,1,2)
- হেক্সাডেসিমেলের ক্ষেত্রে **8 4 2 1** (2^n ; যেখানে, n=0,1,2,3)

নিয়ম অনুসরণ করে নিচে আলোচনা করা হলো-



অক্টাল সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর:

পূর্ণ সংখ্যা এবং ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে একই নিয়ম-

ধাপ-১ঃ অক্ট্যাল সংখ্যার প্রতিটি ডিজিটের তিন বিট বাইনারি মান লিখতে হবে। **[4 2 1 ফর্মুলা ব্যবহার করে]**

[প্রতিটি ডিজিটের বাইনারি মান ৩-বিটের কম হলে বাম পার্শ্বে প্রয়োজনীয় সংখ্যক শুন্য বসিয়ে ৩-বিট পূর্ণ করতে হবে। প্রতিটি ডিজিটের তিন বিট লেখার কারণ, অক্টাল সংখ্যার প্রতিটি ডিজিটকে ম্যাক্সিমাম তিন বিটের মাধ্যমেই প্রকাশ করা যায়]

ধাপ-২ঃ অবশেষে প্রাপ্ত বাইনারি মান গুলিকে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখলে অক্ট্যাল সংখ্যাটির সমতূল্য বাইনারি সংখ্যা পাওয়া যাবে।

উদাহরণঃ $(375.24)_8$ সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর।

3	**7**	**5**	**.**	**2**	**4**
↓	↓	↓		↓	↓
011	111	101		010	110

সুতরাং $(375.24)_8 = (011111101.010110)_2$

- **$(127)_8$ কে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**
- **$(.7125)_8$ কে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।**

হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তরঃ

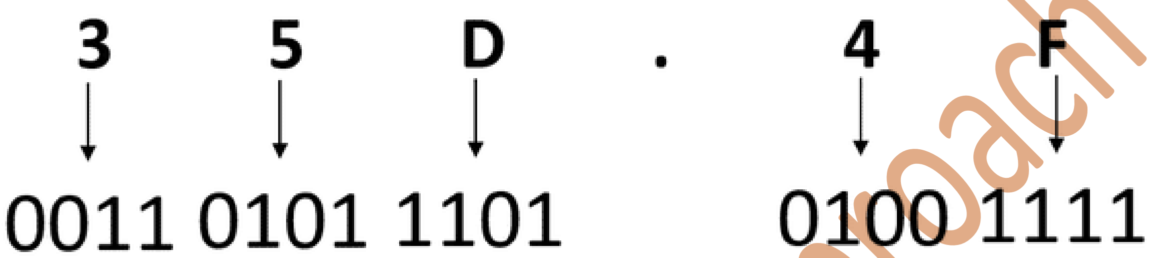
পূর্ণ সংখ্যা এবং ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে একই নিয়ম-

ধাপ-১ঃ হেক্সাডেসিমেল সংখ্যার প্রতিটি ডিজিটের চার বিট বাইনারি মান লিখতে হবে। **[8 4 2 1 ফর্মুলা ব্যবহার করে]**

[প্রতিটি ডিজিটের বাইনারি মান ৪-বিটের কম হলে বাম পার্শ্বে প্রয়োজনীয় সংখ্যক শুন্য বসিয়ে ৪-বিট পূর্ণ করতে হবে। প্রতিটি ডিজিটের চার বিট লেখার কারণ, হেক্সাডেসিমেল সংখ্যার প্রতিটি ডিজিটকে ম্যাক্সিমাম চার বিটের মাধ্যমেই প্রকাশ করা যায়]

ধাপ-২ঃ অবশেষে প্রাপ্ত বাইনারি মান গুলিকে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখলে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাটির সমতূল্য বাইনারি সংখ্যা পাওয়া যাবে।

উদাহরণঃ $(35D.4F)_{16}$ সংখ্যাকে বাইনারি সংখ্যায় রুপান্তর।



সুতরাং $(35D.4F)_{16} = (001101011101.01001111)_2$

- **$(D218)_{16}$ কে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**
- **$(.1C39)_{16}$ কে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**

বাইনারি সংখ্যাকে অক্টাল সংখ্যায় রুপান্তরঃ

ধাপ-১ঃ পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে সংখ্যাটির ডান থেকে বাম দিকে ৩-বিট করে গ্রুপ করে নিতে হবে এবং ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে বাম থেকে ডান দিকে ৩-বিট করে গ্রুপ করতে হবে ।

[৩-বিটের কম হলে পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে বাম পার্শ্বে প্রয়োজনীয় সংখ্যক শুন্য বসিয়ে ৩-বিট পূর্ণ করতে হবে এবং ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে ডান পার্শ্বে প্রয়োজনীয় সংখ্যক শুন্য বসিয়ে ৩-বিট পূর্ণ করতে হবে]

[পূর্নাংশের ক্ষেত্রে বাম দিকে গ্রুপ করার কারণ সর্ব বামে অতিরিক্ত শূন্য বসালে মানের কোন পরিবর্তন হয় না অনুরুপ ভাবে ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে ডান দিকে গ্রুপ করার কারণ সর্ব ডানে অতিরিক্ত শূন্য বসালে মানের কোন পরিবর্তন হয় না]

ধাপ-২ঃ অতপর প্রতিটি ৩-বিট গ্রুপের আলাদা ভাবে অক্টাল মান লিখতে হবে।

[প্রতিটি বাইনারি গ্রুপে যে কয়টি ১ আছে তাদের স্থানীয় মানসমূহ যোগ করলে ঐ বাইনারি গ্রুপের সমমান অক্টাল মান পাওয়া যাবে]

ধাপ-৩ঃ অবশেষে প্রাপ্ত অক্টাল মান গুলিকে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখলে বাইনারি সংখ্যাটির সমতূল্য অক্টাল সংখ্যা পাওয়া যাবে।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

উদাহরণঃ $(10101011.1011011)_2$ সংখ্যাকে অক্টাল সংখ্যায় রুপান্তর।

010	101	011	.	101	001	100
←	←	←		→	→	→
2	5	3		5	1	4

সুতরাং $(10101011.1011011)_2 = (253.514)_8$

- **$(1101001)_2$ কে অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**
- **$(.1010011)_2$ কে অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**

বাইনারি সংখ্যাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রুপান্তরঃ

ধাপ-১ঃ পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে সংখ্যাটির ডান থেকে বাম দিকে ৪-বিট করে গ্রুপ করে নিতে হবে এবং ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে বাম থেকে ডান দিকে ৪-বিট করে গ্রুপ করতে হবে ।

[৪-বিটের কম হলে পূর্ণ সংখ্যার ক্ষেত্রে বাম পার্শ্বে প্রয়োজনীয় সংখ্যক শুন্য বসিয়ে ৪-বিট পূর্ণ করতে হবে এবং ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে ডান পার্শ্বে প্রয়োজনীয় সংখ্যক শুন্য বসিয়ে ৪-বিট পূর্ণ করতে হবে]

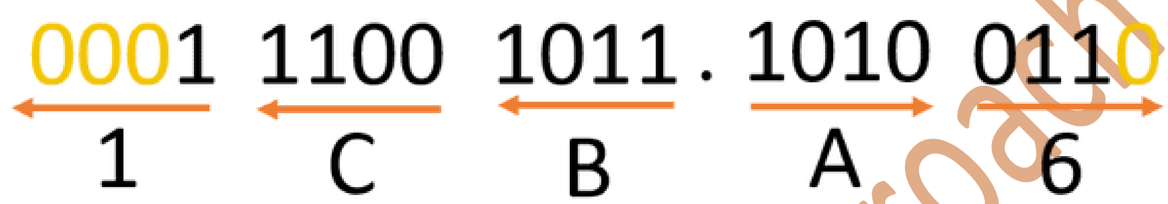
[পূর্নাংশের ক্ষেত্রে বাম দিকে গ্রুপ করার কারণ সর্ব বামে অতিরিক্ত শূন্য বসালে মানের কোন পরিবর্তন হয় না অনুরুপ ভাবে ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে ডান দিকে গ্রুপ করার কারণ সর্ব ডানে অতিরিক্ত শূন্য বসালে মানের কোন পরিবর্তন হয় না]

ধাপ-২ঃ অতপর প্রতিটি ৪-বিট গ্রুপের আলাদা ভাবে হেক্সাডেসিমেল মান লিখতে হবে।

[প্রতিটি বাইনারি গ্রুপে যে কয়টি ১ আছে তাদের স্থানীয় মানসমূহ যোগ করলে ঐ বাইনারি গ্রুপের সমমান হেক্সাডেসিমেল মান পাওয়া যাবে]

ধাপ-৩ঃ অবশেষে প্রাপ্ত হেক্সাডেসিমেল মান গুলিকে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখলে বাইনারি সংখ্যাটির সমতুল্য হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পাওয়া যাবে।

উদাহরণঃ $(0111001011.1010011)_2$ সংখ্যাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রুপান্তর।



সুতরাং $(0111001011.1010011)_2 = (1CB.A6)_{16}$

- **$(1101101)_2$ কে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**
- **$(.1010011)_2$ কে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**

অক্টাল সংখ্যাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রুপান্তরঃ

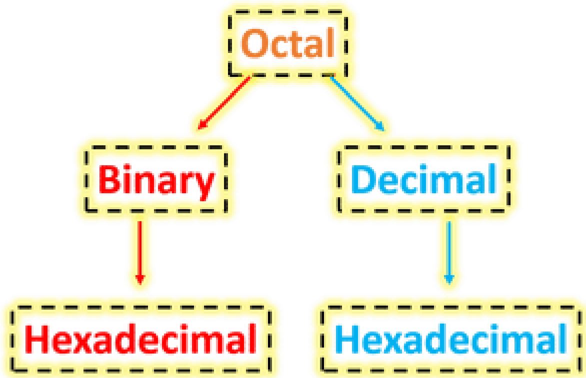
ধাপ-১ঃ প্রথমে অক্টাল সংখ্যাটিকে বাইনারি সংখ্যায় রুপান্তর করতে হবে

ধাপ-২ঃ প্রাপ্ত বাইনারি সংখ্যাটিকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রুপান্তর করতে হবে

অথবা

ধাপ-১ঃ প্রথমে অক্টাল সংখ্যাটিকে ডেসিমেল সংখ্যায় রুপান্তর করতে হবে

ধাপ-২ঃ প্রাপ্ত ডেসিমেল সংখ্যাটিকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রুপান্তর করতে হবে



উদাহরণঃ $(375.246)_8$ সংখ্যাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর।

প্রথমে অক্টাল সংখ্যাটিকে বাইনারিতে রুপান্তর করি

3	7	5	.	2	4	6
↓	↓	↓		↓	↓	↓
011	111	101		010	100	110

$$(375.246)_8 = (011111101.010100110)_2$$

প্রাপ্ত বাইনারি মানকে হেক্সাডেসিমেলে রুপান্তর করি

0000	1111	1101	.	0101	0011	0000
0	F	D		5	3	0

$$(011111101.010100110)_2 = (0FD.530)_{16}$$

সুতরাং $(375.246)_8 = (0FD.530)_{16}$

- $(5273)_8$ কে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।
- $(.5137)_8$ কে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর কর।

হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাকে অক্টাল সংখ্যায় রূপান্তরঃ

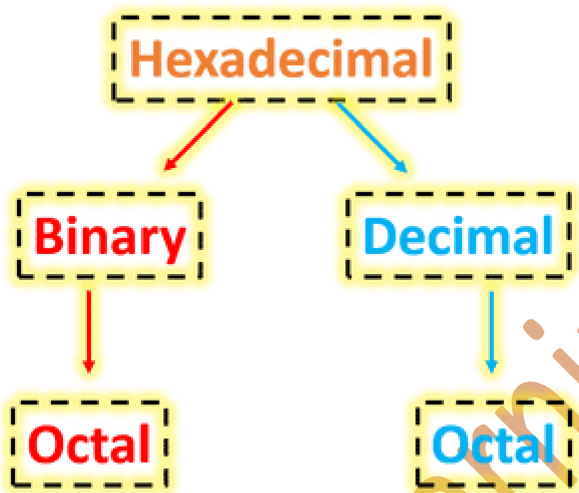
ধাপ-১ঃ প্রথমে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাটিকে বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর করতে হবে

ধাপ-২ঃ প্রাপ্ত বাইনারি সংখ্যাটিকে অক্টাল সংখ্যায় রূপান্তর করতে হবে

অথবা

ধাপ-১ঃ প্রথমে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাটিকে ডেসিমেল সংখ্যায় রূপান্তর করতে হবে

ধাপ-২ঃ প্রাপ্ত ডেসিমেল সংখ্যাটিকে অক্টাল সংখ্যায় রূপান্তর করতে হবে



উদাহরণঃ $(08B.FCD)_{16}$ সংখ্যাকে অক্টাল সংখ্যায় রূপান্তর।

প্রথমে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যাটিকে বাইনারিতে রুপান্তর করি

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 8 & B & . & F & C & D \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0000 & 1000 & 1011 & & 1111 & 1100 & 1101 \end{array}$$

$$(08B.FCD)_{16} = (000010001011.111111001101)_2$$

প্রাপ্ত বাইনারি মানকে অক্টালে রুপান্তর করি

$$\begin{array}{ccccccccc} \underline{000} & \underline{010} & \underline{001} & \underline{011} & . & \underline{111} & \underline{111} & \underline{001} & \underline{101} \\ 0 & 2 & 1 & 3 & & 7 & 7 & 1 & 5 \end{array}$$

$$(000010001011.111111001101)_2 = (213.7715)_8$$

সুতরাং $(08B.FCD)_{16} = (213.7715)_8$

- **$(5F293)_{16}$ কে অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**
- **$(.A127)_{16}$ কে অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিতে রুপান্তর কর।**
- সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-৫: বিভিন্ন সংখ্যা পদ্ধতির সংখ্যার যোগ ও বিয়োগ।

বিভিন্ন সংখ্যা পদ্ধতির যোগঃ

ডেসিমেল সংখ্যার যোগঃ

১। ডেসিমেল সংখ্যায় একাধিক অংকের যোগফল ভিত্তি ১০ এর সমান বা তার বেশি হলে যোগফল থেকে ভিত্তি ১০ বিয়োগ করতে হবে (এক্ষেত্রে যোগফল যতক্ষণ না ১০ এর কম হবে ততক্ষণ বিয়োগ করতে হবে)।

২। যতবার বিয়োগ করা হবে ক্যারি হবে তত।

উদাহরনঃ $(5689)_{10}$ এবং $(7989)_{10}$ সংখ্যা দুটির যোগ।

$$
\begin{array}{r}
(5\,6\,8\,9)_{10} \\
+\ (7\,9\,8\,9)_{10} \\
\hline
(1\,3\,6\,7\,8\,)_{10}
\end{array}
$$

অক্টাল সংখ্যার যোগঃ

১। অক্টাল সংখ্যায় একাধিক অংকের যোগফল ভিত্তি ৮ এর সমান বা তার বেশি হলে যোগফল থেকে ভিত্তি ৮ বিয়োগ করতে হবে (এক্ষেত্রে যোগফল যতক্ষণ না ৮এর কম হবে ততক্ষণ বিয়োগ করতে হবে)।

২। যতবার বিয়োগ করা হবে ক্যারি হবে তত।

উদাহরনঃ $(5647)_8$ এবং $(7261)_8$ সংখ্যা দুটির যোগ।

$$
\begin{array}{r}
(5\,6\,4\,7)_{8} \\
+\ (7\,2\,6\,1)_{8} \\
\hline
(1\,5\,1\,3\,0\,)_{8}
\end{array}
$$

হেক্সাডেসিমেল সংখ্যার যোগঃ

১। হেক্সাডেসিমেল সংখ্যায় একাধিক অংকের যোগফল ভিত্তি ১৬ এর সমান বা তার বেশি হলে যোগফল থেকে ভিত্তি ১৬ বিয়োগ করতে হবে (এক্ষেত্রে যোগফল যতক্ষণ না ১৬ এর কম হবে ততক্ষণ বিয়োগ করতে হবে)।

২। যতবার বিয়োগ করা হবে ক্যারি হবে তত।

উদাহরনঃ $(BFC3)_{16}$ এবং $(AB8D)_{16}$ সংখ্যা দুটির যোগ।

$$\begin{array}{r} (B\,F\,C\,3)_{16} \\ +\ (A\,B\,8\,D)_{16} \\ \hline (1\,6\,B\,5\,0)_{16} \end{array}$$

বাইনারি সংখ্যার যোগঃ

১। বাইনারি সংখ্যায় একাধিক অংকের যোগফল ভিত্তি ২ এর সমান বা তার বেশি হলে যোগফল থেকে ভিত্তি ২ বিয়োগ করতে হবে (এক্ষেত্রে যোগফল যতক্ষণ না ২ এর কম হবে ততক্ষণ বিয়োগ করতে হবে)।

২। যতবার বিয়োগ করা হবে ক্যারি হবে তত।

উদাহরনঃ $(1110)_2$ এবং $(1111)_2$ সংখ্যা দুটির যোগ।

$$\begin{array}{r} (1\,1\,1\,0)_{2} \\ +\ (1\,1\,1\,1)_{2} \\ \hline (1\,1\,1\,0\,1)_{2} \end{array}$$

নোটঃ

১। ভিন্ন সংখ্যা পদ্ধতির সংখ্যার মধ্যে যোগ করার জন্য সংখ্যাগুলোকে একই পদ্ধতিতে রূপান্তর করে তারপর যোগ করতে হবে।

২। যদি কোন নির্দিস্ট সংখ্যা পদ্ধতিতে যোগ করতে বলে, তাহলে সংখ্যাগুলোকে ঐ নির্দিস্ট সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর করে তারপর যোগ করতে হবে।

৩। যদি যোগফল কোন নির্দিস্ট সংখ্যা পদ্ধতিতে প্রকাশ করতে বলে, সেক্ষেত্রে যেকোন সংখ্যা পদ্ধতিতে যোগ করে যোগফল উল্লিখিত সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর করলেই হবে।

৪। কোন একটি সংখ্যার পরের সংখ্যা বলতে বুঝায় ঐ সংখ্যা পদ্ধতিতে সংখ্যাটির সাথে ১ যোগ।

- $(5B.3D)_{16}$ এবং $(74.05)_8$ সংখ্যা দুটির যোগফল বাইনারিতে প্রকাশ কর।
- $(11001.011)_2$ এবং $(1101.01)_2$ সংখ্যা দুটির যোগফল অক্টালে প্রকাশ কর।
- $(52B.5D)_{16}$ এবং $(70.25)_8$ সংখ্যা দুটি বাইনারিতে যোগ কর।

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-৬: চিহ্নযুক্ত সংখ্যা এবং কম্পিউটার সিস্টেমে এর উপস্থাপন।

বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যা ব্যবহার করা হয়। সংখ্যাটি ধনাত্মক নাকি ঋণাত্মক তা বুঝানোর জন্য সাধারণত সংখ্যার পূর্বে চিহ্ন (+ অথবা -) ব্যবহৃত হয়। অর্থাৎ **যখন কোন সংখ্যার পূর্বে ধনাত্মক(+) বা ঋণাত্মক(-) চিহ্ন থাকে তখন সেই সংখ্যাকে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা বা সাইনড নম্বর বলা হয়।**

বাইনারি পদ্ধতিতে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা উপস্থাপনের জন্য প্রকৃত মানের পূর্বে একটি অতিরিক্ত বিট যোগ করা হয়। এ অতিরিক্ত বিটকে চিহ্ন বিট বলে। চিহ্ন বিট 0 হলে সংখ্যাটি ধনাত্মক এবং চিহ্নবিট ১ হলে সংখ্যাটিকে ঋণাত্মক ধরা হয়।

চিহ্নযুক্ত সংখ্যার উপস্থাপনাঃ কম্পিউটার সিস্টেমে চিহ্ন যুক্ত সংখ্যা উপস্থাপনার জন্য তিনটি পদ্ধতি আছে। যথাঃ

- ১। প্রকৃত মান গঠন (Signed magnitude form)
- ২। ১ এর পরিপূরক গঠন (1's Complement form)
- ৩। ২ এর পরিপূরক গঠন (2's Complement form)

এক্ষেত্রে তিনটি পদ্ধতিতেই ধনাত্মক সংখ্যার উপস্থাপনা একই। অর্থাৎ ধনাত্মক সংখ্যার ক্ষেত্রে চিহ্ন বিট ছাড়া বাকি অংশটি সংখ্যার মান জ্ঞাপন করে। তবে ঋণাত্মক সংখ্যার ক্ষেত্রে উপস্থাপনা ভিন্ন ভিন্ন হয়।

উপরিউক্ত তিনটি পদ্ধতিতে চিহ্ন যুক্ত সংখ্যা উপস্থাপনার জন্য রেজিস্টার সম্পর্কে প্রাথমিক ধারণা থাকতে হবে। **রেজিস্টার হলো একগুচ্ছ ফ্লিপ-ফ্লপ এবং গেইটের সমন্বয়ে গঠিত সার্কিট যা অস্থায়ী মেমরি হিসেবে কাজ করে।** এর প্রত্যেকটি ফ্লিপ-ফ্লপ একটি করে বাইনারি বিট সংরক্ষণ করতে পারে। n বিটের একটি রেজিস্টার n বিটের বাইনারি তথ্য ধারণ করতে পারে। অর্থাৎ ৮-বিট রেজিস্টার, ১৬- বিট রেজিস্টার, ৩২-বিট রেজিস্টার ইত্যাদি- যারা যথাক্রমে ৮, ১৬, ৩২ বিট তথ্য ধারণ করতে পারবে। এই অধ্যায়ের শেষের দিকে রেজিস্টার সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

৮-বিট রেজিস্টারের ক্ষেত্রে সর্বডানের ৭-বিট হল ডেটা বিট এবং সর্ব বামের বিটটি চিহ্ন বিট। একইভাবে ১৬-বিট রেজিস্টারের ক্ষেত্রে সর্বডানের ১৫-বিট হল ডেটা বিট এবং সর্ব বামের বিটটি চিহ্ন বিট। অর্থাৎ n-bit রেজিস্টারের ক্ষেত্রে সর্বডানের n-1 বিট হল ডেটা বিট এবং সর্ব বামের বিটটি চিহ্ন বিট হিসেবে ব্যবহৃত হয়।

প্রকৃত মান গঠন (Signed magnitude form):

প্রকৃত মান গঠন প্রক্রিয়ায় কোন ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যা ৮-বিট রেজিস্টারে উপস্থাপনের ক্ষেত্রে রেজিস্টারের সর্বডানের ৭-বিট ডেটা বিট এবং সর্ব বামের বিটটি চিহ্ন বিট হিসেবে ব্যবহৃত হয়। এক্ষেত্রে ধনাত্মক চিহ্নের জন্য চিহ্ন বিট 0 এবং ঋণাত্মক চিহ্নের জন্য চিহ্ন বিট 1। এই প্রক্রিয়ায় +০ এবং -০ এর ভিন্ন ভিন্ন মান পাওয়া যায় যা বাস্তবের সাথে অসামঞ্জস্যপূর্ণ। প্রকৃত মান গঠন সহজ হলেও এর জন্য জটিল বর্তনীর প্রয়োজন হয়।

প্রকৃত মান গঠন প্রক্রিয়ায় +5 এবং -5 কে ৮-বিট রেজিস্টারে উপস্থাপনঃ

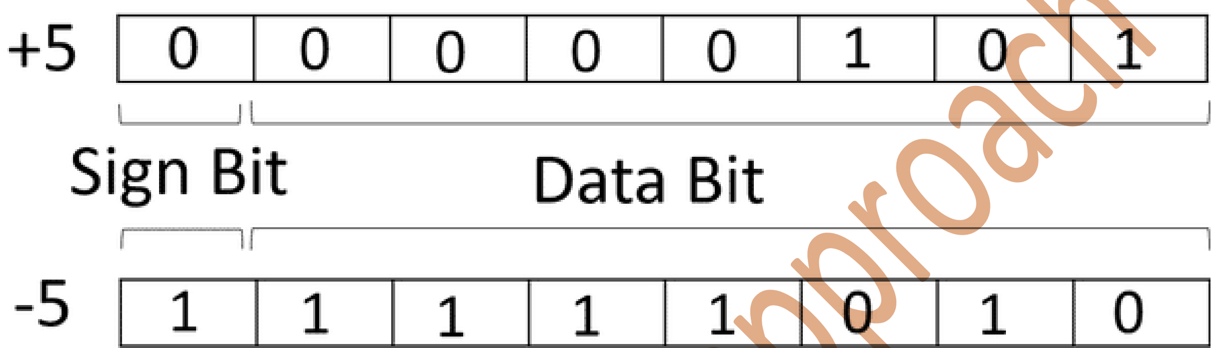
	Sign Bit	Data Bit						
+5	0	0	0	0	0	1	0	1
-5	1	0	0	0	0	1	0	1

১ এর পরিপূরক গঠন (1's Complement form):

কোন বাইনারি সংখ্যার প্রতিটি বিটকে পূরক করে বা উল্টিয়ে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তাকে ১ এর পরিপূরক বলা হয়। এই প্রক্রিয়ায় ধনাত্মক সংখ্যার উপস্থাপন প্রকৃত মান গঠনের মতই। অর্থাৎ ধনাত্মক চিহ্নযুক্ত সংখ্যার ক্ষেত্রে ধনাত্মক চিহ্নের জন্য চিহ্ন বিট 0 এবং বাকি ৭-বিট ব্যবহৃত হয়

ডেটা বিটের জন্য। ঋণাত্মক চিহ্নযুক্ত সংখ্যার মান নির্ণয়ের জন্য ধনাত্মক চিহ্নযুক্ত সংখ্যার মান নির্ণয় করতে হয়। তারপর চিহ্ন-বিট সহ সবগুলো বিটকে উল্টিয়ে(অর্থাৎ 0 থাকলে ১ এবং ১ থাকলে 0 হয়) ঋণাত্মক চিহ্নযুক্ত সংখ্যার মান নির্নয় করা হয়। এই প্রক্রিয়াতেও +০ এবং -০ এর ভিন্ন ভিন্ন মান পাওয়া যায় যা বাস্তবের সাথে অসামঞ্জস্যপূর্ণ।

১ এর পরিপূরক গঠন প্রক্রিয়ায় +5 এবং -5 কে ৮-বিট রেজিস্টারে উপস্থাপনঃ



২ এর পরিপূরক গঠন (2's Complement form):

কোন বাইনারি সংখ্যার ১ এর পরিপূরকের সাথে বাইনারি ১ যোগ করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তাকে ২ এর পরিপূরক বলা হয়।এই প্রক্রিয়াতেও ধনাত্মক সংখ্যার উপস্থাপন প্রকৃত মান গঠনের মতই। অর্থাৎ ধনাত্মক চিহ্নযুক্ত সংখ্যার ক্ষেত্রে ধনাত্মক চিহ্নের জন্য চিহ্ন বিট 0 এবং বাকি ৭-বিট ব্যবহৃত হয় ডেটা বিটের জন্য। ঋণাত্মক চিহ্নযুক্ত সংখ্যার মান নির্ণয়ের জন্য প্রথমে সংখ্যাটির ধনাত্মক সংখ্যার মান নির্ণয় করতে হয়। তারপর ধনাত্মক সংখ্যার মানের ১ এর পরিপূরক করতে হয়। শেষে ১ এর পরিপূরকে প্রাপ্ত মানের সাথে বাইনারি ১ যোগ করতে হয়। ২ এর পরিপূরক গঠনে +০ এবং -০ এর মান একই যা বাস্তবের সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ। এই প্রক্রিয়ার বিভিন্ন সুবিধার কারণে ডিজিটাল ডিভাইসে ব্যপকভাবে ব্যবহৃত হচ্ছে।

২ এর পরিপূরক গঠন প্রক্রিয়ায় +5 এবং -5 কে ৮-বিট রেজিস্টারে উপস্থাপনঃ

+5	0	0	0	0	0	1	0	1	
	Sign Bit	Data Bit							
-5	1	1	1	1	1	0	1	0	1's
	Sign Bit	Data Bit						+1	
-5	1	1	1	1	1	0	1	1	2's

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

২ এর পরিপূরক গঠনের গুরুত্বঃ

১। প্রকৃত মান গঠন ও ১ এর পরিপূরক গঠনে +০ এবং -০ এর ভিন্ন ভিন্ন মান পাওয়া যায় যা বাস্তবের সাথে অসামঞ্জস্যপূর্ণ। কিন্তু ২ এর পরিপূরক গঠনে +০ এবং -০ এর মান একই যা বাস্তবের সাথে সামঞ্জস্যপূর্ণ।

২। ২ এর পরিপূরক গঠনে সরল বর্তনী প্রয়োজন যা দামে সস্তা এবং দ্রুত গতিতে কাজ করে।

৩। ২ এর পরিপূরক গঠনে চিহ্ন যুক্ত সংখ্যা এবং চিহ্নবিহীন সংখ্যা যোগ করার জন্য একই বর্তনী ব্যবহার করা যায়।

৪। ২ এর পরিপূরক গঠনে যোগ ও বিয়োগের জন্য একই বর্তনী ব্যবহার করা যায়। তাই আধুনিক কম্পিউটারে ২ এর পরিপূরক গঠন ব্যবহৃত হয়।

২ এর পরিপূরক পদ্ধতিতে যোগঃ

১। প্রদত্ত চিহ্নযুক্ত সংখ্যা দুটির ২ এর পরিপূরক পদ্ধতিতে মান নির্ণয় করতে হবে।

২। অতঃপর প্রাপ্ত মানের বাইনারি যোগ করতে হবে।

৩। যোগফলে অতিরিক্ত ক্যারি বিট (অর্থাৎ ৮ বিট রেজিস্টারের ক্ষেত্রে যোগফল ৮ বিটের বেশি হলে সর্ব বামের বিটটিকে ক্যারি বিট বলা হয়) থাকলে তা বাদ দিতে হবে।

৪। এভাবে প্রাপ্ত সংখ্যাটিই হবে প্রদত্ত সংখ্যা দুটির যোগফল।

উদাহরন-১ঃ ৮-বিট রেজিস্টারের জন্য -২৫ এবং +১২ এর যোগফল নির্ণয়।

+১২ = ০০০০১১০০

+২৫ = ০০০১১০০১

- ২৫ = ১১১০০১১০ (১ এর পরিপূরক)

১

- ২৫ = ১১১০০১১১ (২ এর পরিপূরক)

এখন,

+১২ = ০০০০১১০০

- ২৫ = ১১১০০১১১

-১৩ = ১১১১০০১১

যেহেতু চিহ্নবিট ১ তাই যোগফল ঋণাত্মক। একে পূনরায় ২ এর পরিপূরক করলে প্রকৃত ফলাফল পাওয়া যাবে।

সুতরাং যোগফল = ১১১১০০১১

উদাহরন-২ঃ ৮-বিট রেজিস্টারের জন্য +২৫ এবং -১২ এর যোগফল নির্ণয়।

উদাহরন-৩ঃ ৮-বিট রেজিস্টারের জন্য -২৫ এবং -১২ এর যোগফল নির্ণয়।

উদাহরন-৪ঃ ৮-বিট রেজিস্টারের জন্য +২৫ এবং +১২ এর যোগফল নির্ণয়।

২ এর পরিপূরক পদ্ধতিতে বিয়োগঃ

১। প্রদত্ত চিহ্নযুক্ত সংখ্যা দুটির মধ্যে যে সংখ্যাটি বিয়োগ করতে হবে তার চিহ্ন পরিবর্তন করে তার ২ এর পরিপূরক পদ্ধতিতে মান নির্ণয় করতে হবে(অর্থাৎ +৫ থাকলে -৫ এর মান অথবা -৫ থাকলে +৫ এর মান নির্ণয় করতে হবে)।

২। অপর চিহ্নযুক্ত সংখ্যাটির ২ এর পরিপূরক পদ্ধতিতে মান নির্ণয় করতে হবে।

৩। অতঃপর প্রাপ্ত মানের বাইনারি যোগ করতে হবে (বিয়োগের ক্ষেত্রেও যোগ করতে হয়)।

৪। যোগফলে অতিরিক্ত ক্যারি বিট (অর্থাৎ ৮ বিট রেজিস্টারের ক্ষেত্রে যোগফল ৮ বিটের বেশি হলে সর্ব বামের বিটটিকে ক্যারি বিট বলা হয়) থাকলে তা বাদ দিতে হবে।

৫। এভাবে প্রাপ্ত সংখ্যাটিই হবে প্রদত্ত সংখ্যা দুটির বিয়োগফল।

উদাহরন-১ঃ ৮-বিট রেজিস্টারের জন্য -২৫ থেকে +১২ বিয়োগ কর।

= – ২৫ – ১২

= – ২৫+(-১২)

+২৫ = ০০০১১০০১

- ২৫ = ১১১০০১১০ (১ এর পরিপূরক)

                    ১

- ২৫ = ১১১০০১১১ (২ এর পরিপূরক)

+১২ = ০০০০১১০০

- ১২ = ১১১১০০১১ (১ এর পরিপূরক)

                    ১

- ১২ = ১১১১০১০০ (২ এর পরিপূরক)

এখন,

-১২ = ১১১১০১০০

- ২৫ = ১১১০০১১১

-৩৭ = $\boxed{১}$১১০১১০১১

অতিরিক্ত ক্যারি বিট বিবেচনা করা হয় না।

সুতরাং বিয়োগফল =১১০১১০১১

যেহেতু চিহ্নবিট ১ তাই বিয়োগফল ঋণাত্মক। একে পূনরায় ২ এর পরিপূরক করলে প্রকৃত ফলাফল পাওয়া যাবে।

উদাহরন-২ঃ ৮-বিট রেজিস্টারের জন্য +২৫ থেকে -১২ বিয়োগ কর।

উদাহরন-৩ঃ ৮-বিট রেজিস্টারের জন্য -২৫ থেকে -১২ বিয়োগ কর।

উদাহরন-৪ঃ ৮-বিট রেজিস্টারের জন্য +২৫ থেকে +১২ বিয়োগ কর।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-৭: কোড (BCD কোড, ইবিসিডিক (EBCDIC) কোড, অ্যাসকি (ASCII), ইউনিকোড)।

কোড: কম্পিউটার সিস্টেমে ব্যবহৃত প্রতিটি বর্ণ, অঙ্ক, সংখ্যা, প্রতীক বা বিশেষ চিহ্নকে আলাদাভাবে CPU(Central Processing Unit) কে বুঝানোর জন্য বাইনারি বিটের (০ বা ১) অদ্বিতীয় বিন্যাস ব্যবহৃত হয়। এই অদ্বিতীয় বিন্যাসকে বলা হয় কোড।

প্রয়োগের ক্ষেত্রের উপর ভিত্তি করে বিভিন্ন ধরনের কোডের উদ্ভব হয়েছে। যেমন-

- বিসিডি (BCD) কোড
- আলফানিউমেরিক কোড (Alphanumeric code)
    - অ্যাসকি (ASCII)
    - ইবিসিডিক (EBCDIC)
    - ইউনিকোড (Unicode)

BCD কোড: BCD এর পূর্ণ রূপ হলো Binary Coded Decimal। ডেসিমেল সংখ্যার প্রতিটি অঙ্ককে (০ থেকে ৯ পর্যন্ত) সমতুল্য চার-বিট বাইনারি দ্বারা প্রতিস্থাপন করার পর প্রাপ্ত কোডকে BCD কোড বলে। অন্যকথায় BCD কোড একটি ৪-বিট বাইনারি ভিত্তিক কোড। BCD কোড কোন সংখ্যা পদ্ধতি নয়। এটি সাধারণত ডেসিমেল সংখ্যার প্রতিটি অংককে বাইনারিতে এনকোড করার পদ্ধতি। তাই বলা যায় BCD কোড এবং বাইনারি সংখ্যা এক নয়। BCD কোড ক্যালকুলেটর, ডিজিটাল ঘড়ি ও ভোল্টমিটার প্রভৃতিতে ব্যবহৃত হয়।

নিম্নে কয়েক ধরণের BCD কোডের নাম দেওয়া হলো-

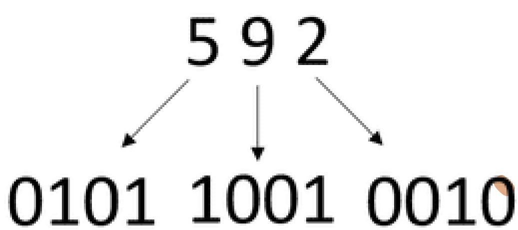
- BCD 8421 কোড (NBCD– Natural Binary Coded Decimal)
- BCD 7421 কোড
- BCD 5421 কোড
- BCD 2421 কোড
- Excess-3 কোড

0-৯ পর্যন্ত ডেসিমেল সংখ্যার বিভিন্ন BCD কোড নিচের টেবিলে দেখানো হল-

Table 1.6.3

Decimal	7421	5421	5211	2421	Excess 3
0	0000	0000	0000	0000	0011
1	0001	0001	0010	0001	0100
2	0010	0010	0011	0010	0101
3	0011	0011	0101	0011	0110
4	0100	0100	0111	0100	0111
5	0101	1000	1000	1011	1000
6	0110	1001	1010	1100	1001
7	1000	1010	1100	1101	1010
8	1001	1011	1101	1110	1011
9	1010	1100	1111	1111	1100

উদাহরণ-১: $(592)_{10}$ কে BCD কোডে রূপান্তর কর।



সুতরাং $(592)_{10} = (010110010010)_{BCD}$

উদাহরণ-2:$(807)_{10}$ কে BCD কোডে রূপান্তর কর।

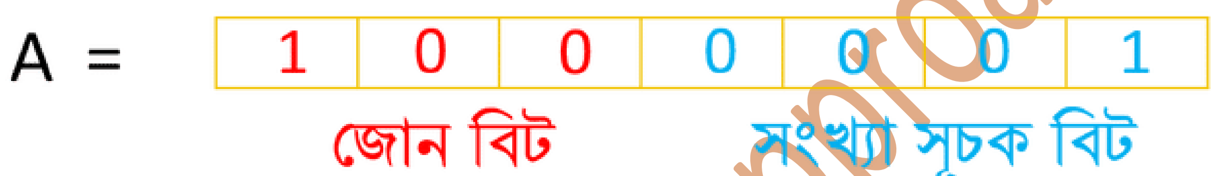
আলফানিউমেরিক কোড: কম্পিউটার সিস্টেমে সংখ্যাসূচক(০-৯) চিহ্নের পাশাপাশি বিভিন্ন বর্ণ (a-z,A-Z) ও বিভিন্ন গাণিতিক এবং বিশেষ চিহ্ন (+,$,*,#,% ইত্যাদি) ব্যবহৃত হয়। এসকল সংখ্যা, বর্ণ ও চিহ্নের জন্য যে কোড ব্যবহৃত হয় তাকে আলফানিউমেরিক কোড বলে।
বিভিন্ন আলফানিউমেরিক কোড-

- অ্যাসকি (ASCII)
- ইবিসিডিক (EBCDIC)
- ইউনিকোড (Unicode)

ASCII: ASCII এর পূর্ণ নাম American Standard Code For Information Interchange । ASCII আধুনিক কম্পিউটারে বহুল ব্যবহৃত কোড। এর প্রকাশক ANSI(American National Standard Institute)। ASCII দুই ধরনের হয়ে থাকে। যথা:

- ASCII-7
- ASCII-8

ASCII-7 এ ৭টি বিট থাকে, যার বাম দিকের তিনটি বিটকে জোন বিট এবং ডানদিকের চারটি বিটকে বলা হয় সংখ্যাসূচক বিট। ASCII-7 এ ৭ বিট দ্বারা মোট $২^{৭}$= ১২৮ টি অদ্বিতীয় চিহ্ন কম্পিউটারকে অদ্বিতীয়ভাবে বুঝানো যায়।



ASCII-7 এর সাথে বামে একটি প্যারিটি বিট যোগ করে ASCII-8 তৈরি করা হয়। ASCII-8 এর ৮ বিট দ্বারা মোট $২^{৮}$ = ২৫৬ টি অদ্বিতীয় চিহ্ন কম্পিউটারকে অদ্বিতীয়ভাবে বুঝানো যায়। বর্তমানে ASCII বলতে ASCII-8 কেই বুঝানো হয়।

বিভিন্ন ধরণের কীবোর্ড, মাউস, মনিটর, প্রিন্টার ইত্যাদি যন্ত্রের মধ্যে আলফানিউমেরিক ডেটা আদান-প্রদান করার জন্য ASCII ব্যপকভাবে ব্যবহৃত হয়।

[ASCII কোড দেখতে ক্লিক করুন]

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

ইবিসিডিআইসি কোড (EBCDIC): EBCDIC এর পূর্ণরূপ Extended Binary Coded Decimal Information Code । এটি BCD কোডের নতুন সংস্করণ। BCD কোড ৪-বিটের কোড যার মাধ্যমে $২^{৪}$ =১৬ টি বিভিন্ন সংখ্যা কোডভুক্ত করা যেত। পরবর্তিতে BCD কোডের সাথে বামে ০-৯ সংখ্যার জন্য ১১১১, A-Z বর্ণের জন্য ১১০০,১১০১ ও ১১১০ এবং বিশেষ চিহ্নের জন্য

০১০০,০১০১,০১১০ ও ০১১১ ৪-বিটের জোন বিট যোগ করে ৮-বিটের EBCDIC কোড প্রকাশ করা হয়। ফলে এ কোড দ্বারা $২^৮$ অর্থাৎ ২৫৬টি অঙ্ক, বর্ণ এবং বিশেষ চিহ্ন প্রকাশ করা যায়।

মনে করি ৫, কে EBCDIC কোডে প্রকাশ করতে হবে। তাহলে ৫ এর বিসিডি ৮৪২১ কোডে মান হবে ০১০১। সুতরাং, ৫ এর EBCDIC কোডে মান হবে ১১১১০১০১।

IBM মেইনফ্রেম বা এর সমকক্ষ ও মিনি কম্পিউটারে EBCDIC কোড ব্যবহার করা হয়।

Unicode: Unicode এর পূর্ণনাম হলো Universal Code বা সার্বজনীন কোড। ASCII এর সাহায্যে ২৫৬ টি চিহ্নকে কম্পিউটারে অদ্বিতীয়ভাবে বুঝানো যায়। ফলে ইংরেজি ভাষা ব্যতীত অন্য কোন ভাষা কম্পিউটারে ব্যবহার করা যেত না। বিশ্বের সকল ভাষাকে কম্পিউটারে কোডভুক্ত করার জন্য বড় বড় কোম্পানিগুলো একটি মান তৈরি করেছেন যাকে ইউনিকোড বলা হয়। Apple Computer Corporation এবং Xerox Corporation এর একদল প্রকৌশলী ইউনিকোড উদ্ভাবন করেন। ইউনিকোড মূলত ২ বাইট বা ১৬ বিটের কোড। এ কোডের মাধ্যমে $২^{১৬}$ বা ৬৫,৫৩৬ টি অদ্বিতীয় চিহ্ন কম্পিউটারকে অদ্বিতীয়ভাবে বুঝানো যায়।

ইউনিকোডের সুবিধাঃ

- ইউনিকোড ২ বাইট বা ১৬ বিটের কোড ফলে $২^{১৬}$ = ৬৫৫৩৬ টি চিহ্নকে কম্পিউটার সিস্টেমে অদ্বিতীয়ভাবে বুঝানো যায়।
- এই কোডের সাহায্যে বিশ্বের ছোট বড় সকল ভাষাকে কম্পিউটারে বুঝানো যায়।
- ইউনিকোডের প্রথম ২৫৬ টি কোড অ্যাসকি কোডের অনুরুপ। তাই বলা যায় ইউনিকোড অ্যাসকি কোডের সাথে কম্প্যাটিবল।

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-৮: বুলিয়ান অ্যালজেবরা, বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ ও বুলিয়ান উপপাদ্য।

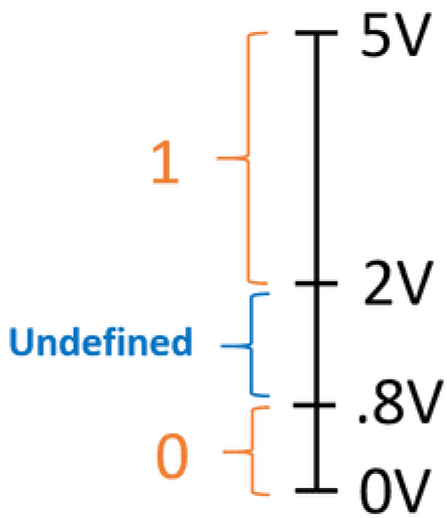
বুলিয়ান অ্যালজেবরাঃ

বুলিয়ান অ্যালজেবরার উদ্ভাবক হলেন প্রখ্যাত ইংরেজ গণিতবিদ জর্জ বুল। জর্জ বুল সর্বপ্রথম গণিত ও যুক্তির মধ্যে সম্পর্ক আবিষ্কার করেন এবং গণিত ও যুক্তির ওপর ভিত্তি করে এক ধরণের অ্যালজেবরা তৈরি করেন, যাকে বুলিয়ান অ্যালজেবরা বলা হয়।

বুলিয়ান অ্যালজেবরা মূলত লজিকের সত্য অথবা মিথ্যা এ দুটি স্তরের উপর ভিত্তি করে তৈরি করা হয়েছে। অপরদিকে সকল ডিজিটাল ডিভাইস বাইনারি পদ্ধতিতে কাজ করে। এই ডিজিটাল ডিভাইসে গাণিতিক ও যুক্তিমূলক কাজ করার জন্য বুলিয়ান অ্যালজেবরা ব্যবহৃত হয়।

বুলিয়ান অ্যালজেবরার সত্য ও মিথ্যাকে যথাক্রমে বাইনারি “১“ এবং “০” দ্বারা পরিবর্তন করে ডিজিটাল ডিভাইসের সকল গাণিতিক সমস্যা বুলিয়ান অ্যালজেবরার সাহায্যে সমাধান সম্ভব হয়।

ডিজিটাল ডিভাইসে কোনো সার্কিটে বিদ্যুতের উপস্থিতিকে ১ ধরা হয় এবং বিদ্যুতের অনুপস্থিতিকে ০ ধরা হয়। ডিজিটাল সিস্টেমে ভোল্টেজ লেভেল ০ থেকে .৮ ভোল্টকে লজিক ০ ধরা হয় এবং ভোল্টেজ লেভেল ২ থেকে ৫ ভোল্টকে লজিক ১ ধরা হয়। ডিজিটাল সিস্টেমে +০.৮ ভোল্ট থেকে +২ ভোল্ট লেভেল সংজ্ঞায়িত নয় বিধায় ব্যবহার করা হয় না।



বুলিয়ান অ্যালজেবরার বৈশিষ্ট্যঃ

- বুলিয়ান অ্যালজেবরায় মাত্র দুটি অঙ্ক ‘০’ এবং ‘১’ ব্যবহৃত হয়।
- বুলিয়ান চলকের দুটি মান থাকায় বুলিয়ান অ্যালজেবরা দশমিক অ্যালজেবরার তুলনায় অনেক সহজ পদ্ধতি।
- বুলিয়ান অ্যালজেবরায় কোনো ধরনের ভগ্নাংশ, লগারিদম, বর্গ, ঋণাত্মক সংখ্যা, কাল্পনিক সংখ্যা ইত্যাদি ব্যবহার করা যায় না।
- বুলিয়ান অ্যালজেবরায় শুধু মাত্র যৌক্তিক যোগ, গুণ ও পূরকের মাধ্যমে সমস্ত গাণিতিক কাজ করা হয়।
- বুলিয়ান অ্যালজেবরায় কোনো ধরনের জ্যামিতিক বা ত্রিকোণমিতিক সূত্র ব্যবহার করা যায় না।

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় নিম্নোক্ত উপাদানগুলো রয়েছে-

প্রতীক বা মৌলিক চিহ্নঃ দুটি – TRUE/ON/1 এবং FALSE/OFF/0

অপারেটরঃ তিনটি- AND (.), OR (+), NOT(¯)

মৌলিক অপারেশনঃ

অ্যান্ড অপারেশন (AND Operation) বা যৌক্তিক গুণ (Logical Multiplication)

অর অপারেশন (OR Operation) বা যৌক্তিক যোগ (Logical Addition)

নট অপারেশন (NOT Operation) বা যৌক্তিক পূরক (Logical Inversion)

উপপাদ্য/ সূত্র/নিয়মাবলীঃ বুলিয়ান উপাপাদ্য, ডি–মরগ্যান উপাপাদ্য, দ্বৈতনীতি ইত্যাদি

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

বুলিয়ান চলকঃ বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যে রাশির মান পরিবর্তনশীল তাকে বুলিয়ান চলক বলে। যেমন– C = A + B, এখানে A ও B হচ্ছে বুলিয়ান চলক।

বুলিয়ান ধ্রুবকঃ বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যে রাশির মান অপরিবর্তনশীল থাকে তাকে বুলিয়ান ধ্রুবক বলে।

যেমন– Y = A+ 0 + 1, এখানে 0 এবং 1 হচ্ছে বুলিয়ান ধ্রুবক।

ধ্রুবকের মান সব সময় অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু চলকের মান পরিবর্তিত হয়। বিভিন্ন ইলেকট্রনিক বর্তনীর ইনপুট ও আউটপুটের লজিক অবস্থা নির্দিষ্ট করার জন্য বুলিয়ান চলক ও ধ্রুবক ব্যবহার করা হয়।

বুলিয়ান পূরক: বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যেকোনো চলকের মান ০ অথবা ১ হয়। এই ০ এবং ১ কে একটি অপরটির বুলিয়ান পূরক বলা হয়। বুলিয়ান পূরকে '–' চিহ্নের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। গণিতের ভাষায় লেখা হয় A এর পূরক A'।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধঃ

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় সমস্ত গাণিতিক কাজ শুধুমাত্র যৌক্তিক যোগ, গুণ ও পূরকের সাহায্যে করা হয়। বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যৌক্তিক যোগ, গুণ ও পূরকের নিয়মগুলোকে বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ বলে। বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ গুলো–

- যোগের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ (Boolean Postulates of OR)
- গুণের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ (Boolean Postulates of AND)
- পূরকের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ (Boolean Postulates of NOT)

যোগের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধঃ যৌক্তিক যোগের সময় বুলিয়ান অ্যালজেবরা যেসব নিয়ম মেনে চলে তাকে যোগের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ বলে। যৌক্তিক যোগের সময় বুলিয়ান চলকগুলোর মানের মধ্যে

OR(+) অপারেটর ব্যবহার করা হয় তা প্রচলিত যোগের চিহ্ন নয়। বুলিয়ান অ্যালজেবরায় এ যোগ চিহ্নকে যৌক্তিক যোগ হিসেবে ব্যবহার করা হয়। যৌক্তিক যোগের চারটি নিয়ম প্রচলিত। যথা–

0 + 0 = 0

0 + 1 = 1

1 + 0 = 1

1 + 1 = 1

উপরের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ থেকে বলা যায় যে, বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যৌক্তিক যোগের ক্ষেত্রে যেকোনো একটির মান ১ হলে যৌক্তিক যোগফল ১ হবে, অন্যথায় ০ হবে।

গুণের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ: যৌক্তিক গুণের সময় বুলিয়ান অ্যালজেবরা যেসব নিয়ম মেনে চলে তাকে গুণের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ বলে। যৌক্তিক গুণের সময় বুলিয়ান চলকগুলোর মানের মধ্যে AND(.) অপারেট ব্যবহার করা হয়। যৌক্তিক গুণের চারটি নিয়ম প্রচলিত। যথা:

0 . 0 = 0

0 . 1 = 0

1 . 0 = 0

1 . 1 = 1

উপরের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ থেকে বলা যায় যে, বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যৌক্তিক গুণের ক্ষেত্রে যেকোনো একটির মান ০ হলে যৌক্তিক গুণফল ০ হবে, অন্যথায় ১ হবে।

পূরকের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ: যৌক্তিক পূরকের সময় বুলিয়ান অ্যালজেবরা যেসব নিয়ম মেনে চলে তাকে পূরকের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ বলে। যৌক্তিক পূরকের সময় বুলিয়ান চলকগুলোর উপর পূরক চিহ্ন (¯) ব্যবহার করা হয়। বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যৌক্তিক পূরকের ক্ষেত্রে ০ থাকলে ১ হয়, এবং ১ থাকলে ০ হয়।

1´ = 0

0´ = 1

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

বুলিয়ান দ্বৈতনীতি: বুলিয়ান অ্যালজেবরায় ব্যবহৃত সকল উপপাদ্য বা সমীকরণ যে দুটি নিয়ম মেনে একটি বৈধ্য সমীকরণ থেকে অপর একটি বৈধ্য সমীকরণ নির্ণয় করা যায় তাকে বুলিয়ান

দ্বৈতনীতি বলে। অর্থাৎ বুলিয়ান অ্যালজেবরায় অর (OR) এবং অ্যান্ড (AND) এর সাথে সম্পর্কযুক্ত সকল উপপাদ্য বা সমীকরণ দ্বৈতনীতি মেনে চলে। এ নিয়ম দু টি হলো –

১। ০ এবং ১ পরস্পর বিনিময় করে অর্থাৎ ০ এর পরিবর্তে ১ এবং ১ এর পরিবর্তে ০ ব্যবহার করে।

২। অর (+) এবং অ্যান্ড (.) পরস্পর বিনিময় করে অর্থাৎ অর (+) এর পরিবর্তে অ্যান্ড (.) এবং অ্যান্ড (.) এর পরিবর্তে অর (+) ব্যবহার করে।

উদাহরণ: ১ + ১ = ১ সমীকরণে ১ এর পরিবর্তে ০ এবং (+) এর পরিবর্তে (.) বসিয়ে পাই ০.০ = ০ এটাও একটি বৈধ্য সমীকরণ। আবার ০.১ = ০ সমীকরণে ০ এর পরিবর্তে ১ ও ১ এর পরিবর্তে ০ এবং (.) এর পরিবর্তে (+) বসিয়ে পাই ১ + ০ =১ এটাও একটি বৈধ্য সমীকরণ।

বুলিয়ান উপপাদ্যঃ

১৯৪০ সালে E.V Huntington বুলিয়ান অ্যালজেবরার জন্য কিছু উপপাদ্য তৈরি করেন, যার সাহায্যে বুলিয়ান অ্যালজেবরার জটিল সমীকরণকে সরলীকরণ করা যায়। এই উপপাদ্যগুলোকে হানটিংটন উপপাদ্য বলা হয়।

মৌলিক উপপাদ্য(Basic Theorem):

যোগের ক্ষেত্রে	গুণের ক্ষেত্রে	পূরকের ক্ষেত্রে
$A+0 = A$	$A.0 = 0$	$\bar{\bar{A}} = A$
$A+1 = 1$	$A.1 = A$	
$A+A = A$	$A.A = A$	
$A+\bar{A} = 1$	$A.\bar{A} = 0$	

বিনিময় উপপাদ্য (Cumulative Theorem)

A+B = B+A　　　　A.B = B.A

অনুষঙ্গ উপপাদ্য (Associative Theorem)

A+(B+C) = (A+B)+C　　　　A.(B.C)=(A.B).C

বিভাজন উপপাদ্য (Distributed Theorem)

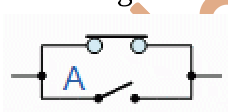
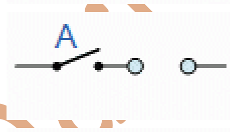
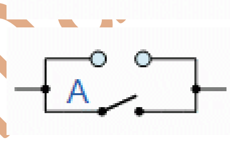
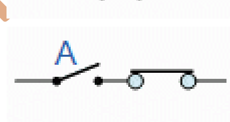
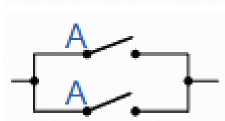
A.(B+C)= AB+AC　　　　A+BC=(A+B).(A+C)

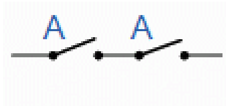
সহায়ক উপপাদ্য (Secondary Theorem)

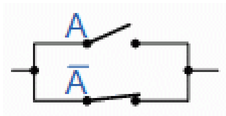
A(A+B) = A　　　　A+AB = A

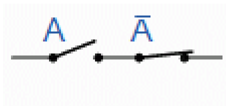
$\bar{A}$+AB = $\bar{A}$+B　　　　A+$\bar{A}$B = A+B

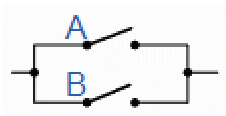
বুলিয়ান উপপাদ্যসমূহের সুইচিং সার্কিটঃ

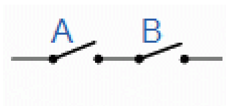
Boolean Theorem	Equivalent Switching Circuit
A + 1 = 1	
A . 0 = 0	
A + 0 = A	
A . 1 = A	
A + A = A	

A . A = A 

A + A = 1 

A . A = 0 

A+B = B+A 

A.B = B.A 

বুলিয়ান যোগের ক্ষেত্রে মৌলিক উপপাদ্যসমূহের প্রমানঃ

iii) $A + A = A$

যদি $A = 0$ হয় , তবে বামপক্ষ = $A + A = 0 + 0 = 0$, ডানপক্ষ = $A = 0$

যদি $A = 1$ হয় , তবে বামপক্ষ = $A + A = 1 + 1 = 1$, ডানপক্ষ = $A = 1$

বুলিয়ান চলক A এর যেকোন মানের জন্য $A + A = A$ (প্রমানিত)

iv) $A + \bar{A} = 1$

যদি $A = 0$ হয় , তবে বামপক্ষ = $A + \bar{A} = 0 + 1 = 1$, ডানপক্ষ = 1

যদি $A = 1$ হয় , তবে বামপক্ষ = $A + \bar{A} = 1 + 0 = 1$, ডানপক্ষ = 1

বুলিয়ান চলক A এর যেকোন মানের জন্য $A + \bar{A} = 1$ (প্রমানিত)

বুলিয়ান গুণের ক্ষেত্রে মৌলিক উপপাদ্যসমূহের প্রমানঃ

i) $A . 0 = 0$

যদি A = 0 হয় , তবে বামপক্ষ = A . 0 = 0 . 0 = 0, ডানপক্ষ = 0

যদি A = 1 হয় , তবে বামপক্ষ = A . 0 = 0 . 0 = 0, ডানপক্ষ = 0

বুলিয়ান চলক A এর যেকোন মানের জন্য A . 0 = 0 (প্রমানিত)

ii) $A . 1 = A$

যদি A = 0 হয় , তবে বামপক্ষ = A . 1 = 0 . 1 = 0, ডানপক্ষ = A = 0

যদি A = 1 হয় , তবে বামপক্ষ = A . 1 = 1 . 1 = 1, ডানপক্ষ = A = 1

বুলিয়ান চলক A এর যেকোন মানের জন্য A . 1 = A (প্রমানিত)

iii) $A . A = A$

যদি A = 0 হয় , তবে বামপক্ষ = A . A = 0 . 0 = 0, ডানপক্ষ = A = 0

যদি A = 1 হয় , তবে বামপক্ষ = A . A = 1 . 1 = 1, ডানপক্ষ = A = 1

বুলিয়ান চলক A এর যেকোন মানের জন্য A . A = A (প্রমানিত)

iv) $A . \bar{A} = 0$

যদি A = 0 হয় , তবে বামপক্ষ = $A . \bar{A}$ = 0 . 1 = 0, ডানপক্ষ = 0

যদি A = 1 হয় , তবে বামপক্ষ = $A . \bar{A}$ = 1 . 0 = 0, ডানপক্ষ = 0

বুলিয়ান চলক A এর যেকোন মানের জন্য $A . \bar{A} = 0$ (প্রমানিত)

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ–৯: ডি–মরগ্যানের উপপাদ্য ও সত্যক সারণি।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

ডি–মরগ্যানের উপপাদ্যঃ

ফরাসি গণিতবিদ ডি–মরগ্যান, বুলিয়ান ফাংশন সরলীকরণ করার জন্য দুটি সূত্র আবিষ্কার করেন।

প্রথম উপপাদ্যঃ যেকোন সংখ্যক চলকের যৌক্তিক যোগের পূরক বা কমপ্লিমেন্ট , প্রত্যেক চলকের পূরক বা কমপ্লিমেন্টের যৌক্তিক গুণের সমান। n সংখ্যক চলকের জন্য প্রথম উপপাদ্য–

$$\overline{A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_n} = \overline{A_1}.\overline{A_2}.\overline{A_3}.\ldots.\overline{A_n}$$

দ্বিতীয় উপপাদ্যঃ যেকোন সংখ্যক চলকের যৌক্তিক গুণের পূরক বা কমপ্লিমেন্ট, প্রত্যেক চলকের পূরক বা কমপ্লিমেন্টের যৌক্তিক যোগের সমান। n সংখ্যক চলকের জন্য দ্বিতীয় উপপাদ্য –

$$\overline{A_1.A_2.A_3.\ldots.A_n} = \overline{A_1} + \overline{A_2} + \overline{A_3} + \cdots + \overline{A_n}$$

A ও B দুটি চলকের জন্য ডি–মরগ্যানের উপপাদ্য দুটি নিম্নরূপ–

প্রথম উপপাদ্যঃ $\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$

দ্বিতীয় উপপাদ্যঃ $\overline{A.B} = \overline{A}+\overline{B}$

A ,B ও C তিনটি চলকের জন্য ডি–মরগ্যানের উপপাদ্য দুটি নিম্নরূপ–

প্রথম উপপাদ্যঃ $\overline{A+B+C} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$

দ্বিতীয় উপপাদ্যঃ $\overline{A.B.C} = \overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

সত্যক সারণি:

যে সারণির মাধ্যমে বুলিয়ান সমীকরণে চলকসমূহের বিভিন্ন মানবিন্যাসের জন্য বিভিন্ন আউটপুট প্রদর্শন করা হয়, তাকে সত্যক সারণি বলে। সত্যক সারণির সাহায্যে বুলিয়ান সমীকরণের সত্যতা যাচাই করা হয়।

যদি বুলিয়ান সমীকরণে n সংখ্যক চলক থাকে, তবে সত্যক সারণিতে ইনপুট কম্বিনেশন হবে 2^n সংখ্যক এবং আউটপুটও হবে 2^n সংখ্যক।

উদাহরনঃ একটি অর (OR) লজিক গেইটের ইনপুট চলক A ও B এর সাপেক্ষে আউটপুট ফাংশন F= A+B এর সত্যক সারণি দেখানো হল। যেহেতু চলক দুইটি (A ও B) তাই ইনপুট সেট ২^{২}=৪ টি হবে।

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

চিত্রঃ F= A+B এর সত্যক সারণি

সত্যক সারণি থেকে আউটপুটের বুলিয়ান এক্সপ্রেশন বা সমীকরণ লেখার উপায়ঃ

সত্যক সারণির বুলিয়ান ফাংশন দুই ভাবে নির্ণয় করা যায়। যথা-

- মিনটার্মের সাহায্যে
- ম্যাক্সটার্মের সাহায্যে

মিনটার্মের সাহায্যে সারণির বুলিয়ান ফাংশন নির্ণয়ঃ

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

সত্যক সারণিতে ব্যবহৃত ইনপুট বিন্যাসসমূহের গুণফলকে বলা হয় মিনটার্ম। প্রতিটি মিনটার্মের মান ১ হয়। সত্যক সারণির যেসব মিনটার্মের আউটপুট মান ১, সেই মিনটার্মসমূহ যোগ করে বুলিয়ান ফাংশন নির্ণয় করা হয়। এ পদ্ধতিকে SOP(Sum of Products) বলা হয়।

$\overline{A}B$ & $A\overline{B}$ মিনটার্ম সমূহের আউটপুট ১

So $F = \overline{A}B + A\overline{B}$

Input		Output	
A	B	F	
0	0	0	
0	1	1	$\overline{A}B$
1	0	1	$A\overline{B}$
1	1	0	

ম্যাক্সটার্মের সাহায্যে সারণির আউটপুট ফাংশন নির্ণয়ঃ

সত্যক সারণিতে ব্যবহৃত ইনপুট বিন্যাসসমূহের যোগফলকে বলা হয় ম্যাক্সটার্ম। প্রতিটি ম্যাক্সটার্মের মান ০ হয়। সত্যক সারণির যেসব ম্যাক্সটার্মের আউটপুট মান ০, সেই ম্যাক্সটার্মসমূহ গুণ করে আউটপুট ফাংশন বা সমীকরণ নির্ণয় করা হয়। এ পদ্ধতিকে POS (Product of Sums) বলা হয়।

$(A + B)$ & $(\overline{A} + \overline{B})$ ম্যাক্সটার্ম সমূহের আউটপুট ০

$$\begin{aligned} F &= (A + B) . (\overline{A} + \overline{B}) \\ &= A\overline{A} + A\overline{B} + \overline{A}B + B\overline{B} \\ &= 0 + A\overline{B} + \overline{A}B + 0 \\ &= A\overline{B} + \overline{A}B \end{aligned}$$

Input		Output	
A	B	F	
0	0	0	$(A + B)$
0	1	1	
1	0	1	
1	1	0	$(\overline{A} + \overline{B})$

অর্থাৎ উভয় প্রক্রিয়ায় একই বুলিয়ান ফাংশন পাওয়ার যায়।

সত্যক সারণির সাহায্যে বুলিয়ান সমীকরন বা উপপাদ্যের প্রমানঃ

সত্যক সারণির সাহায্যে বুলিয়ান সমীকরণ প্রমাণের জন্য নিম্নোক্ত ধাপসমূহ অনুসরণ করা হয়–

১। বুলিয়ান সমীকরণটিতে ব্যবহৃত মোট চলক সংখ্যা নির্ণয় করতে হয়। n সংখ্যক চলকের জন্য সত্যক সারণিতে ২^n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন ইনপুট সেট হয়।

২। সত্যক সারণির মূল কাঠামো তৈরির জন্য সমীকরণে যতোগুলো চলক আছে ততোগুলো কলাম এবং ২^n সংখ্যক ভিন্ন ভিন্ন ইনপুট সেট দেওয়ার জন্য ২^n সংখ্যক সারি বা রো তৈরি করতে হয়।

৩। সমীকরণের বামপক্ষ ও ডানপক্ষ সমান প্রমাণের জন্য বামপক্ষ ও ডানপক্ষের সকল প্রোডাক্ট টার্ম নির্ণয় করতে হয়।প্রোডাক্ট টার্ম নির্ণয় করার জন্য প্রয়োজনীয় সাব-প্রোডাক্ট টার্ম নির্ণয় করতে হয়। এক্ষেত্রে বিভিন্ন সাব-প্রোডাক্ট টার্ম বা প্রোডাক্ট টার্ম নির্ণয়ের জন্য অতিরিক্ত কলাম তৈরি করতে হয়।

A ও B দুইটি চলকের জন্য ডি-মরগ্যানের উপপাদ্যদুটি সত্যক সারণির সাহায্যে প্রমাণঃ

প্রথম উপপাদ্যঃ $\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$

দ্বিতীয় উপপাদ্যঃ $\overline{A.B} = \overline{A}+\overline{B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	A+B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}.\overline{B}$	A.B	$\overline{A.B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0

A , B ও C তিনটি চলকের জন্য ডি-মরগ্যানের উপপাদ্যের প্রমাণ

প্রথম উপপাদ্যঃ $\overline{A+B+C} = \overline{A}.\overline{B}.\overline{C}$

দ্বিতীয় উপপাদ্যঃ $\overline{A.B.C} = \overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{C}$	A+B+C	$\overline{A+B+C}$	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	ABC	$\overline{ABC}$	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$
0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-১০: বুলিয়ান ফাংশন সরলীকরণ।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

বুলিয়ান ফাংশন লজিক গেইটের মাধ্যমে বাস্তবায়ন করা হয়। এক্ষেত্রে ফাংশনে লজিক অপারেটরের সংখ্যা কম থাকলে বাস্তবায়নের ক্ষেত্রে লজিক গেইটের সংখ্যা কম লাগে। ফলে বাস্তবায়ন সহজ হয় এবং অর্থ সাশ্রয় হয়। তাই বিভিন্ন বুলিয়ান উপপাদ্যের সাহায্যে বুলিয়ান ফাংশন সরলীকরণ করা হয়।

বুলিয়ান উপপাদ্যের সাহায্যে বুলিয়ান রাশিমালা সরলীকরণের ক্ষেত্রে নিমোক্ত নিয়ম বা ক্রম মানা হয়ঃ

- প্রথমত, সমীকরণের বামদিক থেকে ডানদিকে সরলীকরণ শুরু করতে হবে।
- দ্বিতীয়ত, বন্ধনীর “( )” ভিতরের কাজগুলো করতে হবে।
- তৃতীয়ত, বুলিয়ান অ্যালজেবরার মৌলিক অপারেশনগুলো NOT, AND, OR এর কাজ পর্যায়ক্রমে সম্পন্ন করতে হবে।
- সরলীকরণের একটি নির্দিস্ট ধাপে যদি কোন উপপাদ্য প্রয়োগ না করা যায় তবে বুঝতে হবে সমীকরণটি আর সরল করা যাবে না।

Simplify: $AB+\overline{A}B+A\overline{B}$

Solution, $F= AB+\overline{A}B+A\overline{B}$

$$
\begin{aligned}
&= B(A+\overline{A})+A\overline{B} && \\
&= B.1+A\overline{B} && A+\overline{A}=1 \\
&= B+A\overline{B} && A.1=A \\
&= (B+A)(B+\overline{B}) && A+BC=(A+B)\ (A+C) \\
&= (B+A).1 && A+\overline{A}=1 \\
&= B+A && A.1=A \\
&= A+B && A+B=B+A
\end{aligned}
$$

Simplify: $A(A+\overline{B}C)+A(\overline{B}+C)$

Solution, $F = A(A+\overline{B}C)+A(\overline{B}+C)$

$= A.A+A\overline{B}C+A\overline{B}+AC$

$= A+A\overline{B}C+A\overline{B}+AC$ $\quad A.A=A$

$= A+A\overline{B}(C+1)+AC$

$= A+A\overline{B}.1+AC$ $\quad A+1=1$

$= A+A\overline{B}+AC$ $\quad A.1=A$

$= A(1+\overline{B})+AC$

$= A.1+AC$ $\quad A+1=1$

$= A+AC$ $\quad A.1=A$

$= A(1+C)$

$= A.1$ $\quad A+1=1$

$= A$ $\quad A.1=A$

Simplify: $ABC+A\overline{B}C+AB\overline{C}$

Solution, $F= ABC+A\overline{B}C+AB\overline{C}$

$= AC(B+\overline{B})+AB\overline{C}$

$= AC.1+AB\overline{C}$

$= AC+AB\overline{C}$

$= A(C+B\overline{C})$

$= A(C+B)$

$A+\overline{A}=1$

$A.1=A$

$A+\overline{A}B=A+B$

Simplify: $A\overline{B}+\overline{(\overline{A}+\overline{B}+C.\overline{C})}$

Solution, $F= A\overline{B}+\overline{(\overline{A}+\overline{B}+C.\overline{C})}$

$= A\overline{B}+\overline{(\overline{A}+\overline{B}+0)}$

$= A\overline{B}+\overline{(\overline{A}+\overline{B})}$

$= A\overline{B}+(\overline{\overline{A}}.\overline{\overline{B}})$

$= A\overline{B}+A.B$

$= A(\overline{B}+B)$

$= A.1$

$= A$

$A.\overline{A}=0$

$A+0=A$

$\overline{A+B}=\overline{A}.\overline{B}$

$\overline{\overline{A}}=A$

$A+\overline{A}=1$

$A.1=A$

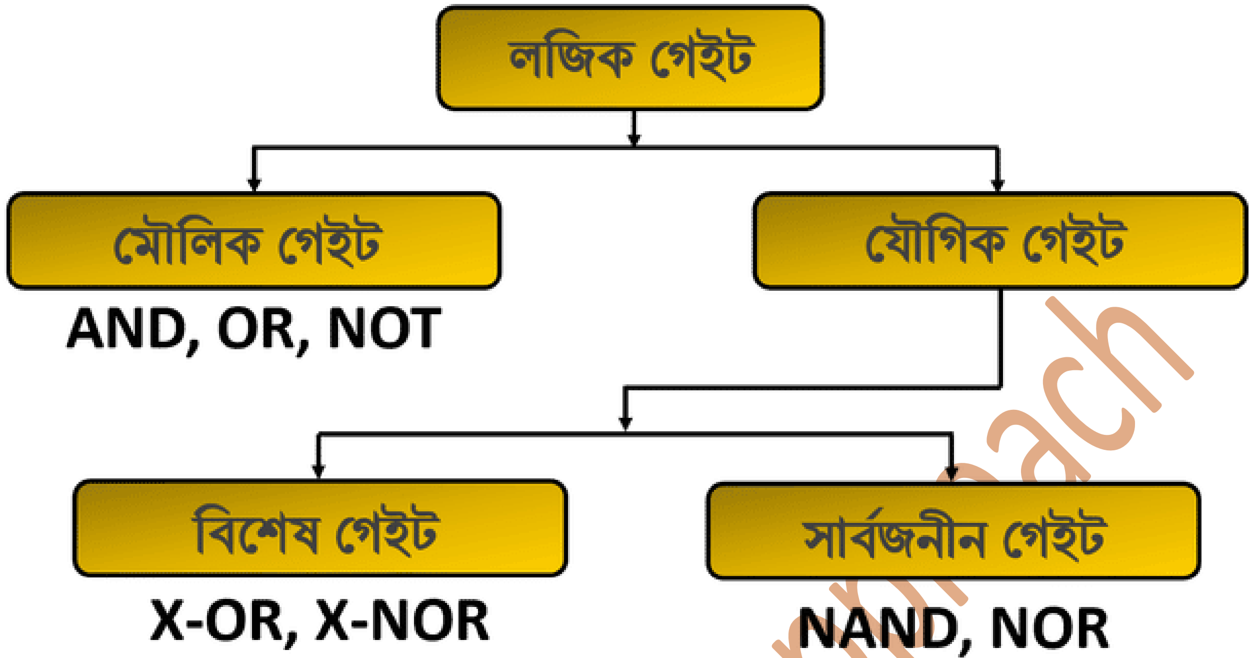
Prove:

- (A+B)($\bar{A}$+P)($\bar{B}$+P)=P(A+B)
- (A+$\bar{A}$B)(A+B)=A+B
- $\overline{A+\bar{B}+C\bar{D}} = \bar{A}B(\bar{C}+D)$
- (X+Y)($\bar{X}+Z$)(Y+Z)=XZ+$\bar{X}y$+YZ

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ–১১: লজিক গেইট, মৌলিক লজিক গেইট (AND, OR, NOT)।

লজিক গেইট: লজিক গেইট হলো এক ধরনের ইলেকট্রনিক সার্কিট যা এক বা একাধিক ইনপুট গ্রহণ করে এবং একটি মাত্র আউটপুট প্রদান করে। লজিক গেইট বুলিয়ান অ্যালজেবরায় মৌলিক কাজগুলো বাস্তবায়নের জন্য ব্যবহার করা হয় । IC এর মুলে রয়েছে লজিক গেইট এবং লজিক গেইট হচ্ছে বুলিয়ান অ্যালজেবরার ব্যবহারিক প্রয়োগ।

লজিক গেইটের প্রকারভেদঃ



মৌলিক লজিক গেইটঃ যেসকল গেইট দ্বারা বুলিয়ান অ্যালজেবরার মৌলিক অপারেশনগুলো বাস্তবায়ন করা যায় তাদেরকে মৌলিক লজিক গেইট বলা হয়। মৌলিক লজিক গেইটের সাহায্যে সকল যৌগিক গেইট ও যেকোন সার্কিট তৈরি করা যায়। ডিজিটাল ইলেক্ট্রনিক্সে মৌলিক লজিক গেইট তিনটি। যথা–

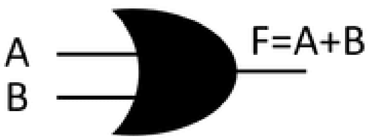
- অর গেইট (OR Gate)
- অ্যান্ড গেইট (AND Gate)
- নট গেইট (NOT Gate)

অর গেইট (OR Gate):

OR গেইট হচ্ছে যৌক্তিক যোগের গেইট। অর্থাৎ বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যৌক্তিক যোগের কাজ সম্পাদনের জন্য যে গেইট ব্যবহার করা হয়, তাকে OR গেইট বলা হয়। OR গেইটে দুই বা ততোধিক ইনপুট লাইন থাকে এবং একটিমাত্র আউটপুট লাইন থাকে। যেহেতু OR গেইট যৌক্তিক যোগের গেইট তাই এটি যৌক্তিক যোগের নিয়ম মেনে চলে। অর্থাৎ এই গেইটের ক্ষেত্রে যেকোনো একটি ইনপুটের মান ১ হলে আউটপুট ১ হয়, অন্যথায় ০ হয়।

OR গেইটের সুইচিং সার্কিটের সুইচগুলো সমান্তরালে সমবায়ে যুক্ত থাকে। ফলে যেকোন একটি সুইচ অন (1) থাকলে বাল্বটি জ্বলে।

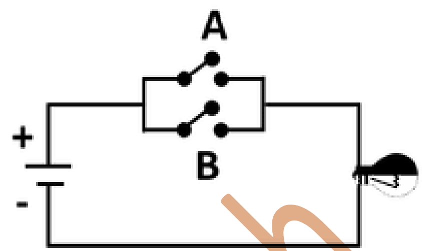
দুই ইনপুট (A & B) বিশিষ্ট OR গেইটঃ



Logic Symbol of OR Gate

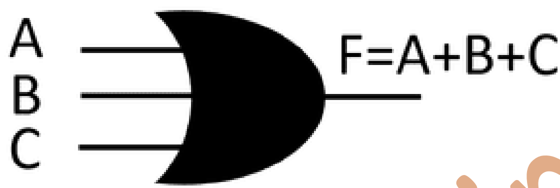
Input		Output
A	B	F=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Truth Table of OR Gate

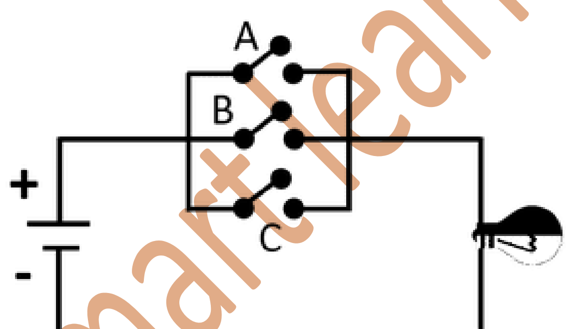


Switching Circuit of OR Gate

তিন ইনপুট (A, B & C) বিশিষ্ট OR গেইটঃ



Logic Symbol of OR Gate



Switching Circuit of OR Gate

Input			Output
A	B	C	F=A+B+C
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Truth Table of OR Gate

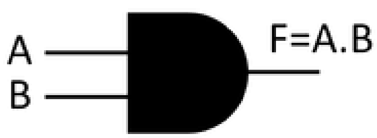
অ্যান্ড গেইট (AND Gate):

AND গেইট হচ্ছে যৌক্তিক গুণের গেইট। অর্থাৎ বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যৌক্তিক গুণের কাজ সম্পাদনের জন্য যে গেইট ব্যবহার করা হয়, তাকে AND গেইট বলা হয়। AND গেইটের ক্ষেত্রে দুই

বা ততোধিক ইনপুট লাইন থাকে এবং একটি মাত্র আউটপুট লাইন থাকে। যেহেতু AND গেইট যৌক্তিক গুণের গেইট তাই এটি যৌক্তিক গুণের নিয়ম মেনে চলে। অর্থাৎ এই গেইটের ক্ষেত্রে যেকোনো একটি ইনপুটের মান ০ হলে আউটপুট ০ হয়, অন্যথায় ১ হয়।

AND গেইটের সুইচিং সার্কিটের সুইচগুলো শ্রেণি সমবায়ে যুক্ত থাকে। ফলে যেকোন একটি অফ(0) থাকলে বাল্বটি জ্বলে না।

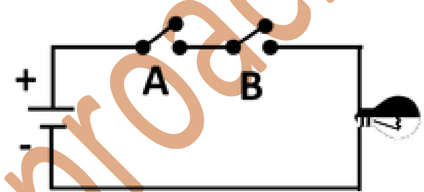
দুই ইনপুট(A & B) বিশিষ্ট AND গেইটঃ



Logic Symbol of AND Gate

Input		Output
A	B	F=A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

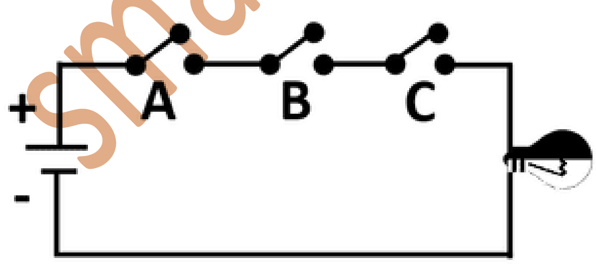
Truth Table of AND Gate



Switching Circuit of AND Gate

তিন ইনপুট(A, B & C) বিশিষ্ট AND গেইটঃ

Logic Symbol of AND Gate



Switching Circuit of AND Gate

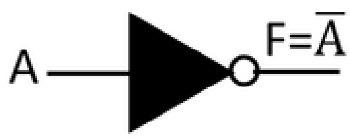
Input			Output
A	B	C	F=A.B.C
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Truth Table of AND Gate

নট গেইট (NOT Gate):

NOT গেইট হচ্ছে যৌক্তিক পূরকের গেইট। একে ইনভার্টার ও বলা হয়। অর্থাৎ বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যৌক্তিক পূরকের কাজ সম্পাদনের জন্য যে গেইট ব্যবহার করা হয়, তাকে NOT গেইট বলা হয়। এই গেইটে একটি মাত্র ইনপুট লাইন এবং একটি মাত্র আউটপুট লাইন থাকে। যেহেতু NOT গেইট যৌক্তিক পূরকের গেইট তাই এটি যৌক্তিক পূরকের নিয়ম মেনে চলে। এই গেইটের ক্ষেত্রে আউটপুট হয় ইনপুটের বিপরীত। অর্থাৎ ইনপুট সংকেত ১ হলে আউটপুট সংকেত ০ হয় অথবা ইনপুট সংকেত ০ হলে আউটপুট সংকেত ১ হয়।

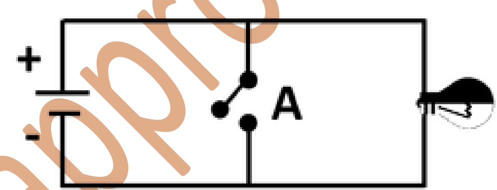
NOT গেইটের সুইচিং সার্কিটে একটিমাত্র সুইচ থাকে যা বাল্ব এর সাথে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত থাকে। ফলে সুইচটি অফ (0) থাকলে বাল্বটি জ্বলে কিন্তু সুইচটি অন (1) থাকলে বাল্বটি জ্বলে না।



Logic Symbol of NOT Gate

Input	Output
A	$F=\overline{A}$
0	1
1	0

Truth Table of NOT Gate



Switching Circuit of NOT Gate

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-১২: সার্বজনীন গেইট(NOR, NAND) ও বিশেষ গেইট(XOR, XNOR)।

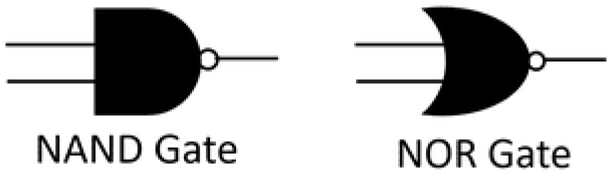
যৌগিক গেইট:

দুই বা ততোধিক মৌলিক গেইটের সাহায্যে যে গেইট তৈরি করা হয় তাকে যৌগিক গেইট বলে। যেমন- AND Gate +NOT Gate = NAND Gate, OR Gate + NOT Gate = NOR Gate। যৌগিক গেইটকে দুই ভাগে ভাগ করা যায়। যেমন-

- সার্বজনীন গেইট (NOR ও NAND)
- বিশেষ গেইট (X-OR ও X-NOR)

সার্বজনীন গেইট:

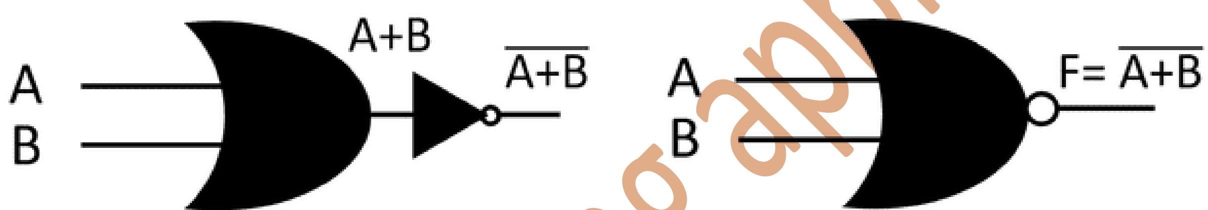
যে গেইট এর সাহায্যে মৌলিক গেইটসহ (AND,OR,NOT) যেকোন গেইট এবং যেকোন সার্কিট বাস্তবায়ন করা যায় তাকে সার্বজনীন গেইট বলে। NAND ও NOR গেইটকে কে সার্বজনীন গেইট বলা হয়। কারণ শুধুমাত্র NAND গেইট বা শুধুমাত্র NOR গেইট দিয়ে মৌলিক গেইটসহ যেকোনো লজিক গেইট বা সার্কিট বাস্তবায়ন করা যায়। সার্বজনীন গেইট তৈরিতে খরচ কম বিধায় ডিজিটাল সার্কিটে এই গেইট বেশি ব্যবহৃত হয়।



চিত্রঃ সার্বজনীন গেইট

নর গেইট (NOR Gate):

NOR গেইট একটি যৌগিক গেইট যা OR গেইট ও NOT গেইটের সমন্বয়ে তৈরি। OR গেইটের আউটপুটকে NOT গেইটের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত করলে NOR গেইট পাওয়া যায়। OR গেইটের আউটপুটকে উল্টিয়ে দিলে NOR গেইটের আউটপুট পাওয়া যায়।



চিত্রঃ OR Gate + NOT Gate = NOR Gate

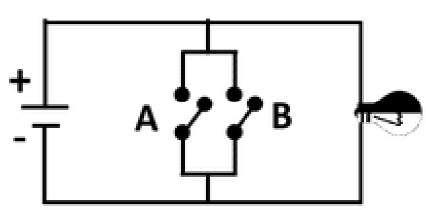
NOR গেইটে দুই বা ততোদিক ইনপুট লাইন থাকে এবং একটি মাত্র আউটপুট লাইন থাকে। NOR গেইট কে যৌগিক গেইট এবং সার্বজনীন গেইটও বলা হয়।

দুই ইনপুট (A & B) বিশিষ্ট NOR গেইটঃ

Logic Symbol of NOR Gate

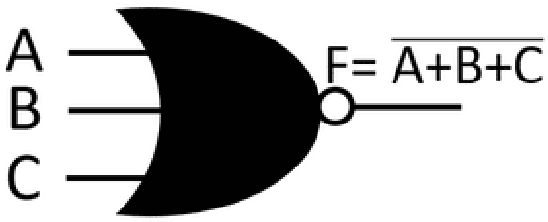
Input		Output
A	B	F= $\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Truth Table of NOR Gate

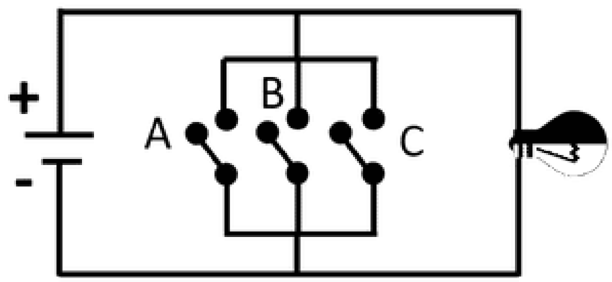


Switching Circuit of NOR Gate

তিন ইনপুট (A, B & C) বিশিষ্ট NOR গেইটঃ



Logic Symbol of NOR Gate



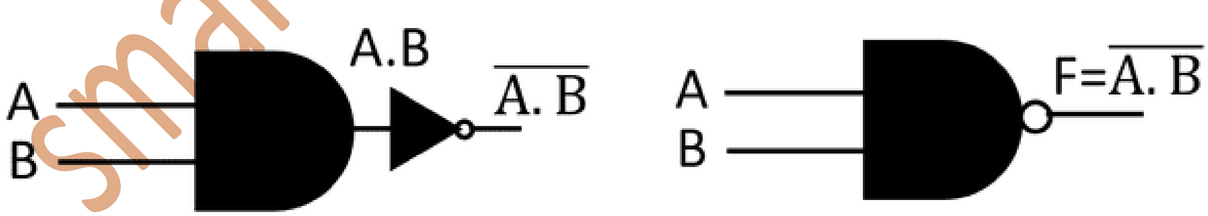
Switching Circuit of NOR Gate

Input			Output
A	B	C	F=$\overline{A+B+C}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Truth Table of NOR Gate

ন্যান্ড গেইট (NAND Gate):

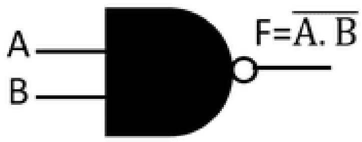
NAND গেইট একটি যৌগিক গেইট যা AND গেইট ও NOT গেইটের সমন্বয়ে তৈরি। AND গেইটের আউটপুটকে NOT গেইটের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত করলে NAND গেইট পাওয়া যায়। অর্থাৎ AND গেইটের আউটপুটকে উল্টিয়ে দিলে NAND গেইটের আউটপুট পাওয়া যায়।



চিত্রঃ AND Gate + NOT Gate = NAND Gate

NAND গেইটে দুই বা ততোধিক ইনপুট লাইন থাকে এবং একটি মাত্র আউটপুট লাইন থাকে। NAND গেইট কে যৌগিক গেইট এবং সার্বজনীন গেইটও বলা হয়।

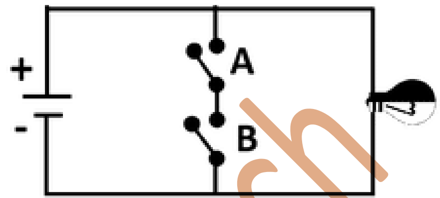
দুই ইনপুট (A & B) বিশিষ্ট NAND গেইটঃ



Logic Symbol of NAND Gate

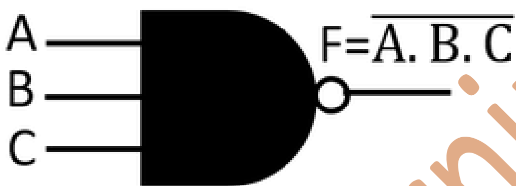
Input		Output
A	B	F=$\overline{A.B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Truth Table of NAND Gate

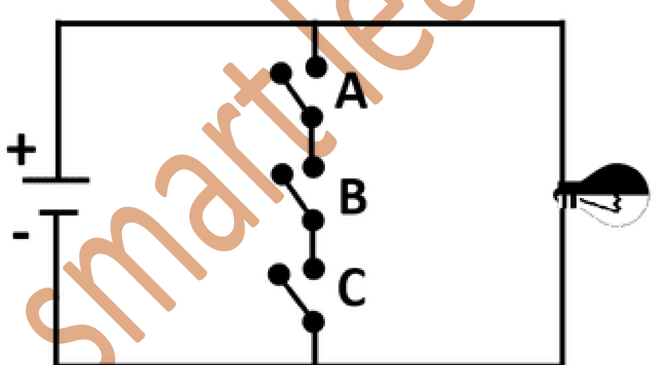


Switching Circuit of NAND Gate

তিন ইনপুট (A, B & C) বিশিষ্ট NAND গেইটঃ



Logic Symbol of NAND Gate



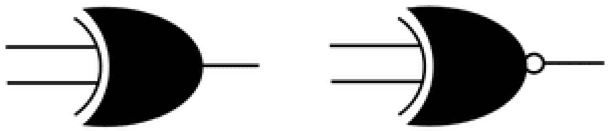
Switching Circuit of NAND Gate

Input			Output
A	B	C	F=$\overline{A.B.C}$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Truth Table of NAND Gate

বিশেষ গেইটঃ

X-OR ও X-NOR গেইট দুটিকে বলা হয় বিশেষ গেইট।



X-OR Gate X-NOR Gate

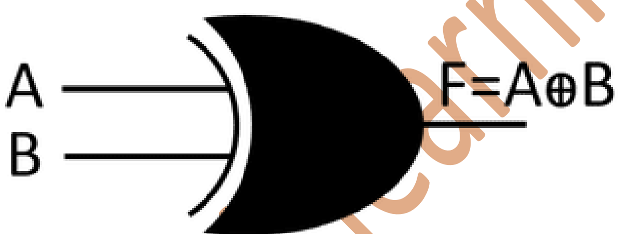
চিত্রঃ বিশেষ গেইট

X-OR গেইটঃ

Exclusive OR গেইটকে সংক্ষেপে X-OR গেইট বলা হয়। এটি একটি যৌগিক গেইট যা AND, OR ও NOT গেইটের সমন্বয়ে তৈরি। এই গেইটের মাধ্যমে বিভিন্ন ইনপুট বিট তুলনা করে আউটপুট সংকেত পাওয়া যায়। ইনপুটে বিজোড় সংখ্যক ১ থাকলে আউটপুট ১ হয়, অন্যথায় ০ হয়। X-OR অপারেশনকে ⊕ চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

X-OR গেইটে দুই বা ততোদিক ইনপুট লাইন থাকে এবং একটি মাত্র আউটপুট লাইন থাকে। X-OR গেইট কে যৌগিক গেইট এবং বিশেষ গেইটও বলা হয়।

দুই ইনপুট (A & B) বিশিষ্ট XOR গেইটঃ



Logic Symbol of XOR Gate

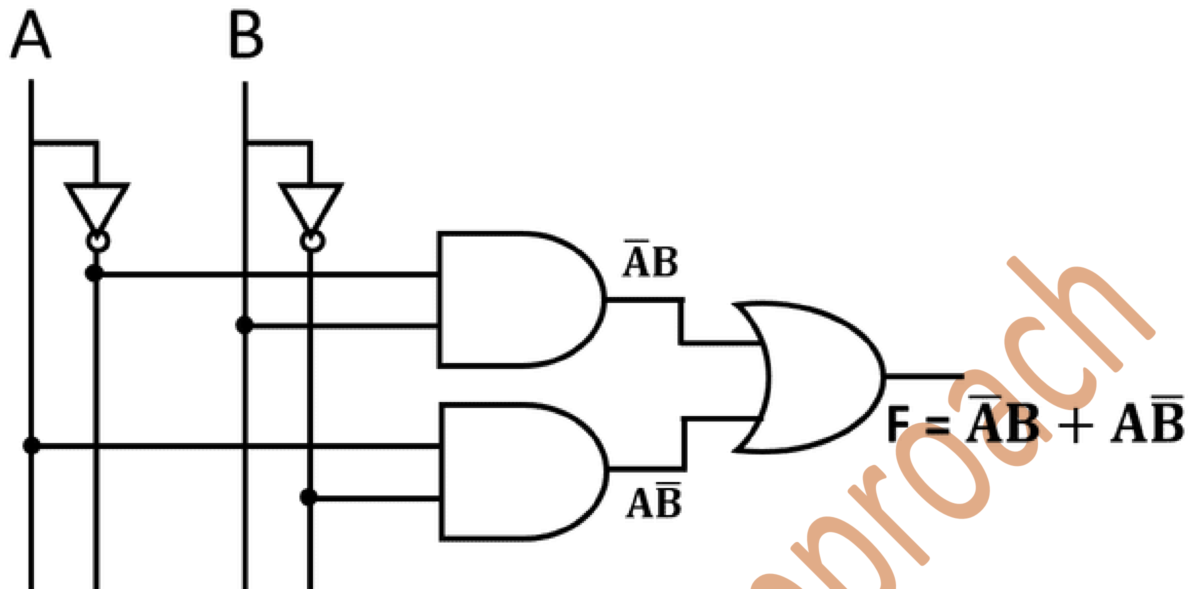
Input		Output
A	B	F=A⊕B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Truth Table of XOR Gate

XOR গেইটের সত্যক সারণি থেকে SOP মেথডের সাহায্যে নিম্নরূপ বুলিয়ান ফাংশন লিখতে পারি–

$F = A' B + A B'$

বুলিয়ান ফাংশনটিকে বাস্তবায়ন করে পাই–



চিত্রঃ মৌলিক গেইট দিয়ে X-OR গেইট বাস্তবায়ন

তিন ইনপুট (A, B & C) বিশিষ্ট XOR গেইটঃ

Logic Symbol of XOR Gate

Input			Output
A	B	C	F=A⊕B⊕C
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Truth Table of XOR Gate

XOR গেইটের সত্যক সারণি থেকে SOP মেথডের সাহায্যে নিম্নরূপ বুলিয়ান ফাংশন লিখতে পারি-

$F = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$

উপরের বুলিয়ান ফাংশনটি বাস্তবায়ন কর।

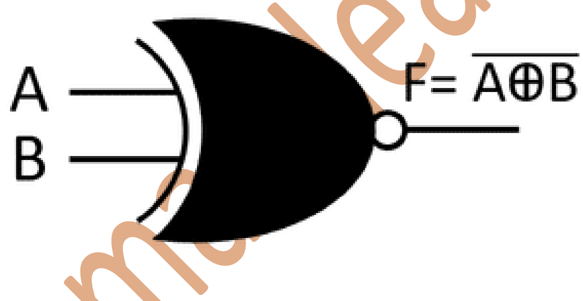
X-NOR গেইটঃ

Exclusive NOR গেইটকে সংক্ষেপে X-NOR গেইট বলা হয়। এটি একটি যৌগিক গেইট যা AND, OR ও NOT গেইটের সমন্বয়ে তৈরি। X-OR গেইটের আউটপুট NOT গেইটের মধ্যে প্রবাহিত করলে X-NOR গেইট পাওয়া যায়। অর্থাৎ X-OR গেইটের আউটপুটকে উল্টিয়ে দিলে X-NOR গেইটের আউটপুট পাওয়া যায়। অর্থাৎ ইনপুটে বিজোড় সংখ্যক ১ থাকলে আউটপুট ০ হয়, অন্যথায় ১ হয়।

চিত্রঃ XOR Gate + NOT Gate = XNOR Gate

X-NOR গেইটে দুই বা ততোদিক ইনপুট লাইন থাকে এবং একটি মাত্র আউটপুট লাইন থাকে। X-NOR গেইট কে যৌগিক গেইট এবং বিশেষ গেইটও বলা হয়।

দুই ইনপুট (A & B) বিশিষ্ট XNOR গেইটঃ



Logic Symbol of XNOR Gate

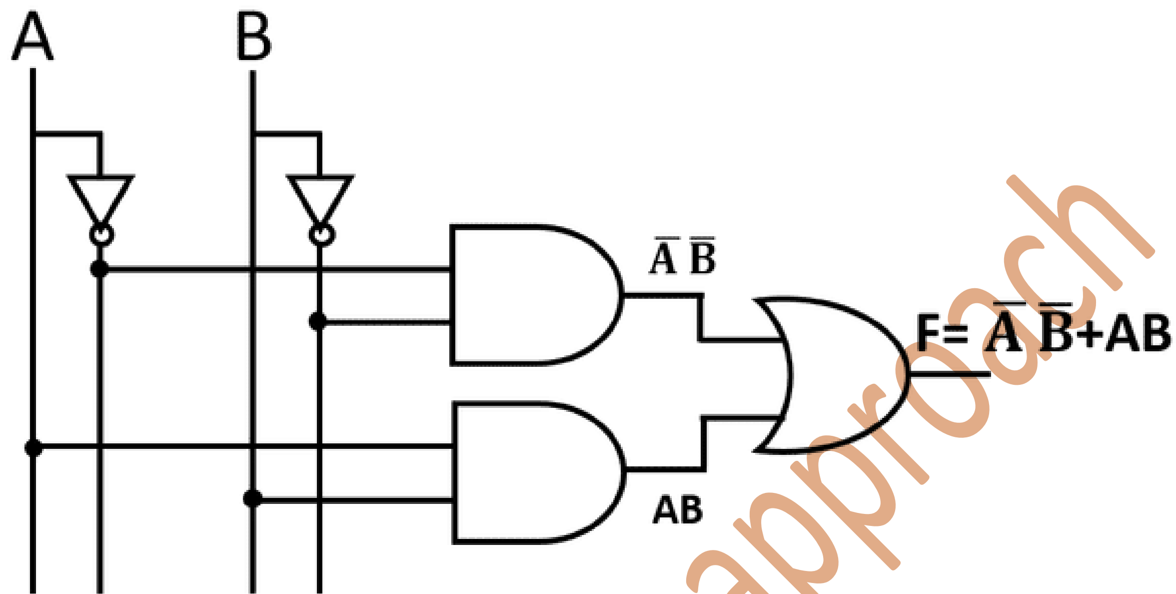
Input		Output
A	B	F= $\overline{A\oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Truth Table of XNOR Gate

XNOR গেইটের সত্যক সারণি থেকে SOP মেথডের সাহায্যে নিম্নরূপ বুলিয়ান ফাংশন লিখতে পারি–

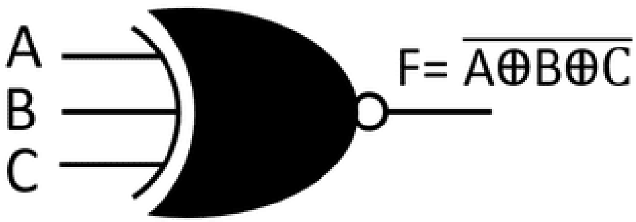
$F = A'B' + AB$

বুলিয়ান ফাংশনটিকে বাস্তবায়ন করে পাই –



চিত্রঃ মৌলিক গেইট দিয়ে X-NOR গেইট বাস্তবায়ন

তিন ইনপুট (A, B & C) বিশিষ্ট XNOR গেইটঃ



Logic Symbol
of XNOR Gate

Input			Output
A	B	C	F= $\overline{A \oplus B \oplus C}$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Truth Table of XNOR Gate

XNOR গেইটের সত্যক সারণি থেকে SOP মেথডের সাহায্যে নিম্নরূপ বুলিয়ান ফাংশন লিখতে পারি–

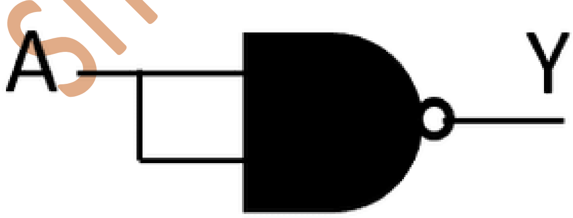
F = A´B´C´ + A´BC + AB´C + ABC´

বুলিয়ান ফাংশনটি বাস্তবায়ন কর।

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ–১৩: NOR ও NAND গেইটের সার্বজনীনতা।

NAND গেইটের সার্বজনীনতা এর প্রমানঃ

শুধুমাত্র NAND গেইট দিয়ে NOT গেইট বাস্তবায়ন:

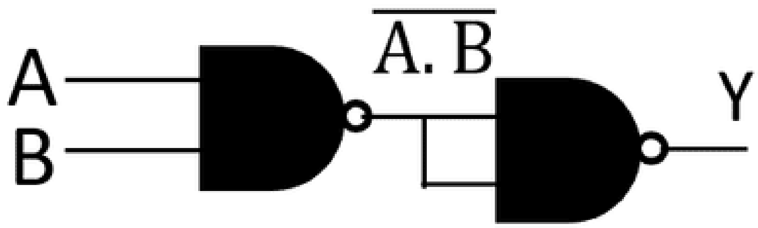


$Y = \overline{A.A}$

$= \overline{A}$

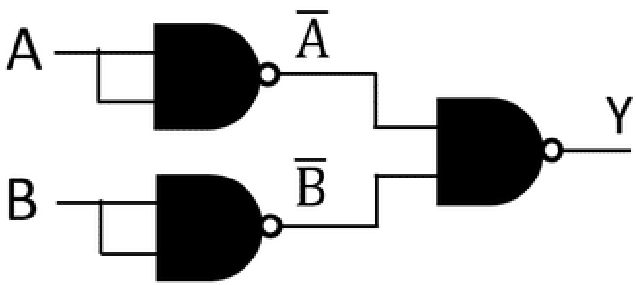
[A.A =A

শুধুমাত্র NAND গেইট দিয়ে AND গেইট বাস্তবায়ন:



$$Y = \overline{\overline{A.B}} = A.B \qquad \left[\ \overline{\overline{A}} = A\right.$$

শুধুমাত্র NAND গেইট দিয়ে OR গেইট বাস্তবায়ন:

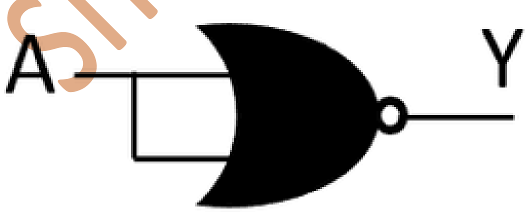


$$Y = \overline{\overline{A}.\overline{B}} = \overline{\overline{A+B}} = A+B \qquad \left[\ \overline{A}\,\overline{B} = \overline{A+B},\ \overline{\overline{A}} = A\right.$$

উপরের আলোচনা থেকে দেখতে পাই শুধুমাত্র NAND গেইট দ্বারা তিনটি মৌলিক গেইট বাস্তবায়ন করা যায়। আবার আমরা জানি তিনটি মৌলিক গেইট দ্বারা যেকোনো গেইট অথবা যেকোনো সার্কিট বাস্তবায়ন করা যায়। যেহেতু NAND গেইট দ্বারা তিনটি মৌলিক গেইটসহ (AND, OR, NOT) যেকোনো গেইট অথবা যেকোনো সার্কিট বাস্তবায়ন করা যায়, তাই NAND গেইটকে সার্বজনীন গেইট বলে।

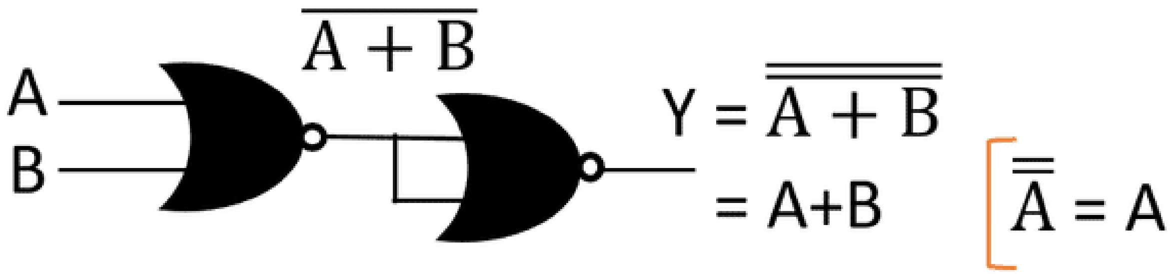
NOR গেইটের সার্বজনীনতা এর প্রমানঃ

শুধুমাত্র NOR গেইট দিয়ে NOT গেইট বাস্তবায়ন:

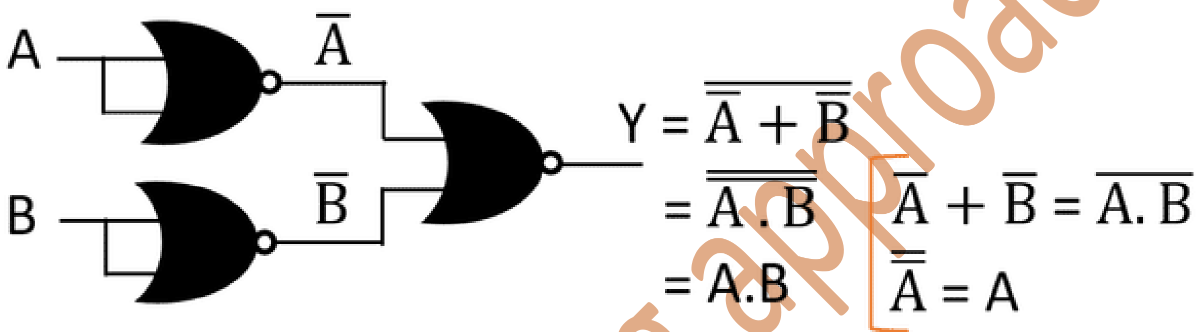


$$Y = \overline{A+A} = \overline{A} \qquad \left[\ A+A=A\right.$$

শুধুমাত্র NOR গেইট দিয়ে OR গেইট বাস্তবায়ন:



শুধুমাত্র NOR গেইট দিয়ে AND গেইট বাস্তবায়ন:



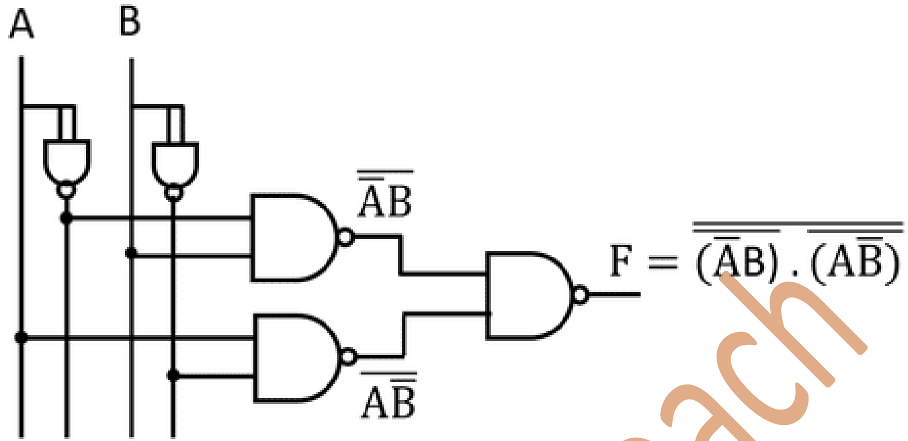
উপরের আলোচনা থেকে দেখতে পাই শুধুমাত্র NOR গেইট দ্বারা তিনটি মৌলিক গেইট বাস্তবায়ন করা যায়। আবার আমরা জানি তিনটি মৌলিক গেইট দ্বারা যেকোনো গেইট অথবা যেকোনো সার্কিট বাস্তবায়ন করা যায়। যেহেতু NOR গেইট দ্বারা তিনটি মৌলিক গেইটসহ (AND,OR,NOT) যেকোনো গেইট অথবা যেকোনো সার্কিট বাস্তবায়ন করা যায়, তাই NOR গেইটকে সার্বজনীন গেইট বলে।

[যেকোন ফাংশন NAND এর সাহায্যে বাস্তবায়ন করার সময় দেখতে হবে ফাংশনে কোন OR অপারেটর আছে কিনা? যদি থাকে তাহলে ডি-মরগ্যান সূত্রের মাধ্যমে OR কে AND রূপান্তর করে তারপর বাস্তবায়ন করতে হবে।]

শুধুমাত্র NAND গেইট দ্বারা দুই চলক বিশিষ্ট X-OR গেইট বাস্তবায়নঃ

A ও B চলকের ক্ষেত্রে XOR গেইটের বুলিয়ান ফাংশন,

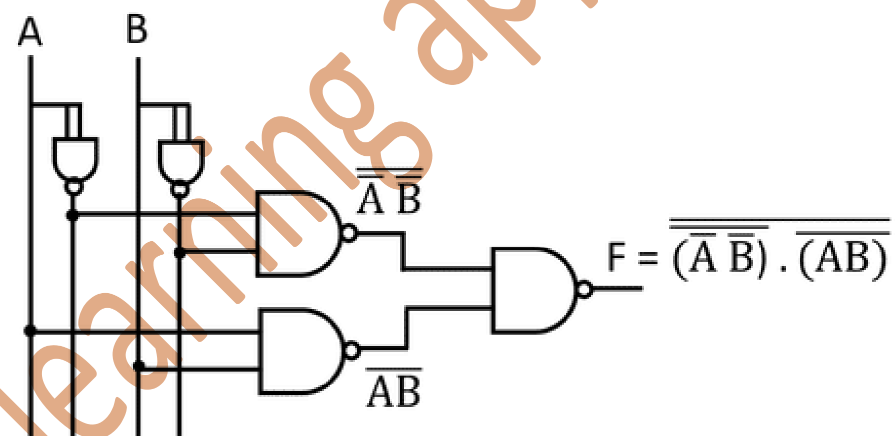
$$F = A \oplus B$$
$$= \bar{A}B + A\bar{B}$$
$$= \overline{\overline{\bar{A}B + A\bar{B}}}$$
$$= \overline{\overline{(\bar{A}B)} \, . \, \overline{(A\bar{B})}}$$



শুধুমাত্র NAND গেইট দ্বারা দুই চলক বিশিষ্ট X-NOR গেইট বাস্তবায়নঃ

A ও B চলকের ক্ষেত্রে XNOR গেইটের বুলিয়ান ফাংশন,

$$F = \overline{A \oplus B}$$
$$= \bar{A}\,\bar{B} + AB$$
$$= \overline{\overline{\bar{A}\,\bar{B} + AB}}$$
$$= \overline{\overline{(\bar{A}\,\bar{B})} \, . \, \overline{(AB)}}$$

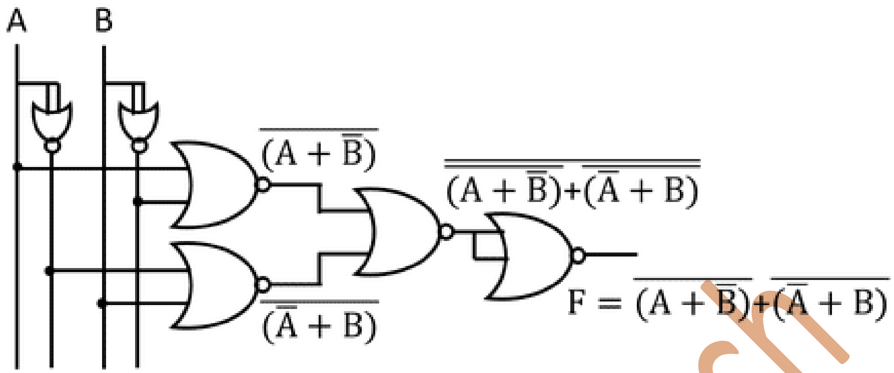


[যেকোন ফাংশন NOR এর সাহায্যে বাস্তবায়ন করার সময় দেখতে হবে ফাংশনে কোন AND অপারেটর আছে কিনা? যদি থাকে তাহলে ডি-মরগ্যান সূত্রের মাধ্যমে AND কে OR রূপান্তর করে তারপর বাস্তবায়ন করতে হবে।]

শুধুমাত্র NOR গেইট দ্বারা দুই চলক বিশিষ্ট X-OR গেইট বাস্তবায়নঃ

A ও B চলকের ক্ষেত্রে XOR গেইটের বুলিয়ান ফাংশন,

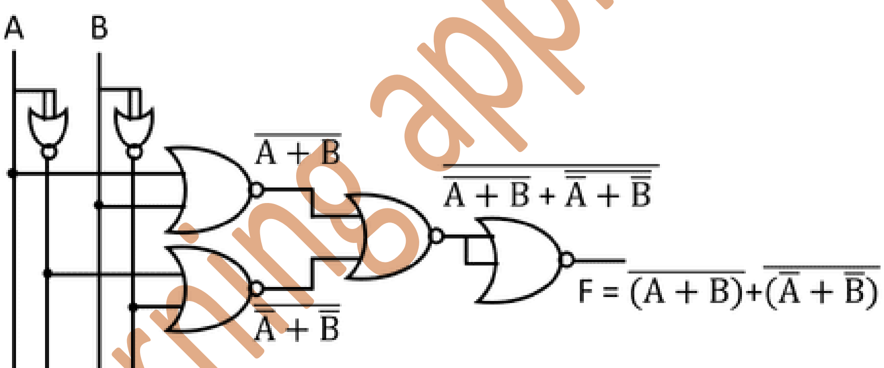
$$\begin{aligned}F &= A \oplus B\\ &= \bar{A}B + A\bar{B}\\ &= \overline{\overline{\bar{A}B}} + \overline{\overline{A\bar{B}}}\\ &= \overline{(\bar{\bar{A}} + \bar{B})} + \overline{(\bar{A} + \bar{\bar{B}})}\\ &= \overline{(A + \bar{B})} + \overline{(\bar{A} + B)}\end{aligned}$$



শুধুমাত্র NOR গেইট দ্বারা দুই চলক বিশিষ্ট X-NOR গেইট বাস্তবায়নঃ

A ও B চলকের ক্ষেত্রে XNOR গেইটের বুলিয়ান ফাংশন,

$$\begin{aligned}F &= \overline{A \oplus B}\\ &= \bar{A}\,\bar{B} + AB\\ &= \overline{(A + B)} + \overline{\overline{AB}}\\ &= \overline{(A + B)} + \overline{(\bar{A} + \bar{B})}\end{aligned}$$



নিচের ফাংশনগুলো শুধুমাত্র NAND অথবা শুধুমাত্র NOR গেইট এর সাহায্যে বাস্তবায়ন করঃ

$$F = ABC + A\bar{B}C + \bar{A}$$

$$F = A + AB + \overline{BC}$$

$$F = \bar{A}B + A\bar{B} + AB$$

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ–১৪: লজিক ফাংশন থেকে লজিক সার্কিট ও লজিক সার্কিট থেকে লজিক ফাংশন তৈরি।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

লজিক ফাংশন থেকে লজিক সার্কিট তৈরি বা বাস্তবায়ন:

- লজিক ফাংশনটি শুধুমাত্র মৌলিক গেইটের সাহায্যে বাস্তবায়ন করতে হতে পারে।
- লজিক ফাংশনটি শুধুমাত্র সার্বজনীন গেইটের সাহায্যে বাস্তবায়ন করতে হতে পারে।
- লজিক ফাংশনটি যেকোন প্রকার গেইট ব্যবহার করে বাস্তবায়ন করতে হতে পারে।
- লজিক ফাংশনটি সরলীকরণ করে তারপর মৌলিক বা সার্বজনীন গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন করতে হতে পারে।

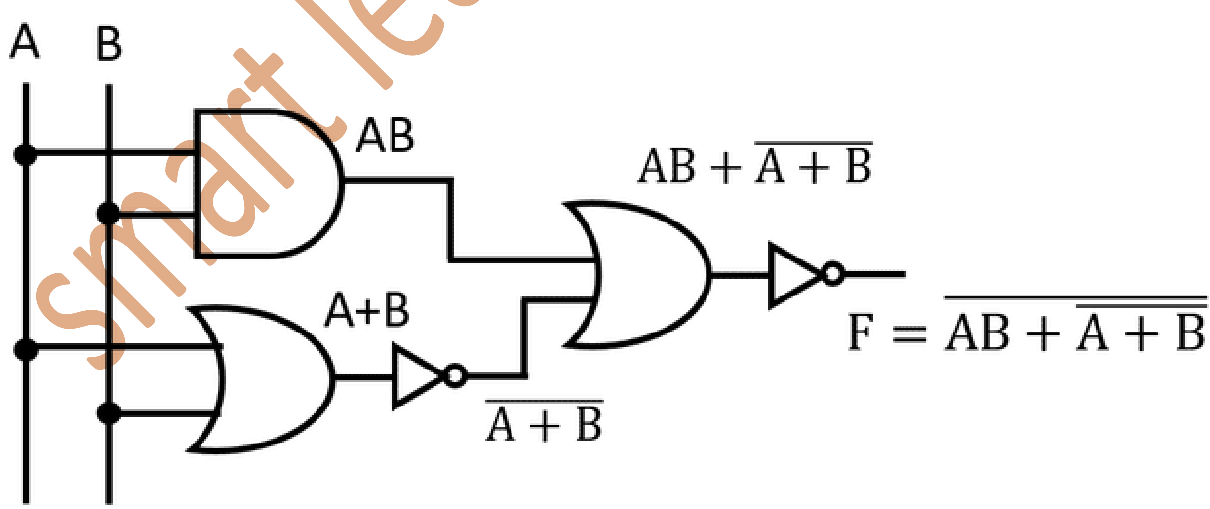
লজিক ফাংশনটি মৌলিক গেইটের সাহায্যে বাস্তবায়ন করতে নিম্মোক্ত নিয়ম বা ক্রম মানা হয়ঃ

- যদি ফাংশনটি সরল করতে হয়, তাহলে প্রথমেই সরল করতে হবে।
- ফাংশনে যতগুলো চলক থাকবে তাদের প্রত্যেকটির জন্য কমন লাইন আঁকতে হবে।
- বামদিক থেকে ফাংশনের মৌলিক অপারেশনগুলো NOT, AND, OR এর কাজ পর্যায়ক্রমে সম্পন্ন করতে হবে। এক্ষেত্রে বন্ধনীর “( )” ভিতরের কাজগুলো প্রায়োরিটি দিতে হবে।

উদাহরণ-১ঃ নিচের ফাংশনটি শুধুমাত্র মৌলিক গেইটের সাহায্যে বাস্তবায়ন কর।

$$F = \overline{AB + \overline{A + B}}$$

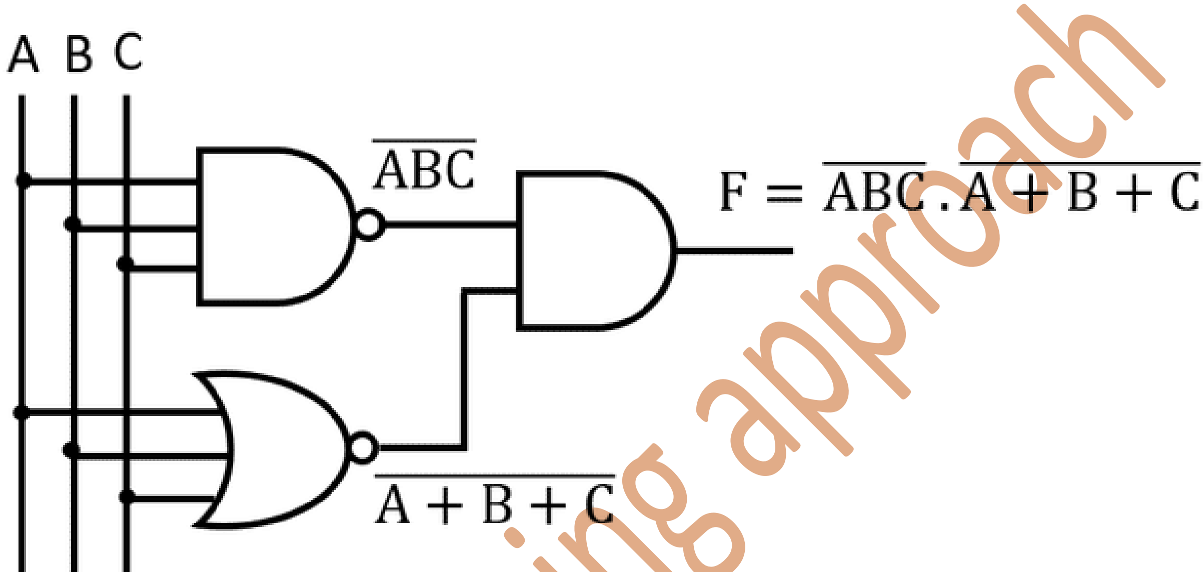
সমাধানঃ



উদাহরণ-২ঃ নিচের ফাংশনটি বাস্তবায়ন কর।

$$F = \overline{ABC} . \overline{A + B + C}$$

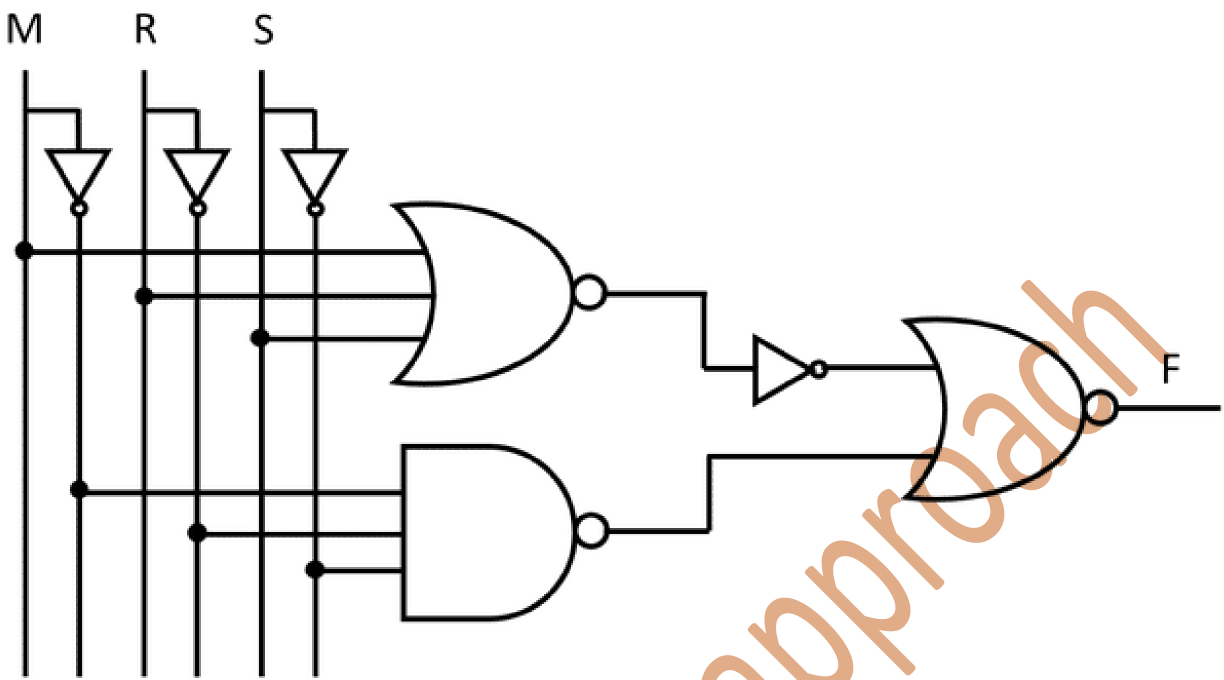
সমাধানঃ



লজিক সার্কিট থেকে লজিক ফাংশন তৈরি/বাস্তবায়নঃ

- লজিক সার্কিট থেকে লজিক ফাংশন নির্নয় করে তা সরল করতে হতে পারে।
- লজিক সার্কিট থেকে সরলীকৃত ফাংশন নির্নয় এবং তা মৌলিক বা সার্বজনীন গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন করতে হতে পারে।

উদাহরণ-১ঃ নিম্নোক্ত সার্কিটির সরলীকৃত ফাংশন নির্নয় কর।



সমাধানঃ

$$F = \overline{\overline{\overline{M}\,\overline{R}\,\overline{S}} + (M+R+S)}$$

$$= \overline{\overline{\overline{M}\,\overline{R}\,\overline{S}}}\,.\,\overline{M+R+S}$$

$$= \overline{M}\,\overline{R}\,\overline{S}\,.\,\overline{M}\,\overline{R}\,\overline{S}$$

$$= \overline{M}\,\overline{R}\,\overline{S}$$

$$= \overline{M+R+S}$$

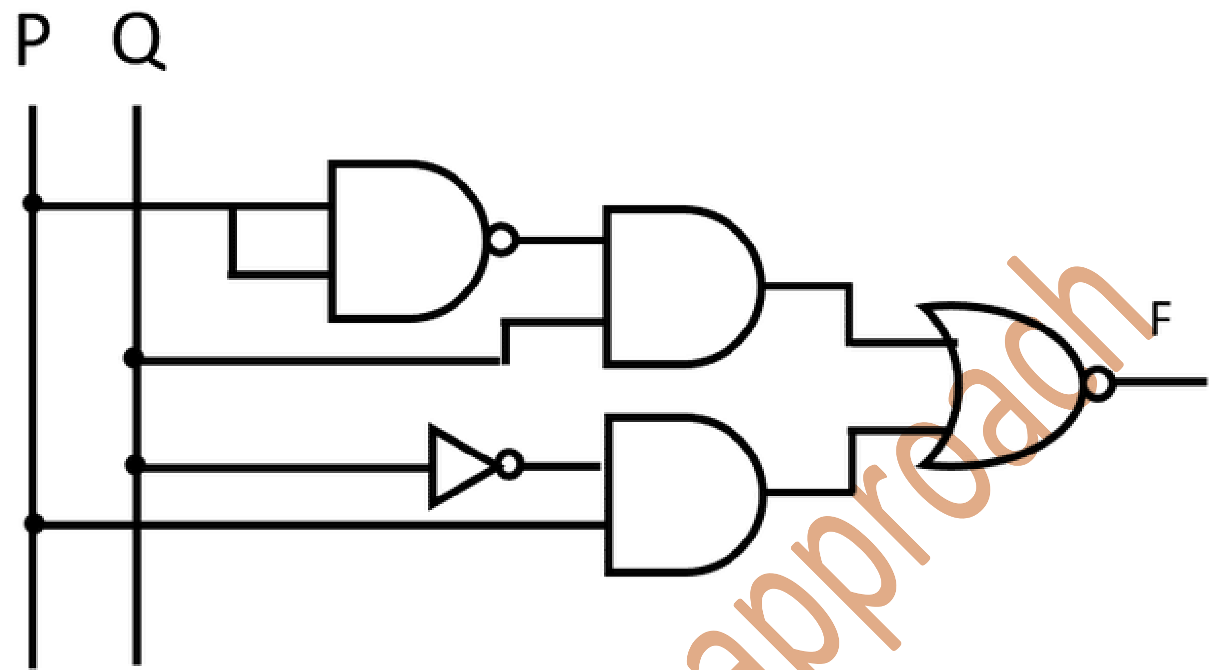
$$\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$$

$$\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B} \qquad \overline{\overline{A}} = A$$

$$A\,.\,A = A$$

$$\overline{A}.\overline{B} = \overline{A+B}$$

উদাহরণ-২ঃ নিম্নোক্ত সার্কিটির সরলীকৃত ফাংশন বাস্তবায়ন কর।



সমাধানঃ

$$F = \overline{\overline{P}Q + P\overline{Q}}$$
$$= \overline{P \oplus Q} \qquad [\overline{A}B + A\overline{B} = A \oplus B$$

সরলীকৃত ফাংশন বাস্তবায়ন করে পাই-

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-১৫: এনকোডার এবং ডিকোডার।

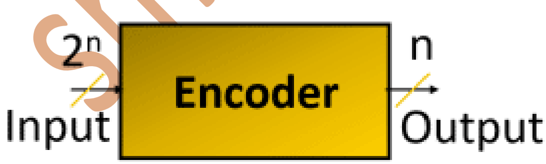
FIG: Radio metrix 4 Bit Encoder/Decoder IC for Remote.

এনকোডার: এনকোডার এক ধরনের সমবায় সার্কিট বা ডিজিটাল বর্তনী যা মানুষের ব্যবহৃত বিভিন্ন আলফানিউমেরিক বর্ণ, বিশেষ চিহ্ন, টেক্সট, অডিও ও ভিডিও ইত্যাদিকে কম্পিউটার বা ডিজিটাল সিস্টেমের বোধগম্য কোডে রূপান্তর করে।

অন্যভাবে বলা যায় এটি একটি ডিজিটাল বর্তনী যা এনকোডিং এর জন্য ব্যবহৃত হয়। অর্থাৎ এনকোডার অ্যানালগ সিগন্যালকে ডিজিটাল সিগন্যালে রূপান্তরিত করে।

এনকোডারের বৈশিষ্ট্যসমূহঃ

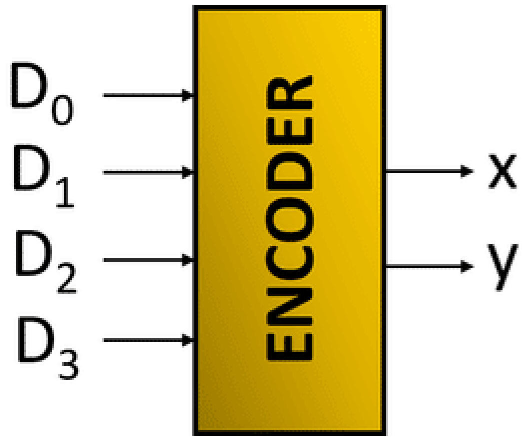
- এ বর্তনীর 2^n সংখ্যক ইনপুট লাইন থেকে সর্বাধিক n সংখ্যক আউটপুট লাইন পাওয়া যায়।
- যেকোনো মুহূর্তে একটি মাত্র ইনপুট ১ এবং বাকি সকল ইনপুট ০ থাকে।
- এনকোডার ডিকোডারের বিপরীত কাজ সম্পাদন করে।
- এনকোডার সাধারণত ইনপুট ডিভাইস অর্থাৎ কী-বোর্ডের সাথে যুক্ত থাকে।



চিত্রঃ এনকোডারের ব্লক চিত্র

4 to 2 লাইন এনকোডার:

ধরি 4 to 2 এনকোডারের চারটি ইনপুট D_0, D_1, D_2 ও D_3 এবং দুটি আউটপুট X ও Y। নিচে 4 to 2 লাইন এনকোডারের ব্লক চিত্র দেখানো হলো–



চিত্রঃ 4 to 2 লাইন এনকোডারের ব্লক চিত্র

যেকোনো মুহূর্তে চারটি ইনপুটের মধ্যে একটি মাত্র ইনপুট ১ এবং বাকি সকল ইনপুট ০ থাকে। নিচে 4 to 2 লাইন এনকোডারের সত্যক সারণি দেখানো হলো–

Input				Output	
D_0	D_1	D_2	D_3	X	Y
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1

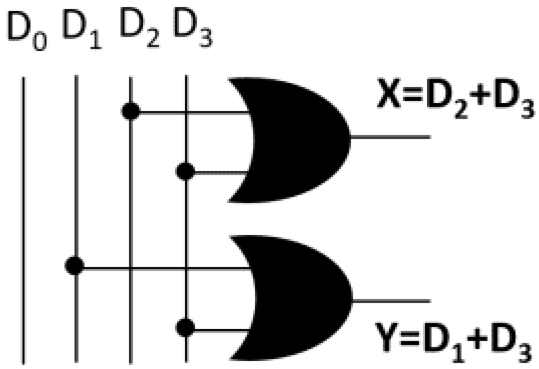
চিত্রঃ 4 to 2 লাইন এনকোডারের সত্যক সারণি

সত্যক সারণি থেকে প্রত্যেকটি আউটপুটের জন্য নিম্নোক্ত বুলিয়ান ফাংশন লিখা যায়–

$\mathbf{X=D_2+D_3}$

$\mathbf{Y=D_1+D_3}$

দুই ইনপুট বিশিষ্ট OR গেইট ব্যবহার করে উপরের ফাংশন দুটি বাস্তবায়ন করা যায়। নিচে 4 to 2 লাইন এনকোডারের সার্কিট দেখানো হলো–

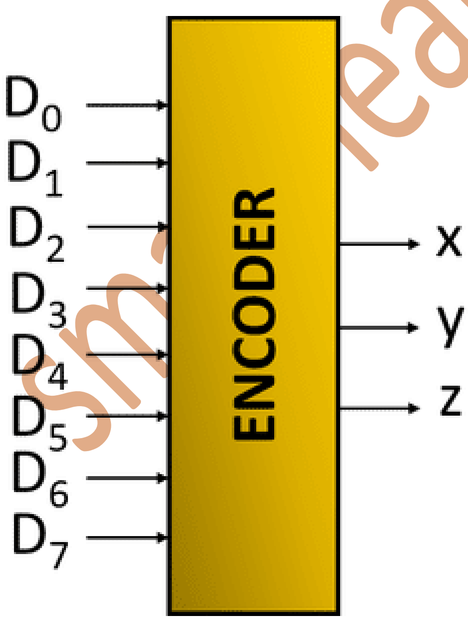


চিত্রঃ 4 to 2 লাইন এনকোডারের সার্কিট

উপরের সার্কিটটি দুটি OR গেইটের সমন্বয়ে তৈরি, যা চারটি ইনপুটকে দুই বিটে এনকোড করতে পারে।

অক্টাল টু বাইনারি এনকোডার অথবা 8 to 3 লাইন এনকোডারঃ

8 to 3 এনকোডারের আঁটটি ইনপুট D_0 to D_7 এবং তিনটি আউটপুট X , Y ও Z। নিচে 8 to 3 এনকোডারের ব্লক চিত্র দেখানো হলো–



চিত্রঃ 8 to 3 লাইন এনকোডারের ব্লক চিত্র

যেকোনো মুহূর্তে আঁটটি ইনপুটের মধ্যে একটি মাত্র ইনপুট ১ এবং বাকি সকল ইনপুট ০ থাকে। নিচে 8 to 3 লাইন এনকোডারের সত্যক সারণি দেখানো হলো–

Input								Output		
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	X	Y	Z
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

চিত্রঃ 8 to 3 লাইন এনকোডারের সত্যক সারণি

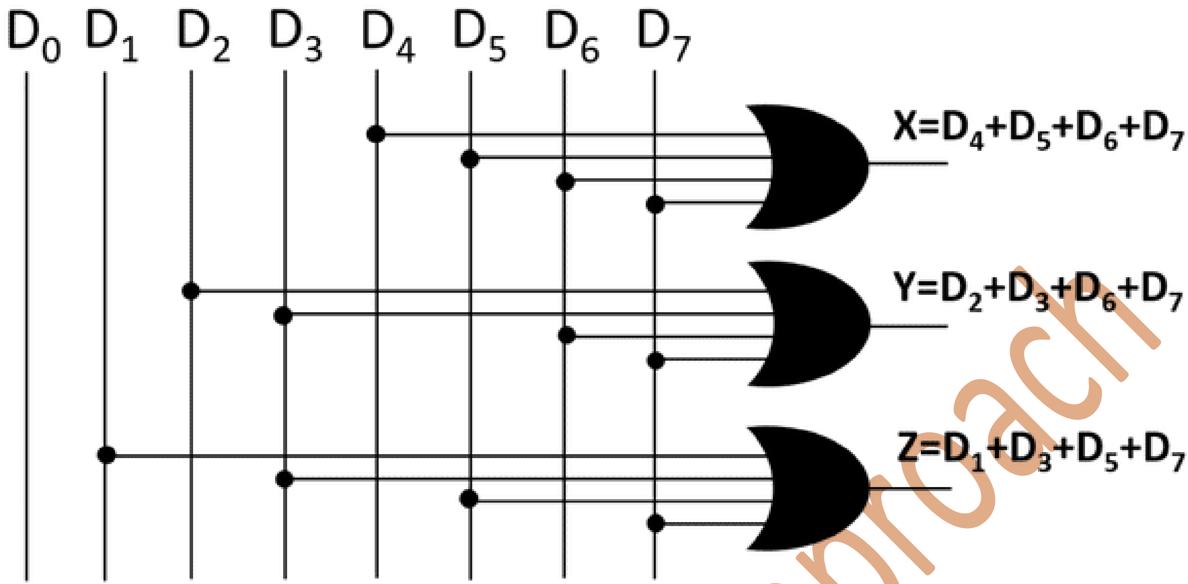
সত্যক সারণি থেকে প্রত্যেকটি আউটপুটের জন্য নিম্মোক্ত বুলিয়ান ফাংশন লিখা যায়–

$X = D_4+D_5+D_6+D_7$

$Y = D_2+D_3+D_6+D_7$

$Z = D_1+D_3+D_5+D_7$

চার ইনপুট বিশিষ্ট OR গেইট ব্যবহার করে উপরের ফাংশন তিনটি বাস্তবায়ন করা যায়। নিচে 8 to 3 লাইন এনকোডারের সার্কিট দেখানো হলো–



চিত্রঃ 8 to 3 লাইন এনকোডারের সার্কিট

উপরের সার্কিটটি তিনটি OR গেইটের সমন্বয়ে তৈরি, যা আঁটটি ইনপুটকে তিন বিটে এনকোড করতে পারে।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

সীমাবদ্ধতাঃ

- যখন এনকোডারের সকল ইনপুট শূন্য হয়, তখন আউটপুট নির্ধারণ করতে পারে না।
- যদি একইসময় একাধিক ইনপুট সক্রিয় থাকে, তখন এনকোডারটি একটি আউটপুট দেয়, যা সঠিক নাও হতে পারে।

সুতরাং, এই সমস্যাগুলি কাটিয়ে উঠতে এনকোডার প্রতিটি ইনপুটের জন্য প্রায়োরিটি (অগ্রাধিকার) সেট করা উচিত। তারপরে, এনকোডারটির আউটপুট হবে সক্রিয় ইনপুটগুলির মধ্য যার উচ্চতর প্রায়োরিটি (অগ্রাধিকার) রয়েছে তার জন্য।

এনকোডারের ব্যবহার:

- এনকোডার আলফানিউমেরিক কোডকে ASCII ও EBCDIC কোডে রূপান্তর করে।
- দশমিক সংখ্যাকে বিভিন্ন কোডে রূপান্তর করে।
- এনকোডারের সাহায্যে দশমিক সংখ্যাকে সমতুল্য বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর করা যায়।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

ডিকোডারঃ ডিকোডার এক ধরনের সমবায় সার্কিট বা ডিজিটাল বর্তনী যা কম্পিউটার বা ডিজিটাল সিস্টেমের বোধগম্য কোডকে মানুষের বোধগম্য ফরম্যাটে রূপান্তরিত করে।

অন্যভাবে বলা যায় এটি একটি ডিজিটাল বর্তনী যা ডিকোডিং এর জন্য ব্যবহৃত হয়। অর্থাৎ ডিকোডার ডিজিটাল সিগন্যালকে অ্যানালগ সিগন্যালে রূপান্তরিত করে।

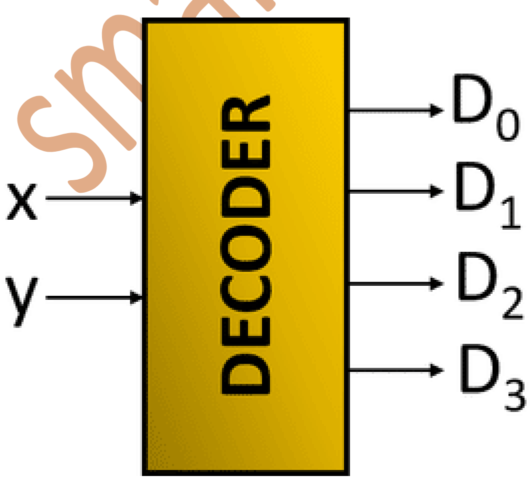
ডিকোডারের বৈশিষ্ট্যসমূহঃ

- এ বর্তনীর n সংখ্যক ইনপুট লাইন থেকে সর্বাধিক 2^n সংখ্যক আউটপুট লাইন পাওয়া যায়।
- যেকোনো মুহূর্তে একটি মাত্র আউটপুট লাইনের মান ১ হয় এবং বাকি সকল আউটপুট লাইনের মান ০ হয়। কখন কোনো আউটপুট লাইনের মান ১ হবে তা নির্ভর করে ইনপুটগুলোর মানের উপর।
- ডিকোডার এনকোডারের বিপরীত কাজ সম্পাদন করে।
- ডিকোডার সাধারণত আউটপুট ডিভাইস অর্থাৎ ডিসপ্লে ইউনিটের সাথে যুক্ত থাকে।

চিত্রঃ ডিকোডারের ব্লক চিত্র

2 to 4 লাইন ডিকোডার:

ধরি 2 to 4 লাইন ডিকোডারের দুটি ইনপুট X ও Y এবং চারটি আউটপুট D_0, D_1, D_2 ও D_3। নিচে 2 to 4 লাইন ডিকোডারের ব্লক চিত্র দেখানো হলো–



চিত্রঃ 2 to 4 লাইন ডিকোডারের ব্লক চিত্র

যেকোনো মুহূর্তে চারটি আউটপুটের মধ্যে একটি মাত্র আউটপুট ১ এবং বাকি সকল আউটপুট ০ থাকে। নিচে 2 to 4 লাইন ডিকোডারের সত্যক সারণি দেখানো হলো–

Input		Output			
X	Y	D_0	D_1	D_2	D_3
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

চিত্রঃ 2 to 4 লাইন ডিকোডারের সত্যক সারণি

সত্যক সারণি থেকে SOP মেথডের সাহায্যে প্রত্যেকটি আউটপুটের জন্য নিম্নোক্ত বুলিয়ান ফাংশন লিখা যায়–

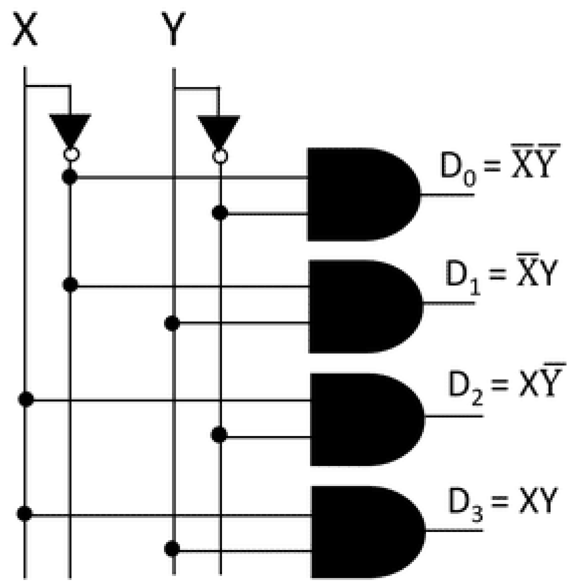
$$D_0 = \overline{X}\,\overline{Y}$$

$$D_1 = \overline{X}Y$$

$$D_2 = X\overline{Y}$$

$$D_3 = XY$$

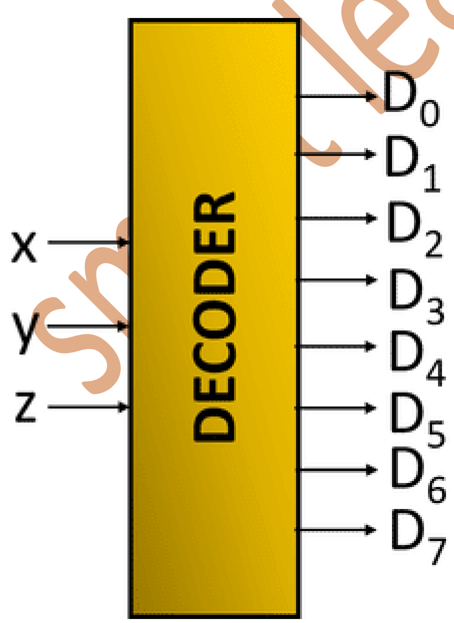
প্রতিটি আউটপুটে একটি করে মোট চারটি প্রোডাক্ট টার্ম আছে। অর্থাৎ চারটি AND গেইটের সাহায্যে চারটি প্রোডাক্ট টার্ম বাস্তবায়ন করা যাবে। নিচে 2 to 4 লাইন ডিকোডারের সার্কিট দেখানো হলো–



চিত্রঃ 2 to 4 লাইন ডিকোডারের সার্কিট

3 to 8 লাইন ডিকোডার:

ধরি 3 to 8 লাইন ডিকোডারের তিনটি ইনপুট X , Y ও Z এবং আঁটটি আউটপুট D_0 to D_7। নিচে 3 to 8 লাইন ডিকোডারের ব্লক চিত্র দেখানো হলো–



চিত্রঃ 3 to 8 লাইন ডিকোডারের ব্লক চিত্র

যেকোনো মুহূর্তে আঁটটি আউটপুটের মধ্যে একটি মাত্র আউটপুট ১ এবং বাকি সকল আউটপুট ০ থাকে। নিচে 3 to 8 লাইন ডিকোডারের সত্যক সারণি দেখানো হলো–

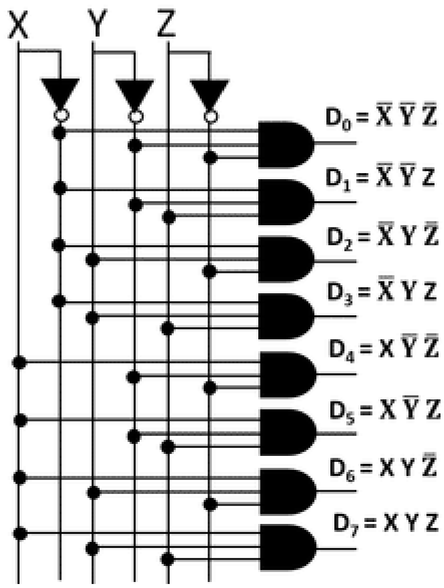
Input			Output							
X	Y	Z	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

চিত্রঃ 3 to 8 লাইন ডিকোডারের সত্যক সারণি

সত্যক সারণি থেকে SOP মেথডের সাহায্যে প্রত্যেকটি আউটপুটের জন্য নিম্নোক্ত বুলিয়ান ফাংশন লিখা যায়–

$$D_0 = \overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z}$$
$$D_1 = \overline{X}\,\overline{Y}\,Z$$
$$D_2 = \overline{X}\,Y\,\overline{Z}$$
$$D_3 = \overline{X}\,Y\,Z$$
$$D_4 = X\,\overline{Y}\,\overline{Z}$$
$$D_5 = X\,\overline{Y}\,Z$$
$$D_6 = X\,Y\,\overline{Z}$$
$$D_7 = X\,Y\,Z$$

প্রতিটি আউটপুটে একটি করে মোট আঁটটি প্রোডাক্ট টার্ম আছে। অর্থাৎ আঁটটি AND গেইটের সাহায্যে আঁটটি প্রোডাক্ট টার্ম বাস্তবায়ন করা যাবে। নিচে 3 to 8 লাইন ডিকোডারের সার্কিট দেখানো হলো–



চিত্রঃ 3 to 8 লাইন ডিকোডারের সার্কিট

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

ডিকোডারের ব্যবহার:

- কম্পিউটারে ব্যবহৃত কোডকে মানুষের বোধগম্য ফরম্যাটে রূপান্তর করতে।
- জটিল কোডকে সহজ কোডে রূপান্তর করতে।
- ডিসপ্লে ইউনিটে।
- বাইনারি সংখ্যাকে সমতুল্য দশমিক সংখ্যায় রূপান্তর করতে।
- ডেটা মাল্টিপ্লেক্সিং ও ডিমাল্টিপ্লেক্সিং এর ক্ষেত্রে।

এনকোডার ও ডিকোডারের মধ্যে পার্থক্যঃ

এনকোডার	ডিকোডার
এক ধরনের সমবায় সার্কিট যা মানুষের ব্যবহৃত বিভিন্ন আলফানিউমেরিক বর্ণ, বিশেষ চিহ্ন, টেক্সট, অডিও ও ভিডিও ইত্যাদিকে কম্পিউটার বা ডিজিটাল সিস্টেমের বোধগম্য কোডে রূপান্তর করে।	ডিকোডার এক ধরনের সমবায় সার্কিট যা কম্পিউটার বা ডিজিটাল সিস্টেমের বোধগম্য কোডকে মানুষের বোধগম্য ফরম্যাটে রূপান্তরিত করে।
২^{n} সংখ্যক ইনপুট লাইন থেকে সর্বাধিক n সংখ্যক আউটপুট লাইন পাওয়া যায়।	n সংখ্যক ইনপুট লাইন থেকে সর্বাধিক ২^{n} সংখ্যক আউটপুট লাইন পাওয়া যায়।
যেকোনো মুহূর্তে একটি মাত্র ইনপুট ১ এবং বাকি সকল ইনপুট ০ থাকে ।	যেকোনো মুহূর্তে একটি আউটপুট লাইনের মান ১ এবং বাকি সকল আউটপুটের মান ০ হয়।
এনকোডার সাধারণত ইনপুট ডিভাইস অর্থাৎ কী-বোর্ডের সাথে যুক্ত থাকে।	ডিকোডার সাধারণত আউটপুট ডিভাইস অর্থাৎ ডিসপ্লে ইউনিটের সাথে যুক্ত থাকে।
উদাহরণঃ ৮-to-৩ লাইন এনকোডার।	উদাহরণঃ ৩-to-৮ লাইন ডিকোডার।

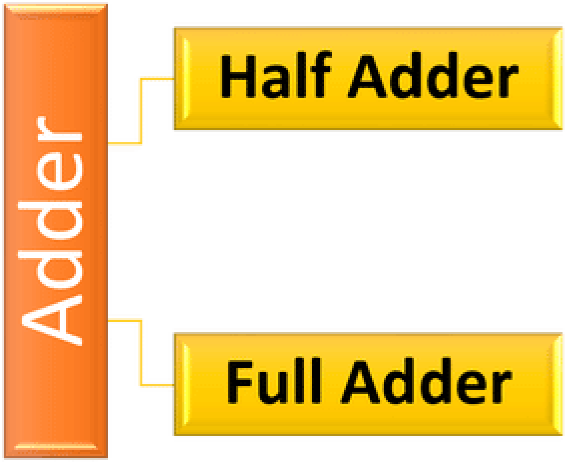
সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

তৃতীয় অধ্যায় পাঠ–১৬: অ্যাডার (হাফ অ্যাডার ও ফুল অ্যাডার)।

অ্যাডার সার্কিট (Adder Circuit) বা যোগের বর্তনী: যে সমবায় সার্কিট দ্বারা যোগের কাজ সম্পন্ন হয় তাকে অ্যাডার বা যোগের বর্তনী বলে।

কম্পিউটারের সকল গাণিতিক কাজ বাইনারি যোগের মাধ্যমে সম্পন্ন হয়। গুণ হলো বার বার যোগ করা এবং ভাগ হলো বার বার বিয়োগ করা। আবার পূরক পদ্ধতিতে বাইনারি যোগের মাধ্যমেই বিয়োগ করা যায়। কাজেই যোগ করতে পারা মানেই হলো গুণ, বিয়োগ এবং ভাগ করতে পারা। অ্যাডার সার্কিট দুই ধরনের। যথা:

- হাফ অ্যাডার সার্কিট (Half Adder Circuit) বা অর্ধ যোগের বর্তনী
- ফুল অ্যাডার সার্কিট (Full Adder Circuit) বা পূর্ণ যোগের বর্তনী



হাফ অ্যাডার সার্কিট (অর্ধ যোগের বর্তনী): যে সমবায় সার্কিট দুটি বিট যোগ করে একটি যোগফল (S) ও একটি ক্যারি (C) আউটপুট দেয় তাকে হাফ অ্যাডার সার্কিট বা অর্ধযোগের বর্তনী বলে।

চিত্রঃ হাফ অ্যাডারের ব্লক চিত্র

হাফ অ্যাডার দুটি বিট যোগ করতে পারে। সুতরাং দুটি বিট দিয়ে চার ধরনের ভিন্ন ভিন্ন ইনপুট সেট তৈরি করা যায়। নিম্নে ভিন্ন ভিন্ন চার ধরনের ইনপুট সেট এর জন্য আউটপুট সত্যক সারণিতে দেখানো হলো–

Input		Output	
A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

চিত্রঃ হাফ অ্যাডারের সত্যক সারণি

হাফ অ্যাডারের সত্যক সারণি থেকে দেখতে পাই আউটপুট sum হলো Exclusive-OR গেইট এর আউটপুট এবং আউটপুট carry হলো AND গেইট এর আউটপুট। সুতরাং হাফ অ্যাডারের বুলিয়ান এক্সপ্রেশন হলো–

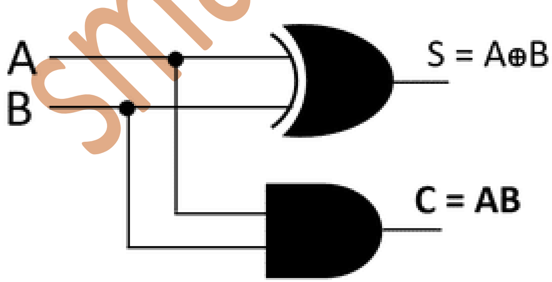
sum এর ক্ষেত্রে–

$S = A \text{ XOR } B = A \oplus B$

carry এর ক্ষেত্রে–

$C = A \text{ AND } B = A.B$

sum এবং carry এর বুলিয়ান এক্সপ্রেশন ব্যবহার করে হাফ অ্যাডারের সার্কিট



চিত্রঃ হাফ অ্যাডারের সার্কিট

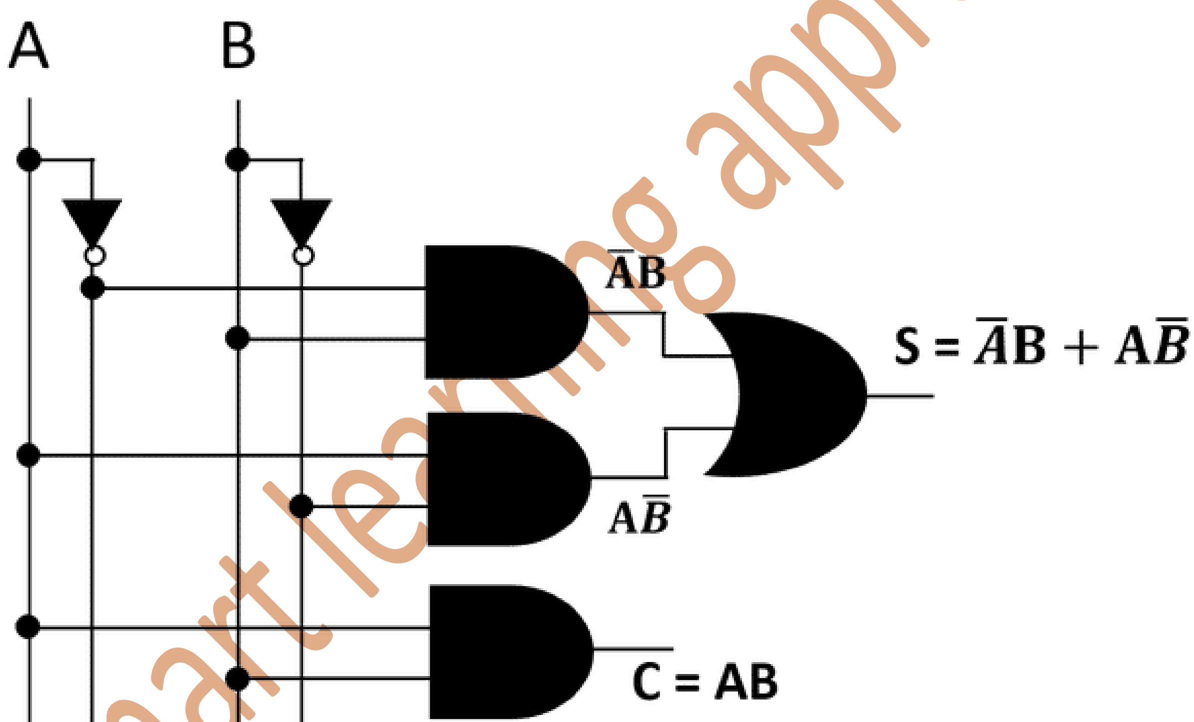
শুধুমাত্র মৌলিক গেইট ব্যবহার করে হাফ অ্যাডার এর লজিক সার্কিটঃ

হাফ অ্যাডারের সত্যক সারণি থেকে SOP নিয়মানুসারে sum এবং carry এর নিম্নরূপ বুলিয়ান এক্সপ্রেশন পাওয়া যায়-

$$S = \overline{A}B + A\overline{B}$$

$$C = AB$$

sum এবং carry এর বুলিয়ান এক্সপ্রেশন ব্যবহার করে হাফ অ্যাডারের সার্কিট



চিত্রঃ হাফ অ্যাডারের সার্কিট (শুধুমাত্র মৌলিক গেইটের সাহায্যে)

- **শুধুমাত্র NAND গেইটের সাহায্যে হাফ-অ্যাডারের সার্কিট তৈরি বা বাস্তবায়ন কর।**
- **শুধুমাত্র NOR গেইটের সাহায্যে হাফ-অ্যাডারের সার্কিট তৈরি বা বাস্তবায়ন কর।**

হাফ অ্যাডারের অসুবিধা:

হাফ অ্যাডার সার্কিটের একটি বড় অসুবিধা হলো যখন এটি বাইনারি অ্যাডার হিসাবে ব্যবহৃত হয়, কারণ একাধিক ডেটা বিট যোগ করার সময় পূর্ববর্তী সার্কিট থেকে "ক্যারি-ইন" করার বিধান নেই।

উদাহরণস্বরূপ, আমরা দুটি ৮-বিটের ডেটা একসাথে যুক্ত করতে চাই , এক্ষেত্রে ফলাফলে যে কোন ক্যারি বিটকে পরবর্তী ধাপে "রিপল" বা যুক্ত করতে সক্ষম হতে হবে।
হাফ অ্যাডার সবচেয়ে জটিল ক্রিয়াকলাপটি করতে পারে "1 + 1", কিন্তু হাফ অ্যাডারে কোনও ক্যারি ইনপুট না
থাকায় ফলাফলটি ভুল হবে। এই সমস্যাটি কাটিয়ে ওঠার একটি সহজ উপায় হল বাইনারি অ্যাডার হিসাবে ফুল অ্যাডার সার্কিট ব্যবহার করা।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

ফুল অ্যাডার সার্কিট (পূর্ণ যোগের বর্তনী): যে সমবায় সার্কিট তিনটি বাইনারি বিট (দুটি ইনপুট বিট ও একটি ক্যারি বিট) যোগ করে একটি যোগফল (S) এবং বর্তমান ক্যারি (C_0) আউটপুট দেয় তাকে ফুল অ্যাডার সার্কিট বা পূর্ণ যোগের বর্তনী বলে। ক্যারিসহ অপর দুটি বিট যোগ করার জন্য ফুল অ্যাডার সার্কিট ব্যবহৃত হয়। আবার দুটি হাফ অ্যাডার সার্কিট দ্বারা একটি ফুল অ্যাডারের কাজ করা যায়।

চিত্রঃ ফুল অ্যাডারের ব্লক চিত্র

ফুল অ্যাডার তিনটি বিট যোগ করতে পারে। সুতরাং তিনটি বিট দিয়ে আট ধরণের ভিন্ন ভিন্ন ইনপুট সেট তৈরি করা যায়। নিম্নে ভিন্ন ভিন্ন আট ধরনের ইনপুট সেট এর জন্য আউটপুট সত্যক সারণিতে দেখানো হলো-

Input			Output	
A	B	C_i	S	C_o
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

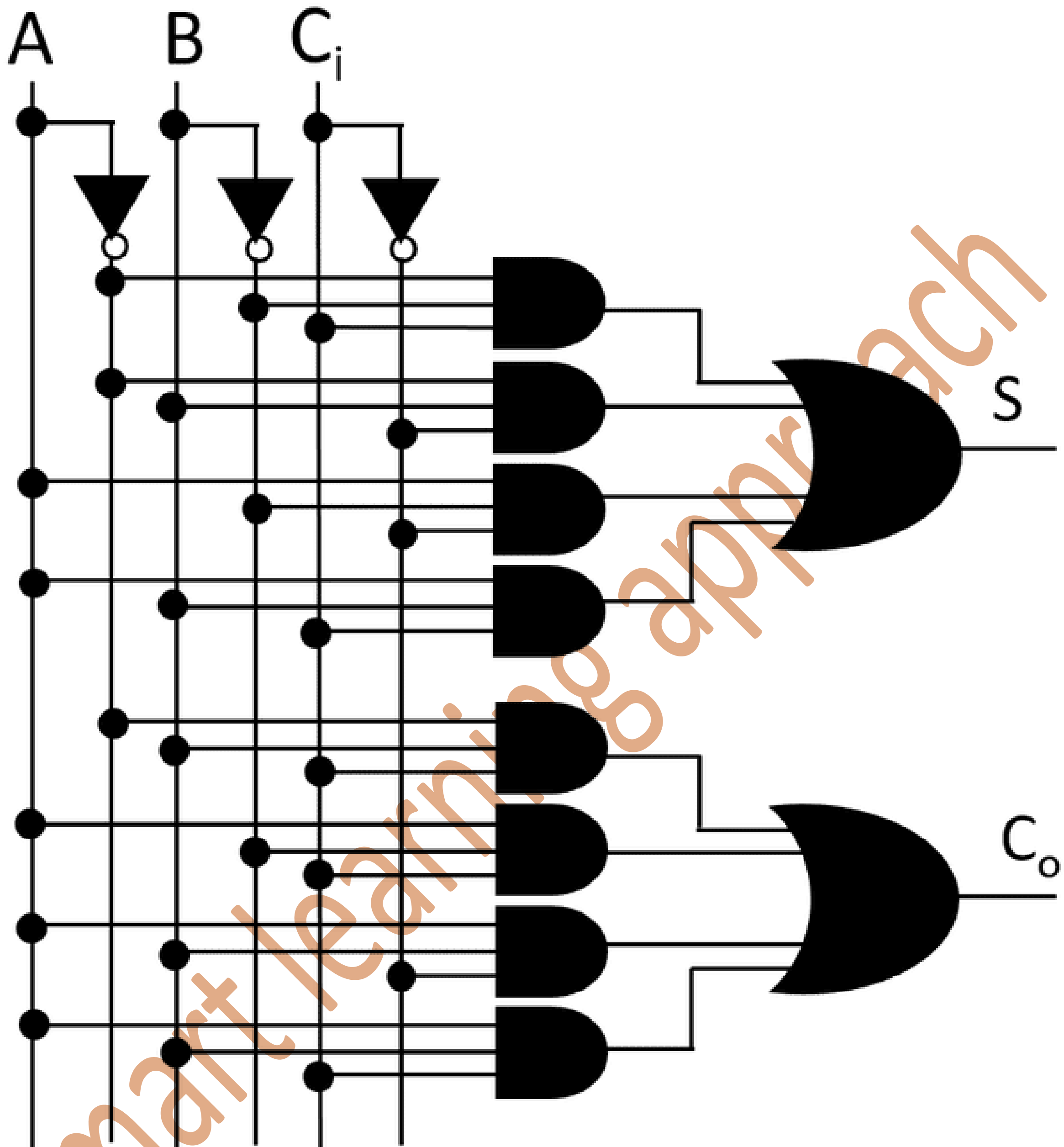
চিত্রঃ ফুল অ্যাডারের সত্যক সারণি

ফুল অ্যাডারের সত্যক সারণি থেকে SOP নিয়মানুসারে sum এবং carry এর নিম্নরূপ বুলিয়ান এক্সপ্রেশন পাওয়া যায়-

$$S = \overline{A}\,\overline{B}C_i + \overline{A}B\overline{C_i} + A\overline{B}\,\overline{C_i} + ABC_i$$

$$C_o = \overline{A}BC_i + A\overline{B}C_i + AB\overline{C_i} + ABC_i$$

ফুল অ্যাডারের sum এবং carry এর বুলিয়ান এক্সপ্রেশন ব্যবহার করে সার্কিট



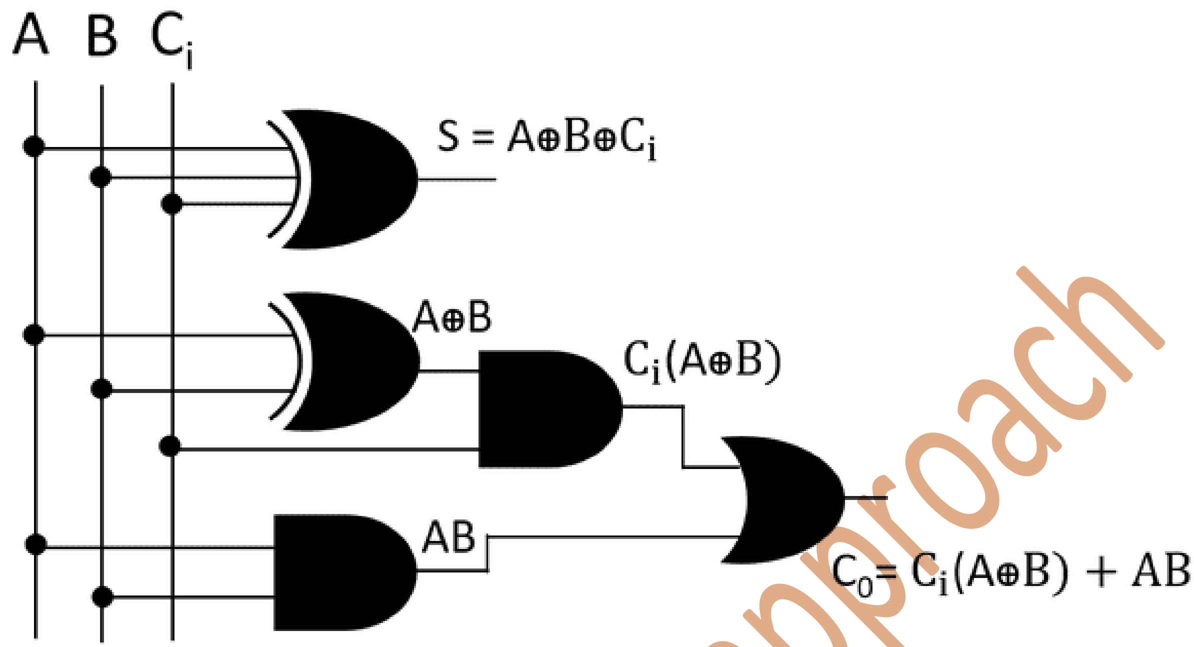
চিত্রঃ ফুল অ্যাডারের সার্কিট (শুধুমাত্র মৌলিক গেইটের সাহায্যে)

ফুল অ্যাডারের বুলিয়ান এক্সপ্রেশনদুটি সরলীকরণ করে পাই-

$$\begin{aligned}
S &= \overline{A}\,\overline{B}C_i + \overline{A}B\overline{C_i} + A\overline{B}\,\overline{C_i} + ABC_i \\
&= \overline{A}(\overline{B}C_i + B\overline{C_i}) + A(\overline{B}\,\overline{C_i} + BC_i) \\
&= \overline{A}(\overline{B}C_i + B\overline{C_i}) + A(\overline{B}\,\overline{C_i} + BC_i) \\
&= \overline{A}(B \oplus C_i) + A(\overline{B \oplus C_i}) \\
&= A \oplus B \oplus C_i
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_o &= \overline{A}BC_i + A\overline{B}C_i + AB\overline{C_i} + ABC_i \\
&= C_i(\overline{A}B + A\overline{B}) + AB(\overline{C_i} + C_i) \\
&= C_i(A \oplus B) + AB
\end{aligned}$$

ফুল অ্যাডারের sum এবং carry এর সরলীকৃত এক্সপ্রেশনদুটি ব্যবহার করে সার্কিট



চিত্রঃ ফুল অ্যাডারের সার্কিট (সরলীকৃত সমীকরণের)

- **শুধুমাত্র NAND গেইটের সাহায্যে ফুল অ্যাডারের সার্কিট তৈরি বা বাস্তবায়ন কর।**
- **শুধুমাত্র NOR গেইটের সাহায্যে ফুল অ্যাডারের সার্কিট তৈরি বা বাস্তবায়ন কর।**

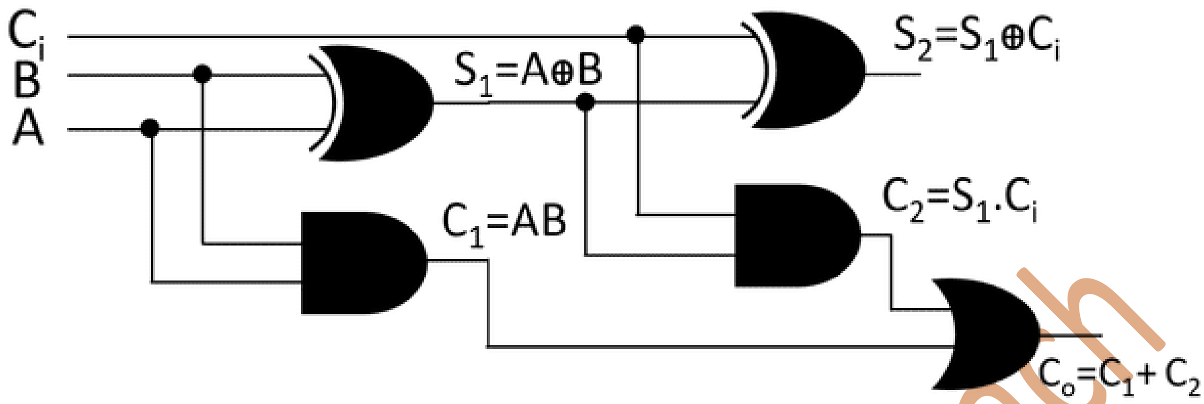
হাফ অ্যাডার সার্কিটের সাহায্যে ফুল অ্যাডার সার্কিট বাস্তবায়ন:

আমরা জানি, ফুল অ্যাডারের ইনপুট A, B ও C_i এবং আউটপুট যোগফল S ও ক্যারি C_o হলে ফুল অ্যাডারের ক্ষেত্রে,

$S = A□B□C_i$

$C_o=(A□B).C_i + A.B$

উপরের ফাংশনদুটি বাস্তবায়নের লক্ষে দুটি হাফ অ্যাডার ও একটি অর গেইটের সাহায্যে নিম্নোক্ত সার্কিট তৈরি করা হলো–



চিত্রঃ হাফ অ্যাডারের সাহায্যে ফুল অ্যাডারের সার্কিট বাস্তবায়ন

প্রথম হাফ অ্যাডারের ক্ষেত্রে-

$S_1=A\square B$ এবং

$C_1=A.B$

দ্বিতীয় হাফ অ্যাডারের ক্ষেত্রে-

$S_2=S_1\square C_i$ এবং

$C_2=S_1.C_i$

$S_2=S_1\square C_i$ এই সমীকরণে $S_1=A\square B$ বসিয়ে পাই $S_2= A\square B\square C_i$ যা ফুল-অ্যাডারের যোগফল S ।

আবার $C_o=C_1+C_2$ সমীকরণে C_1 ও C_2 এর মান বসিয়ে পাই $C_o=(A\square B).C_i + A.B$ যা ফুল-অ্যাডারের আউটপুট ক্যারি C_o । সুতরাং দুটি হাফ অ্যাডার ও একটি অর গেইটের সাহায্যে একটি ফুল অ্যাডার বাস্তবায়ন সম্ভব।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

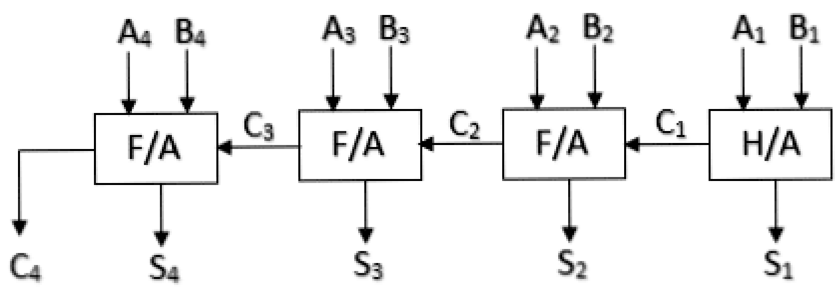
বাইনারি অ্যাডারঃ যে অ্যাডার দুটি বাইনারি সংখ্যা যোগ করতে পারে তাকে বাইনারি অ্যাডার বলে। বাইনারি অ্যাডার দুই প্রকার। যথা-

- প্যারালাল বাইনারি অ্যাডার
- সিরিয়াল বাইনারি অ্যাডার

প্যারালাল বাইনারি অ্যাডারঃ প্যারালাল বাইনারি অ্যাডার n বিটের দুইটি বাইনারি সংখ্যার বিটগুলোকে সমান্তরালে যোগ করতে পারে। শুধুমাত্র ফুল-অ্যাডার অথবা হাফ-অ্যাডার এবং ফুল-অ্যাডারের সাহায্যে প্যারালাল বাইনারি অ্যাডার সার্কিট তৈরি করা যায়। প্যারালাল বাইনারি অ্যাডার দিয়ে n বিটের দুইটি বাইনারি সংখ্যা যোগ করার জন্য একটি হাফ-অ্যাডার ও (n-1) সংখ্যক ফুল-অ্যাডার ব্যবহৃত হয়। তবে n বিটের দুইটি বাইনারি সংখ্যার যোগ শুধুমাত্র n সংখ্যক ফুল-অ্যাডার ব্যবহার করেও করা যায়। এক্ষেত্রে প্রথম ফুল অ্যাডারের ইনপুট ক্যারিটি গ্রাউন্ডেড (ক্যারি জিরো) করে রাখা হয়।

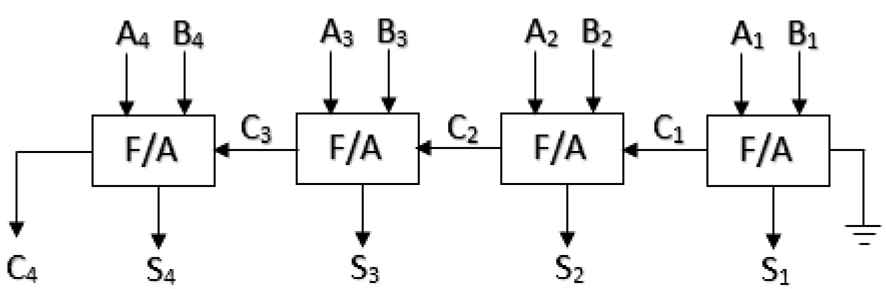
প্যারালাল বাইনারি অ্যাডার বা বাইনারি অ্যাডারের সাহায্যে দুইটি বাইনারি সংখ্যা $A_4A_3A_2A_1$ এবং $B_4B_3B_2B_1$ এর যোগঃ

হাফ-অ্যাডার এবং ফুল-অ্যাডার ব্যবহার করে:



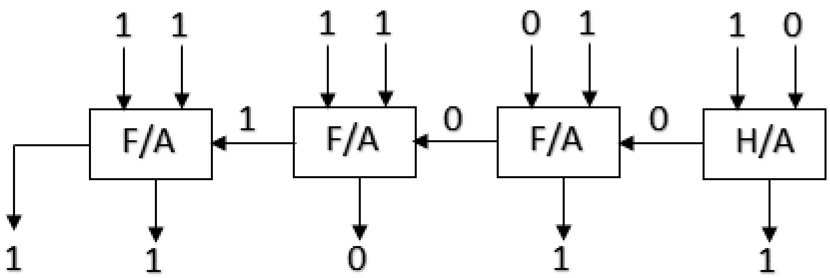
চিত্রঃ ৪-বিট বাইনারি প্যারালাল অ্যাডার

শুধুমাত্র ফুল অ্যাডার ব্যবহার করে:



চিত্রঃ ৪-বিট বাইনারি প্যারালাল অ্যাডার

উদাহরণ-১: বাইনারি অ্যাডার সার্কিটের সাহায্যে 1101 এবং 1110 যোগ।



সুতরাং $(1101)_2 + (1110)_2 = (11011)_2$

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

উদাহরণ-2: বাইনারি অ্যাডার সার্কিটের সাহায্যে 11011 এবং 10101 যোগ কর।

উদাহরণ-3: বাইনারি অ্যাডার সার্কিটের সাহায্যে 110 এবং 111 যোগ কর।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস

সিরিয়াল বাইনারি অ্যাডারঃ সিরিয়াল বাইনারি অ্যাডার n বিটের দুইটি বাইনারি সংখ্যার বিটগুলোকে বিট-বাই-বিট যোগ করে থাকে। একটি ফ্লিপ-ফ্লপ এবং একটি ফুল-অ্যাডার দিয়ে সিরিয়াল বাইনারি অ্যাডার সার্কিট তৈরি করা যায়। প্রতিটি ক্লক পালসে ফুল অ্যাডার সার্কিট দুইটি বাইনারি সংখ্যার একটি করে বিট যোগ করে sum এবং আউটপুট carry দেয়। পরবর্তী ক্লক পালসে পূর্ববর্তী আউটপুট ক্যারি এবং পরবর্তী দুইটি বিট যোগ করে sum এবং আউটপুট carry দেয়। এইভাবে n বিটের দুইটি বাইনারি সংখ্যার বিটগুলোকে বিট-বাই-বিট যোগ করে থাকে।

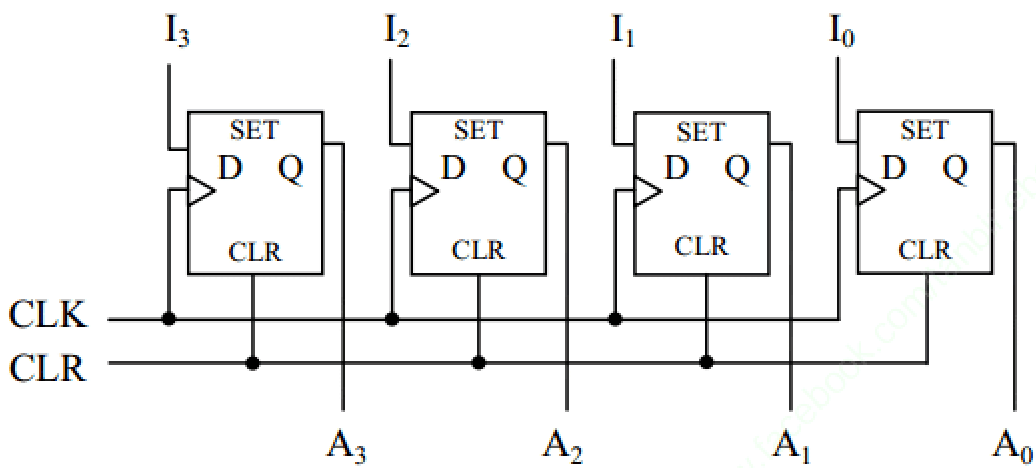
তৃতীয় অধ্যায় পাঠ-১৭: রেজিস্টার এবং কাউন্টার।

রেজিস্টার: রেজিস্টার হলো একগুচ্ছ ফ্লিপ-ফ্লপ এবং গেইটের সমন্বয়ে গঠিত সার্কিট যা অস্থায়ী মেমরি হিসেবে কাজ করে। এর প্রত্যেকটি ফ্লিপ-ফ্লপ একটি করে বাইনারি বিট সংরক্ষণ করতে পারে। কেন্দ্রীয় প্রক্রিয়াকরণ অংশে প্রোগ্রাম নির্বাহের সময় উপাত্ত অস্থায়ীভাবে জমা রাখার জন্য রেজিস্টার ব্যবহৃত হয়। n বিটের একটি বাইনারি তথ্য ধারণের জন্য n সংখ্যক ফ্লিপ-ফ্লপ বিশিষ্ট একটি রেজিস্টার প্রয়োজন। ৮-বিট রেজিস্টার, ১৬- বিট রেজিস্টার, ৩২-বিট রেজিস্টার ইত্যাদি- যারা যথাক্রমে ৮, ১৬, ৩২ বিট তথ্য ধারণ করতে পারবে।

- রেজিস্টারের প্রকারভেদ-
  গঠন অনুসারে রেজিস্টার বিভিন্ন প্রকার হতে পারে। যথা:
  ১. *প্যারালাল লোড রেজিস্টার*
  ২. *শিফ্ট রেজিস্টার*
  কাজের প্রকৃতি অনুসারে রেজিস্টার বিভিন্ন প্রকার হতে পারে। যথা:

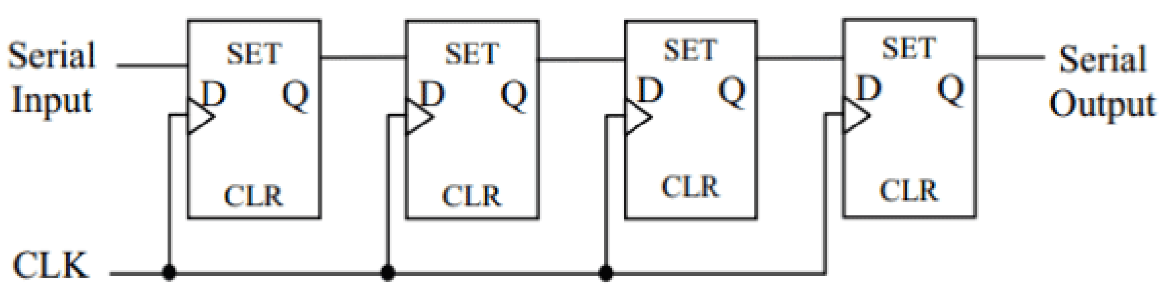
১. *অ্যাকিউমুলেটর রেজিস্টার*
২. *সাধারণ রেজিস্টার*
৩. *বিশেষ রেজিস্টার*

প্যারালাল লোড রেজিস্টার: একটি সাধারণ প্যারালাল লোড রেজিস্টার বা বাফার রেজিস্টারের ব্লক ডায়াগ্রাম দেখানো হলো। এটি ৪ বিটের বাইনারি তথ্য সংরক্ষণ করতে পারে। প্যারালাল লোড রেজিস্টার হলো এমন এক ধরনের রেজিস্টার যেখানে একটি কমন পালস্ সিস্টেম থাকে। কমন পালসের যেকোনো একটি টার্মিনাল পাল্স পাবার সাথে সাথে সবগুলো রেজিস্টার সক্রিয় হয় এবং তথ্য ধারণ করে।



চিত্র: একটি 4-বিট প্যারালাল লোড রেজিস্টার

শিফট রেজিস্টারঃ যে রেজিস্টার বাইনারি বিট ধারণের পাশাপাশি ধারনকৃত বিটকে ডানদিকে বা বামদিকে বা উভয় দিকে সরাতে পারে তাকে শিফ্ট রেজিস্টার বলে। শিফট রেজিস্টারে ফ্লিফ-ফ্লপগুলো চেইন আকারে একটির আউটপুট আরেকটির ইনপুটের সাথে সংযুক্ত থাকে। একটি কমন পাল্সের মাধ্যমে সব ফ্লিপ-ফ্লপ ইনপুট গ্রহণ করে এক স্টেট হতে অপর স্টেটে ডেটা শিফটিং এর কাজ করে।



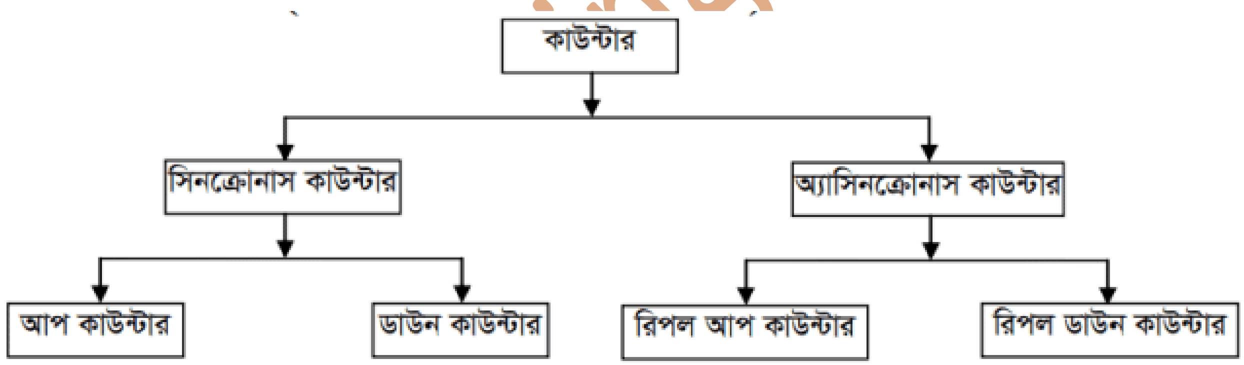
চিত্র: একটি 4-বিট শিফট রেজিস্টার

রেজিস্টারের ব্যবহারঃ রেজিস্টার হলো CPU এর অন্তর্গত সঞ্চয় ব্যবস্থা। এতে তথ্য বা নির্দেশ সাময়িকভাবে সঞ্চিত রাখা যায়। রেজিস্টারে প্রোগ্রামার কোনো কিছু জমা রাখতে পারে না, একমাত্র CPU-ই গণনার প্রয়োজনে রেজিস্টারে কোনো কিছু সঞ্চিত রাখতে পারে। রেজিস্টারের গঠন প্রধান মেমরির অনুরূপ। বিভিন্ন ধরনের প্রিন্টারে রেজিস্টার ব্যবহৃত হয়, কী-বোর্ড বাফারে ব্যবহৃত হয়।

কাউন্টারঃ কাউন্টার হলো এমন একটি সিকুয়েন্সিয়াল ডিজিটাল ইলেকট্রনিক্স সার্কিট যা ফ্লিপ-ফ্লপ এবং লজিক গেইট দিয়ে গঠিত এবং তাতে দেয়া ইনপুট পালসের সংখ্যা গুণতে পারে। যে কাউন্টার বাইনারি সিকুয়েন্স অনুসরণ করে তাকে বাইনারি কাউন্টার বলে। একটি কাউন্টার কত থেকে কত গণনা করবে তা কাউন্টার এর ডিজাইনের উপর নির্ভর করে। সুতরাং, একটি n বিট বাইনারি কাউন্টার 0 থেকে 2^n-1 পর্যন্ত পর্যায়ক্রমিক গুণতে পারে।

মোড নাম্বার/মডিউলাসঃ কাউন্টারের মোড নাম্বার বা মডিউলাস হলো কাউন্টারটি সর্বো'চ কত সংখ্যা গুণতে পারে। যদি কোনোএকটি কাউন্টারের বিট সংখ্যা n হয় তবে এটি n টি ফ্লিপ-ফ্লপ নিয়ে তৈরি হবে এবং তা সিকুয়েন্সিয়াল বা ধারাবাহিকভাবে 0 থেকে 2^n-1 সংখ্যক সংখ্যা গণনা করতে পারবে। অর্থাৎ n বিট কাউন্টারের মডিউলাস সংখ্যা 2^n। তবে কাউন্টারের ফ্লিপ-ফ্লপের সংখ্যা হ্রাস-বৃদ্ধি করে মডিউলাসের সংখ্যা হ্রাস-বৃদ্ধি করা যায়।

কাউন্টারের প্রকারভেদ:



কাউন্টারের ব্যবহার:

- ১. ক্লক পালসের সংখ্যা গণনার জন্য
  ২. টাইমিং সিগন্যাল প্রদানের জন্য
  ৩. ডিজিটাল কম্পিউটারে
  ৪. ডিজিটাল ঘড়িতে
  ৫. বৈদ্যুতিক স্পন্দন গণনার ক্ষেত্রে
  ৬. প্যারালাল ডেটাকে সিরিয়াল ডেটায় রূপান্তর করতে।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

তৃতীয় অধ্যায়: জ্ঞানমূলক প্রশ্ন ও উত্তরসমূহ।

নম্বর (সংখ্যা) কি?

সংখ্যা হচ্ছে একটি উপাদান যা কোনকিছু গণনা, পরিমাণ এবং পরিমাপ করার জন্য ব্যবহৃত হয়। যেমন- একাদশ শ্রেণীতে ২৪৩ জন ছাত্র আছে; এখানে ২৪৩ একটি সংখ্যা।

ডিজিট (অংক) কি?

সংখ্যা তৈরির ক্ষুদ্রতম প্রতীকই হচ্ছে অংক। যেমন ২৪৩ তিন অংক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা।

সংখ্যা পদ্ধতি কী?

কোনো সংখ্যাকে লেখা বা প্রকাশ ও এর সাহায্যে গাণিতিক হিসাব-নিকাশের জন্য ব্যবহৃত পদ্ধতিই হলো সংখ্যা পদ্ধতি।

নন-পজিশনাল সংখ্যা পদ্ধতি কী?

যে সংখ্যা পদ্ধতিতে কোন সংখ্যার মান সংখ্যায় ব্যবহৃত অংকসমূহের অবস্থানের উপর নির্ভর করে না তাকে নন-পজিশন্যাল সংখ্যা পদ্ধতি বলে। হায়ারোগ্লিফিক্স (Hieroglyphics) সংখ্যা পদ্ধতি একটি নন-পজিশন্যাল সংখ্যা পদ্ধতির উদাহরণ।

পজিশনাল সংখ্যা পদ্ধতি কী?

যে সংখ্যা পদ্ধতিতে কোন সংখ্যার মান সংখ্যায় ব্যবহৃত অংকসমূহের পজিশন বা অবস্থানের উপর নির্ভর করে তাকে পজিশন্যাল সংখ্যা পদ্ধতি বলে। অংকসমূহের অবস্থানের উপর ভিত্তি করে এই ধরনের সংখ্যা পদ্ধতিতে সংখ্যার মান নির্ণয় করা হয়।

স্থানীয় মান কী?

কোন সংখ্যা পদ্ধতিতে একটি সংখ্যায় কোন অঙ্কের স্থানীয় মান হল (সংখ্যাটির বেজ)$^{\text{অঙ্কের পজিশন}}$।

রেডিক্স পয়েন্ট কী?

পজিশন্যাল সংখ্যা পদ্ধতিতে Radix point(.) দিয়ে প্রতিটি সংখ্যাকে পূর্ণাংশ এবং ভগ্নাংশ এই দুইভাগে বিভক্ত করা হয়।

বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি কী?

Bi শব্দের অর্থ হলো ২ (দুই)। যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ০ ও ১ এই দুইটি প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি বলে। বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির বেজ হচ্ছে ২।

বিট কি?

বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির ০ এবং ১ এই দুটি মৌলিক চিহ্নকে বিট বলে। উদাহরণ-১১০১ সংখ্যাটিতে ৪ টি বিট রয়েছে।

বাইট কি?

আট বিটের গ্রুপ নিয়ে গঠিত হয় একটি বাইট। উদাহরণ ১০,১০০১০০ সংখ্যাটিতে ৮ টি বিট রয়েছে যা মিলে একটি বাইট, গঠিত হয়েছে।

অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতি কী?

Octa শব্দের অর্থ হলো ৮ । যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ৮টি(০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭) প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে অকটাল সংখ্যা পদ্ধতি বলে। অকটাল সংখ্যা পদ্ধতির বেজ বা ভিত্তি হলো ৮।

ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতি কী?

Deci শব্দের অর্থ হলো ১০ । যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ১০টি (০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭,৮,৯) প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতি বলে। ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতির বেজ বা ভিত্তি হলো ১০।

হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতি কী?

হেক্সাডেসিমেল শব্দটির দুটি অংশ। একটি হলো হেক্সা(Hexa) অর্থাৎ ৬ এবং অপরটি ডেসিমেল অর্থাৎ ১০ , দুটো মিলে হলো ষোল। যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ১৬ টি (০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭,৮,৯,A,B,C,D,E,F) প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতি বলে। হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতির বেজ হচ্ছে ১৬।

সংখ্যা পদ্ধতির বেজ বা ভিত্তি কী?

কোনো একটি সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত মৌলিক চিহ্নসমূহের মোট সংখ্যা বা সমষ্টিকে ঐ সংখ্যা পদ্ধতির বেজ (Base) বা ভিত্তি বলে। সংখ্যা পদ্ধতির বেজ বা ভিত্তিকে সাবস্ক্রিপ্ট (সংখ্যার ডানে একটু নিচে) হিসেবে লিখে প্রকাশ করা হয়।

সাইনড নম্বর বা চিহ্নযুক্ত সংখ্যা কাকে বলে?

যখন কোন সংখ্যার পূর্বে ধনাত্মক(+) বা ঋণাত্মক(–) চিহ্ন থাকে তখন সেই সংখ্যাকে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা বা সাইনড নম্বর বলা হয়।

চিহ্ন বা সাইন বিট কী?

বাইনারি পদ্ধতিতে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা উপস্থাপনের জন্য প্রকৃত মানের পূর্বে একটি অতিরিক্ত বিট যোগ করা হয়। এই অতিরিক্ত বিটকে চিহ্ন বিট বলে। চিহ্ন বিট 0 হলে সংখ্যাটি ধনাত্মক এবং চিহ্নবিট ১ হলে সংখ্যাটিকে ঋণাত্মক ধরা হয়।

১ এর পরিপূরক কী?

কোন বাইনারি সংখ্যার প্রতিটি বিটকে পূরক করে বা উল্টিয়ে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তাকে ১ এর পরিপূরক বলা হয়।

২ এর পরিপূরক কী?

কোন বাইনারি সংখ্যার ১ এর পরিপূরকের সাথে বাইনারি ১ যোগ করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তাকে ২ এর পরিপূরক বলা হয়।

কোড কী?

কম্পিউটার সিস্টেমে ব্যবহৃত প্রতিটি বর্ণ, অঙ্ক, সংখ্যা, প্রতীক বা বিশেষ চিহ্নকে আলাদাভাবে CPU(Central Processing Unit) কে বুঝানোর জন্য বাইনারি বিটের (০ বা ১) অদ্বিতীয় বিন্যাস ব্যবহৃত হয়। এই অদ্বিতীয় বিন্যাসকে বলা হয় কোড।

বিসিডি (BCD) কোড কী?

BCD এর পূর্ণ রূপ হলো Binary Coded Decimal। ডেসিমেল সংখ্যার প্রতিটি অঙ্ককে (০ থেকে ৯ পর্যন্ত) সমতুল্য চার-বিট বাইনারি দ্বারা প্রতিস্থাপন করার পর প্রাপ্ত কোডকে BCD কোড বলে। অন্যকথায় BCD কোড একটি চার-বিট বাইনারি ভিত্তিক কোড।

অ্যাসকি(ASCII) কী?

ASCII এর পূর্ণরূপ American Standard Code For Information Interchange। ASCII আধুনিক কম্পিউটারে বহুল ব্যবহৃত কোড। কম্পিউটার এবং ইনপুট/আউটপুট ডিভাইসের মধ্যে তথ্য স্থানান্তরের জন্য এ কোড ব্যবহৃত হয়।

EBCDIC কী?

EBCDIC এর পূর্ণরূপ Extended Binary Coded Decimal Information Code। এটি BCD কোডের নতুন সংস্করণ।

ইউনিকোড কী?

Unicode এর পূর্ণনাম হলো Universal Code বা সার্বজনীন কোড। বিশ্বের সকল ভাষাকে কম্পিউটারে কোডভুক্ত করার জন্য ইউনিকোড ব্যবহৃত হয়। ইউনিকোড মূলত ২ বাইট বা ১৬ বিটের কোড। এ কোডের মাধ্যমে $২^{১৬}$ বা ৬৫,৫৩৬ টি অদ্বিতীয় চিহ্ন কম্পিউটারকে অদ্বিতীয়ভাবে বুঝানো যায়।

বুলিয়ান অ্যালজেবরা কী?

জর্জ বুল সর্বপ্রথম গণিত ও যুক্তির মধ্যে সম্পর্ক আবিষ্কার করেন এবং গণিত ও যুক্তির ওপর ভিত্তি করে এক ধরণের অ্যালজেবরা তৈরি করেন, যাকে বুলিয়ান অ্যালজেবরা বলা হয়।

বুলিয়ান চলক কী?

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যার মান সময়ের সাথে পরিবর্তন হয় তাকে বুলিয়ান চলক বলে। যেমন– C = A + B, এখানে A ও B হচ্ছে বুলিয়ান চলক।

বুলিয়ান ধ্রুবক কী?

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যার মান সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাকে বুলিয়ান ধ্রুবক বলে। যেমন– A = A+0+1, এখানে 0 এবং 1 হচ্ছে বুলিয়ান ধ্রুবক।

বুলিয়ান পূরক কী?

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যেকোনো চলকের মান ০ অথবা ১ হয়। এই ০ এবং ১ কে একটি অপরটির বুলিয়ান পূরক বলা হয়। বুলিয়ান পূরককে '—' চিহ্নের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়।

বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ কী?

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় সমস্ত গাণিতিক কাজ শুধুমাত্র যৌক্তিক যোগ, গুণ ও পূরকের সাহায্যে করা হয়। বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যৌক্তিক যোগ,গুণ ও পূরকের নিয়মগুলোকে বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ বলে।

বুলিয়ান দ্বৈতনীতি কী?

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় ব্যবহৃত সকল উপপাদ্যে যে দুটি নিয়ম মেনে একটি বৈধ্য সমীকরণ থেকে আর একটি বৈধ্য সমীকরণ নির্ণয় করা যায় তাকে বুলিয়ান দ্বৈতনীতি বলে। বুলিয়ান অ্যালজেবরায় অর (OR) এবং অ্যান্ড (AND) এর সাথে সম্পর্কযুক্ত সকল উপপাদ্য বা সমীকরণ দ্বৈতনীতি মেনে চলে।

বুলিয়ান উপপাদ্য কী?

যেসব উপপাদ্য ব্যবহার করে জর্জ বুল সকল প্রকার যুক্তিসংগত বিষয়ের গাণিতিক রুপ প্রদান করেন সেই উপপাদ্য গুলোকে বুলিয়ান উপপাদ্য বলা হয়।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

সত্যক সারণি কী?

যে সারণির মাধ্যমে বুলিয়ান সমীকরণে চলকসমূহের বিভিন্ন মানবিন্যাসের জন্য বিভিন্ন আউটপুট প্রদর্শন করা হয়, তাকে সত্যক সারণি বলে। সত্যক সারণির সাহায্যে বুলিয়ান সমীকরণের সত্যতা যাচাই করা হয়।

ডি-মরগানের উপপাদ্য দুটি লিখ।

প্রথম উপপাদ্যঃ যেকোন সংখ্যক চলকের যৌক্তিক যোগের কমপ্লিমেন্ট প্রত্যেক চলকের কমপ্লিমেন্টের যৌক্তিক গুণের সমান।

দ্বিতীয় উপপাদ্যঃ যেকোন সংখ্যক চলকের যৌক্তিক গুণের কমপ্লিমেন্ট প্রত্যেক চলকের কমপ্লিমেন্টের যৌক্তিক যোগের সমান।

লজিক গেইট কী?

লজিক গেইট হলো এক ধরনের ইলেকট্রনিক সার্কিট যা এক বা একাধিক ইনপুট গ্রহণ করে এবং শুধু একটি আউটপুট প্রদান করে। লজিক গেইট বুলিয়ান অ্যালজেবরায় মৌলিক কাজগুলো বাস্তবায়নের জন্য ব্যবহার করা হয় ।

মৌলিক লজিক গেইট কী?

যেসকল গেইট দ্বারা বুলিয়ান অ্যালজেবরার মৌলিক অপারেশনের কাজ করা যায় তাদেরকে মৌলিক লজিক গেইট বলা হয়। যথা- অর গেইট (OR Gate), অ্যান্ড গেইট (AND Gate) ও নট গেইট (NOT Gate) ।

যৌগিক লজিক গেইট কী?

দুই বা ততোধিক মৌলিক গেইটের সাহায্যে যে গেইট তৈরি করা হয় তাকে যৌগিক গেইট বলে। যেমন- AND Gate +NOT Gate = NAND Gate, OR Gate + NOT Gate = NOR Gate।

সার্বজনীন গেইট কাকে বলে?

যে গেইট দিয়ে মৌলিক গেইটসহ (AND,OR,NOT) অন্যান্য সকল গেইট বা সার্কিট বাস্তবায়ন করা যায় তাকে সার্বজনীন গেইট বলে।

এনকোডার কী?

এনকোডার এক ধরনের ডিজিটাল বর্তনী যার কাজ হলো মানুষের ভাষাকে কম্পিউটারের বোধগম্য যান্ত্রিক ভাষায় রূপান্তর করা। এ বর্তনীর সর্বাধিক 2^n টি ইনপুট থেকে n সংখ্যক আউটপুট লাইন পাওয়া যায়।

ডিকোডার কী?

ডিকোডার হলো এমন একটি সমবায় সার্কিট যার কাজ হলো কম্পিউটারের বোধগম্য যান্ত্রিক ভাষাকে মানুষের ভাষায় রূপান্তর করা। যার সাহায্যে n সংখ্যক ইনপুট থেকে সর্বাধিক 2^n সংখ্যক আউটপুট লাইন পাওয়া যায়।

অ্যাডার কী?

যে সমবায় সার্কিট দ্বারা যোগ করা যায় তাকে অ্যাডার বলে। কম্পিউটারের সকল গাণিতিক কাজ বাইনারি যোগের মাধ্যমে সম্পন্ন হয়।

হাফ-অ্যাডার কী?

যে বর্তনী দুটি বিট যোগ করে একটি যোগফল ও ক্যারি বের করতে পারে তাকে হাফ অ্যাডার বলে।

ফুল-অ্যাডার কী?

যে বর্তনীর মাধ্যমে তিনটি বাইনারি বিট (দুটি ইনপুট বিট ও একটি পূর্বের ক্যারি বিট) যোগ করে একটি যোগফল এবং বর্তমান ক্যারিবিট পাওয়া যায় তাকে ফুল অ্যাডার বা পূর্ণ যোগের বর্তনী বলে।

বাইনারি অ্যাডার কী?

যে অ্যাডার দুটি বাইনারি সংখ্যা যোগ করতে পারে তাকে বাইনারি অ্যাডার বলে।

ফ্লিপ-ফ্লপ কী?

ফ্লিপ-ফ্লপ হলো লজিক গেইট দিয়ে তৈরি এক ধরণের ডিজিটাল বর্তনী যা এক বিট তথ্য ধারণ করতে পারে। প্রতিটি ফিপ-ফ্লপে এক বা একাদিক ইনপুটের জন্য দুটি আউটপুট পাওয়া যায়।

রেজিস্টার কী?

রেজিস্টার হলো একগুচ্ছ ফ্লিপ-ফ্লপ এবং লজিক গেইটের সমন্বয়ে গঠিত সার্কিট যা অস্থায়ী মেমরি হিসেবে কাজ করে। এর প্রত্যেকটি ফ্লিপ-ফ্লপ একটি করে বাইনারি বিট সংরক্ষণ করতে পারে।

কাউন্টার কী?

কাউন্টার হলো এমন একটি সিকুয়েন্সিয়াল সার্কিট যা ফ্লিপ-ফ্লপ এবং লজিক গেইটের সমন্বয়ে গঠিত সার্কিট এবং যা ইনপুট পালসের সংখ্যা গুণতে পারে।

মোড নাম্বার বা মডিউলাস কী?

কোন কাউন্টার সর্বোচ্চ যতগুলো সংখ্যা গুণতে পারে তাকে তার মোড নাম্বার বা মডিউলাস বলে। n বিট কাউন্টারের মডিউলাস হল 2^n । অর্থাৎ একটি n-বিট কাউন্টার ধারাবাহিকভাবে 0 থেকে 2^n-1 সংখ্যাগুলো গণনা করতে পারে।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

তৃতীয় অধ্যায়: অনুধাবনমূলক প্রশ্ন ও উত্তরসমূহ।

সংখ্যা পদ্ধতির বেজ ব্যাখ্যা কর।

কোনো একটি সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত মৌলিক চিহ্ন সমূহের সমষ্টিকে ঐ সংখ্যা পদ্ধতির বেজ (Base) বা ভিত্তি বলে। যেমন- দশমিক সংখ্যাতে মোট মৌলিক চিহ্ন (০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭,৮,৯) ১০টি। সুতরাং দশমিক সংখ্যা পদ্ধতির বেজ ১০। তেমনিভাবে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে যেহেতু ০ এবং ১ এই দুইটি প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাই এর বেজ হচ্ছে ২ । অকটাল সংখ্যা পদ্ধতিতে ০ থেকে ৭ পর্যন্ত মোট ৮ টি প্রতিক বা চিহ্ন নিয়ে যাবতীয় গাণিতিক কর্মকান্ড সম্পাদন করা হয় বলে এর বেজ বা ভিত্তি হলো ৮। হেক্সাডেসিম্যাল সংখ্যা পদ্ধতিতে মোট ১৬ টি প্রতিক বা চিহ্ন ব্যবহার করা হয় বলে এর বেজ হচ্ছে ১৬।

হেক্সাডেসিম্যাল সংখ্যা পদ্ধতির বেস ১৬ কেন? ব্যাখ্যা কর।

'১-এর পরের সংখ্যাটি ১০ হতে পারে'- ব্যাখ্যা কর।

কোন সংখ্যা পদ্ধতিতে একটি সংখ্যার পরের সংখ্যা বলতে বুঝায় ঐ সংখ্যা পদ্ধতিতে সংখ্যাটির সাথে ১ যোগ করতে হবে। বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে ১ এর সাথে ১ যোগ করলে ১০ হয়।

$(১১)_{১০}$সংখ্যাটিকে পজিশনাল সংখ্যা বলা হয় কেন?

যে সংখ্যা পদ্ধতিতে কোন সংখ্যার মান ব্যবহৃত অংকসমূহের পজিশন বা অবস্থানের উপর নির্ভর করে তাকে পজিশন্যাল সংখ্যা পদ্ধতি বলে। অংকসমূহের অবস্থানের উপর ভিত্তি করে এই ধরনের সংখ্যা পদ্ধতিতে সংখ্যার মান নির্ণয় করা হয়। এই পদ্ধতিতে সংখ্যার মান বের করার জন্য প্রয়োজন সংখ্যাটিতে ব্যবহৃত অঙ্কগুলোর নিজস্ব মান, সংখ্যা পদ্ধতির ভিত্তি এবং অঙ্কগুলোর অবস্থান বা স্থানীয় মান। এখানে $(১১)_{১০}$ সংখ্যাটি দশমিক সংখ্যা পদ্ধতির। এর ভিত্তি হচ্ছে ১০। এ পদ্ধতিতে ০ থকে ৯ পর্যন্ত মোট ১০ টি মৌলিক চিহ্ন এর মধ্যে রয়েছে। এজন্য $(১১)_{১০}$ সংখ্যাটিকে পজিশনাল সংখ্যা বলা হয়।

3D কোন সংখ্যা পদ্ধতির? ব্যাখ্যা কর।

কোন একটি সংখ্যা কোন সংখ্যা পদ্ধতির তা নির্ভর করে সংখ্যায় ব্যবহৃত অংকগুলো কোন সংখ্যা পদ্ধতির তার উপর এবং সংখ্যা পদ্ধতির ভিত্তির উপর। প্রশ্নে উল্লিখিত সংখ্যার 3 অংকটি অক্টাল, ডেসিম্যাল এবং হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে থাকলেও D প্রতীকটি একমাত্র হেক্সাডেসিমেল (০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭,৮,৯,A,B,C,D,E,F) সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত হয়। অর্থাৎ প্রতিক দুইটি একমাত্র হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত হয়। তাই বলা যায় 3D হলো হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা।

১০১০১ কোন সংখ্যা পদ্ধতির? ব্যাখ্যা কর।

৯৮৮ কোন সংখ্যা পদ্ধতির? ব্যাখ্যা কর।

$(২৯৮)_{৮}$ সঠিক কিনা- ব্যাখ্যা কর।

$(২৯৮)_{৮}$ সংখ্যাটি সঠিক নয়। কারণ অকটাল সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত মৌলিক চিহ্নগুলো হলো ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬ ও ৭। অর্থাৎ অকটাল সংখ্যা পদ্ধতিতে মোট ৮টি মৌলিক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়। ফলে অকটাল সংখ্যা পদ্ধতির বেজ ৮। অকটাল সংখ্যা পদ্ধতিতে যেকোন সংখ্যা লিখতে ০ থেকে ৭ এর মধ্যে কোন মৌলিক চিহ্ন ব্যবহার করতে হয়। $(২৯৮)_{৮}$ সংখ্যাটির ভিত্তি ৮ কিন্তু অংক হিসেবে ৯ ও ৮ ব্যবহার করা হয়েছে, যা অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতির মৌলিক চিহ্নে নেই। তাই সংখ্যাটি সঠিক নয়।

দশমিক সংখ্যা পদ্ধতিতে স্থানীয় মানের ব্যাখ্যা কর।

$(২৬৭)_{১০}$ সংখ্যাকে কম্পিউটার সরাসরি গ্রহণ করেনা-ব্যাখ্যা কর।

সকল ইলেক্ট্রনিক্স ডিভাইস শুধুমাত্র দুটি অবস্থা অর্থাৎ বিদ্যুতের উপস্থিতি এবং অনুপস্থিতি বুজতে পারে। বিদ্যুতের উপস্থিতিকে ON, HIGH, TRUE কিংবা YES বলা হয় যা লজিক লেভেল ১ নির্দেশ করে এবং বিদ্যুতের অনুপস্থিতিকে OFF, LOW, FALSE কিংবা NO বলা হয় যা লজিক লেভেল ০ নির্দেশ করে। লজিক লেভেল ০ এবং ১ বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির সাথে সামঞ্জন্যপূর্ণ। তাই কম্পিউটার

বা সকল ইলেক্ট্রনিক্স ডিভাইসে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহৃত হয়। যেহেতু $(২৬৭)_{১০}$ বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির নয় তাই কম্পিউটার সরাসরি গ্রহণ করে না। তবে সংখ্যাটিকে এনকোডার নামক এক ধরনের বর্তনীর সাহায্যে বাইনারিতে রুপান্তর করে ব্যবহার করে।

"কম্পিউটারের অভ্যন্তরীণ যন্ত্রাংশের কার্যপদ্ধতির সাথে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি সামঞ্জস্যপূর্ণ"- ব্যাখ্যা কর।

কম্পিউটারের অভ্যন্তরীণ যন্ত্রাংশ শুধুমাত্র দুটি অবস্থা অর্থাৎ বিদ্যুতের উপস্থিতি এবং অনুপস্থিতির উপর ভিত্তি করে সকল কার্য সম্পাদন করে থাকে। বিদ্যুতের উপস্থিতিকে ON, HIGH, TRUE কিংবা YES বলা হয় যা লজিক লেভেল ১ নির্দেশ করে এবং বিদ্যুতের অনুপস্থিতিকে OFF, LOW, FALSE কিংবা NO বলা হয় যা লজিক লেভেল ০ নির্দেশ করে। অপরদিকে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে দুটি মৌলিক চিহ্ন(০,১) রয়েছে। তাই বলা যায় কম্পিউটারের অভ্যন্তরীণ যন্ত্রাংশের লজিক লেভেল ০ এবং ১ বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির সাথে সামঞ্জন্যপূর্ণ।

কম্পিউটারের ক্ষেত্রে ডিজিটাল সিগন্যাল উপযোগী কেন? ব্যাখ্যা কর।

ডিজিটাল সিগন্যাল বলতে বুঝায় কতগুলো ০ ও ১ এর সমাবেশ। কম্পিউটারের অভ্যন্তরীণ যন্ত্রাংশ শুধুমাত্র দুটি অবস্থা অর্থাৎ বিদ্যুতের উপস্থিতি এবং অনুপস্থিতির উপর ভিত্তি করে সকল কার্য সম্পাদন করে থাকে। বিদ্যুতের উপস্থিতিকে ON, HIGH, TRUE কিংবা YES বলা হয় যা লজিক লেভেল ১ নির্দেশ করে এবং বিদ্যুতের অনুপস্থিতিকে OFF, LOW, FALSE কিংবা NO বলা হয় যা লজিক লেভেল ০ নির্দেশ করে। যেহেতু কম্পিউটারের অভ্যন্তরীণ সকল কার্যক্রম ০ ও ১ এর সাহায্যে সম্পন্ন হয় এবং ডিজিটাল সিগন্যাল বলতে ০ ও ১ বুজায়, তাই বলা যায় কম্পিউটারের ক্ষেত্রে ডিজিটাল সিগন্যাল উপযোগী।

কম্পিউটার ডিজাইনে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহারের কারণ লেখ।

হেক্সাডেসিমেল ও ডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতির মধ্যে তুমি কিভাবে পার্থক্য করবে?

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

"অক্টাল তিন বিটের কোড"- বুঝিয়ে লেখ।

যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ৮টি(০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭) মৌলিক চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে অকটাল সংখ্যা পদ্ধতি বলে।অপরদিকে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির ০ বা ১ এই দুটি মৌলিক চিহ্ন কে বিট বলে। অকটাল সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত আটটি মৌলিক চিহ্নের মধ্যে সবচেয়ে বড় ৭। এই ৭ কে বাইনারিতে বা বিটে রূপান্তর করলে পাওয়া যায় তিন বিট(১১১)। তাহলে ৭ এর চেয়ে ছোট মৌলিক চিহ্নসমূহকে তিন বিট বা তার চেয়ে কম সংখ্যক বিটের মাধ্যমেই প্রকাশ করা যাবে। অর্থাৎ তিন বিটের মাধ্যমেই অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতির সকল মৌলিক চিহ্নসমূহকে প্রকাশ করা যায়। তাই অক্টাল তিন বিটের কোড।

“হেক্সাডেসিমেল চার বিটের কোড”- বুঝিয়ে লেখ।

যে সংখ্যা পদ্ধতিতে ১৬ টি (০,১,২,৩,৪,৫,৬,৭,৮,৯,A,B,C,D,E,F) মৌলিক চিহ্ন ব্যবহার করা হয় তাকে হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতি বলে। অপরদিকে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির ০ বা ১ এই দুটি মৌলিক চিহ্ন কে বিট বলে। হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতিতে ব্যবহৃত ষোলটি মৌলিক চিহ্নের মধ্যে সবচেয়ে বড় F(১৫) । এই F(১৫) কে বাইনারিতে বা বিটে রূপান্তর করলে পাওয়া যায় চার বিট(১১১১)। তাহলে F(১৫) এর চেয়ে ছোট মৌলিক চিহ্নসমূহকে চার বিট বা তার চেয়ে কম সংখ্যক বিটের মাধ্যমেই প্রকাশ করা যাবে। অর্থাৎ চার বিটের মাধ্যমেই হেক্সাডেসিমেল সংখ্যা পদ্ধতির সকল মৌলিক চিহ্নসমূহকে প্রকাশ করা যায়। তাই হেক্সাডেসিমেল চার বিটের কোড।

5+3=10 কেন? ব্যাখ্যা কর।

এটি একটি অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতির যোগ। কারণ ৫ ও ৩ যোগ করলে ৮ হয়। অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিতে ৮ নেই তাই যোগফল ৮ থেকে অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতির ভিত্তি ৮ বিয়োগ করলে পাওয়া যায় ০। যেহেতু একবার বিয়োগ করা হয়েছে তাই ক্যারি ১। অর্থাৎ অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিতে ৫ ও ৩ যোগ করলে ১০ হয়। অন্যভাবে বলা যায় অক্টাল সংখ্যা পদ্ধতিতে ৭ এর পরবর্তী সংখ্যা ১০ বা দশমিক সংখ্যা পদ্ধতির সমতুল্য মান ৮।

৯+৭=২০/ ৮+৮=১০/ A+7=11 কেন? ব্যাখ্যা কর।

চিহ্নযুক্ত সংখ্যা বলতে কি বুঝ? ব্যাখ্যা দাও।

বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যা ব্যবহার করা হয়। সংখ্যাটি ধনাত্মক নাকি ঋণাত্মক তা বুঝানোর জন্য সাধারণত সংখ্যার পূর্বে চিহ্ন(+ অথবা –) ব্যবহৃত হয়। অর্থাৎ যখন কোন সংখ্যার পূর্বে ধনাত্মক বা ঋণাত্মক চিহ্ন থাকে তখন সেই সংখ্যাকে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা বা সাইনড নম্বর বলা হয়। বাইনারি পদ্ধতিতে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা বুঝানোর জন্য প্রকৃত মানের পূর্বে একটি অতিরিক্ত বিট যোগ করা হয়। এ অতিরিক্ত বিটকে চিহ্ন বিট বলে। চিহ্ন বিট 0 হলে সংখ্যাটি ধনাত্মক এবং চিহ্নবিট ১ হলে সংখ্যাটিকে ঋণাত্মক ধরা হয়।

২-এর পরিপূরক কেন গুরুত্বপূর্ণ? ব্যাখ্যা কর।

- ১। ২-এর পরিপূরক গঠনে “+০” ও “-০”এর মান একই যা বাস্তবকে সমর্থন করে। কিন্তু প্রকৃত মান গঠন এবং ১-এর পরিপূরক গঠনে “+০” ও “-০”এর মান ভিন্ন হয় যা বাস্তবকে সমর্থন করে না।
- ২। ২-এর পরিপূরক গঠনে সরল বর্তনী প্রয়োজন। সরল বর্তনী দামে সস্তা এবং দ্রুতগতিতে কাজ করে।

- ৩। ২-এর পরিপূরক গঠনে চিহ্নযুক্ত সংখ্যা এবং চিহ্নবিহীন সংখ্যা যোগ করার জন্য একই বর্তনী ব্যবহৃত হয়।
- ৪। ২-এর পরিপূরক গঠনে যোগ ও বিয়োগের জন্য একই বর্তনী ব্যবহার করা হয়।
- তাই আধুনিক কম্পিউটারে ২ এর পরিপূরক গঠনের প্রয়োজনীয়তা অপরিসীম।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

বিয়োগের কাজ যোগের মাধ্যমে সম্ভব ব্যাখ্যা কর।

$(১৫)_{১০}$এর সমকক্ষ BCD কোড এবং বাইনারি সংখ্যার মধ্যে কোনটিতে বেশি বিট লাগে? ব্যাখ্যা কর।

BCD এর পূর্ণ রূপ হলো Binary Coded Decimal। ডেসিমেল সংখ্যার প্রতিটি অঙ্ককে (০ থেকে ৯ পর্যন্ত) সমতুল্য চার-বিট বাইনারি দ্বারা প্রতিস্থাপন করার পর প্রাপ্ত কোডকে BCD কোড বলে। তাহলে $(১৫)_{১০}$ এর সমকক্ষ BCD কোড $(০০০১০১০১)_{BCD}$ (১ এর সমতুল্য চার-বিট ০০০১ এবং ৫ এর সমতুল্য চার-বিট ০১০১) যা ৮-বিট। অপরদিকে $(১৫)_{১০}$ এর সমকক্ষ বাইনারি মান $(১১১১)_২$ যা ৪-বিট। সুতরাং বলা যায়- BCD কোড এবং বাইনারি সংখ্যার মধ্যে BCD কোডে বেশি বিট লাগে।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

"বিসিডি কোড কোনো সংখ্যা পদ্ধতি নয়" - ব্যাখ্যা কর।

ইউনিকোডের পূর্বে সবচেয়ে বেশি ব্যবহৃত আলফানিউমেরিক্যাল কোডটি ব্যাখ্যা কর।

ইউনিকোডের পূর্বে সবচেয়ে বেশি ব্যবহৃত আলফানিউমেরিক্যাল কোডটি হলো ASCII, যা American Standard Code for Information Interchange এর সংক্ষিপ্ত রূপ। ১৯৬৫ সালে রবার্ট বিমার ASCII-7 উদ্ভাবন করেন এবং পরে ASCII-8 তৈরি করেন। অ্যাসকি একটি বহুল প্রচলিত কোড। বর্তমানে অ্যাসকি কোড বলতে ASCII-8 কেই বুঝায়। ASCII-8 এ প্রতিটি কোড আট বিটের হয়। যার সর্ব-বামের বিটটিকে প্যারিটি বিট এবং সর্ব-ডানের চারটি বিটকে সংখ্যাসূচক বিট বলা হয়, এবং মাঝের তিনটি বিটকে জোন বিট বলা হয়। মোট আট-বিট হওয়াতে এ কোডের মাধ্যমে $২^৮$ বা ২৫৬টি চিহ্নকে অদ্বিতীয়ভাবে কম্পিউটারকে বুঝানো যায়।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

ইউনিকোড বিশ্বের সকল ভাষাভাষী মানুষের জন্য আশীর্বাদ- বুঝিয়ে লিখ।

ইউনিকোড বা Unicode এর পূর্ণনাম হলো Universal Code বা সার্বজনীন কোড। বিশ্বের সকল ভাষাকে কম্পিউটারে কোডভুক্ত করার জন্য বড় বড় কোম্পানিগুলো একটি মান তৈরি করেছেন যাকে ইউনিকোড বলা হয়। Apple Computer Corporation এবং Xerox Corporation এর একদল প্রকৌশলী ইউনিকোড উদ্ভাবন করেন। ইউনিকোড মূলত ২ বাইট বা ১৬ বিটের কোড। এ কোডের মাধ্যমে $২^{১৬}$ বা ৬৫,৫৩৬ টি অদ্বিতীয় চিহ্ন কম্পিউটারকে অদ্বিতীয়ভাবে বুঝানো যায়।ফলে বিশ্বের সকল ভাষাভাষী মানুষের ভাষা ব্যবহার করেই কম্পিউটারে প্রসেস বা প্রক্রিয়াকরণ করা যায়। এই জন্য বলা যায়- ইউনিকোড বিশ্বের সকল ভাষাভাষী মানুষের জন্য আশীর্বাদ।

পৃথিবীর সকল ভাষাকে কম্পিউটার কোডভূক্ত করার জন্য ব্যবহৃত কোডটির বর্ণানা দাও।

ইউনিকোড সকল ভাষার জন্য উপযোগী ব্যাখ্যা কর।

'১+১+১=১'- ব্যাখ্যা কর।

'১+১+১=১' এটি একটি যৌক্তিক যোগ যা অর গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন করা যায়। অর গেইট এর ক্ষেত্রে বা যৌক্তিক যোগের ক্ষেত্রে ইনপুটগুলোর মধ্যে যেকোন একটি ইনপুট ১ হলেই আউটপুট ১ হয়।

T + T = T – ব্যাখ্যা কর।

T+T=T এক্সপ্রেশনটি যৌক্তিক যোগ নির্দেশ করে যা অর গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন করা যায়। অর গেইট এর ক্ষেত্রে বা যৌক্তিক যোগের ক্ষেত্রে ০+০=০ এবং ১+১=১ হয়। অপরদিকে T+T=T এক্সপ্রেশনটিতে T=০ অথবা T=১ বসালে ০+০=০ এবং ১+১=১ হয় যা যৌক্তিক যোগের ক্ষেত্রে সত্য। তাই বলা যায়- T+T=T এক্সপ্রেশনটি যৌক্তিক যোগ নির্দেশ করে।

A+1+1=1 – ব্যাখ্যা কর।

'A+1+1=1' এক্সপ্রেশনটি যৌক্তিক যোগ নির্দেশ করে যা অর গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন করা যায়। অর গেইট এর ক্ষেত্রে বা যৌক্তিক যোগের ক্ষেত্রে ইনপুটগুলোর মধ্যে যেকোন একটি ইনপুট ১ হলেই আউটপুট ১ হয়। A+1+1=1 এক্সপ্রেশনটিতে A চলকের মান যাই হোক না কেন ইনপুট ১ থাকায় আউটপুট ১ হয়েছে।

কোন যুক্তিতে ১+১=১ এবং ১+১=১০ হয় ব্যাখ্যা কর।

‘১+১=১’ এটি একটি যৌক্তিক যোগ যা অর গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন করা যায়। অর গেইট এর ক্ষেত্রে বা যৌক্তিক যোগের ক্ষেত্রে ইনপুটগুলোর মধ্যে যেকোন একটি ইনপুট ১ হলেই আউটপুট ১ হয়। অপরদিকে ‘১+১=১০’ এটি একটি বাইনারি যোগ।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

বাইনারি ১+১ ও বুলিয়ান ১+১ এক নয়-বুঝিয়ে লেখ।

‘বাইনারি যোগ এবং বুলিয়ান যোগ এক নয়’ - ব্যাখ্যা কর।

সত্যক সারণি কেন ব্যবহার করা হয় লেখ।

যে সারণির মাধ্যমে লজিক সার্কিটের ইনপুটের সাপেক্ষে আউটপুট প্রদর্শন করা হয়, তাকে সত্যক সারণি বলে। যদি সত্যক সারণিতে n সংখ্যক চলক থাকে তবে ইনপুট এর অবস্থা হবে 2^n সংখ্যক। সত্যক সারণি ব্যবহারের কারণ–

- ১। কোন সার্কিটের বিভিন্ন ইনপুটের জন্য আউটপুটগুলো সত্যক সারণির মাধ্যমে উপস্থাপন করা হয়।
- ২। বিভিন্ন উপপাদ্য প্রমাণ করার জন্য সত্যক সারণি ব্যবহার করা হয়।

n সংখ্যক চলকের জন্য ডি-মরগ্যানের উপপাদ্য বর্ণনা কর।

প্রথম উপপাদ্যঃ যেকোন সংখ্যক চলকের যৌক্তিক যোগের কমপ্লিমেন্ট প্রত্যেক চলকের কমপ্লিমেন্টের যৌক্তিক গুণনের সমান। n সংখ্যক চলকের জন্য–

$A_1+A_2+A_3+$——$+A_n = A_1.\ A_2.\ A_3.$——- $.A_n$

দ্বিতীয় উপপাদ্যঃ যেকোন সংখ্যক চলকের যৌক্তিক গুণের কমপ্লিমেন্ট প্রত্যেক চলকের কমপ্লিমেন্টের যৌক্তিক যোগের সমান। n সংখ্যক চলকের জন্য–

$A_1.\ A_2.\ A_3.$——- $.A_n = A_1+A_2+A_3+$——$+A_n$

AND গেইটে যে কোন একটি ইনপুট মিথ্যা হলে আউটপুট মিথ্যা হয়-ব্যাখ্যা কর।

AND গেইট একটি মৌলিক লজিক গেইট যা যৌক্তিক গুণনকে নির্দেশ করে। দুটি ইনপুটের ক্ষেত্রে AND গেইটের সত্যক সারণি দেখানো হল–

A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

উপরের সত্যক সারণি থেকে দেখা যায় ইনপুটের যেকোন একটি ইনপুট মিথ্যা বা ০ হলে আউটপুট মিথ্যা বা ০ হয়, অন্যথায় ১ হয়।

AND গেইট যৌক্তিক গুণনকে নির্দেশ করে-ব্যাখ্যা কর।

AND গেইট একটি মৌলিক লজিক গেইট যা যৌক্তিক গুণনকে নির্দেশ করে। দুটি ইনপুটের ক্ষেত্রে AND গেইটের সত্যক সারণি দেখানো হল–

A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

যৌক্তিক গুণনের ক্ষেত্রে যেকোন একটি ইনপুট ০ বা মিথ্যা হলে আউটপুট ০ বা মিথ্যা হয়। AND গেইটের সত্যক সারণি থেকেও দেখা যায় ইনপুটের যেকোন একটি ইনপুট মিথ্যা বা ০ হলে আউটপুট মিথ্যা বা ০ হয়। সুতরাং বলা যায়– AND গেইট যৌক্তিক গুণনকে নির্দেশ করে।

OR গেইট যৌক্তিক যোগকে নির্দেশ করে-ব্যাখ্যা কর।

যৌক্তিক যোগের ক্ষেত্রে ইনপুটসমূহের যেকোন একটি ইনপুট ১ হলেই আউটপুট ১ হয়। OR গেইটের সত্যক সারণি–

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

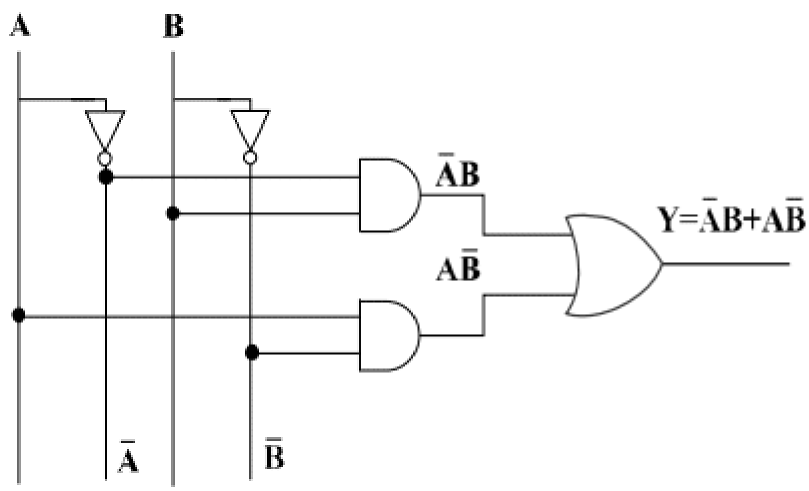
OR গেইটের সত্যক সারণি থেকে দেখা যায় ইনপুটসমূহে কমপক্ষে একটি ইনপুট ১ থাকলেই আউটপুট ১ হয়। তাই বলা যায় OR গেইট যৌক্তিক যোগকে নির্দেশ করে।

একটি লজিক গেইটের ইনপুট যা দেওয়া হয় আউটপুট তার বিপরিত হয়-ব্যাখ্যা কর।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

XOR গেইট সকল মৌলিক গেইটের সমন্বিত লজিক গেইট- ব্যাখ্যা কর।

XOR গেইট সকল মৌলিক গেইটের সমন্বিত গেইট। কারণ AND, OR, NOT গেইট ব্যবহার করে XOR গেইট তৈরি করা যায়। XOR গেইটের সমীকরণ হলো- $Y=A\oplus B$। শুধুমাত্র মৌলিক গেইটের সাহায্যে XOR গেইটের লজিক সার্কিট–



কোন কোন মৌলিক গেট ব্যবহার করে একটি X-OR গেট তৈরি করা যায়? ব্যাখ্যা কর।

OR গেইটের তুলনায় X-OR গেট এর সুবিধা- ব্যাখ্যা কর।

OR একটি মৌলিক গেইট। OR গেইট দুই বা ততোধিক বাইনারি সংখ্যার যৌক্তিক যোগের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়। পক্ষান্তরে X-OR গেইট বিশেষ গেইট। X-OR গেইট দুই বা ততোধিক বাইনারি সংখ্যার যোগের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়। এজন্য OR গেইটের তুলনায় X-OR গেইটের সুবিধা বেশি। দুটি বিটের অবস্থা তুলনা করার জন্য X-OR গেইট ব্যবহার করা হয়।

XOR Gate এর একটি ইনপুট ১, অন্যটি A হলে আউটপুট কী হবে নির্ণয় কর।

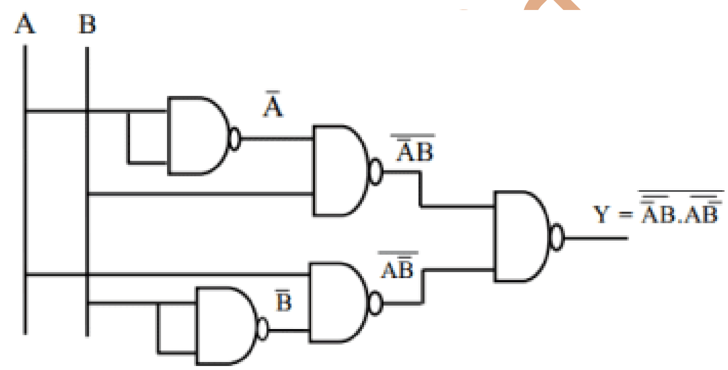
Exclusive OR গেইটকে সংক্ষেপে X-OR গেইট বলা হয়। এটি অ্যান্ড, অর ও নট গেইটের সাহায্যে তৈরি করা হয়। এই গেইটের মাধ্যমে বিভিন্ন ইনপুট বিট তুলনা করে আউটপুট সংকেত পাওয়া যায়। ইনপুটে বেজোড় সংখ্যক ১ থাকলে আউটপুট ১ হয়। অন্যথায় ০ হয়।

X-OR গেইটের একটি ইনপুট ১ এবং অন্যটি A হলে আউটপুট A এর উপর নির্ভর করে। A=০ হলে আউটপুট ১ এবং A=১ হলে আউটপুট ০ হবে।

শুধুমাত্র NAND Gate দিয়ে XOR Gate বাস্তবায়ন কর।

এক্স-অর গেইটের ক্ষেত্রে আমরা জানি,

$$Y = A \oplus B$$
$$= \bar{A}B + A\bar{B}$$
$$= \overline{\overline{\bar{A}B + A\bar{B}}}$$
$$= \overline{(\overline{\bar{A}B}).(\overline{A\bar{B}})}$$



কোন কোন গেইটকে সর্বজনীন গেইট বলা হয় এবং কেন?

যে গেইট দিয়ে মৌলিক গেইটসহ (AND,OR,NOT) অন্যান্য সকল গেইট বাস্তবায়ন করা যায় তাকে সার্বজনীন গেইট বলে। NAND ও NOR গেইটকে কে সার্বজনীন গেইট বলা হয়। কারণ NAND গেইট ও NOR গেইট দিয়ে মৌলিক গেইটসহ যেকোনো লজিক গেইট বাস্তবায়ন করা যায়।

NAND গেইট একটি সার্বজনীন গেইট – ব্যাখ্যা কর।

যে গেইট দিয়ে মৌলিক গেইটসহ (AND,OR,NOT) অন্যান্য সকল গেইট বাস্তবায়ন করা যায় তাকে সার্বজনীন গেইট বলে। NAND গেইট দ্বারা তিনটি মৌলিক গেইট বাস্তবায়ন করা যায়। আবার আমরা জানি তিনটি মৌলিক গেইট দ্বারা যেকোনো গেইট বাস্তবায়ন করা যায়। যেহেতু NAND গেইট দ্বারা তিনটি মৌলিক গেইটসহ (AND, OR, NOT) অন্যান্য সকল গেইট বাস্তবায়ন করা যায় তাই NAND গেইটকে সার্বজনীন গেইট বলা হয়।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)

NOR গেইট একটি সার্বজনীন গেইট – ব্যাখ্যা কর।

যে গেইট দিয়ে মৌলিক গেইটসহ (AND,OR,NOT) অন্যান্য সকল গেইট বাস্তবায়ন করা যায় তাকে সার্বজনীন গেইট বলে। NOR গেইট দ্বারা তিনটি মৌলিক গেইট বাস্তবায়ন করা যায়। আবার আমরা জানি তিনটি মৌলিক গেইট দ্বারা যেকোনো গেইট বাস্তবায়ন করা যায়। যেহেতু NOR গেইট দ্বারা তিনটি মৌলিক গেইটসহ (AND, OR, NOT) অন্যান্য সকল গেইট বাস্তবায়ন করা যায় তাই NOR গেইটকে সার্বজনীন গেইট বলা হয়।

“দুটি সুইচ একত্রে অন করলেও বাতি জ্বলে না”–লজিক গেইটের আলোকে ব্যাখ্যা কর।

সমবায় বর্তনী বলতে কী বুঝ?

“কম্পিউটার একটি পদ্ধতিতেই সব গাণিতিক কাজ করে থাকে”–ব্যাখ্যা কর।

কম্পিউটারের সকল গাণিতিক কাজ বাইনারি যোগের মাধ্যমে সম্পন্ন হয়। গুণ হলো বার বার যোগ করা এবং ভাগ হলো বার বার বিয়োগ করা। আবার পূরক পদ্ধতিতে বাইনারি যোগের মাধ্যমেই বিয়োগ করা যায়। কাজেই যোগ করতে পারার মানেই হলো গুণ, বিয়োগ এবং ভাগ করতে পারা।

যান্ত্রিক ভাষাকে মানুষের ভাষায় বোঝানোর উপযোগী লজিক সার্কিটটি ব্যাখ্যা কর।

ডিকোডার হলো এমন একটি সমবায় সার্কিট যার কাজ হলো কম্পিউটারের বোধগম্য যান্ত্রিক ভাষাকে মানুষের ভাষায় রূপান্তরিত করা। যার সাহায্যে n সংখ্যক ইনপুট থেকে সর্বাধিক 2^n টি আউটপুট লাইন পাওয়া যায়। যে কোনো একটি আউটপুট লাইনের মান ১ হলে বাকি সবকটি আউটপুট লাইনের মান ০ হবে। কখন কোন আউটপুট লাইনের মান ১ হবে তা নির্ভর করে ইনপুটগুলোর মানের উপর। ডিকোডারের ব্যবহার:

- কম্পিউটারে ব্যবহৃত ভাষাকে মানুষের বোধগম্য ভাষায় রূপান্তর করে।
- জটিল কোডকে সহজ কোডে রূপান্তর করে।
- ডিকোডার ব্যবহৃত হয় ডিসপ্লে ইউনিটে।
- ডিকোডারের সাহায্যে বাইনারি সংখ্যাকে সমতুল্য দশমিক সংখ্যায় রূপান্তর করা হয়।

মানুষের ভাষাকে যান্ত্রিক ভাষায় বোঝানোর উপযোগী লজিক সার্কিটটি ব্যাখ্যা কর।

এনকোডার হলো এমন একটি সমবায় সার্কিট যার কাজ হলো মানুষের ভাষাকে কম্পিউটারের বোধগম্য যান্ত্রিক ভাষায় রূপান্তরিত করা। এ বর্তনীর সর্বাধিক 2^n টি ইনপুট থেকে n সংখ্যক আউটপুট লাইন পাওয়া যায়। যেকোনো মুহূর্তে একটি মাত্র ইনপুট ১ এবং বাকি সব ইনপুট ০ থাকে । এনকোডার সাধারণত ইনপুট ডিভাইস অর্থাৎ কী-বোর্ডের সাথে যুক্ত থাকে। এনকোডার এর ব্যবহার-

- এনকোডার আলফানিউমেরিক কোডকে অ্যাসকি ও ইউবিসিডিক কোডে রূপান্তর করে।
- দশমিক সংখ্যাকে বিভিন্ন কোডে রূপান্তর করে।
- এনকোডারের সাহায্যে দশমিক সংখ্যাকে সমতুল্য বাইনারি সংখ্যায় রূপান্তর করা যায়।

এনকোডার ডিকোডারের বিপরীত- ব্যাখ্যা কর।

এনকোডার এক ধরনের সমবায় সার্কিট যার কাজ হলো মানুষের ভাষাকে কম্পিউটারের বোধগম্য যান্ত্রিক ভাষায় রূপান্তরিত করা। এ বর্তনীর সর্বাধিক 2^n টি ইনপুট থেকে n টি আউটপুট লাইন পাওয়া যায়। অপরদিকে ডিকোডার হলো এমন একটি সমবায় সার্কিট যার কাজ হলো কম্পিউটারের বোধগম্য যান্ত্রিক ভাষাকে মানুষের ভাষায় রূপান্তরিত করা। যার সাহায্যে n টি ইনপুট থেকে সর্বাধিক 2^n টি আউটপুট লাইন পাওয়া যায়। যেহেতু এনকোডার মানুষের ভাষাকে কম্পিউটারের বোধগম্য যান্ত্রিক ভাষায় এবং ডিকোডার কম্পিউটারের বোধগম্য যান্ত্রিক ভাষাকে মানুষের ভাষায় রূপান্তর করে। তাই বলা যায়- এনকোডার ডিকোডারের বিপরীত।

চার বিট রেজিস্টারে চারটি ফ্লিপ-ফ্লপ থাকে- বুঝিয়ে লেখ।

মেমোরি ডিভাইসের ক্ষুদ্রতম একক হলো ফ্লিপ-ফ্লপ। একটি ফ্লিপ-ফ্লপ এক বিট ডেটা ধারণ করতে পারে। রেজিস্টার একগুচ্ছ ফ্লিপ-ফ্লপ এবং গেইট এর সমন্বয়ে গঠিত সার্কিট যেখানে প্রত্যেকটি ফ্লিপ ফ্লপ একটি করে বাইনারি বিট ধারণ করে থাকে। n-বিট রেজিস্টারে n সংখ্যক ফ্লিপ-ফ্লপ থাকে এবং n-বিট বাইনারি তথ্য সংরক্ষণ করতে পারে। এজন্য বলা যায়- চার-বিট রেজিস্টারে চারটি ফ্লিপ-ফ্লপ থাকে।

সংখ্যাপদ্ধতি ও ডিজিটাল ডিভাইস (Number System and Digital Device)