

## 博弈与社会第三次作业

请于 2023 年 5 月 30 日上课前提交该作业！

1. 考查一个委托—代理问题：代理人其效用函数为  $u_a = \sqrt{w} - e$ ，其中  $w$  是其获得的工资水平， $e$  是其努力程度。代理人的努力程度仅可能有两个值：0 或者 7。假设产出的水平  $\pi$  两种可能：0 或者 1000，代理人的努力水平对应和不同产出的对应概率如下表所示。其中，委托人和代理人都可以观测到产出水平，但只有代理人才能确知自己的努力程度。

努力水平	不同产出出现的概率	
	$\pi = 0$	$\pi = 1000$
$e=0$	0.9	0.1
$e=7$	0.2	0.8

假设委托人只在意他不同情况下效用的期望（注：上面代理人也是如此），其效用函数为  $u_p = \pi - w$ ；代理人的保留效用  $\underline{u}_a = 4$ （注：如果工作的效用低于保留效用，代理人不会接受委托代理合同）。

（1）如果代理人的努力是可被委托人观测的，委托人应该怎样设计工资，使得代理人只会选择代理且努力？

（2）如果采用固定工资，工资水平应该是多少？此时委托人和代理人的效用水平是多少？

（3）如果代理人获得的工资和产出挂钩，请写出让高努力程度得以实现的激励相容约束、参与约束（仅列出式子即可，不要求解出最后结果）。

2. 假设这样一个就业市场，市场上有两种劳动者，对应的状态参数  $\theta$  分别为， $\underline{\theta} = 1$  和  $\bar{\theta} = 2$ ，两种劳动者有着不同的生产率。劳动者可以自行选择受教育的程度  $e$

（ $e \geq 0$ ），但是接受教育本身会带来成本，其成本函数为  $c(e, \theta) = \frac{e^2}{\theta}$ 。本题做出一个令人遗憾的假设，接受教育并不能提升劳动者的生产力，即接受教育前后两种劳动者的生产率函数都是  $f(e, \theta) = \theta$ 。

（1）假设劳动市场为完全信息（即雇佣者知道劳动者的状态），且市场为竞争性市场（工资等于生产率），请求出两种状态的劳动者分别的最优教育水平  $e^*(\theta)$ 。

（2）假设劳动者的状态不可以被识别，在竞争性市场下，请求出当分离均衡存在时，两种劳动者分别对应的教育水平  $e$ （提示：分离均衡时，存在一个教育水平门槛  $\bar{e}$ （ $\bar{e} > 0$ ），雇佣者认为当你满足该教育水平为  $\bar{e}$  时，你就是  $\bar{\theta}$ ，否则就是  $\underline{\theta}$ ，此时，高素质的劳动者有动机去接受教育，而低素质的则没有模仿的动机。

请先写出激励相容的条件，然后根据条件求出使得条件满足的 $\bar{e}$ 的情况，注意，这里满足条件的 $\bar{e}$ 并不唯一，最终结果是一个区间）。

（3）仍然假设劳动者的状态不可被识别，只有教育水平可观测，劳动力市场是竞争性的，此时雇佣者已知就业市场上两种类型劳动者各占一半，请求出存在混同均衡时，两种劳动者的教育水平  $e$ （提示：混同均衡时，存在一个教育水平 $\hat{e}$ ，如果你满足该水平，雇佣者将给予一个劳动力的期望工资，否则，则会按照 $\theta$ 来给工资。此时，两种劳动者都有接受教育的动机，请写出对应的条件，然后求出满足条件的 $\hat{e}$ 的范围。）

3.（非必做，本题不计分）请考虑下图的演化博弈问题：

	合作型	不合作型
合作型	4, 4	-1, 6
不合作型	6, -1	0, 0

（1）在如图的一次性博弈的情况下，请问演化博弈的均衡是怎样的？该均衡是否稳定？

（2）当博弈变成两次博弈时（两次博弈都是同一组参与者在进行），存在两种人：A11-D（两次都不合作）和 TFT（针锋相对型，即第一次合作，第二次选择上一次对手的选择）。请画出两种类型的支付矩阵，并求出演化均衡的结果。

（3）在（2）中得到的均衡，哪些均衡是稳定的，哪些均衡是不稳定的？

（4）在（2）的演化稳定均衡当中，如果人群中有少量人变异成了两次都会合作的 A11-C 型，则哪一种均衡是强稳定型（A11-C 会被逐渐消灭），哪一种均衡是弱稳定型（变异会与原类型共存）？