

# 中级应用统计学

## 决策分析

张晨峰

华东理工大学商学院

2015年11月5日

## 8 决策分析

### 主要内容

- 决策分析概述
- 不确定型决策分析
- 风险型决策分析

## 8.1 决策分析概述

### 决策

是决策者对系统方案所作决定的过程和结果，是决策者的行为和职责。

### 决策分析

决策分析就是为帮助决策者在多变的环境条件下进行正确决策而提供的一套推理方法、逻辑步骤和具体技术，以及利用这些技术和方法选择满意的行动方案的过程。

## 8.1 决策分析概述

### 决策者

是对一个决策（或一系列决策）负责的人或团体。

### 备选方案（方案集合A）

是决策者将作出的决策的选项，通常是一种行动。

### 自然状态（状态集合S）

影响决策结果但决策者无法控制的状态因素。通常用概率表示自然状态发生的可能性。

### 益损值

每一种决策的备选方案及自然状态的组合都会导致某种结果，是衡量决策结果对决策者的价值的量化指标。

## 8.1 决策分析概述

### 决策问题

决策问题可描述为：

$$W_{ij} = f(A_i, \theta_j)$$

其中， $A_i$ 表示决策者的第*i*种策略或第*i*种行动方案，属于决策变量，是决策者的可控因素； $\theta_j$ 表示决策者和决策对象（决策问题）所处的第*j*种环境条件或第*j*种自然状态，属于状态变量，是决策者不可控制的因素； $W_{ij}$ 表示决策者在第*j*种状态下选择第*i*种方案的结果，是决策问题的价值函数值，一般叫益损值或效用值。

## 8.1 决策分析概述

### 决策分析的步骤

- 定义决策问题，包括确定目标，寻找各种备选方案，分析自然状态及其发生概率，各状态下的方案益损值等信息
- 确定要采用的决策方法和决策准则
- 按照决策方法和准则要求计算各方案的益损值
- 综合获得的信息，选择最合适的方案

## 8.1 决策分析概述

### 决策分析的类型

- 确定性决策
- 风险决策
- 不确定性决策

## 8.1 决策分析概述

### 确定型决策分析

- 存在决策者希望达到的明确目标（收益大或损失小等）
- 存在确定的自然状态
- 存在着可供选择的两个以上的行动方案
- 不同行动方案在确定状态下的益损值可以计算出来



## 8.1 决策分析概述

### 一个例子

公司管理层需要决策是否生产一种新产品。可以确定的是，该产品上市后一定供不应求。经数据分析，该产品的预期单价为900元、该产品的单件可变成本400元、以及生产该产品所需的固定成本为50000元。现在来决策是否生产该产品，要生产多少？

### 决策方案

方案：A1-生产；A2-不生产。通过盈亏平衡分析来分析确定状态下的益损值：可知当产量少于100件时，采取不生产方案；当产量多于100件时即可采取生产的方案。

## 8.1 决策分析概述

### 确定型决策分析问题求解方法

在方案数量较大时，常用运筹学中规划论等方法来分析解决，如线性规划、整数规划、动态规划、非线性规划、目标规划。

## 8.1 决策分析概述

### 风险型决策分析

- 存在决策者希望达到的明确目标
- 存在决策者无法控制的多个自然状态，自然状态出现的概率可知
- 存在着可供选择的两个以上的行动方案
- 不同行动方案在各种可能状态下的益损值可计算出来

## 8.1 决策分析概述

### 风险型决策分析问题求解方法

- 期望值法，决策树法，决策表法
- 在基本方法的基础上，应注意把握信息的价值及其分析和决策者的效用观等重要问题

## 8.1 决策分析概述

### 不确定型决策分析

- 存在决策者希望达到的明确目的（收益大或损失小）
- 自然状态不确定，且其出现的概率完全不可知
- 存在两个以上可供决策者选择的行动方案
- 不同行动方案在确定状态下的益损值可以计算出来

## 8.1 决策分析概述

### 对抗型决策分析

$$W_{ij} = f(A_i, B_j)$$

其中， $A$ 表示决策者的策略集， $B$ 表示竞争对手的策略集。可采用对策论及其冲突分析等方法来分析解决。这类决策分析问题是当前管理、经济学界比较关注的问题。

## 8.1 决策分析概述

### 多目标决策分析

由于系统工程所研究的大规模复杂系统一般具有属性及目标多样化的特点，在管理决策时通常要考虑多个目标，但它们在很多情况下又是相互消长或矛盾的，这就使得多目标决策分析在管理决策分析中具有了日益重要的作用。

### 多目标决策分析问题求解方法

目前多目标决策问题的常用方法有：化多目标为单目标的方法（含系统评价中的加权和及各种确定目标权重的方法）、重排次序法、目标规划法及层次分析方法等。

## 8.2 不确定型决策分析

### 不确定型决策分析问题的求解方法

- 乐观法（最大最大准则）
- 悲观法（最小最大准则）
- 折衷法（乐观系数准则）
- 等概率法（等可能准则）
- 后悔值法（最小机会损失准则）



## 8.2 不确定型决策分析

### 案例分析

某企业准备生产一种全新产品。估计该产品的销售量有较高、一般、较低、很低四种情况，而对每种状态出现的概率则无法预测。为生产该产品，企业有三种实施方案：新建一个车间进行生产；改造一个现有车间进行生产；部分零件在现有车间生产，部分零件外购。该新产品企业准备生产10年，10年内在不同状态下的损益值（扣除投资费用）如下表所示。请分别用乐观法、悲观法和后悔值法来决策实施方案。

## 8.2 不确定型决策分析

	销量状态			
	较高	一般	较低	很低
建立新车间A1	850	420	-150	-400
改造现有车间 A2	600	400	-100	-350
部分生产、 部分外购A3	400	250	90	-50

## 8.2 不确定型决策分析

### 乐观法（最大最大准则）

每个方案在不同状态下的最大收益分别为：

$$A1: \max\{850, 420, -150, -400\} = 850$$

$$A2: \max\{600, 400, -100, -350\} = 600$$

$$A3: \max\{400, 250, 90, -50\} = 400$$

取各方案最大收益值中的最大值，可得： $\max\{850, 600, 400\} = 850$

对应实施方案为A1，即建新车间。

## 8.2 不确定型决策分析

### 悲观法（最小最大准则）

每个方案在不同状态下的最小收益分别为：

$$A1: \max\{850, 420, -150, -400\} = -400$$

$$A2: \max\{600, 400, -100, -350\} = -350$$

$$A3: \max\{400, 250, 90, -50\} = -50$$

取各方案最小收益值中的最大值，可得： $\max\{-400, -350, -50\} = -50$

对应实施方案为A3，即部分自己生产，部分外购。

## 8.2 不确定型决策分析

### 折衷法（乐观系数准则）

取加权系数  $0 \leq \alpha \leq 1$

折衷值： $\max\{\alpha(\max V_{ij}) + (1 - \alpha)(\min V_{ij})\}$

例如：取  $\alpha = 0.6$  A1:  $0.6 * 850 - 0.4 * 400 = 350$

A2:  $0.6 * 600 - 0.4 * 350 = 220$

A3:  $0.6 * 400 - 0.4 * 50 = 220$

取各方案折衷值中的最大值，可得： $\max\{350, 220, 220\} = 350$

对应实施方案为A1，即新建车间生产。

## 8.2 不确定型决策分析

### 等概率法（等可能准则）

等概率益损值： $\max_i \{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n V_{ij} \}$

$$A1: 0.25 * 850 + 0.25 * 420 - 0.25 * 150 - 0.25 * 400 = 180$$

$$A2: 0.25 * 600 + 0.25 * 400 - 0.25 * 100 - 0.25 * 350 = 137.5$$

$$A3: 0.25 * 400 + 0.25 * 250 - 0.25 * 90 - 0.25 * 50 = 127.5$$

取各方案中的最大值，可得： $\max\{180, 137.5, 127.5\} = 180$

对应实施方案为A1，即新建车间生产。

## 8.2 不确定型决策分析

### 后悔值法（最小机会损失准则）

益损值：  $\{\max\{V_{ij}\} - V_{ij}\}$

	较高	一般	较低	很低
建立新车间	850*	420*	-150	-400
改造现有车间	600	400	-100	-350
部分生产 部分外购	400	250	90*	-50*

## 8.2 不确定型决策分析

	较高	一般	较低	很低	最大后悔值
建立新车间	0	0	240	350	350
改造现有车间	250	20	190	300	300
部分生产 部分外购	450	170	0	0	450



## 8.2 不确定型决策分析

### 总结

- 乐观准则：只考虑了各方案的最佳收益
- 悲观准则：只考虑了各方案的最差收益
- 折衷准则：考虑了最佳和最差收益
- 等可能准则：考虑平均收益最大方案
- 后悔值准则：考虑了各方案的最大后悔值

## 8.2 不确定型决策分析

### 总结

对于不确定型决策分析问题，若采用不同求解方法，则所得的结果也会有所不同，因为这些决策方法是各自从不同的决策准则出发来选择最优方案的。而具体采用何种方法，又视决策者的态度或效用观而定，在理论上还不能证明哪种方法是最为合适的。

## 8.3 风险型决策分析

### 期望值法

$$E(X) = \sum p_i x_i$$

其中， $x_i$ 是随机离散变量 $x$ 的第 $i$ 个取值， $p_i$ 是概率。期望值法就是利用上述公式算出每个行动方案的益损期望值并加以比较。若采用决策目标准则是期望收益最大，则选择收益期望值最大的行动方案；反之，采用费用期望值最小的方案为最优。

## 8.3 风险型决策分析

### 案例分析

某轻工企业要决定一轻工产品明年的产量，以便及早做好生产前的各项准备工作。假设产量的大小主要根据该产品的销售价格好坏而定。根据以往市场销售价格统计资料及市场预测信息得知：未来产品销售价格出现上涨、价格不变和价格下跌三种状态的概率分别为0.3，0.6和0.1。

## 8.3 风险型决策分析

### 案例分析

若该产品按大、中、小三种不同批量（即三种不同方案）投产，则下一年度在不同价格状态下的益损值可以估算出来，如表所示。现要求通过决策分析来确定下一年度的产量，使该产品能获得的收益期望为最大。益损值表如下表所示：

## 8.3 风险型决策分析

益损值 自然状态 概率 行动方案	价格上涨	价格不变	价格下跌
	0.3	0.6	0.1
大批生产 $A_1$	40	36	-16
中批生产 $A_2$	36	30	15
小批生产 $A_3$	30	25	20

## 8.3 风险型决策分析

### 期望值分析

计算出每种行动方案的益损期望值：

$$E(A_1) = 0.3 * 40 + 0.6 * 36 + 0.1 * (-16) = 32$$

$$E(A_2) = 0.3 * 36 + 0.6 * 30 + 0.1 * 15 = 30.3$$

$$E(A_3) = 0.3 * 30 + 0.6 * 25 + 0.1 * 20 = 26$$

其中方案 $A_1$ 的期望最大，所以其为最优方案。

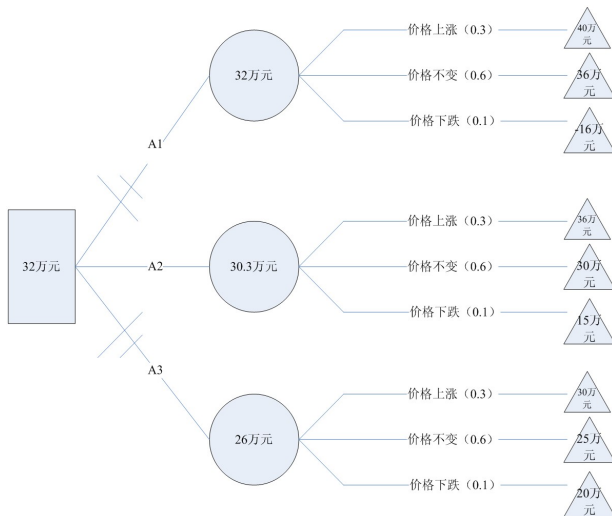
## 8.3 风险型决策分析

### 决策树法

所谓决策树法，就是利用树形图模型来描述决策分析问题，并直接在决策树图上进行决策分析其决策目标（准则）。可以是益损期望值或经过变换的其他指标值。



## 8.3 风险型决策分析



## 8.3 风险型决策分析

### 利用决策树进行敏感性分析

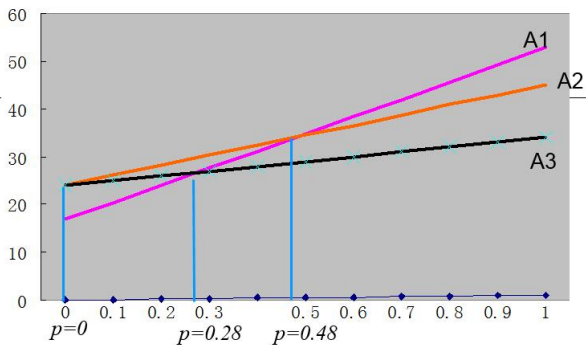
经专家评价，保持市场价格不变的概率为0.6是稳定的，而价格上涨的概率0.3和下跌的概率0.1则可能在一定区间变化。设价格上涨的概率为 $p$ ，则价格下跌的概率为 $0.4 - p$ 。那么三个方案的期望值为：

$$E(A_1) = p * 40 + 0.6 * 32 + (0.4 - p) * (-16) = 36p + 16.8$$

$$E(A_2) = p * 36 + 0.6 * 30 + (0.4 - p) * 15 = 21p + 24$$

$$E(A_3) = p * 30 + 0.6 * 25 + (0.4 - p) * 20 = 10p + 24$$

## 8.3 风险型决策分析



## 8.3 风险型决策分析

### 多级决策树法

如果只需作一次决策，其分析求解即告完成，则这种决策分析问题就叫做单级决策。反之，有些决策问题需要经过多次决策才告完成，则这种决策问题就叫做多级决策问题。应用决策树法进行多级决策分析叫做多级决策树。

### 案例

某化妆品公司生产BF型号护肤化妆品。由于现有生产工艺比较落后，产品质量不易保证，且成本较高，销路受到影响。若产品价格保持现有水平无利可图，若产品价格下降还要亏本，只是在产品价格上涨时才稍有盈利。为此公司决定要对该产品生产工艺进行改进，提出两种方案以供选择：一是从国外引进一条自动化程度较高的生产线；二是自行设计一条有一定水平的生产线。

## 8.3 风险型决策分析

### 案例

根据公司以往引进和自行设计的工作经验显示，引进生产线投资较大，但产品质量好，且成本较低，年产量大，引进技术的成功率为80%。而自行设计生产线，投资相对较小，产品质量也有保证，成本也较低，年产量也大，但自行设计的成功率只有60%。进一步考虑到无论是引进或自行设计生产线，产量都可能增加。因此，公司生产部门又制定了两个生产方案：一是产量与过去相同（保持不变），二是产量增加，为此又需要进行决策。最后，若引进或自行设计均不成功，公司只得仍采用原有生产工艺继续生产，产量自然保持不变。

## 8.3 风险型决策分析

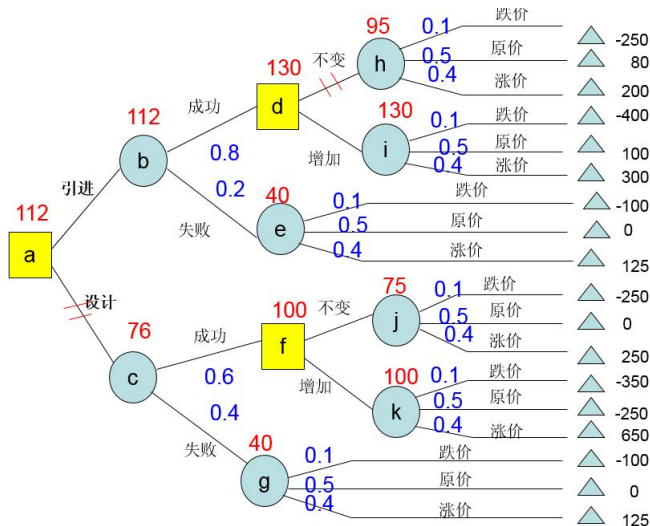
### 案例

根据公司以往引进和自行设计的工作经验显示，引进生产线投资较大，但产品质量好，且成本较低，年产量大，引进技术的成功率为80%。而自行设计生产线，投资相对较小，产品质量也有保证，成本也较低，年产量也大，但自行设计的成功率只有60%。进一步考虑到无论是引进或自行设计生产线，产量都可能增加。因此，公司生产部门又制定了两个生产方案：一是产量与过去相同（保持不变），二是产量增加，为此又需要进行决策。最后，若引进或自行设计均不成功，公司只得仍采用原有生产工艺继续生产，产量自然保持不变。公司打算该护肤化妆品生产5年。根据以往价格统计资料和市场预测信息，该类产品在今后5年内价格下跌的概率为0.1，保持原价的概率为0.5，而涨价的概率为0.4。通过估算，可得各种方案在不同价格状态下的益损值如下表所示。

## 8.3 风险型决策分析

益损值 方 案		状态（价格）	跌价	原价	涨价
		概 率	0.1	0.5	0.4
按原有工艺生产			-100	0	125
引进生产线A1（ 成功率0.8）	产量不变B1		-250	80	200
	产量增加B2		-400	100	300
自行设计生产线 A2（成功率0.6）	产量不变B1		-250	0	250
	产量增加B2		-350	250	650

## 8.3 风险型决策分析





## 8.3 风险型决策分析

### 信息价值分析

决策所需信息的分类：一类是完全信息，即据此可以得到完全肯定的自然状态，有助于正确的决策；一类是抽样信息，这是一类不完全可靠的信息。

## 8.3 风险型决策分析

### 完全信息价值

完全信息收益期望值 =  $\sum$  (各种状态下最高收益  $\times$  状态概率)

完全信息价值 (EVPI) = 完全信息收益期望值 - 无完全信息收益期望值

设  $C$  = 获取此完全信息的花费, 则

如果完全信息价值  $< C$ , 不值得获取此完全信息

如果完全信息价值  $\geq C$ , 值得获取此完全信息

## 8.3 风险型决策分析

### 案例

#### 某新产品生产方案问题的决策分析

	高需求	中	低	无
	0.5	0.3	0.1	0.1
新建车间	50	60	-20	-40
扩建车间	30	40	10	-10
转包	20	10	20	-2

## 8.3 风险型决策分析

### 案例分析

无完全信息收益期望值：

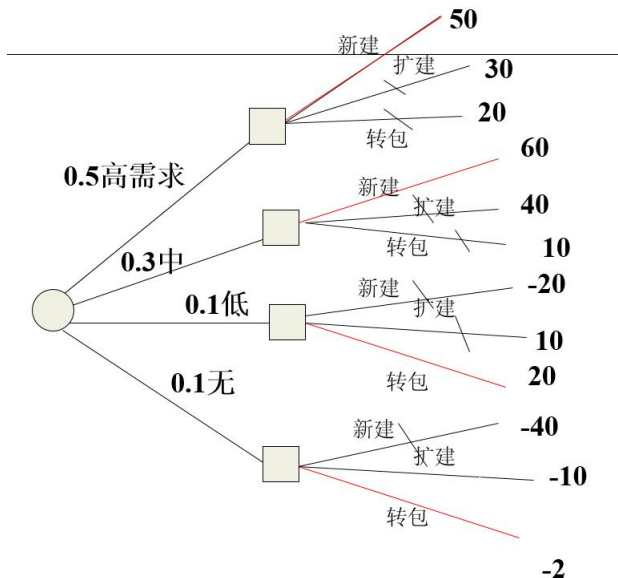
$$E(A_1) = 0.5 * 50 + 0.3 * 60 + 0.1 * (-20) + 0.1 * (-40) = 37$$

$$E(A_2) = 0.5 * 30 + 0.3 * 40 + 0.1 * 10 + 0.1 * (-10) = 27$$

$$E(A_3) = 0.5 * 20 + 0.3 * 10 + 0.1 * 20 + 0.1 * (-2) = 14.8$$

因此选择方案 $A_1$

## 8.3 风险型决策分析



## 8.3 风险型决策分析

### 案例分析

完全信息收益期望值：

$$50 * 0.5 + 60 * 0.3 + 20 * 0.1 - 2 * 0.1 = 44.8$$

因此，完全信息价值 =  $44.8 - 37 = 7.8$ （万元）。结论：最多可花费7.8万元用于调查实验。

## 8.3 风险型决策分析

### 不完全信息价值

不完全信息价值 (EVSI) = 用到信息情报收益期望值 - 无信息情报收益期望值

设 $C$ =获取此信息的花费, 则

如果不完全信息价值 $< C$ , 不值得获取此信息

如果不完全信息价值 $\geq C$ , 值得获取此信息

## 8.3 风险型决策分析

### 案例

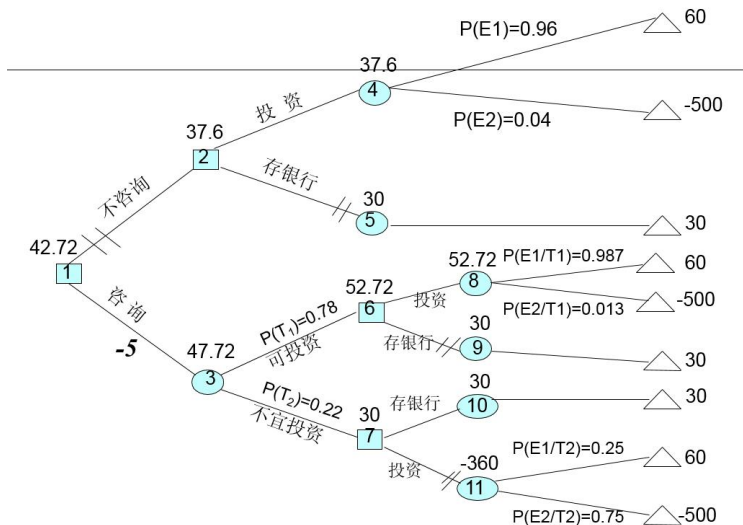
某公司有资金500万元，如用于某项开发事业，估计成功率为96%，一年可获利润12%；若失败则丧失全部资金；若把资金全存在银行，可获得年利率6%，为辅助决策可求助于咨询公司，费用为5万元，根据咨询过去公司类似项目的200例咨询工作，有下表。试用决策树方法分析该公司是否应该咨询？资金该如何使用？



## 8.3 风险型决策分析

实施结果 咨询意见	投资成功	投资失败	合计
	投资成功	投资失败	合计
可以投资	<b>154</b>	<b>2</b>	<b>156次</b>
不宜投资	<b>11</b>	<b>33</b>	<b>44次</b>
合计	<b>165</b>	<b>35</b>	<b>200次</b>

## 8.3 风险型决策分析



## 8.3 风险型决策分析

### 结论

咨询公司提供的信息价值 =  $47.72 - 37.6 = 10.12$ ，大于咨询成本，故可行。

## 8.3 风险型决策分析

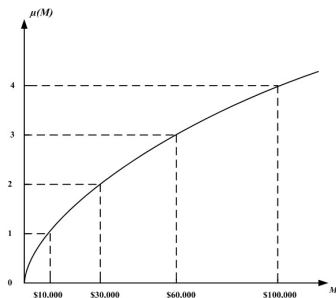
### 效用理论

风险型决策分析的求解中，均是以损益期望值的大小作为在风险情况下选择最优方案的准则，仅代表大量实验的平均值，却不能表达决策者的主观意图和倾向及其满意程度等。因此，效用理论应运而生。效用理论实质上反映了决策者对风险所抱的态度。

## 8.3 风险型决策分析

### 效用函数

在直角坐标系内，用横坐标表示益损值，纵坐标表示效用值，将决策者对风险所持的态度的变化关系用曲线（函数）来反映。



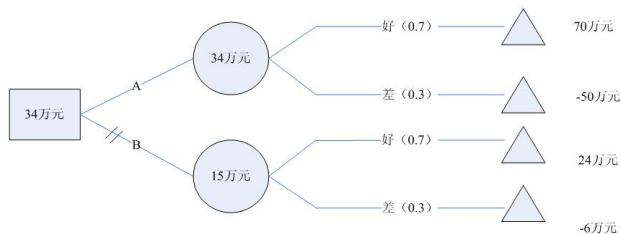
## 8.3 风险型决策分析

### 案例

某制药厂欲投产A、B两种新药，但受到资金及销路限制，只能投产其中之一。若已知投产新药A需要资金30万元，投产新药B只需资金16万元，两种新药生产期均定为5年。估计在此期间，两种新药销路好的概率为0.7，销路差的概率为0.3。它们的益损值如下表所示。问究竟投产哪种新药为宜？

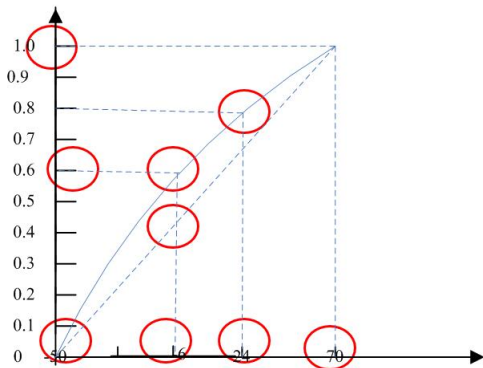
益损值 方案	状态 概率	销路好	销路差
		0.7	0.3
A		70	-50
B		24	-6

## 8.3 风险型决策分析



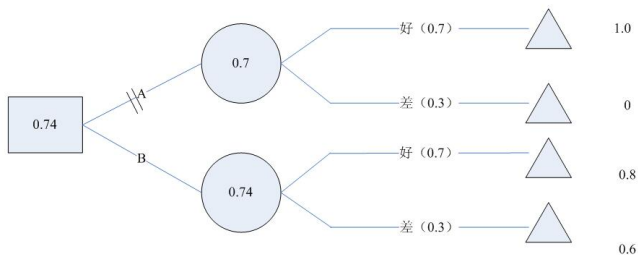
## 8.3 风险型决策分析

效用曲线





## 8.3 风险型决策分析



### 结论

由此可见，若以效用值作为决策准则，方案B优于方案A。