Занятие 21.

Исследование функций и построение графиков (продолжение)

№ 5.493.

$$y = \sqrt[3]{|x^2-1|}$$

Решение.

1. $D(y) = \mathbb{R}$
2. Ф-я непр. на $\mathbb{R}$, точек разрыва нет.
3. Чётная, т.к. $y(-x) = \sqrt[3]{|(-x)^2-1|} = \sqrt[3]{|x^2-1|} = y(x)$; непериодич.
4. Т.П с осями к-т:

   1) с Ox: $y=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$ 2) с Oy: $x=0 \Rightarrow y=1$

5. Промежутки знакопостоянства ф-ции $y(x)$: y: $+$ (-1) $+$ (1) $+$ $\to x$
6. Критич. точки $y(x)$:

$$y = \begin{cases} \sqrt[3]{x^2-1}, & \text{если } |x| \geq 1 \\ \sqrt[3]{1-x^2}, & \text{если } |x| < 1 \end{cases}$$

1) $$y' = \begin{cases} \dfrac{2x}{3(x^2-1)^{2/3}}, & \text{если } |x| \geq 1 \\ \dfrac{-2x}{3(1-x^2)^{2/3}}, & \text{если } |x| < 1 \end{cases} = \begin{cases} \dfrac{2x}{3\sqrt[3]{|x^2-1|}^{\,2}}, & \text{если } |x| \geqslant 1 \\ \dfrac{-2x}{3\sqrt[3]{|x^2-1|}^{\,2}}, & \text{если } |x| < 1 \end{cases}$$

2) $D(y')$: $x \neq \pm 1$, т.е. $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

$\Rightarrow$ $\boxed{x = \pm 1}$ – крит. точки ф-ции

3) $y' = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$ – крит. т. ф-ции

7.

		-1		0		1		x
y'	$-$		$+$		$-$		$+$	
y	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

8. Интервалы монотонности:

$y(x) \nearrow$ на $(-1; 0); (1; +\infty)$

$y(x) \searrow$ на $(-\infty; -1); (0; 1)$

9.

Точки экстремума	Экстремумы
$x_{min} = -1$	$y_{min}(-1) = 0$
$x_{max} = 0$	$y_{max}(0) = 1$
$x_{min} = 1$	$y_{min}(1) = 0$

10. Крит. точки $y'(x)$:

$$y' = \begin{cases} \frac{2}{3} x (x^2-1)^{-\frac{2}{3}} \\ -\frac{2}{3} x (x^2-1)^{-\frac{2}{3}} \end{cases}$$

1) $$y'' = \begin{cases} \frac{2}{3}\left((x^2-1)^{-\frac{2}{3}} + x\left(-\frac{2}{3}\right)(x^2-1)^{-\frac{5}{3}} 2x\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{\overset{3(x^2-1)}{1}}{(x^2-1)^{2/3}} - \frac{4x^2}{3(x^2-1)^{5/3}}\right) = \frac{-2(3+x^2)}{3(x^2-1)^{5/3}} = \\ \frac{2}{3}\frac{(3+x^2)}{(x^2-1)^{5/3}} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{-2(x^2+3)}{3(x-1)^{5/3}(x+1)^{5/3}} \\ \frac{2(x^2+3)}{3(x-1)^{5/3}(x+1)^{5/3}} \end{cases}$$

2) $D(y'') = D(y')$

3) $y'' = 0$ нет решений

11. 

12. Интервалы выпуклости:
$y(x)$ выпукла вверх на $(-\infty;-1);(-1;1);(1;+\infty)$

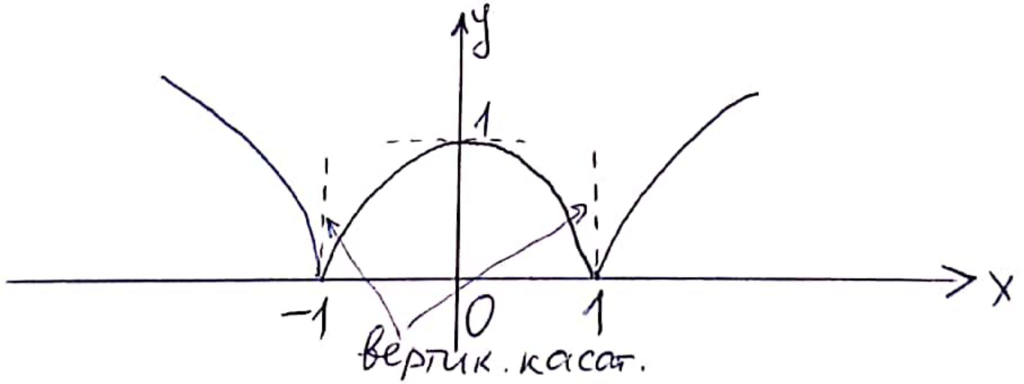
13. Точек перегиба нет

14. Асимптоты:
1) вертикальные — нет, т.к. нет точек $x=a$: $\lim\limits_{x\to a} y(x)=\infty$
2) наклонные: $y=kx+b$

$$k=\lim_{x\to\infty}\frac{y(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[3]{|x^2-1|}}{x}=0$$

$$b=\lim_{x\to\infty}(y(x)-kx)=\lim_{x\to\infty}y(x)=\lim_{x\to\infty}\sqrt[3]{|x^2-1|}=\infty$$ $\Rightarrow$ нет накл. (и гориз.) асимпт.

15. График:



16. $E(y)=[\ ;+\infty)$

Сканировано с CamScanner

Подробно в одной таблице:

x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 0)$	0	$(0; 1)$	1	$(1; \infty)$
y'	$-$	$\nexists$ $(=\infty)$	$+$	0	$-$	$\exists$ $(=\infty)$	$+$
y''	$-$	$\nexists$	$-$			$\nexists$	$-$
y	$\searrow$ $\frown$	0	$\nearrow$	1 $\frown$	$\searrow$	0	$\nearrow$ $\frown$

ДЗ I № 5.494.

№5.500

$$y = x e^{-x^2/2}$$

Решение.

1. $D(y) = \mathbb{R}$
2. Ф-я $y(x)$ непр. на $\mathbb{R}$, точек разрыва нет
3. Нечётная, т.к. $y(-x) = -x e^{-(-x)^2/2} = -x e^{-x^2/2} = -y(x)$; непериодич.
4. Точки пересечения с осями к-т:

   1) с Ox: $y=0 \Rightarrow x=0$ 2) с Oy: $x=0 \Rightarrow y=0$
5. Промежутки знакопостоянства ф-ции $y(x)$:

6. Критич. точки ф-ции $y(x)$:

   1) $y' = e^{-x^2/2} + x e^{-x^2/2}\cdot\left(\frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}}\right) = e^{-x^2/2}(1-x^2) = -e^{-x^2/2}(x-1)(x+1)$

   2) $D(y') = D(y)$

   3) $y' = 0$ $\boxed{x = \pm 1}$

7.

		-1		1		
y'	$-$		$+$		$-$	x
y	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

8. Интервалы монотонности:

$y(x) \nearrow$ на $(-1; 1)$ $\qquad$ $y(x) \searrow$ на $(-\infty; -1); (1; +\infty)$

9.

Точки экстремума	Эксремумы
$x_{min} = -1$	$y_{min}(-1) = -e^{-\frac{1}{2}} = \frac{-1}{\sqrt{e}}$
$x_{max} = 1$	$y_{max}(1) = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}} \approx 0{,}6$

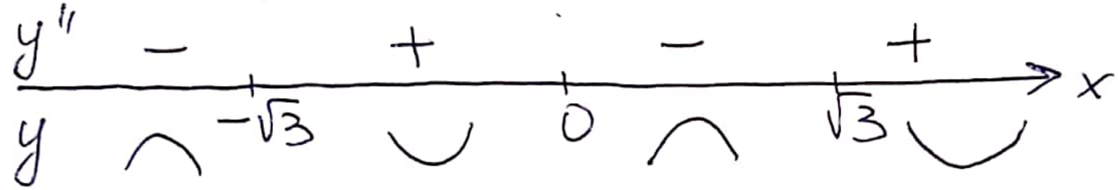
10. Критич. точки $y'(x)$:

1) $y'' = -\left(e^{-\frac{x^2}{2}}(x^2-1)\right)' = -\left(e^{-\frac{x^2}{2}}\left(-\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}\right)(x^2-1) + e^{-\frac{x^2}{2}}2x\right) = xe^{-\frac{x^2}{2}}(x^2-3) =$

$= e^{-\frac{x^2}{2}}x(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$

2) $D(y'') = D(y)$

3) $y'' = 0$ $\qquad$ $\boxed{x = 0,\ x = \pm\sqrt{3}}$

11. 

12. Интервалы выпуклости:

$y(x)$ выпукла вверх на $(-\infty; -\sqrt{3}); (0; \sqrt{3})$

вниз на $(-\sqrt{3}; 0); (\sqrt{3}; +\infty)$

13. Точки перегиба:

$x_{\text{перегиба}} = 0 \qquad y_{\text{перегиба}}(0) = 0 \Rightarrow (0; 0)$

$x_{\text{перегиба}} = -\sqrt{3} \qquad y_{\text{перегиба}}(-\sqrt{3}) = -\sqrt{3}e^{-\frac{3}{2}} = \frac{-\sqrt{3}}{e\sqrt{e}} \Rightarrow \left(-\sqrt{3}; \frac{-\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}\right)$

$x_{\text{перегиба}} = \sqrt{3} \qquad y_{\text{перегиба}}(\sqrt{3}) = \sqrt{3}e^{-\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}} \Rightarrow \left(\underbrace{\sqrt{3}}_{1,7}; \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}}_{\approx 0,38}\right)$

14. Асимптоты: 1) вертикальных нет

2) Наклонные: $y = kx + b$.

$k = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} = 0$; $b = \lim\limits_{x\to\infty} y(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x e^{-\frac{x^2}{2}} = (\infty \cdot 0) =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x}{e^{\frac{x^2}{2}}} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{e^{\frac{x^2}{2}} \cdot x} = 0 \Rightarrow \boxed{y = 0 \text{ — гориз. ас-та}}$

15. Касательные в точках перегиба: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$

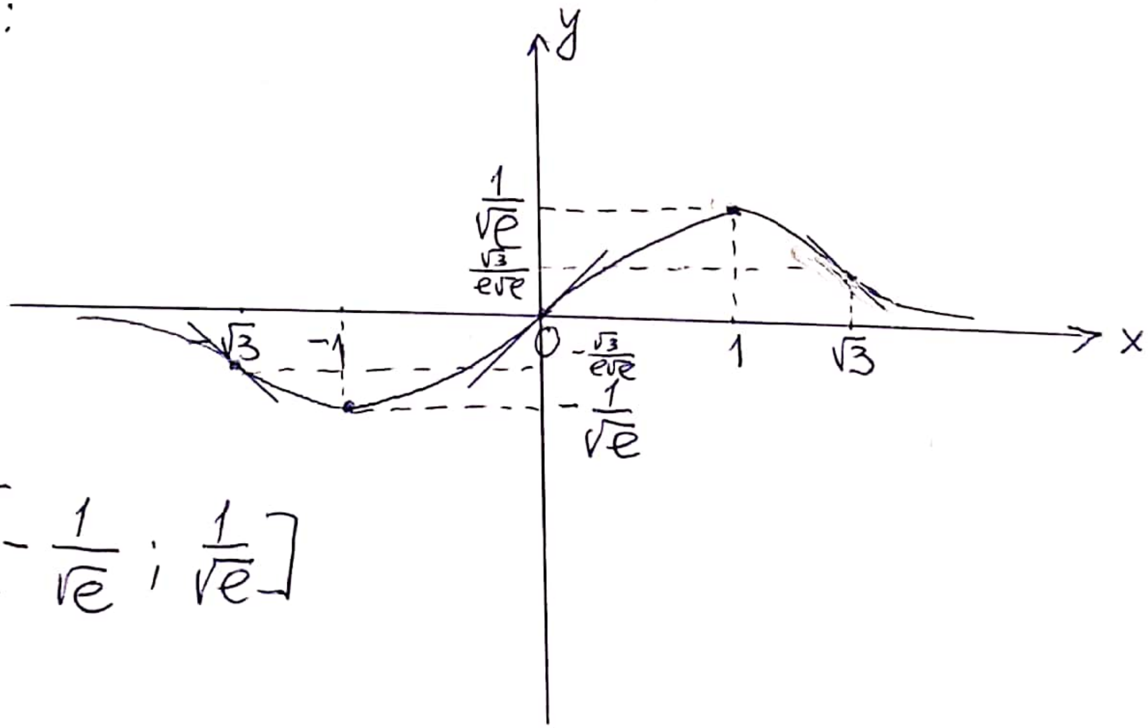
$x = 0 \quad y'(0) = 1 \Rightarrow \boxed{y = x}$

$x = \pm\sqrt{3} \quad y'(\pm\sqrt{3}) = e^{-\frac{3}{2}}(1-3) = -2e^{-\frac{3}{2}} = \frac{-2}{e\sqrt{e}} \approx -0{,}4 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ при $x = \sqrt{3}$: $y = -\frac{2}{e\sqrt{e}}(x - \sqrt{3}) + \frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}$

при $x = -\sqrt{3}$: $y = -\frac{2}{e\sqrt{e}}(x + \sqrt{3}) - \frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}$

16 График:



17. $E(y) = \left[-\frac{1}{\sqrt{e}}; \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$

В одной таблице:

<table>
<tr><td>x</td><td colspan="3">$(-\infty; -1)$</td><td>-1</td><td colspan="3">$(-1; 1)$</td><td>1</td><td colspan="3">$(1; +\infty)$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td colspan="3">$-$</td><td>0</td><td colspan="3">$+$</td><td>0</td><td colspan="3">$-$</td></tr>
<tr><td>y''</td><td>$-$</td><td>$-\sqrt{3}$</td><td colspan="3">$+$</td><td>0</td><td colspan="3">$-$</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">y</td><td colspan="3">$\searrow$</td><td>$\frac{-1}{\sqrt{e}}$</td><td colspan="3">$\nearrow$</td><td>$\frac{1}{\sqrt{e}}$</td><td colspan="3">$\searrow$</td></tr>
<tr><td>$\frown$</td><td>$\frac{-\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}$</td><td colspan="3">$\smile$</td><td>$0$</td><td colspan="3">$\frown$</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{e\sqrt{e}}$</td><td>$\smile$</td></tr>
</table>

$\boxed{\text{Д/З II: № 5.502}}$

Наибольшее и наименьшее значение непр. ф-ции $y(x)$ на отрезке $[a,b]$:

1) найти крит. точки ф-ции $y(x)$,
2) отобрать те крит. точки, которые $\in [a,b]$,
3) найти значение ф-ции в выбранных крит. точках и на концах $[a,b]$,
4) выбрать наибольшее и наименьшее значение.

на интервале (a,b):

(рас. частный случай)

если ф-я имеет на (a,b) одну точку

X_{min}, | X_{max},

то в ней достигается

наименьшее | наибольшее

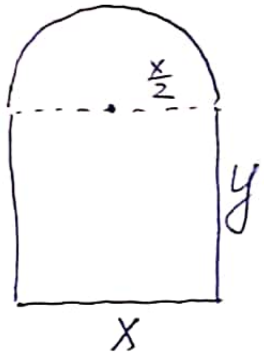
значение функции.

№ 5.427.

Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Задан периметр p этой фигуры.

При каких размерах x и y окно будет пропускать наибольшее кол-во света?

Д/З III: № 5.428



Решение.

1) Составим функцию для исслед.

$$S = xy + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 = xy + \frac{\pi}{8}x^2$$

Выразим S через одну неизвестную.

По усл. $p = x + 2y + \frac{2\pi\cdot\frac{x}{2}}{\cancel{2}} = x + 2y + \frac{\pi}{2}x = \frac{2+\pi}{2}x + 2y$

$$2y = p - \frac{2+\pi}{2}x$$

$$y = \frac{p}{2} - \frac{2+\pi}{4}x$$

Тогда $\boxed{S =} x\left(\frac{p}{2} - \frac{2+\pi}{4}x\right) + \frac{\pi}{8}x^2 = \frac{p}{2}x - \overset{2)}{\frac{2+\pi}{4}}x^2 + \frac{\pi}{8}x^2 =$

$$= \frac{p}{2}x + \frac{x^2}{8}(\pi - 4 - 2\pi) = \boxed{\frac{p}{2}x - \frac{\pi+4}{8}x^2}$$

2) 1) $D(S)$: 1. при $x=0 \Rightarrow p=2y$ $\Rightarrow x\in\left(0;\frac{2p}{2+\pi}\right)$

2. при $y=0 \Rightarrow p=\frac{2+\pi}{2}x \Rightarrow x=\frac{2p}{2+\pi}$

2) $S'(x)=\frac{p}{2}-\frac{\pi+4}{4}x=$

$D(S')=D(S)$

$S'(x)=0 \Leftrightarrow x\cdot\frac{\pi+4}{4}=\frac{p}{2}$ $\boxed{x=\frac{2p}{\pi+4}}$

3) S': 0 $+$ $\frac{2p}{\pi+4}$ $-$ $\frac{2p}{2+\pi}$ x

S: $\nearrow$ $\searrow$

4) $x_{max}=\frac{2p}{\pi+4} \Rightarrow y_{max}=\frac{p}{2}-\frac{2+\pi}{\cancel{4}_{2}}\cdot\frac{\cancel{2}p}{\pi+4}=\frac{\cancel{\pi p}+4p-2p-\cancel{\pi p}}{2(\pi+4)}=\frac{p}{\pi+4}$

5) $x_{наиб.}=x_{max}$, $y_{наиб.}=y_{max}$

Ответ: $x=\frac{2p}{\pi+4}$; $y=\frac{p}{\pi+4}$.

Обсуждение (без производной) $S=-\frac{\pi+4}{8}x^2+\frac{p}{2}x$. График $S=S(x)$ парабола, ветви вниз, т.к $-\frac{\pi+4}{8}<0$.

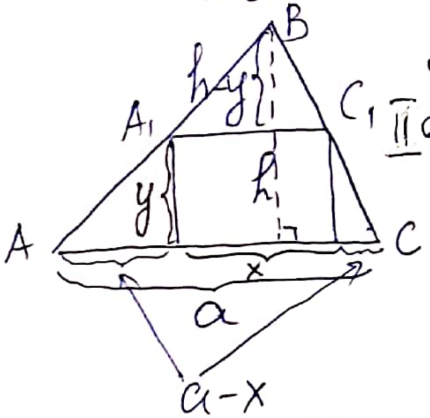
$\Rightarrow$ Наиб. значение $S(x)$ достигается в т.

$x_B=\frac{-b}{2a}=\frac{-\frac{p}{2}}{2\cdot\left(-\frac{\pi+4}{8}\right)}=\frac{p\cdot 8}{4(\pi+4)}=\frac{2p}{\pi+4}\in D(S)$. Тот же ответ.

№5.429.

В Δ-к с основанием a и высотой h вписан прямоугольник, основание которого лежит на основании Δ-ка, а две вершины – на боковых сторонах. Найти наибольшую площадь впис. прямоугольника.

Решение. 1 Составим функцию для исслед.



$S_{\square} = xy$. Выразим S через одну неизвестную.

II сп. $S_{\Delta} = \frac{ah}{2}$

$$S_{\Delta} = xy + \frac{x(h-y)}{2} + \frac{(a-x)y}{2} = xy + \frac{xh - xy + ay - xy}{2} =$$

$$= xy + \frac{xh + ay - 2xy}{2} = \cancel{xy} + \frac{xh+ay}{2} - \cancel{xy} = \frac{xh+ay}{2}$$

I сп. $\Delta ABC \sim \Delta A_1BC_1 \Rightarrow \frac{h-y}{h} = \frac{x}{a} \Rightarrow$
$\Rightarrow h - y = \frac{hx}{a} \Rightarrow y = h - \frac{hx}{a} = \frac{h(a-x)}{a}$

След., $ah = xh + ay$

$ay = ah - xh$

$y = \frac{ah - xh}{a} = \frac{(a-x)h}{a}$

Тогда $\boxed{S_{\square} =} \frac{x(a-x)h}{a} \boxed{= \frac{h}{a}(ax - x^2)}$

② 1) $D(S) = (0; a)$

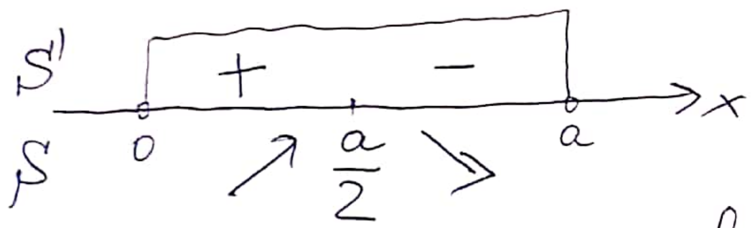
2) $S' = \frac{h}{a}(a - 2x) = -\frac{2h}{a}\left(x - \frac{a}{2}\right)$

$D(S') = D(S)$

$S' = 0 \iff x = \frac{a}{2}$

Д/З IV №5.431.

3)



4) $x_{max} = \frac{a}{2} \Rightarrow S_{max} = \frac{h}{a}\left(a \cdot \frac{a}{2} - \frac{a^2}{4}\right) = \frac{ha^{\cancel{2}}}{\cancel{a}}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{ha}{4}$

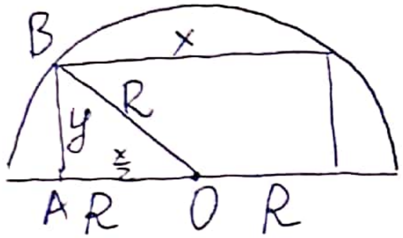
5) $x_{наиб} = \frac{a}{2}$, $S_{наиб} = \frac{ha}{4}$. Ответ: $\frac{ha}{4}$.

Обсуждение (без производной). $S = -\frac{h}{a}x^2 + hx$. График — парабола, ветви вниз. Наиб. знач. S достиг. в т. $x_в = \frac{-b}{2a} = \frac{-h}{-2\cdot\frac{h}{a}} = \frac{a}{2} \in D(S)$.

Тот же ответ.

В полукруг радиуса R вписан прямоугольник с наибольшей площадью. Определить его основание x и высоту y.

Решение.



1 Составим функцию: $S_\square = xy$

Выразим S через одну неизвестную:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow y^2 = R^2 - \frac{x^2}{4} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = \pm\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}} \\ \text{но } y>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

(по т-ме Пифагора для $\triangle OAB$)

$$\Rightarrow y = \sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}}$$

Тогда $S_\square = x\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}}$

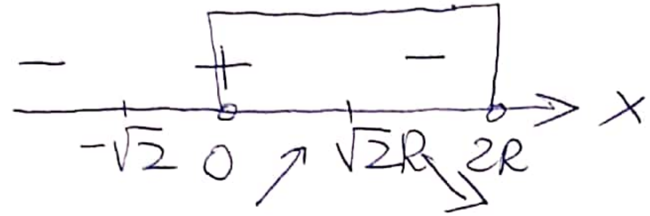
2 1) $D(S) = (0;2R)$

$4\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}}$

2) $$S'(x) = \sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}} + x\cdot\frac{-\frac{\cancel{2}x}{4}}{\cancel{2}\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}}} = \sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}} - \frac{x^2}{4\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}}} = \frac{4\left(R^2-\frac{x^2}{4}\right)-x^2}{4\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}}} =$$

$$= \frac{4R^2-2x^2}{4\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}}} = \frac{-2(x^2-2R^2)}{4\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}}} = \frac{-(x-\sqrt{2}R)(x+\sqrt{2}R)}{2\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4}}}$$

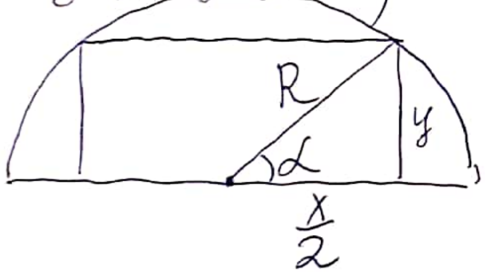
$D(S') = D(S)$ $\qquad$ $S' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \boxed{x = \sqrt{2}R} \\ x = -\sqrt{2}R \notin D(S) \end{array}\right.$

3) 

4) $x_{max} = \sqrt{2} R \Rightarrow y_{max} = \sqrt{R^2 - \frac{(\sqrt{2}R)^2}{4}} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{2}} = \frac{R}{\sqrt{2}}$

Ответ: $x = \sqrt{2}R,\ y = \frac{R}{\sqrt{2}}$

Обсуждение.
(без производной)



$$\left.\begin{aligned} &y = R\sin\alpha \\ &\frac{x}{2} = R\cos\alpha \Rightarrow x = 2R\cos\alpha \end{aligned}\right\} \Rightarrow S_{\square} = R^2 2\sin\alpha\cos\alpha = R^2\sin 2\alpha$$

$S_{\square}$ достигает наиб. значения при $\sin 2\alpha = 1$, т.е. $2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$.

$x = 2R\cos\frac{\pi}{4} = 2R\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}R$

$y = R\sin\frac{\pi}{4} = \frac{R}{\sqrt{2}}$.

Д/З VI №5.437.

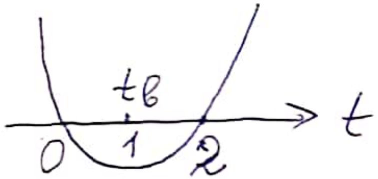
№ 5.525

Построить кривую, заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = t^2 + 2t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Решение.

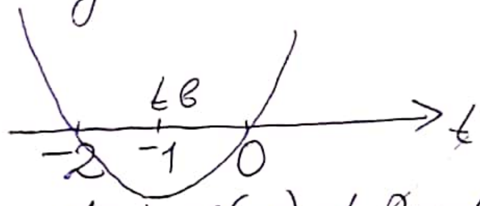
① $x = t^2 - 2t$



$x(t_в) = x(1) = 1 - 2 = -1$

$\Rightarrow x \in [-1; +\infty)$

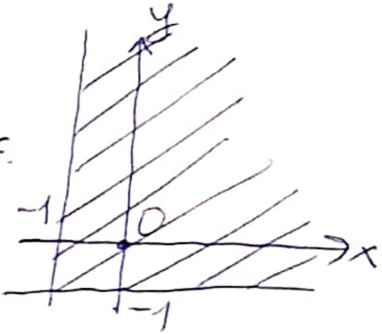
$y = t^2 + 2t$



$y(t_в) = y(-1) = 1 - 2 = -1$

$\Rightarrow y \in [-1; +\infty)$

$\Rightarrow$ Кривая располож. в угле:



Точка $O(0,0) \in$ кривой

Т. П с Ox: $t = -2 \Rightarrow x = 8, y = 0$

$t = 0 \Rightarrow x = 0, y = 0$

Т. П с Oy: $t = 2 \Rightarrow y = 8, x = 0$

$t = 0 \Rightarrow x = 0, y = 0$

② $\left.\begin{array}{l} x(-t) = (-t)^2 - 2(-t) = t^2 + 2t = y(t) \\ y(-t) = (-t)^2 + 2(-t) = t^2 - 2t = x(t) \end{array}\right\} \Rightarrow$ кривая симметр. отн. прямой $y = x$

③ $x'(t) = 2t - 2 = 2(t-1)$

$x'(t)$: $-$ на $(-\infty; 1)$, $+$ на $(1; +\infty)$

$x(t)$: $\searrow$ 1 $\nearrow$

$x_{min}(t=1) = -1$

$\Downarrow$

$y(t=1) = 3$

$y'(t) = 2t + 2 = 2(t+1)$

$y'(t)$: $-$ на $(-\infty; -1)$, $+$ на $(-1; +\infty)$

$y(t)$: $\searrow$ -1 $\nearrow$

$y_{min}(t=-1) = -1$

$\Downarrow$

$x(t=-1) = 3$

4) $x''(t)=2 \qquad y''(t)=2$

5) Из 3), 4) $\Rightarrow$ 1) $y'(x)=\dfrac{y'(t)}{x'(t)}=\dfrac{t+1}{t-1}$

$$\begin{array}{l|ccccc} y'(x) & + & & - & & + \\ \hline y(x) & \nearrow & -1 & \searrow & 1 & \nearrow \end{array} \quad t$$

$D(y')$: $t\neq 1 \Rightarrow x\neq -1,\ y\neq 3$

В точке $(x,y)=(-1;3)$ график имеет вертик. касат.

$y'(x)=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow x=3,\ y=-1.$

В точке $(x,y)=(3,-1)$ график имеет горизонт. касат.

2) $y''(x)=\dfrac{y''(t)x'(t)-y'(t)x''(t)}{(x'(t))^3}=\dfrac{2(2t-2)-(2t+2)2}{(2t-2)^3}=\dfrac{-1}{(t-1)^3}$

$$\begin{array}{l|ccc} y''(x) & + & & - \\ \hline & \cup & 1 & \cap \end{array} \quad t$$

6) Асимптоты: $\lim\limits_{t\to\infty}\big(\overbrace{x^2(t)+y^2(t)}^{\rho^2(M,0)}\big)=\infty \Rightarrow$ ас-ты возможны при $t\to\infty$.

$t\to\infty$ ← только при таком стремлении t.

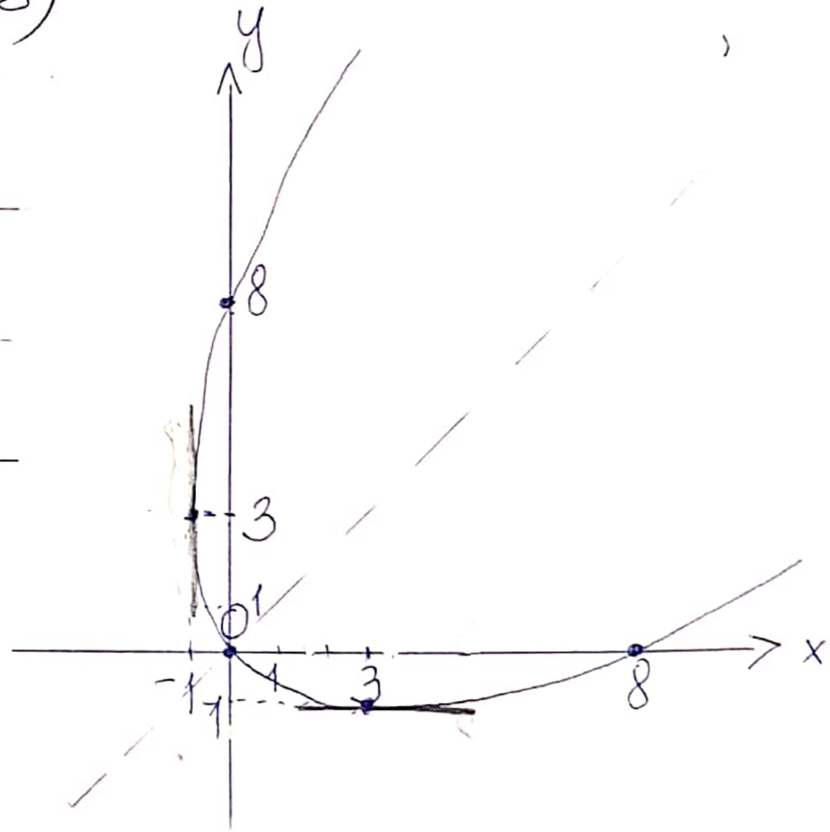
1) вертик. $y(t)\to+\infty$ при $t\to\pm\infty$, но при $t\to\pm\infty$ $x(t)\to+\infty$ $\Rightarrow$ нет

2) накл. $k=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{y}{x}=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{t^2+2t}{t^2-2t}=1$; $b=\lim\limits_{t\to\infty}(y-kx)=\lim\limits_{t\to\infty}((t^2+2t)-(t^2-2t))=\infty$

$\Rightarrow$ нет

7

t	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; +\infty)$
x	$(3; +\infty)$	3	$(-1; 3)$	-1	$(-1; +\infty)$
y	$(-1; +\infty)$	-1	$(-1; 3)$	3	$(3; +\infty)$
$y'(x)$	$+$	0	$-$	∞	$+$
$y''(x)$	$+$	$\frac{1}{8}$	$+$	∞	$-$
$y(x)$	$\nearrow$	-1 т. мин	$\searrow$	3 т. возврата	$\nearrow$
	$\smile$		$\smile$	перегиба	$\frown$



Обсуждение $\begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = t^2 + 2t \end{cases}$

$x + y = 2t^2$; $y - x = 4t \Rightarrow t = \frac{y-x}{4}$ подставим t в ур-е

Получим $x + y = \frac{1}{8}(y - x)^2 \Rightarrow y' = \frac{1}{8}x'^2$ парабола