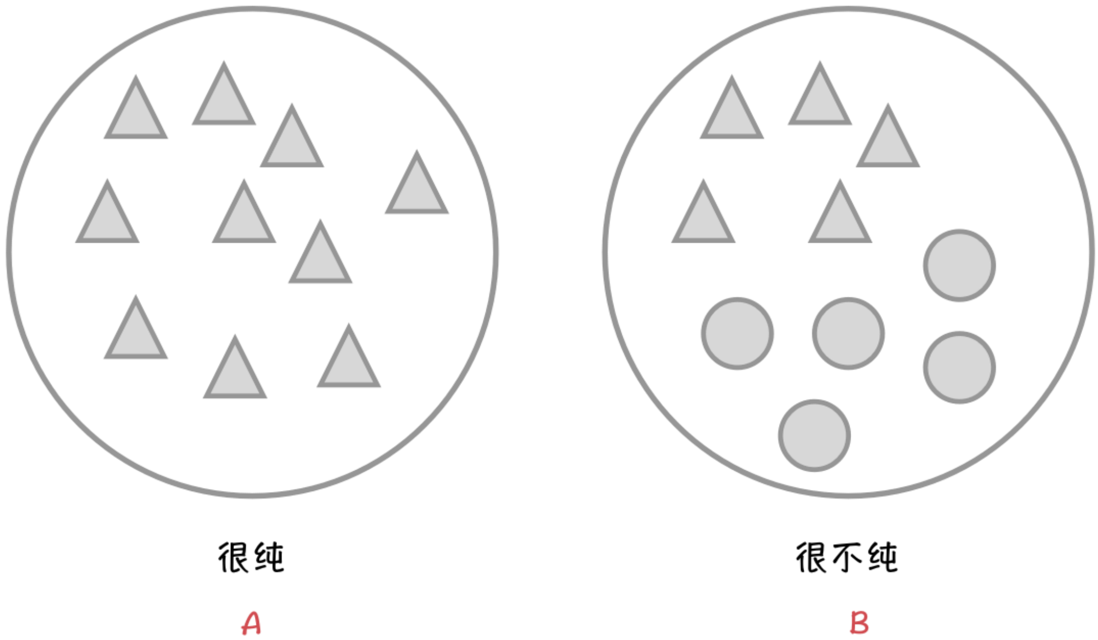
今天我想来讲的是：**Binary Cross Entropy**
在一开始做图片分类的时候，只要是二分类问题，都会无脑用Binay Cross Entropy，那个时候完全没有想过Entropy是什么，Cross Entropy又是什么 (ノへ￣、)

Entropy

Entropy 中文是熵(这个中文并没有什么用， 简单来说是用来衡量一个类的纯净度，纯净度越高，熵越小。如果对**决策树**的原理有印象的话，这个东西可以用来计算Information Gain，从而决定用哪个属性做分割，大概吧，扯远了。

看下面这个图，左边的圈圈里面全部都是三角形，所以是非常的纯，而右边的圈圈里面一半是三角形一半是圆形，所以是非常的不纯。



当然就这样说纯，很纯，非常的不纯是不够的，我们需要定性的来表示到底有多存，于是就有这个公式:

$$entropy = -d_{triangle} log(p_{triangle}) - d_{circle} log(p_{circle})$$

其中 $d_{triangle}$ 表示在这个类中三角形的分布，$p_{triangle}$表示三角形出现的概率，图片A中，三角形的的分布为100%，概率也是100%，简单来说就是一样的。

让我们来稍微计算一下两个类的熵：

$$EntropyA = -1 \times log(1) - 0 \times log(1) = 0$$

$$EntropyB = -0.5 \times log(0.5) - 0.5 \times log(0.5) = 1$$

0 表示非常的纯，1表示非常的不纯。

那么问题来了

我们在做图片分类的时候，其实并不知道每个类的分布d是什么样的（其实可以但是会很麻烦，但是我们可以找个东西替代一下

举个例子

假如我们要做个二分类的问题，判断一张图片是猫（1）还是狗（0），假设batch size 为 6

名称	,1,0,1,1,0]
Target	[0, 1, 0, 1, 1, 1]
Output	[0.1, 0.9, 0.1, 0.1, 0.2, 0.8]

其中Output中的值代表这张图片属于猫的概率为多大，若真值为1（这确实是只猫，那么Output的值越大越准确。

我们会用**subset**（也就是这6个值中）的分布 q 来代替我们不知道的 d，即：

$$d_{positive} \approx q_{positive} = \frac{4}{6} = 0.67$$

$$d_{negative} \approx q_{negative}\frac{2}{6} = 0.33$$

既然不一样了就应该有个新的名字，这就是**Cross Entropy**，定义为：

$$entropy = -\sum q_i log(p_i)$$

或者再准确点应该是这样：

$$entropy = -\sum_i^{postive} q_{positive} log(p_{pi}) + \sum_i^{negative} q_{negative} log(p_{ni})$$

让我们先来看看这里面每个东西是什么，能不能搞出来

首先 p_{pi} 是指这个图片属于positive(猫)的概率，即我们模型的输出，也就说上面表中 $p_{pi} = Output[i]$ ，Nice！

接下来是p_{ni}也就这个图片属于negative(狗)的概率，我们能够很简单的得出来：属于狗的概率等于不属于猫的概率，也就是$p_{ni} = 1 - Outout[i] = 1 - p_{pi}$

至于$q_{positive}$和$q_{negative}$，上面不是已经算出来了吗？！？

接下来我们就稍微改下公式，由于$q_{positive}$和$q_{negative}$都是常数所以可以拉出来

$$entropy = -q_{positive} \sum_i^{postive} log(p_{pi}) + q_{negative} \sum_i^{negative} log(p_{ni})$$

然后稍微改一改$q_{positive}$和$q_{negative}$，用$1 - p_{pi}$代替P_{ni}

$$entropy = -\frac{1}{N_{positive} + N_{negative}} \sum_{i}^{postive} log(p_{pi}) + \sum_{i}^{negative} log(1 - p_{pi})$$

然后再搞的优雅一点

$$entropy = -\frac{1}{total} \sum_{i=0}^{n} target_i \times log(p_i) + (1 - target_i) \times log(1 - p_i)$$

也就是当$target_i = 1$时，我们用$log(p_i)$，当图$target_i = 0$时我们用$log(1 - p_i)$

Loss函数

接下来我们再看看pytorch官网的BCEloss

$$l_n = -w_n[y_n \times log(x_n) + (1 - y_n) \times log(1 - x_n)]$$

其中w_n可以先不管，y_n即$target_i$, x_n即p_i

当函数的**reduction = "sum"**时，返回:

$$sum(l_n)$$

当函数的**reduction = "mean"**时，返回:

$$\frac{1}{N} sum(ln)$$

这个时候就和上节求的Entropy一样了。

ヽ(✿ﾟ▽ﾟ)ノ

参考

BCE 大体的介绍来自这里:

Understanding binary cross-entropy / log loss: a visual explanation

其中Entropy 的介绍来自这本书

Data Science for Business - what you nedd to know about data mining and data-analytic thinking 中介绍决策树的章节