

博弈与社会作业3

喻勃洋 2000011483

题目1

1)

由于委托人可观测努力，则为 $e=0$ 或 7 分别给出工资 w_1 和 w_2 ，此时代理人人的效用分别为 $\sqrt{w_1}$ 和 $\sqrt{w_2} - 7$ （代理人的效用与产出概率无关），因此如果欲使得代理人选择代理且努力 $e=7$ ，则需要 $\sqrt{w_2} - 7 > \sqrt{w_1}$ ，且要大于保留效用 $\sqrt{w_2} - 7 > 4$ 。
即设计工资应满足 $w_2 > 121$ 且 $w_1 < (\sqrt{w_2} - 7)^2$

2)

固定工资，假设为 w 。

显然固定工资下，代理人的效用为 \sqrt{w} 或 $\sqrt{w} - 7$ ，因此代理人总会选择不努力以获得更高的效用。因此对于委托人来说，其产出概率为 $e=0$ 水平下的分布，因此其效用的期望为

$$0.9 * (0 - w) + 0.1 * (1000 - w) = 100 - w$$

对应此时代理人的期望为

$$\sqrt{w}$$

为了使这项代理发生，委托人的效用应大于等于0，因此 $w \leq 100$ 。且对于代理人其效用应该大于保留效用 $\sqrt{w} \geq 4$ ，即 $w \geq 16$ 。因此委托人的工资应该在16到100之间。

此时委托人作为工资提出者，可以给出任意一个大于16的工资 w 使得代理人接受代理，而给出的 w 越小，委托人的效用越大，因此委托人会给出 $w \rightarrow 16$ 的工资。使委托人获得接近84的效用，代理人获得接近4的效用。

3)

记工资与产出的函数为 $w = f(\pi)$ 。

为了使代理人以高收益，则参与约束表现为对于代理人高努力的参与比其保留效用=4更高，

$$u_a = 0.2 * (f(0) - e) + 0.8 * (f(1000) - e) = 0.2 * f(0) + 0.8 * f(1000) - 7 \geq 4$$

而激励相容约束在此处应该体现为代理人会在高努力和低努力下选择高努力而获得更高的效用：

$$0.2 * f(0) + 0.8 * f(1000) - 7 \geq 0.9 * f(0) + 0.1 * f(1000) - 0$$

而对于委托人来说，其在高努力下的效用应该大于等于0，也体现为参与约束，即

$$0.2 * (0 - f(0)) + 0.1 * (1000 - f(1000)) \geq 0$$

满足以上约束即可使高努力程度的代理合作得以实现

题目2

1)

完全信息市场，则雇佣者可以按照劳动者的状态给出相应的工资，即 $w = f(e, \theta) = \theta$ ，因此劳动者的效用为

$$u_l = w - c = \theta - \frac{e^2}{\theta}$$

由于提高教育水平并不能影响工资水平，则劳动者没有任何动力提高自己的教育程度，对于两种劳动者都有 $e^*=0$ ，即不接受教育。

2)

不完全信息市场，雇佣者无法观测到劳动者的状态，只能根据教育水平设限来分辨劳动者的状态，即对于 $e \geq \bar{e}$ 则给出 $w = \theta_2 = 2$ ，对于 $e < \bar{e}$ 则给出 $w = \theta_1 = 1$ 。因此若要实现分离均衡，高素质劳动者应选择接受教育，其效用为

$$u_l = w - c = \begin{cases} 1 - \frac{e^2}{\theta_2}, & e < \bar{e} \\ 2 - \frac{e^2}{\theta_2}, & e \geq \bar{e} \end{cases}$$

在两个分段中分别的最大效用点为 $e = 0$ 和 $e = \bar{e}$ ，因此若使高素质劳动者应选择接受教育，应有

$$2 - \frac{\bar{e}^2}{2} > 1 - 0$$

即 $\bar{e} < \sqrt{2}$;

而低素质劳动者的效用为

$$u_l = w - c = \begin{cases} 1 - \frac{e^2}{\theta_1}, & e < \bar{e} \\ 2 - \frac{e^2}{\theta_1}, & e \geq \bar{e} \end{cases}$$

在两个分段中分别的最大效用点为 $e=0$ 和 $e = \bar{e}$ ，因此低素质劳动者的最优选择应为 $e = 0$ ，即不接受教育，则应有

$$2 - \frac{\bar{e}^2}{1} < 1 - 0$$

即 $\bar{e} > 1$ 。

因此，若要实现分离均衡，则应有 $\sqrt{2} > \bar{e} > 1$ ，此时高素质劳动者选择接受教育至 \bar{e} ，低素质劳动者不接受教育。

3)

若要实现混同均衡，则应有两种劳动者都选择接受教育至要求的水平 \hat{e} 以得到更高的收益。

首先，由于两种劳动者各占一半，则其生产率的期望为

$$\theta = \frac{1}{2}\theta_1 + \frac{1}{2}\theta_2 = \frac{3}{2}$$

而竞争性市场应仍由期望工资等于期望的生产率来决定，即

$$w = \theta = \frac{3}{2}$$

因此两种劳动者面临的选择为

$$u_i = w - c = \begin{cases} 1 - \frac{e^2}{\theta_i}, & e < \hat{e} \\ \frac{3}{2} - \frac{e^2}{\theta_i}, & e \geq \hat{e} \end{cases}$$

在两个分段中分别的最大效用点为 $e = \hat{e}$ 和 $e = 0$ ，因此若使高素质劳动者应选择接受教育，应有

$$\frac{3}{2} - \frac{\hat{e}^2}{2} > 1 - 0$$

即 $\hat{e} < 1$ ；

而若使低素质劳动者也选择接受教育，应有

$$\frac{3}{2} - \frac{\hat{e}^2}{1} > 1 - 0$$

即 $\hat{e} < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

综上，则应给出 $\hat{e} < \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，此时两种劳动者都选择接受教育至 $e = \hat{e}$ ，构成一个混同均衡。