计量经济学

简单回归模型

张晨峰

2016年4月27日

华东理工大学商学院

主要内容

- 简单回归模型的定义
- 普通最小二乘法
- OLS估计量的期望值和方差

2.1 简单回归模型的定义

简单线性回归模型

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \mu$$

其中

y为因变量、被解释变量

x为自变量、解释变量

μ为误差项、干扰项

β_0为截距参数

β_1为斜率参数

对于误差项的假设

- 零均值假定 $E(\mu)=0$
- 零条件均值假定 $E(\mu|x)=0$

工资方程

一个人的工资水平与他的可测教育水平及其他非观测因素的关系为

$$wage=\beta_0+\beta_1 educ+\mu$$

2.2 普通最小二乘法

普通最小二乘法(OLS)的推导

最小化残差平方和

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{\mu}_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2$$

样本回归函数

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

2.2 普通最小二乘法

拟合优度

$$R^2 \equiv SSE/SST \equiv 1 - SSR/SST$$

其中

总平方和(SST) $SST \equiv \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$

解释平方和(SSE) $SSE \equiv \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2$

残差平方和(SSR) $SSR \equiv \sum_{i=1}^{n} \hat{\mu}_i^2$

在回归中加入非线性因素

- 对数形式
- 平方形式

TABLE 2.3 Summary of Functional Forms Involving Logarithms

Model	Dependent Variable	Independent Variable	Interpretation of β_1
Level-level	y	x	$\Delta y = \beta_1 \Delta x$
Level-log	y	$\log(x)$	$\Delta y = (\beta_1/100)\%\Delta x$
Log-level	$\log(y)$	x	$\%\Delta y = (100\beta_1)\Delta x$
Log-log	$\log(y)$	$\log(x)$	$\%\Delta y = \beta_1 \%\Delta x$

2.3 OLS估计量的期望值和方差

简单线性回归（SLR）的假定

- SLR.1 线性于参数
- SLR.2 随机抽样
- SLR.3 解释变量的样本有波动
- SLR.4 零条件均值 $E(\mu|x) = 0$
- SLR.5 同方差性 $Var(\mu|x) = \sigma^2$

2.3 OLS估计量的期望值和方差

OLS的无偏性

利用假定SLR.1至SLR.4，对β_0和β_1的任何值，我们都有

$$E(\hat{\beta}_0) = \beta_0, E(\hat{\beta}_1) = \beta_1$$

OLS估计量的抽样方差

在假定SLR.1至SLR.5下，以样本值$\{x_1, x_2, ..., x_n\}$为条件，有

$$Var(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \sigma^2 / SST_x$$

σ^2的无偏估计

在假定SLR.1至SLR.5下，有

$$E(\hat{\sigma^2}) = \sigma^2$$