Лекция 5-2022.
Магнитное поле в вакууме

1. Вектор индукции и напряженности магнитного поля
2. Закон Био-Савара-Лапласа
3. Принцип суперпозиции магнитных полей
4. Поле прямого и кругового тока
5. Поток вектора магнитной индукции
6. Теорема Гаусса для магнитного поля
7. Теорема о циркуляции вектора индукции магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах
8. Расчет магнитного поля тороида и соленоида.

ЧУЕВ Анатолий Степанович

Сайт кафедры «Физика» (ФН-4):
http://fn.bmstu.ru/tm-fs-4

Презентации лекций и семинаров:
http://hoster.bmstu.ru/~moodle/ - *новые курсы- «Физика» Электромагнетизм и оптика. 2020-2021.*

Тестирование на ФН-4 многократное по лекциям:
https://e-learning.bmstu.ru/fn/course/index.php?categoryid=1
Физика, тестирование для ИУ6

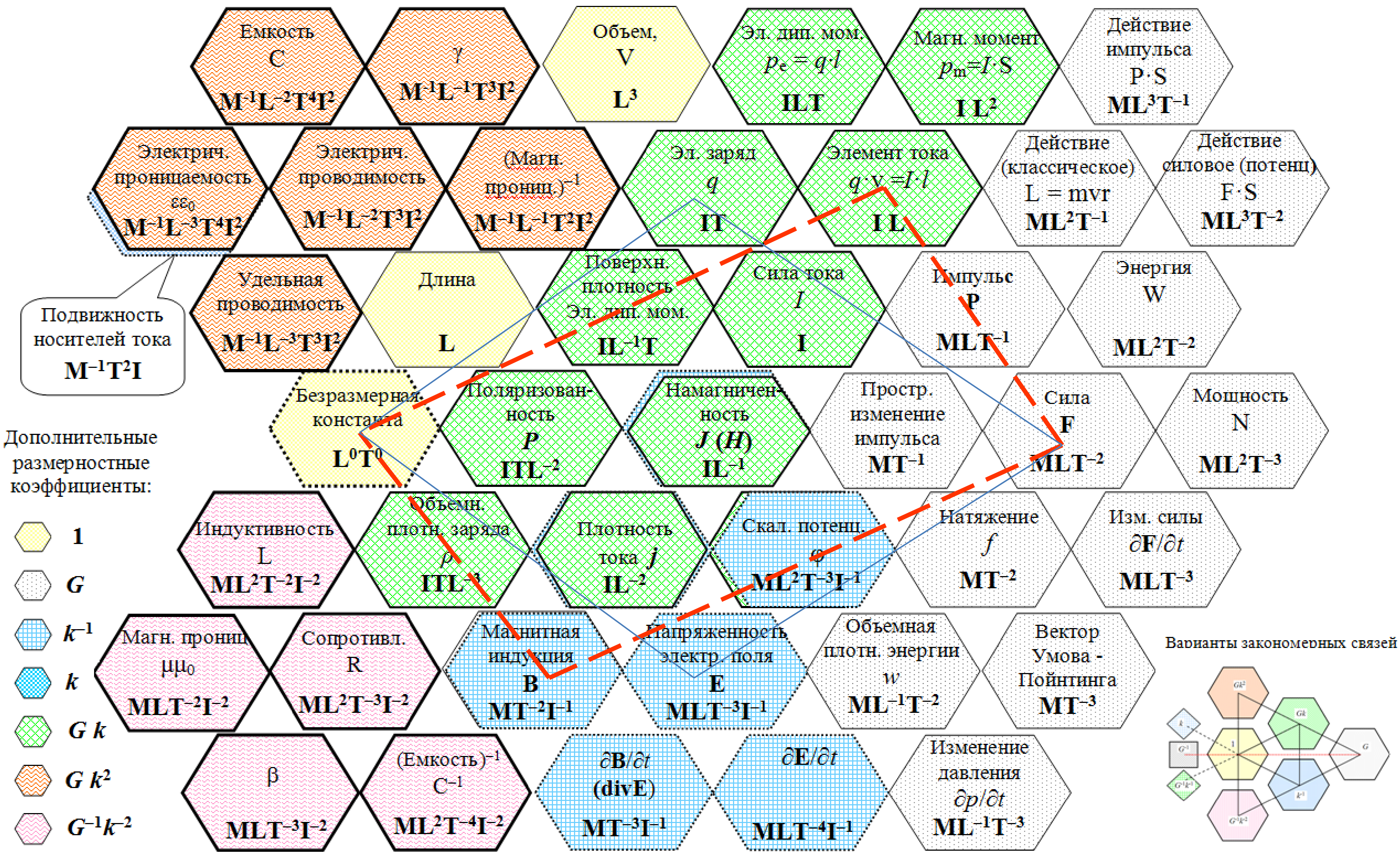
Там же: ФИЗИКА. Электромагнетизм и оптика. 2020-2021.

По теории относительности А. Эйнштейна магнитного поля как такового нет – это релятивистский эффект электричества.

Магнитный поток мы должны признать подлинной физической реальностью, а не чем-то воображаемым.

В.Ф. Миткевич

Система электромагнитных величин и их взаимосвязей



Чуев А.С. - 2022

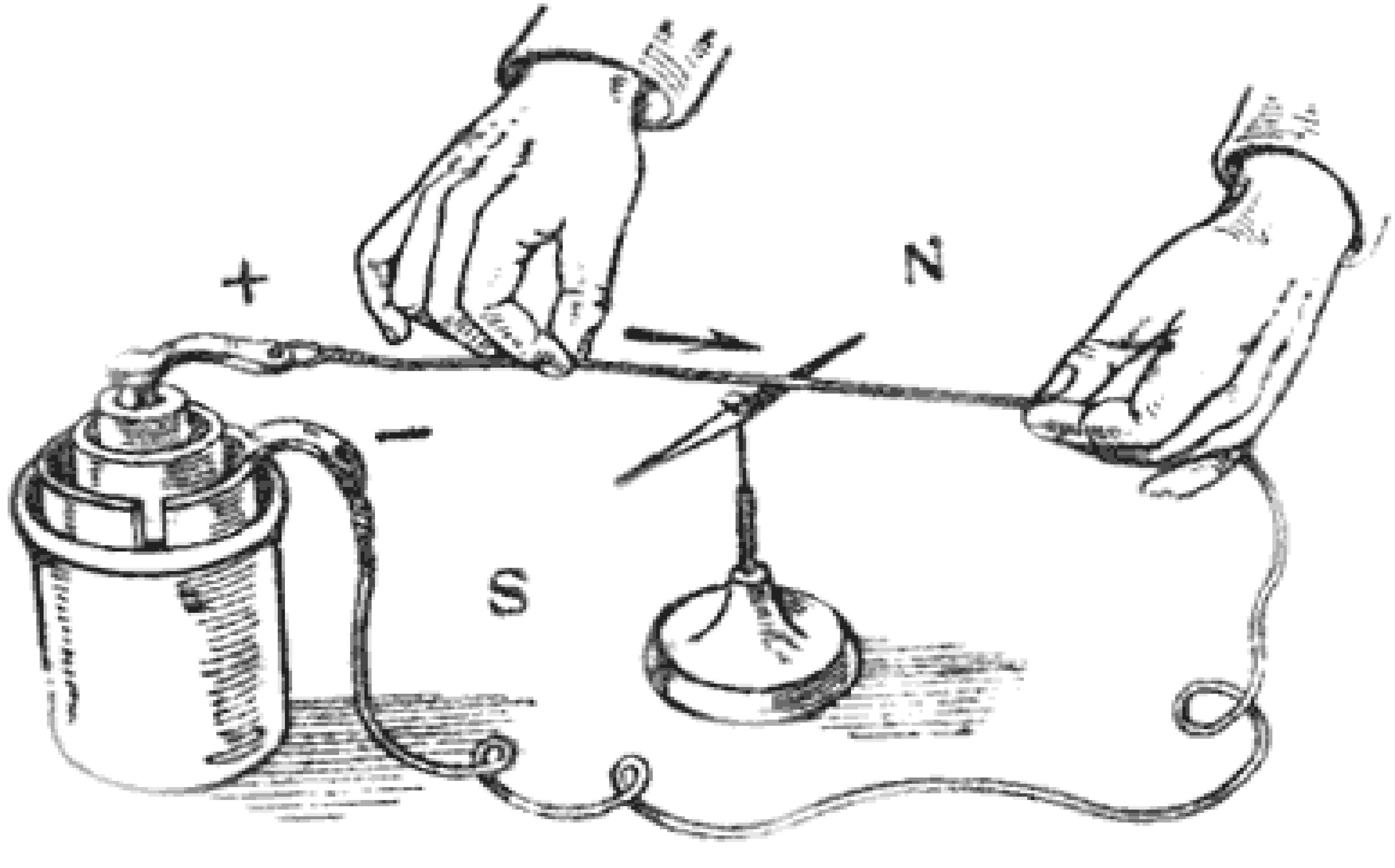
B – силовая характеристика магнитного поля

АНАЛОГИИ СООТНОШЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН

Чуев А.С., chuev@mail.ru, МГТУ им. Н.Э. Баумана

Источники поля	
Заряды, электрические диполи, электреты	Движущиеся заряды, линейные проводники с током, петлевые токи, магниты
$q = \lambda l = \sigma S = \rho V; \quad \vec{p}_{\text{e}} = q\vec{l}$	$q\vec{v} = I\vec{l} = \vec{j}V; \quad \vec{p}_{\text{m}} = IS\vec{n}$
Основные полевые параметры без учета влияния вещественной среды	
$\varphi = \dfrac{W}{q_{\text{Пр}}}; \quad \varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_0}{r};$ $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_{\text{Пр}}}; \quad \vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_0}{r^2}\vec{e}_{\text{r}}$	$\lvert\vec{A}\rvert = \dfrac{W}{\lvert\vec{j}_{\text{Пр}}\rvert V}; \quad \vec{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi r}\int \vec{j}_0 \mathrm{d}V;$ $B = \dfrac{F}{j_{\text{Пр}}V}; \quad \mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi r^2}\left[\vec{j}_0 \times \vec{e}_{\text{r}}\right]\mathrm{d}V$
Силовое поле, создаваемое диполем	
$E = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{p_{\text{e}}}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$	$B = \mu_0 \dfrac{p_{\text{m}}}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$
Потенциальная энергия диполя, находящегося в силовом поле	
$W = -\vec{p}_{\text{e}}\vec{E}$	$W = -\vec{p}_{\text{m}}\vec{B}$
Вращательный момент сил, действующих на диполь в однородном поле	
$\vec{M} = [\vec{p}_e \times \vec{E}]$	$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$
Сила, действующая на диполь в неоднородном поле	
$F = p_{\text{e}}\dfrac{\partial E}{\partial x}$	$F = p_{\text{m}}\dfrac{\partial B}{\partial x}$

Реакция вещества на внешнее поле	
$\vec P = \frac{(\varepsilon - 1)\vec D}{\varepsilon} = \kappa\varepsilon_0\vec E$; $\kappa = \varepsilon - 1$; $\boxed{\vec P = \frac{\sum \vec p_{\mathrm{q}}}{V}}$	$\vec J = \chi\vec H$; $\chi = \mu - 1$; $\boxed{\vec J = \frac{\sum \vec p_{\mathrm{m}}}{V}}$
Основные соотношения векторов	
$\vec E = \frac{1}{\varepsilon_0}(\vec D - \vec P) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\vec D$	$\vec B = \mu_0(\vec H + \vec J) = \mu\mu_0\vec H$
Граничные условия для векторов	
$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$; $D_{\mathrm{n}1} = D_{n2}$; $\oint \vec E \mathrm{d}\vec l = 0$; $\mathrm{rot}\vec E = 0$; $P_{\mathrm{n}} == \sigma' = \frac{q'^{\text{пов}}}{S}$	$H_{\tau 1} = H_{\tau 2}$; $B_{\mathrm{n}1} = B_{\mathrm{n}2}$; $\mathrm{div}\vec B = 0$; $J_{\mathrm{R}} = i'^{\text{пов}} = \frac{I'^{\text{пов}}}{2\pi R}$
Характерные интегральные соотношения для векторов	
$\oint \vec D \mathrm{d}\vec S = q$; $\oint \vec P \mathrm{d}\vec S = -q'$ $\oint \vec E \mathrm{d}\vec S = \frac{1}{\varepsilon_0}(q + q') = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$	$\oint \mathrm{H} \mathrm{d}\vec l = \sum I$; $\oint \vec J \mathrm{d}\vec l = \sum I'$ $\oint \vec B \mathrm{d}\vec l = \mu_0(I + I') = \mu\mu_0 I$
Характерные дифференциальные соотношения для векторов	
$\mathrm{div}\vec D = \rho$; $\mathrm{div}\vec P = -\rho'$ $\mathrm{div}\vec E = \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho + \rho') = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$	$\mathrm{rot}\vec H = \vec j$; $\mathrm{rot}\vec J = \vec j'$ $\mathrm{rot}\vec B = \mu_0(\vec j + \vec j') = \mu\mu_0\vec j$

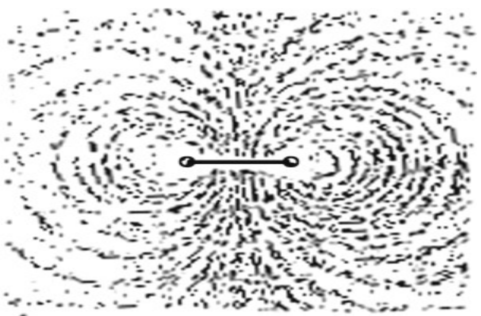


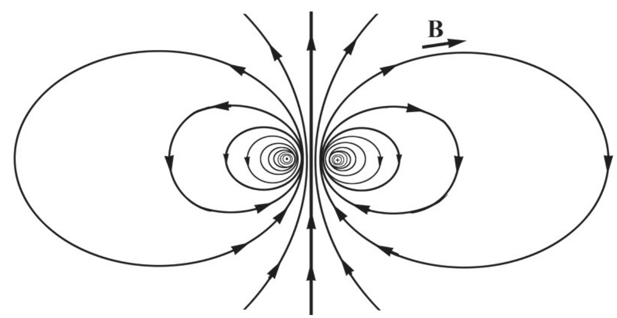
Опыт Эрстеда.

Магнитная индукция B ***характеризует силовое действие магнитного поля на ток*** (аналогично, характеризует E силовое действие электрического поля на заряд).

B – силовая характеристика магнитного поля, ее можно изобразить с помощью *магнитных силовых линий*.

магнитное поле – вихревое не потенциальное поле.



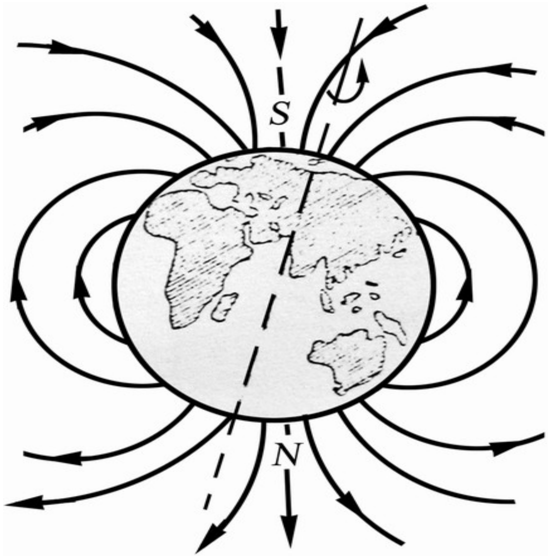


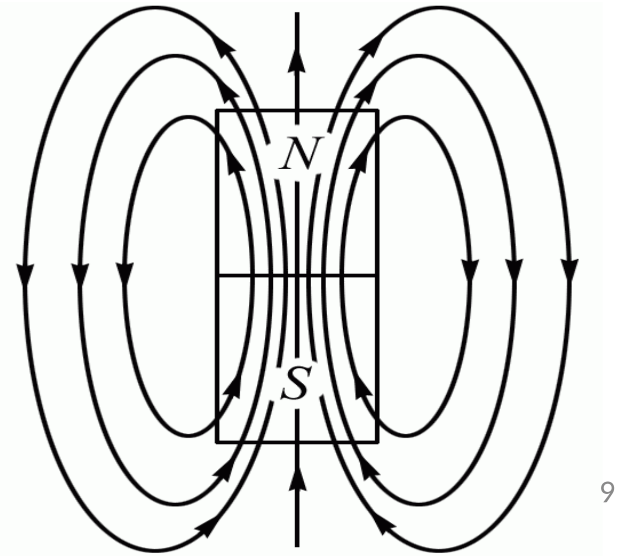
Закон Био–Савара–Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 \cdot [dl, r]}{4\pi}\frac{I}{r^3}$$

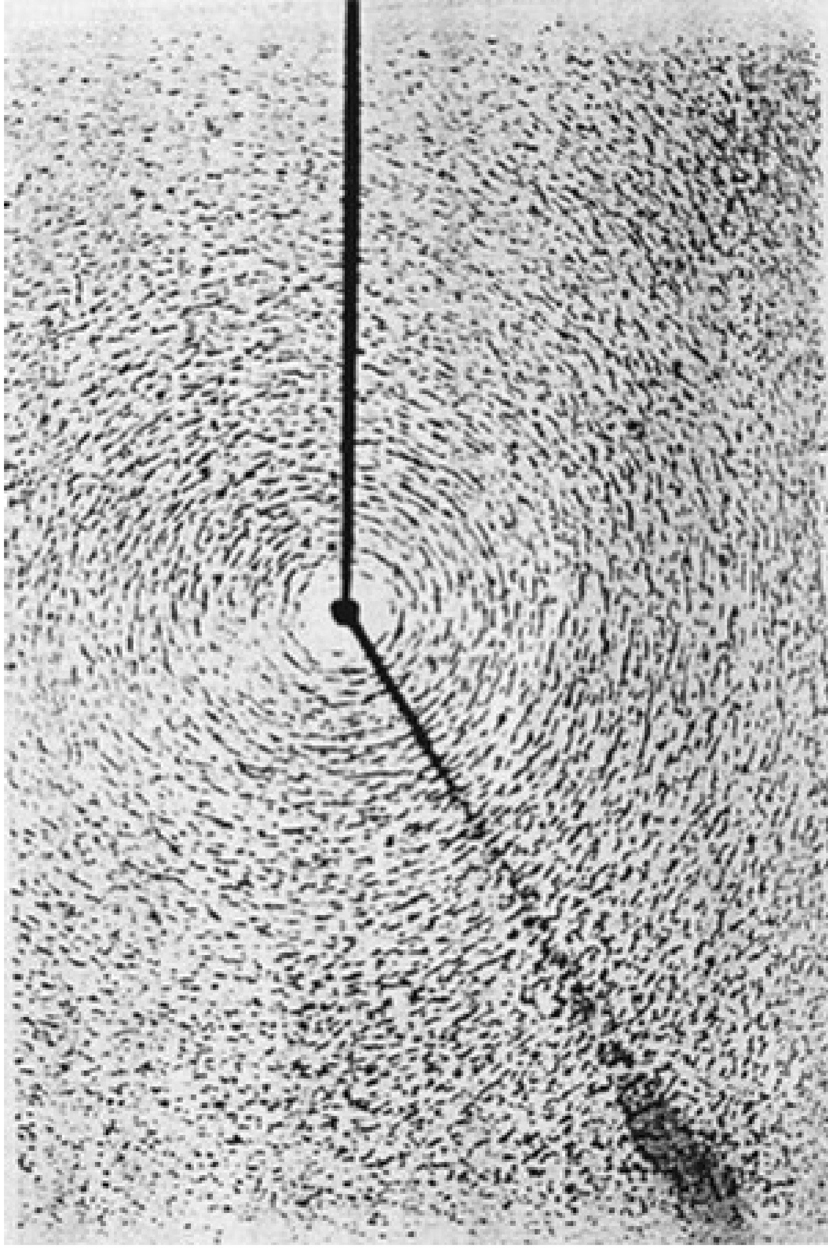
- Условились, за направление B принимать направление северного конца магнитной стрелки.
- ***Силовые линии выходят из северного полюса, а входят, соответственно, в южный полюс магнита.***
- Для графического изображения полей удобно пользоваться силовыми линиями (*линиями магнитной индукции*).

Линиями магнитной индукции *называются кривые, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора* B *в этой точке.*



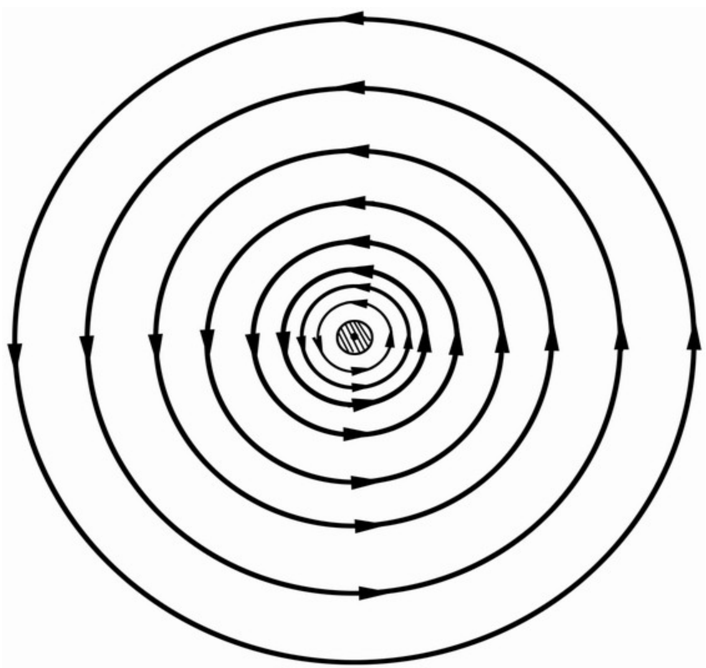


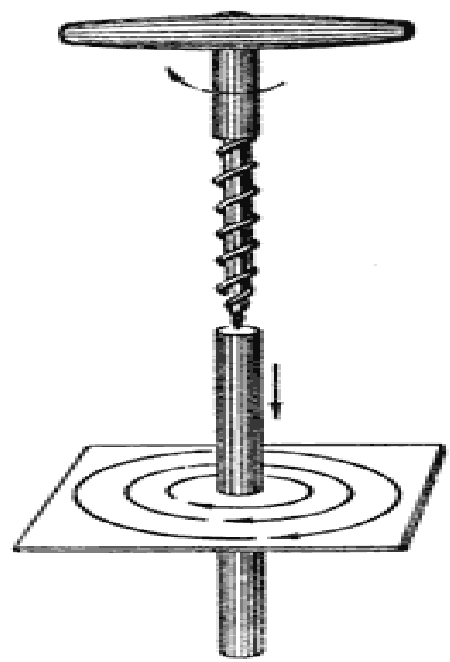
Конфигурацию силовых линий легко установить с помощью мелких железных опилок которые намагничиваются в исследуемом магнитном поле и ведут себя подобно маленьким магнитным стрелкам (*поворачиваются вдоль силовых линий*).



Направление $\mathrm{d}B$ связано с направлением $\mathrm{d}l$ «**правилом буравчика**»:

направление вращения головки винта дает направление $\mathrm{d}B$ *а, поступательное движение винта соответствует направлению* ***тока*** *в элементе.*

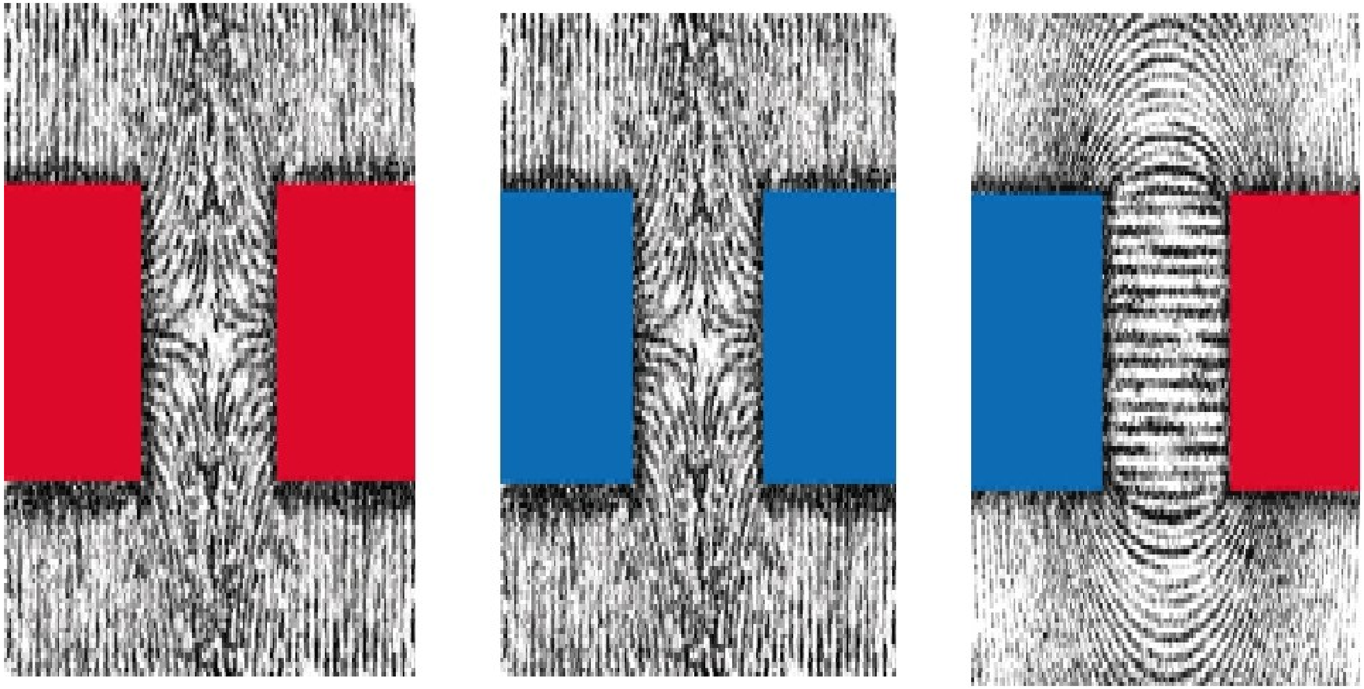




Правило буравчика

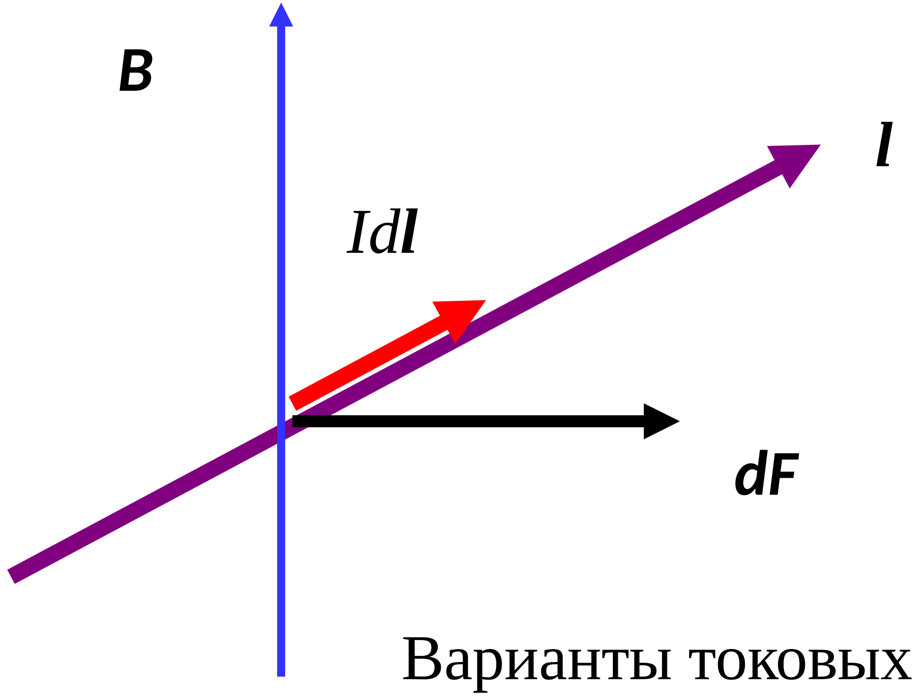
Варианты силового проявления магнитного поля

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАГНИТОВ



Из опыта Эрстеда следует, что проводник с током создает магнитное поле, а в веществе магнитов присутствуют электрические токи (молекулярные).

1. Сила Ампера – сила, действующая на проводник с током в магнитном поле



$$B = \frac{dF}{Idl}$$

Это выражение можно назвать определением вектора ***B*** со стороны пробного элемента (Idl)

Варианты токовых элементов: $I d\mathbf{l} = \mathbf{j} dV = q d\mathbf{v}$

Силы, действующие на токи в магнитном поле, называют **амперовыми** или **силами Ампера**.

Пример. Сила взаимодействия параллельных токов.

Каждый элемент тока I_2 находится в магнитном поле тока I_1, а именно в поле $B_1 = (\mu_0/4\pi)\,2I_1/b$

на единицу длины проводника с током I_2 действует сила $F_{ед} = I_2B_1$, или

Для бесконечны по длине проводников с токами

$$\boxed{F_{ед} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1I_2}{b}.}$$

Для ограниченных по длине проводников с токами

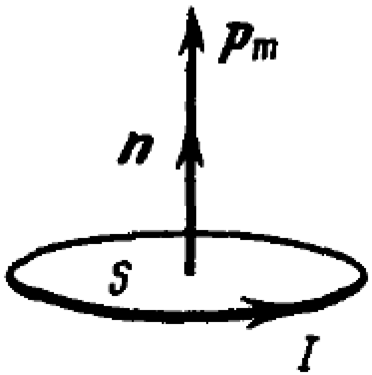
$$F = \mu_0 \frac{(Il)_1(Il)_2}{2\pi b^2}$$

2. Сила Лоренца

Сила, действующая на электрический заряд q во внешнем магнитном поле. Она зависит *от скорости его движения* **V** и величины индукции магнитного поля **B**(x,y,z).

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{V},\mathbf{B}].$$

Магнитный момент рамки (петли) с током

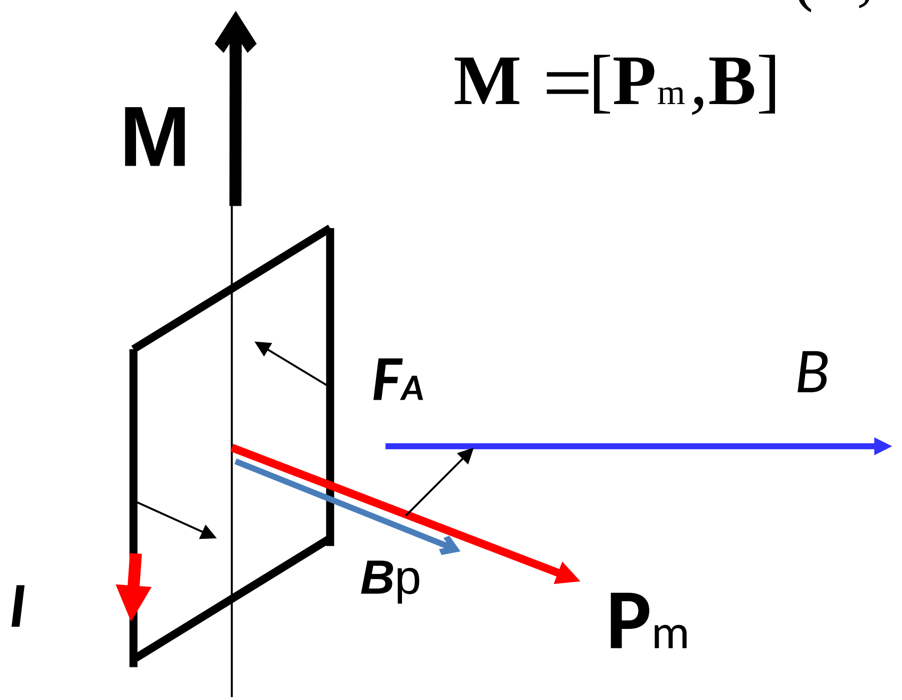


$$\vec{p}_m = I S \vec{n}$$

3. Вращающий момент М. Прямо пропорционален величине тока *I*, площади контура *S*, *вектору B* и синусу угла между направлением магнитного поля и нормали n.

$$M = ISB\sin(n, B);$$

$$\mathbf{M} = [\mathbf{P}_m, \mathbf{B}]$$



Направление ***B***р и ***P***m по правилу буравчика

$$P_m = ISn$$ - ***магнитный момент*** рамки с током

Определение вектора магнитной индукции через момент силы

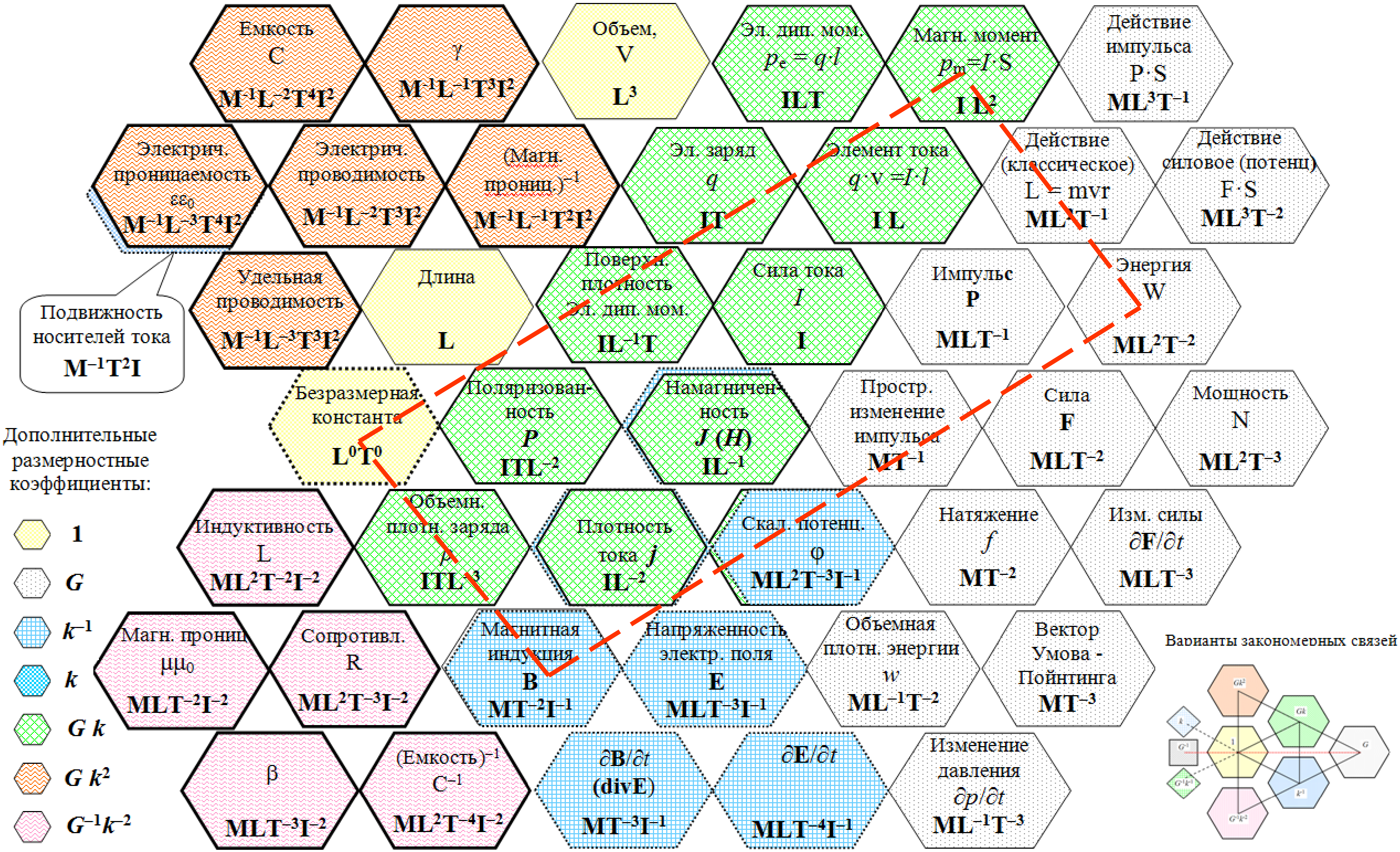
Отношение момента силы к магнитному моменту $B = \dfrac{M}{P_m}$

для данной точки магнитного поля будет одним и тем же и может служить характеристикой магнитного поля, называемой ***магнитной индукцией***:

$$M = [P_{\mathrm{m}}, B] \qquad B = \frac{M}{P_{\mathrm{m}} \sin(\vec{n}, \vec{B})}$$

$$[B] = Тл \qquad \dim B = \mathrm{T}^{-2}\mathrm{M}\mathrm{I}^{-1}$$

Система электромагнитных величин и их взаимосвязей

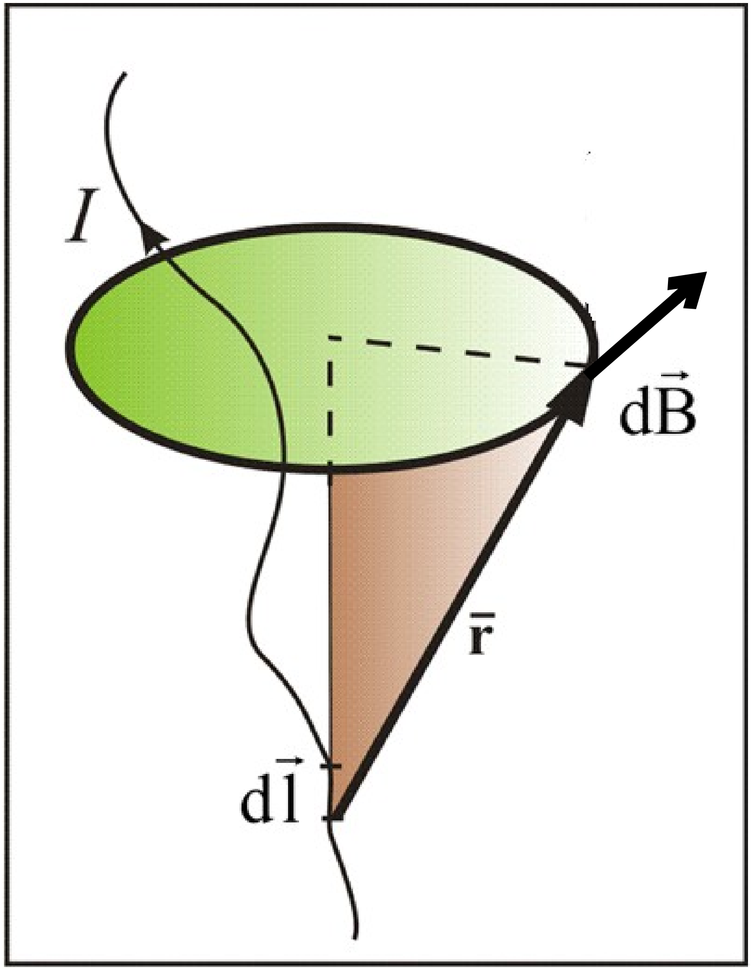


Чуев А.С. - 2022

Определение B через момент силы

Закон Био–Савара–Лапласа

Элемент тока длины d*l* создает магнитное поле с индукцией dB:



Варианты записи:

$$d\vec{B} = \mu_0 \frac{I[dl, r]}{4\pi r^3}. \qquad dB = \mu_0 \frac{Idl}{4\pi r^2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

Закон Био-Савара-Лапласа

(Определение индукции ***B*** со стороны элемента, создающего поле)

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 \cdot \left[d\vec{l}, \vec{r} \right]}{4\pi} \frac{I}{r^3} \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2} \sin\alpha$$

где: dB - магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника dl с током I;

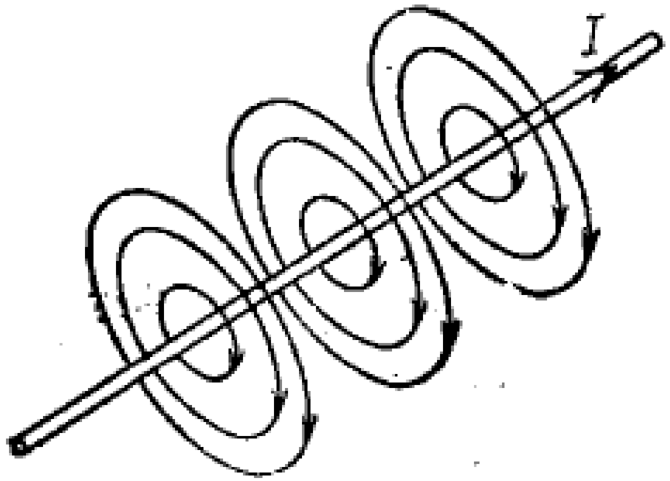
r - радиус-вектор, проведенный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция;

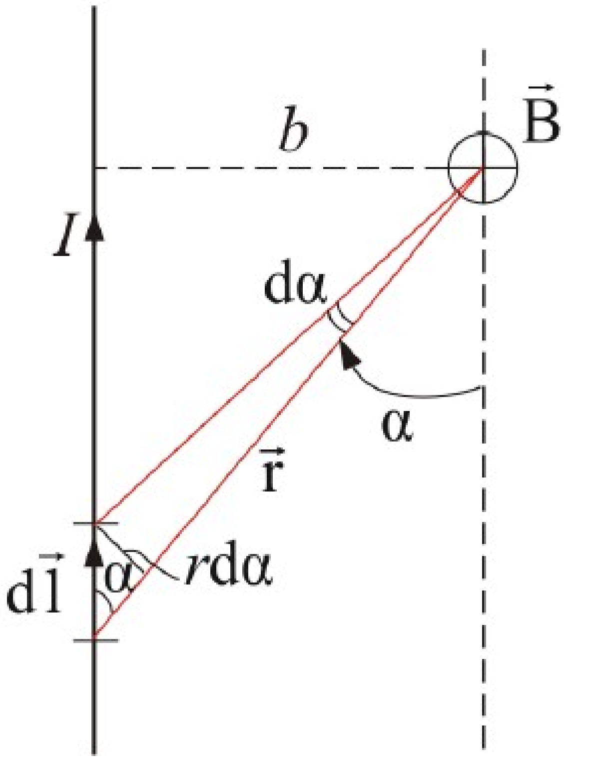
α - угол между радиус-вектором и направлением тока в элементе проводника;

dl - вектор, равный по модулю длине проводника и совпадающий по направлению с током (элемент проводника).

Магнитное поле прямолинейного проводника с током

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, dl \sin\alpha}{r^2}$$





$$r = \frac{b}{\sin\alpha}, \quad dl = \frac{r\, d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b\, d\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I b \, d\alpha \sin\alpha \sin^2\alpha}{b^2 \sin^2\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin\alpha \, d\alpha.$$

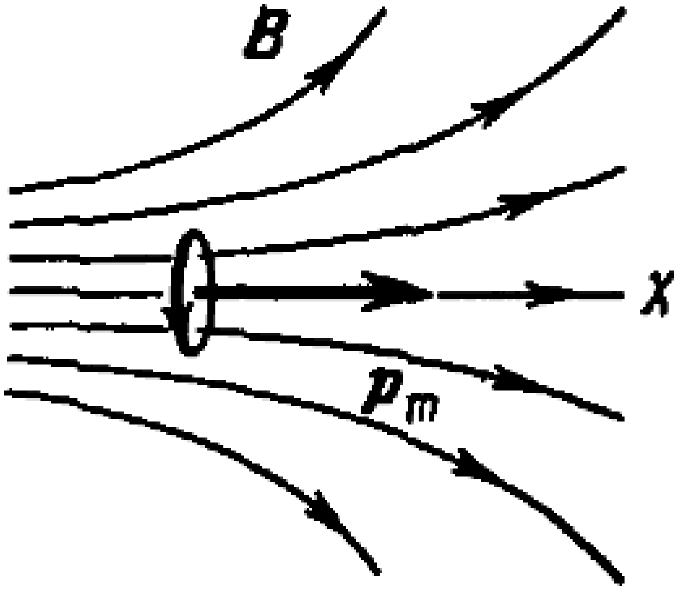
$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_0^{\pi} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}.$$

Конечная формула для индукции, создаваемой прямым длинным проводником с током

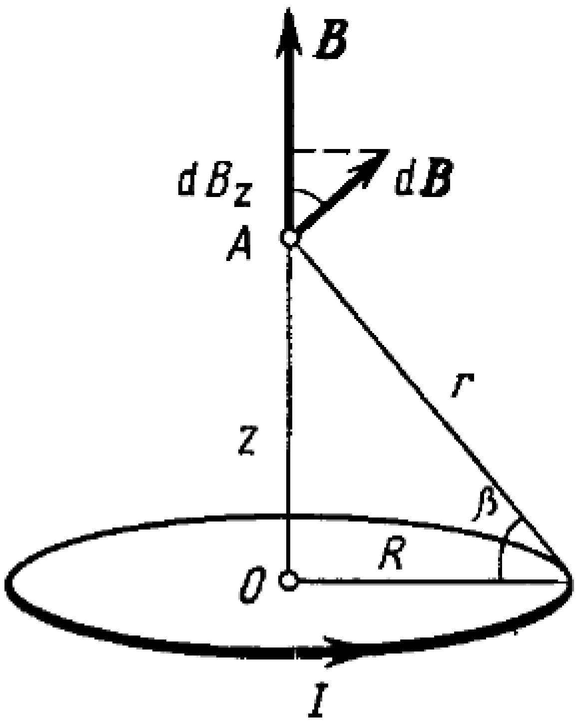
$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}.}$$

В неоднородном магнитном поле на рамку с током (дополнительно к вращательному моменту) действует сила

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x}$$



Магнитное поле на оси кругового тока



$$dB_z = dB\cos\beta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2}\cos\beta,$$

$\cos\beta = R/r$ и $r = \left(z^2 + R^2\right)^{1/2}$, получаем

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}.$$

ПОТОК ВЕКТОРА МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Поток Ф любой векторной величины $\boldsymbol{A}$ через площадку S математически определяется как интеграл:

$$\Phi = \int\limits_S AdS$$

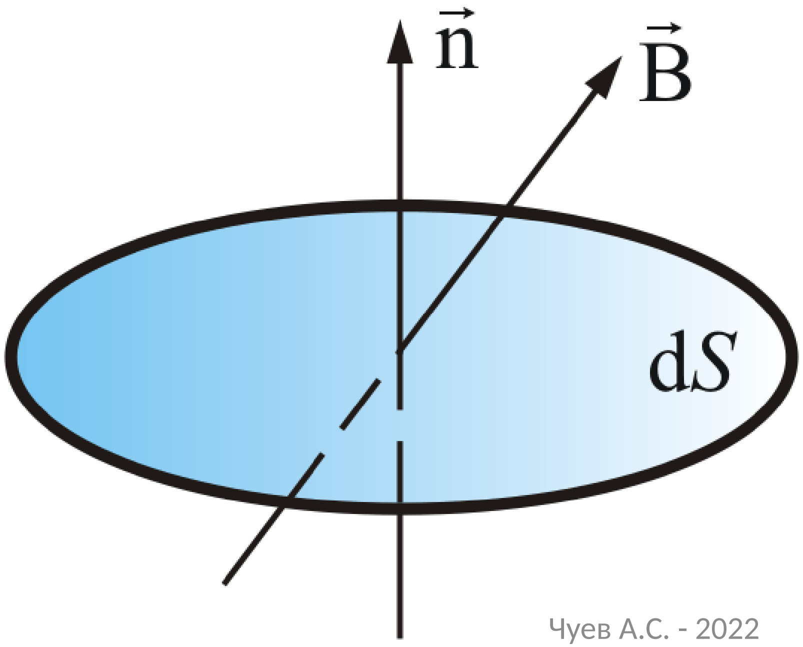
Математически поток всегда скаляр, физически – это векторная величина

ПОТОК МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

$$\Phi = \int_S B_n dS.$$

$$\Phi = \int_S B dS$$

$$d\Phi_B = B dS \cos(dn, B)$$



Вебер – ед. потока (Вб)

Возможное определение единицы магнитной индукции через поток:

1 Тл равен магнитной индукции при которой магнитный поток сквозь площадку 1 м^2, перпендикулярную направлению поля, равен 1 Вб.

ТЕОРЕМА ГАУССА ДЛЯ ВЕКТОРА МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Поскольку магнитных зарядов нет, то считается:

$$\oint_S B dS = 0$$

$$\mathrm{div} B = 0$$

Интегральная форма

Дифференциальная форма

Теорема о циркуляции вектора магнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах (для вакуума!!)

$$\oint B \mathrm{d}l = \mu_0 \sum I$$

$$\mathrm{rot} B = \mu_0 j$$

Определение ротора

Ротор $\operatorname{rot} \mathbf{a}$ векторного поля $\mathbf{a}$ — есть вектор, проекция которого $\operatorname{rot}_{\mathbf{n}} \mathbf{a}$ на каждое направление $\mathbf{n}$ есть предел отношения циркуляции векторного поля по контуру L, являющемуся краем плоской площадки ΔS, перпендикулярной этому направлению, к величине этой площадки, когда размеры площадки стремятся к нулю, а сама площадка стягивается в точку:

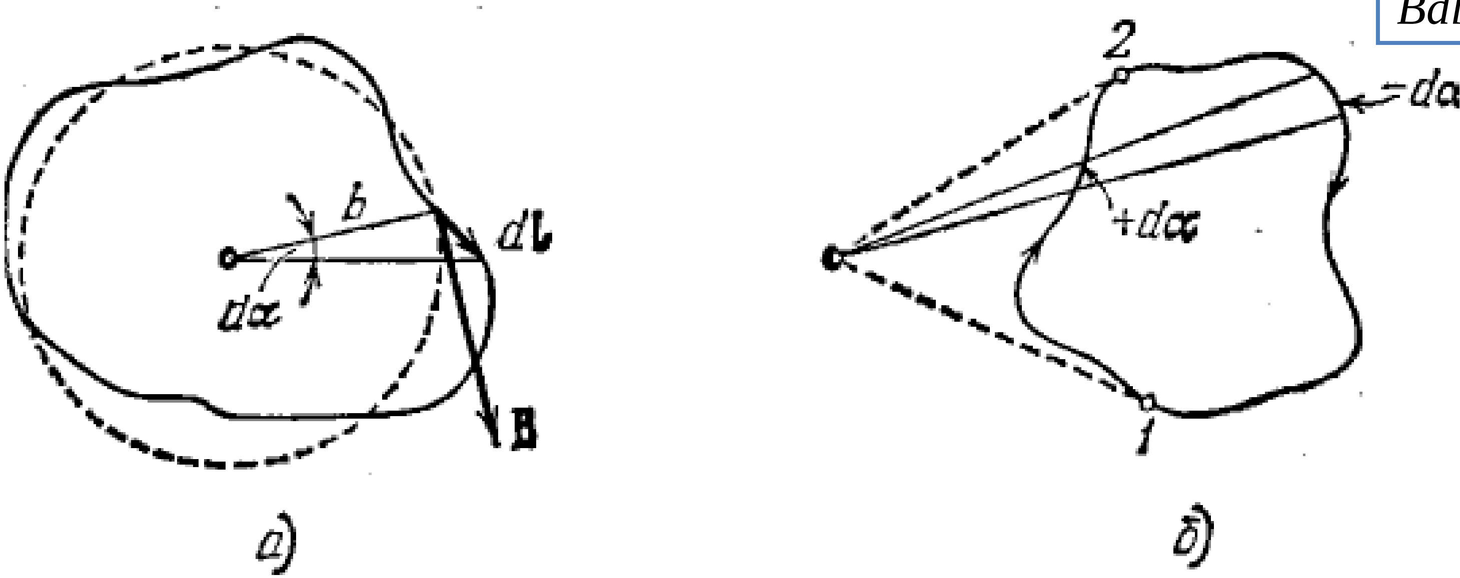
$$\operatorname{rot}_{\mathbf{n}} \mathbf{a} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint\limits_L \mathbf{a} \cdot \mathbf{dr}}{\Delta S}.$$

Направление обхода контура выбирается так, чтобы, если смотреть в направлении $\mathbf{n}$, контур L обходился по часовой стрелке[5].

Доказательство теоремы о циркуляции по Савельеву

По определению циркуляция равна интегралу $\oint \mathbf{B}\,d\mathbf{l}$.

$Bdl = 0$



Для ∞ провода

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{b}\,.}$$

$$\mathbf{B}\,d\mathbf{l} = B\,dl_B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{b}\,b\,d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\,d\alpha.$$

$$\oint \mathbf{B}\,d\mathbf{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\oint d\alpha.$$

В общем виде: $\oint Bdl = \mu\mu_0 I$

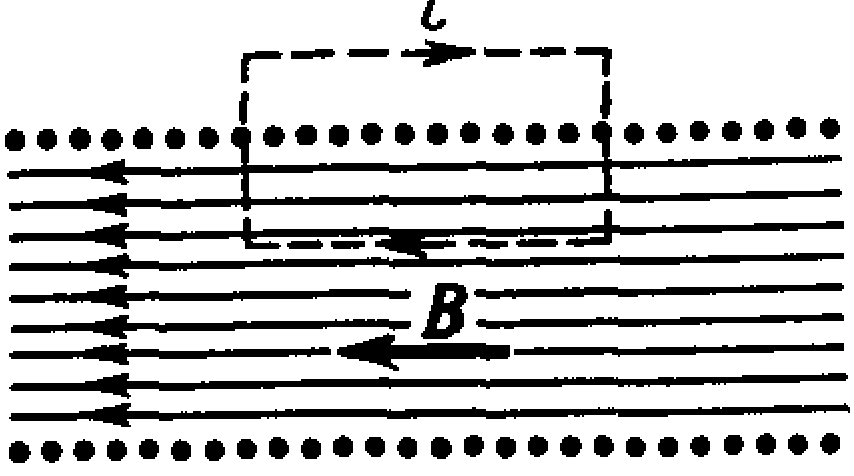
Доказательство теоремы о циркуляции в дифференциальной форме. Используется теорема Стокса.

$$\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_k I_k$$

$$\int_S [\nabla \mathbf{B}]\, d\mathbf{S} = \mu_0 \int_S \mathbf{j}\, d\mathbf{S}.$$

$$[\nabla \mathbf{B}] = \mu_0 \mathbf{j}.$$

Расчет магнитного поля соленоида

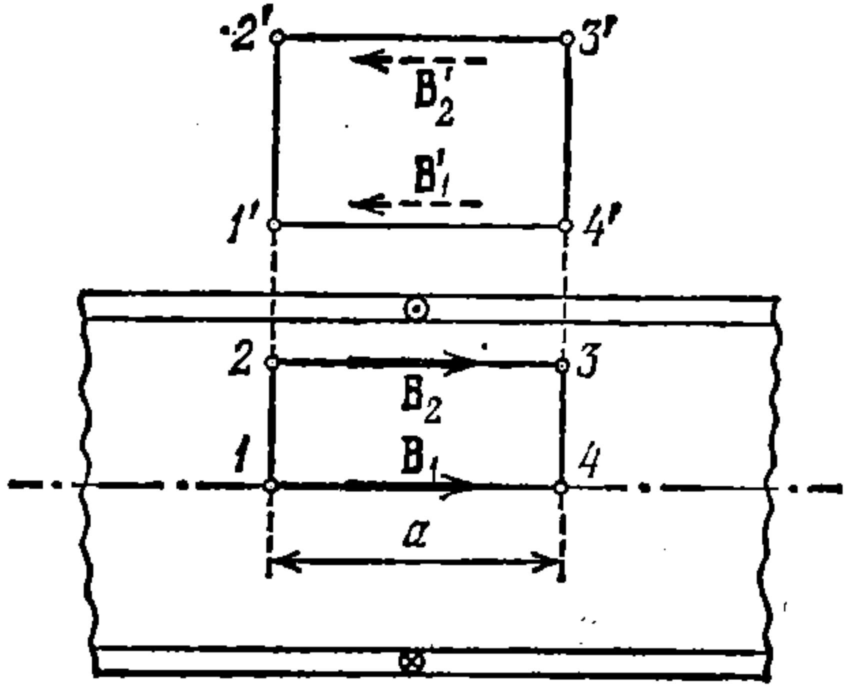


Согласно теореме о циркуляции $Bl = \mu_0 n l I$,

Откуда: $\boxed{B = \mu_0 n I}$

Формула верна для бесконечно длинного соленоида

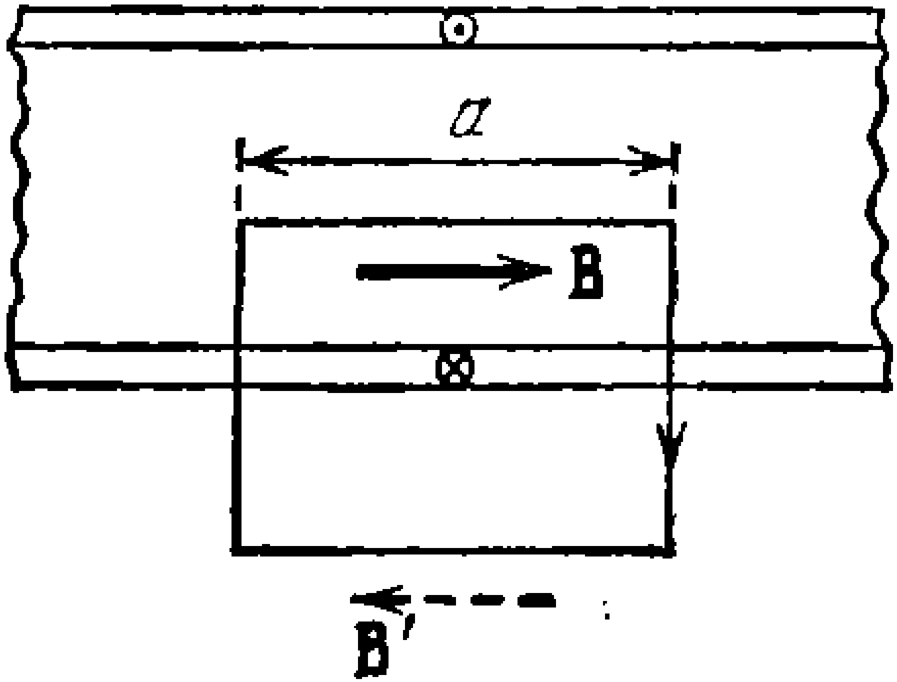
Из Савельева:



Поле внутри и вне достаточно длинного соленоида однородно

Внутри выделенных контуров обмоток с током нет.

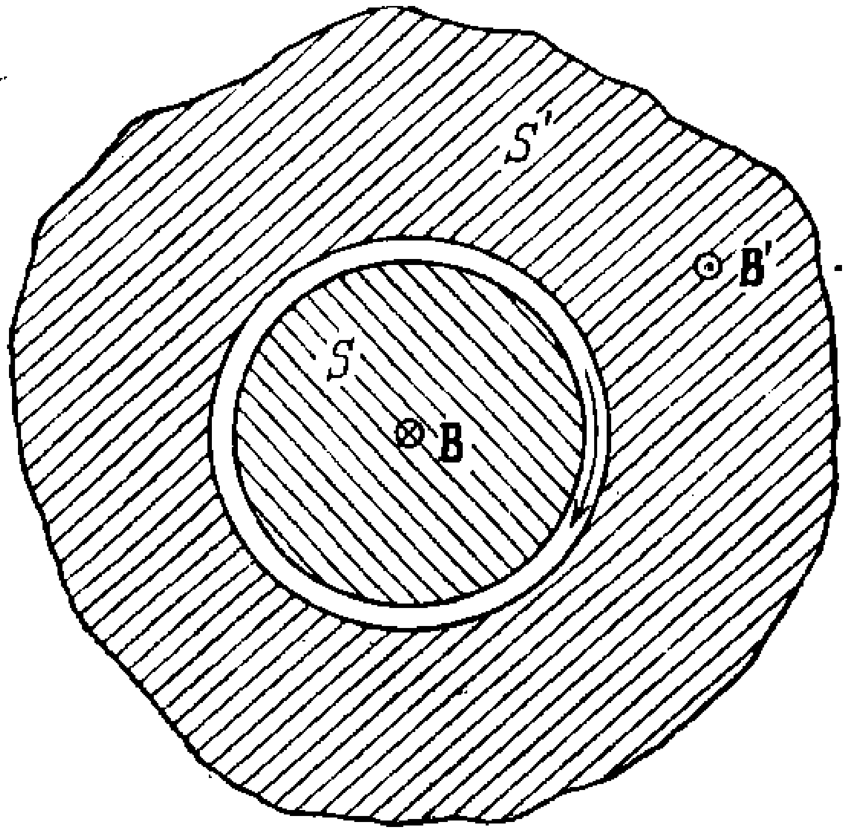
Отсюда вытекает, что $\mathbf{B}_1' = \mathbf{B}_2'$. Расстояния от оси соленоида до участков *1' — 4'* и *2' — 3'* были взяты произвольно. Следовательно, значение $\mathbf{B}'$ на любом расстоянии от оси будет вне соленоида одно и то же. Таким образом, оказывается доказанной и однородность поля вне соленоида.

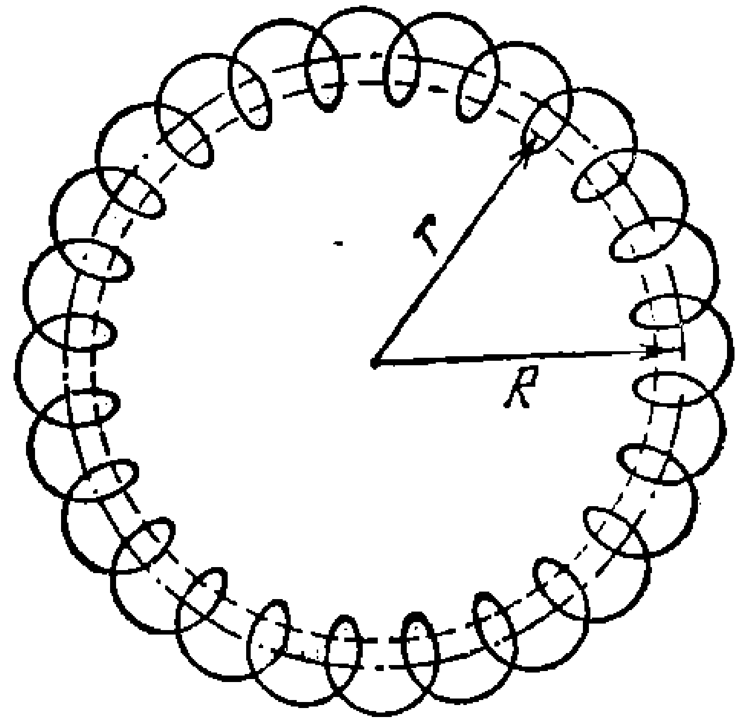


Циркуляция вектора В по контуру: $a(B+B') = \mu_0 j_{\text{лин}} a$

после сокращения на a и замены $j_{\text{лин}}$ на nI

$$\boxed{B + B' = \mu_0 n I.}$$





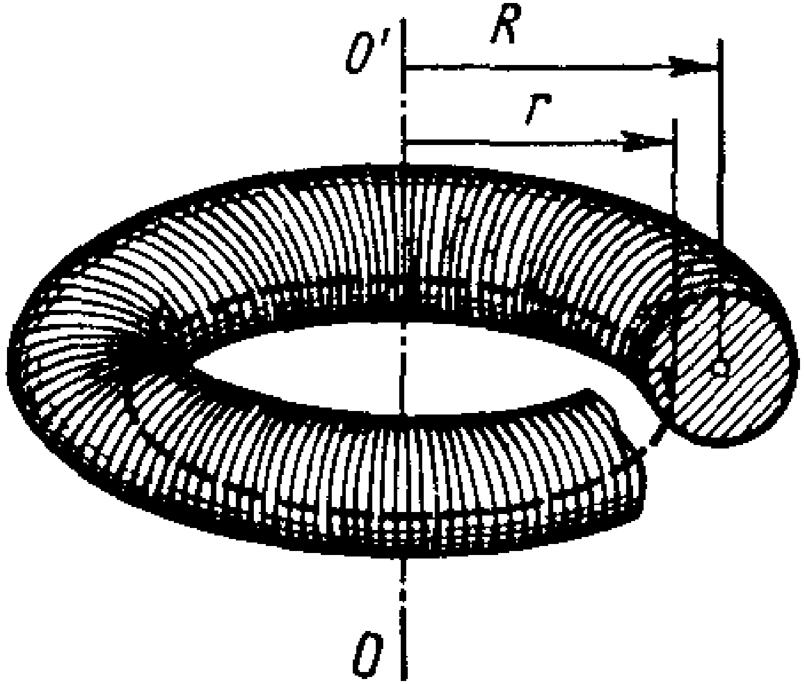
$$BS = B'S'.$$

Площадь S' –бесконечно большая

Отсюда следует, что $B' = 0$.

$\Phi = BS$ магнитный поток

Расчет магнитного поля тороида



По теореме о циркуляции: $B \cdot 2\pi r = \mu_0 N I$

откуда следует, что внутри тороида $B = (\mu_0/2\pi) N I / r.$

Магнитный поток и индуктивность

Ψ – *полный магнитный поток* (потокосцепление):

$$\Psi = LI,$$

$$\Psi = \sum N\Phi i$$

Φi – *магнитный поток* i-го витка соленоида, L – индуктивность.

Это общее выражение позволяет рассчитать индуктивность соленоида.

Для однородного магнитного поля
полный магнитный поток соленоида выражается следующим образом:

$$\Psi = SBN = \mu_0 \mu HSN = \mu_0 \mu HSnl$$

где S – площадь витка.

методом дифференцирования и последующего интегрирования
по всей длине соленоида

$$d\Psi = \mu_0 \mu HSndl$$

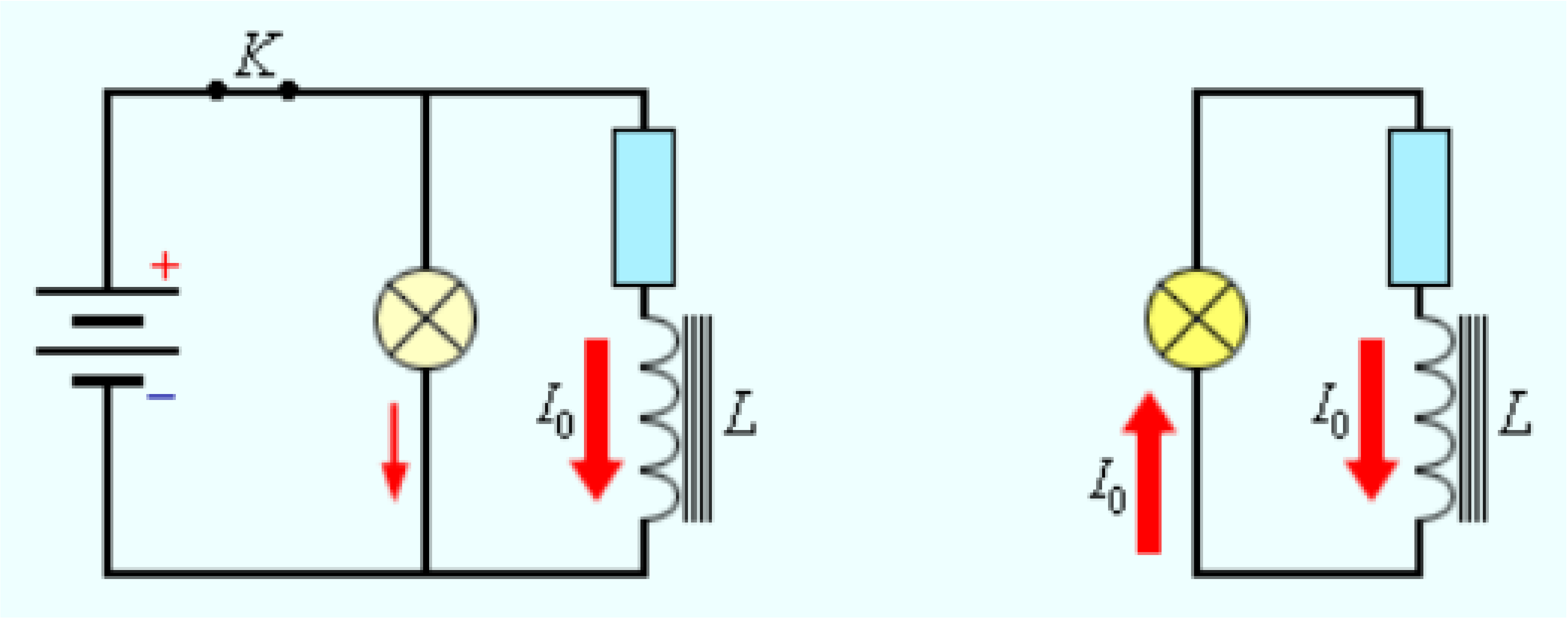
Для достаточно длинного соленоида ($l>>R$) с учетом $Hdl=\sum I$

$$L = \mu_0 \mu Sn^2 l$$

$$L = \mu_0 \mu n^2 V$$

Чуев А.С. - 2022

Явление самоиндукции



Магнитная энергия катушки. При размыкании ключа *K* лампа ярко вспыхивает

Энергия индуктивности с током

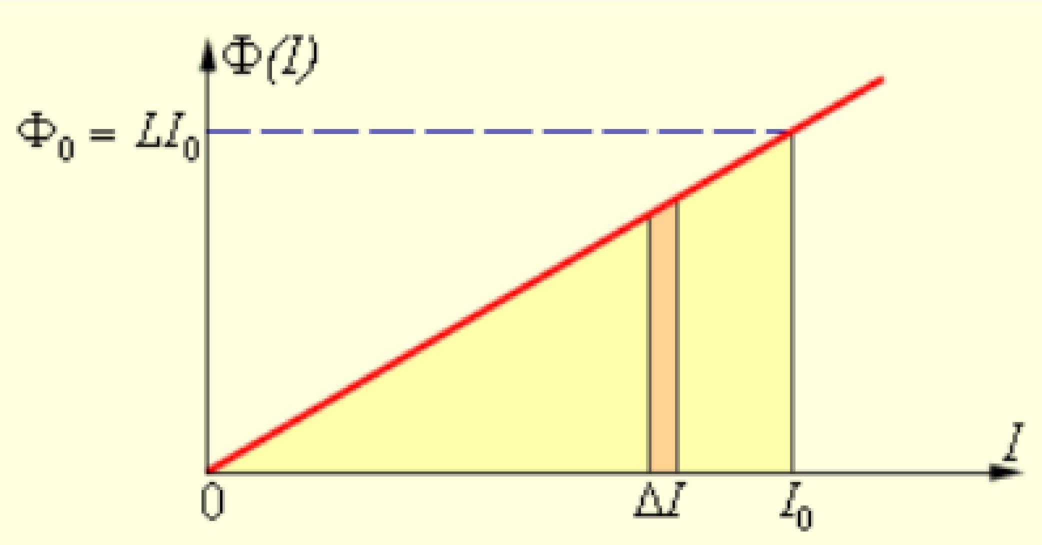
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_L}{R} = -\frac{L}{R}\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Выделяемая теплота

$$\Delta Q = IR^2\Delta t$$

$$\Delta Q = -L\,I\,\Delta I = -\Phi\,(I)\,\Delta I.$$



Вычисление энергии магнитного поля

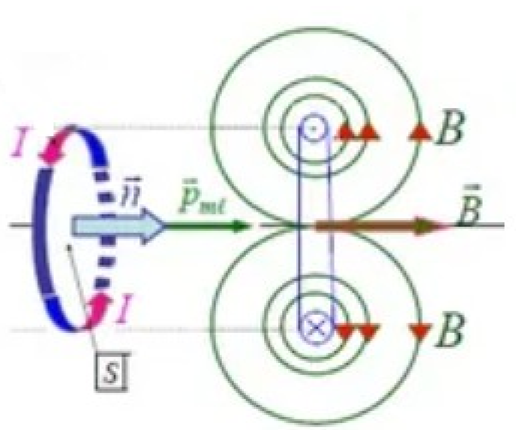
$$\boxed{W_м = \frac{\Phi I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}.}$$

$$W_м = \frac{\mu_0\,\mu\,n^2\,I^2}{2}V = \frac{B^2}{2\,\mu_0\,\mu}V,$$

$$\boxed{w_м = \frac{B^2}{2\,\mu_0\,\mu},}$$

Дополнительный материал: соотношения магнитных векторов

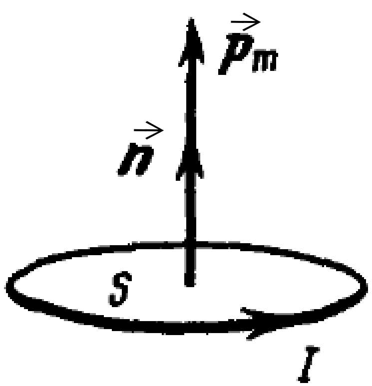
Магнитный момент- аналог электрического дипольного момента



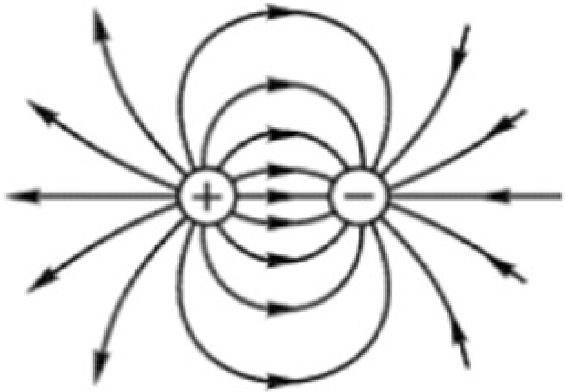
Намагниченность – объемная плотность суммарного магнитного дипольного момента

$$\vec{p}_m = I S \vec{n}$$

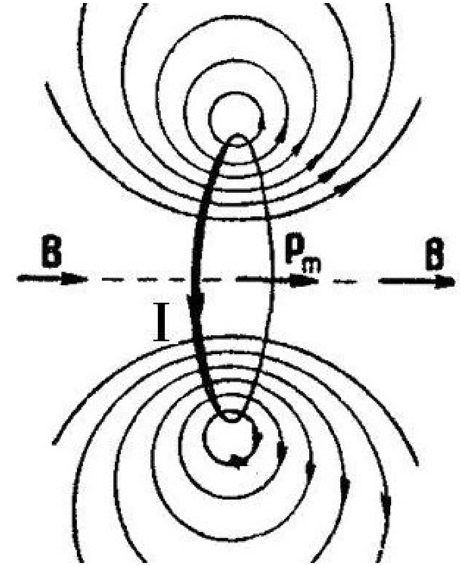
$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_{m\,i}$$



Аналогии электромагнетизма



$$\vec{p}_e = q\vec{l}$$



$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\vec{p}_e \cdot \vec{e}_r}{r^2}}$$

$$\boxed{\vec{A} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{p}_m \times \vec{e}_r}{r^2}}$$

$$\vec{p}\,'_e = -\vec{p}_e$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\,'_e - 3\vec{e}_r(\vec{e}_r \cdot \vec{p}\,'_e)}{r^3}}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{3\vec{e}_r(\vec{e}_r \cdot \vec{p}_m) - \vec{p}_m}{r^3}}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{p_e}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{p_m}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}}$$

АНАЛОГИИ СООТНОШЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН

Чуев А.С., chuev@mail.ru, МГТУ им. Н.Э. Баумана

Источники поля	
Заряды, электрические диполи, электреты	Движущиеся заряды, линейные проводники с током, петлевые токи, магниты
$q = \lambda l = \sigma S = \rho V; \quad \vec{p}_\text{e} = q\vec{l}$	$q\vec{v} = I\vec{l} = \vec{j}V; \quad \vec{p}_\text{m} = IS\vec{n}$
Основные полевые параметры без учета влияния вещественной среды	
$\varphi = \dfrac{W}{q_\text{Пр}}; \quad \varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_0}{r};$ $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_\text{Пр}}; \quad \vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_0}{r^2}\vec{e}_\text{r}$	$\lvert\vec{A}\rvert = \dfrac{W}{\lvert\vec{j}_\text{Пр}\rvert V}; \quad \vec{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi r}\int \vec{j}_0 \mathrm{d}V;$ $B = \dfrac{F}{j_\text{Пр}V}; \quad \mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi r^2}[\vec{j}_0 \times \vec{e}_\text{r}]\mathrm{d}V$
Силовое поле, создаваемое диполем	
$E = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{p_\text{e}}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$	$B = \mu_0\dfrac{p_\text{m}}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$
Потенциальная энергия диполя, находящегося в силовом поле	
$W = -\vec{p}_\text{e}\vec{E}$	$W = -\vec{p}_\text{m}\vec{B}$
Вращательный момент сил, действующих на диполь в однородном поле	
$\vec{M} = [\vec{p}_e \times \vec{E}]$	$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$
Сила, действующая на диполь в неоднородном поле	
$F = p_\text{e}\dfrac{\partial E}{\partial x}$	$F = p_\text{m}\dfrac{\partial B}{\partial x}$

Реакция вещества на внешнее поле	
$\vec P = \frac{(\varepsilon - 1)\vec D}{\varepsilon} = \kappa\varepsilon_0\vec E$; $\kappa = \varepsilon - 1$; $\boxed{\vec P = \frac{\sum \vec p_{\text{q}}}{V}}$	$\vec J = \chi\vec H$; $\chi = \mu - 1$; $\boxed{\vec J = \frac{\sum \vec p_{\text{m}}}{V}}$
Основные соотношения векторов	
$\vec E = \frac{1}{\varepsilon_0}(\vec D - \vec P) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\vec D$	$\vec B = \mu_0(\vec H + \vec J) = \mu\mu_0\vec H$
Граничные условия для векторов	
$E_{\tau1} = E_{\tau2}$; $D_{\text{n}1} = D_{n2}$; $\oint \vec E \mathrm{d}\vec l = 0$; $\mathrm{rot}\vec E = 0$; $P_{\text{n}} == \sigma' = \frac{q'^{\text{пов}}}{S}$	$H_{\tau1} = H_{\tau2}$; $B_{\text{n}1} = B_{\text{n}2}$; $\mathrm{div}\vec B = 0$; $J_{\text{R}} = i'^{\text{пов}} = \frac{I'^{\text{пов}}}{2\pi R}$
Характерные интегральные соотношения для векторов	
$\oint \vec D \mathrm{d}\vec S = q$; $\oint \vec P \mathrm{d}\vec S = -q'$ $\oint \vec E \mathrm{d}\vec S = \frac{1}{\varepsilon_0}(q + q') = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$	$\oint \vec{\mathrm{H}} \mathrm{d}\vec l = \sum I$; $\oint \vec J \mathrm{d}\vec l = \sum I'$ $\oint \vec B \mathrm{d}\vec l = \mu_0(I + I') = \mu\mu_0 I$
Характерные дифференциальные соотношения для векторов	
$\mathrm{div}\vec D = \rho$; $\mathrm{div}\vec P = -\rho'$ $\mathrm{div}\vec E = \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho + \rho') = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$	$\mathrm{rot}\vec H = \vec j$; $\mathrm{rot}\vec J = \vec j'$ $\mathrm{rot}\vec B = \mu_0(\vec j + \vec j') = \mu\mu_0\vec j$

Вектор напряженности магнитного поля *H*

Термин *напряженность* появился первым, затем ввели понятие магнитной индукции, обозначив ее буквой ***B***

$$B = \mu\mu_0 H$$

Для вакуума $B = \mu_0 H$

В системе СГС магнитная индукция считается макроскопическим полем, а напряженность микроскопическим (атомно-молекулярным) магнитным полем, т.е., по сути, различий нет.

$$\boxed{\oint \mathbf{H}\, d\mathbf{l} = I.}$$

Из этого выражения, используя теорему Стокса

$$\oint_{\Gamma} Hdl = \int_{S} rotHdS$$

Учитывая, что:

$$I = \int_{S} jdS$$

Получим:

Дифференциальная форма теоремы о циркуляции вектора H:

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j},}$$

$$\mathrm{rot}H = j$$

Теорема о циркуляции вектора *H*

$$\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_0 (I + I'),$$

где I и I' — токи проводимости и намагничивания, охватываемые заданным контуром Г.

С учетом: $\oint \mathbf{J}\, d\mathbf{l} = I'.$

Можно записать: $\oint \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J} \right) d\mathbf{l} = I.$

$$\boxed{\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J},} \qquad \boxed{\oint \mathbf{H}\, d\mathbf{l} = I.}$$

Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля в интегральной и дифференциальной формах

(формулы верны всегда)

$$\oint H\mathrm{d}l = \sum I$$

$$\mathrm{rot}H = j$$

Связь между векторами J и H.

$$\boxed{\mathbf{J} = \chi \mathbf{H},}$$

где χ — магнитная восприимчивость,

Связь между B и H.

$$\boxed{\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J},}$$

преобразуем в $(1 + \chi)\,\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0$. Отсюда

$$\boxed{\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H},}$$

где μ — магнитная проницаемость среды.

$$\boxed{\mu = 1 + \chi.}$$

Соотношения для вектора намагниченности

$$\boxed{\oint_L (\vec{J}, d\vec{l}\,) = I'.}$$

$$\boxed{\operatorname{rot} \vec{J} = \vec{j}\,'}$$

Вектор *B* суммарный *полевой* вектор

$$B = \mu\mu_0 H = \mu_0 (H + J)$$

$$\boxed{\oint \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_0 (I + I'),}$$

$$\text{rot} B = \mu\mu_0 j = \mu_0 (j + j')$$

Аддитивность интегральной и дифференциальной функций подтверждает правильность первой формулы

Соотношения магнитных векторов внутри магнетиков

Диамагнетики Парамагнетики Ферромагнетики

Обозначения:

Вектор **H** - первичная намагниченность пространства от токов проводимости

Вектор **J** - намагниченность магнетика

Вектор $\mathbf{B}/\mu_0$ (составной результирующий вектор)

Пример из ДЗ

$$\oint_L (\vec{H}, d\vec{l}) = I \qquad \oint_L (\vec{H}, d\vec{l}) = \int_S (\vec{j}, d\vec{s})$$

$$\boxed{H 2\pi r_a = j(\pi r_a^2 - \pi R^2)}$$

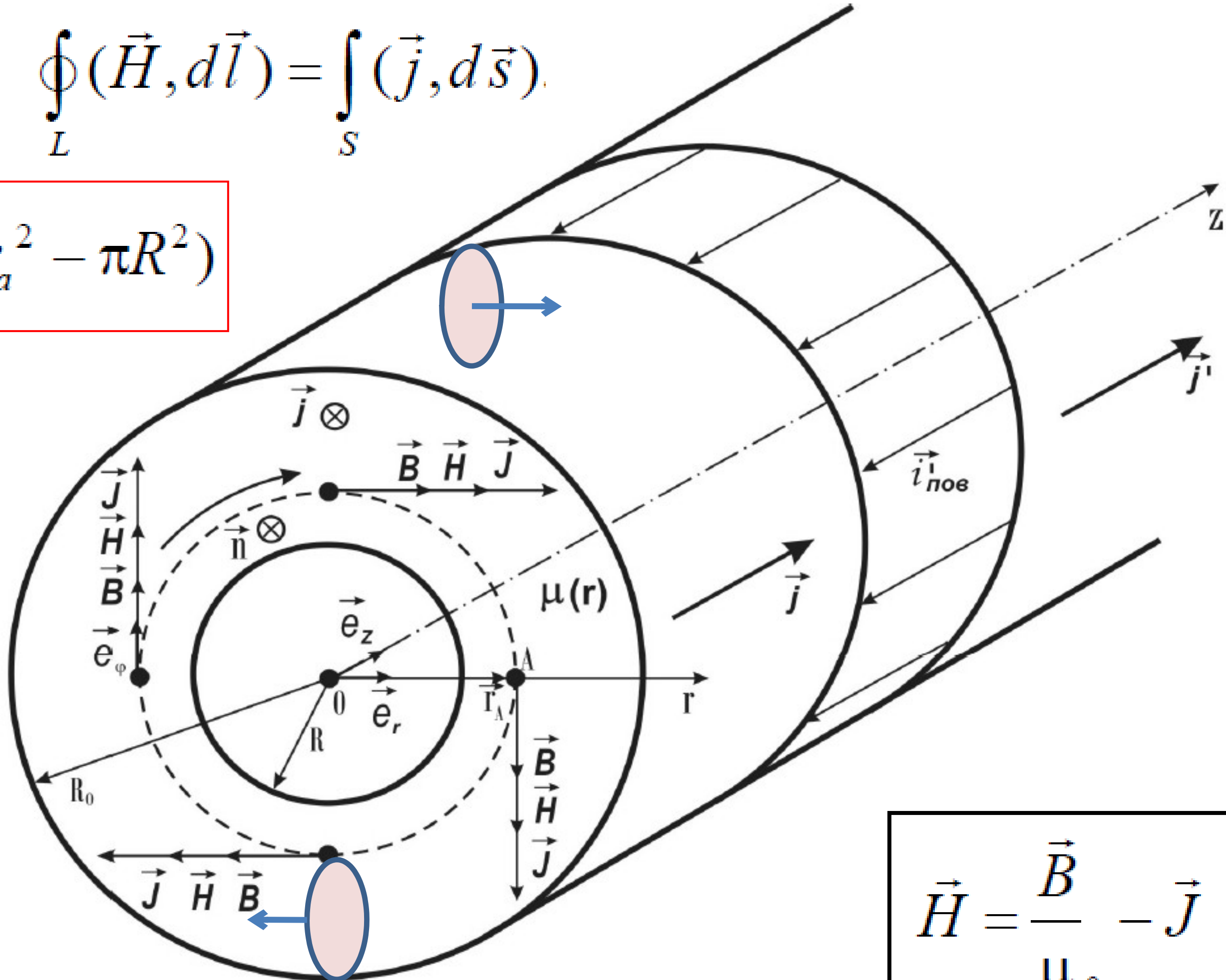
$$B = \mu\mu_0 H$$

$$\boxed{\vec{J} = \chi \vec{H}}$$

$$\chi = \mu - 1$$

$$\oint_L (\vec{J}, d\vec{l}) = I'.$$

$$\operatorname{rot} \vec{J} = \vec{j}'$$



$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}}$$

Два варианта учета среды: μ или I'

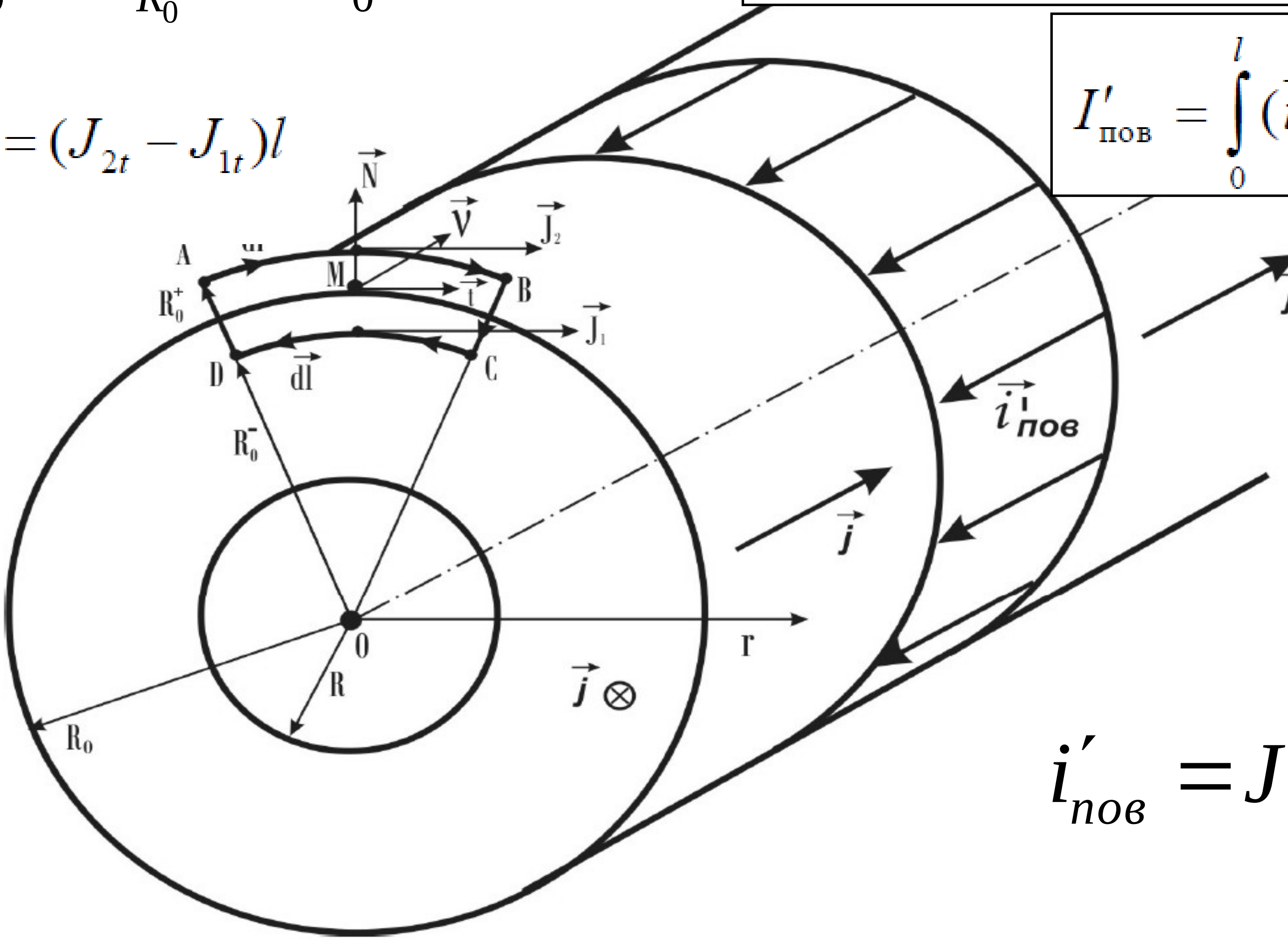
$$\oint B dl = \mu\mu_0 \sum I = \mu_0 \sum (I + I')$$

$$i'_{пов}\cdot 2\pi R_0 = J_{R_0}\cdot 2\pi R_0$$

$$dI'_{\text{пов}} = (\vec{i}'_{\text{пов}}, \vec{\nu})dl = (\vec{i}'_{\text{пов}})_\nu\, dl.$$

$$I'_{\text{пов}} = \int_0^l (\vec{i}'_{\text{пов}})_\nu dl.$$

$$\oint_{ABCD} (\vec{J}, d\vec{l}) = (J_{2t} - J_{1t})l$$



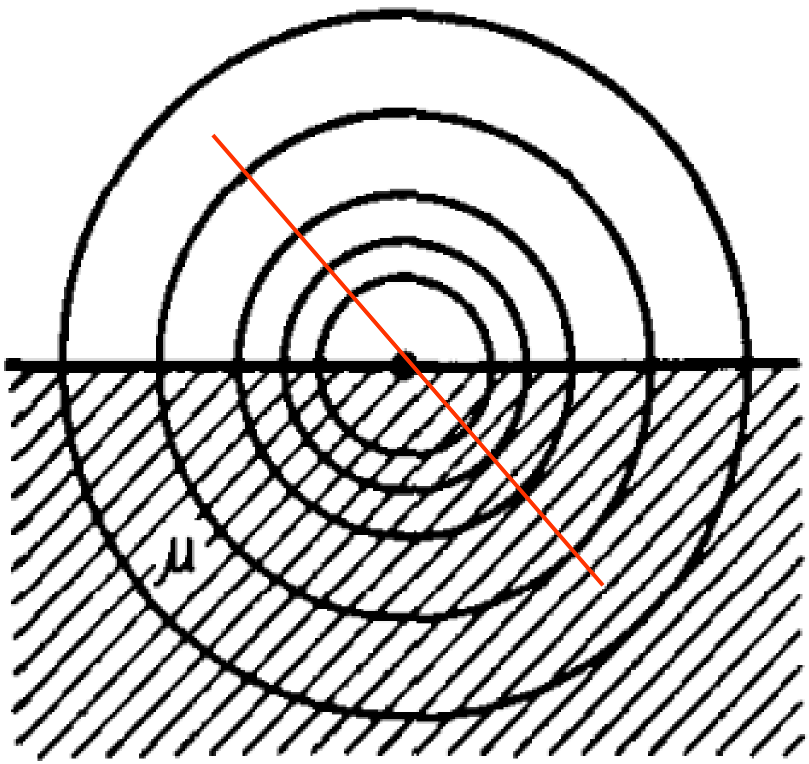
$$i'_{пов} = J_{R_0}$$

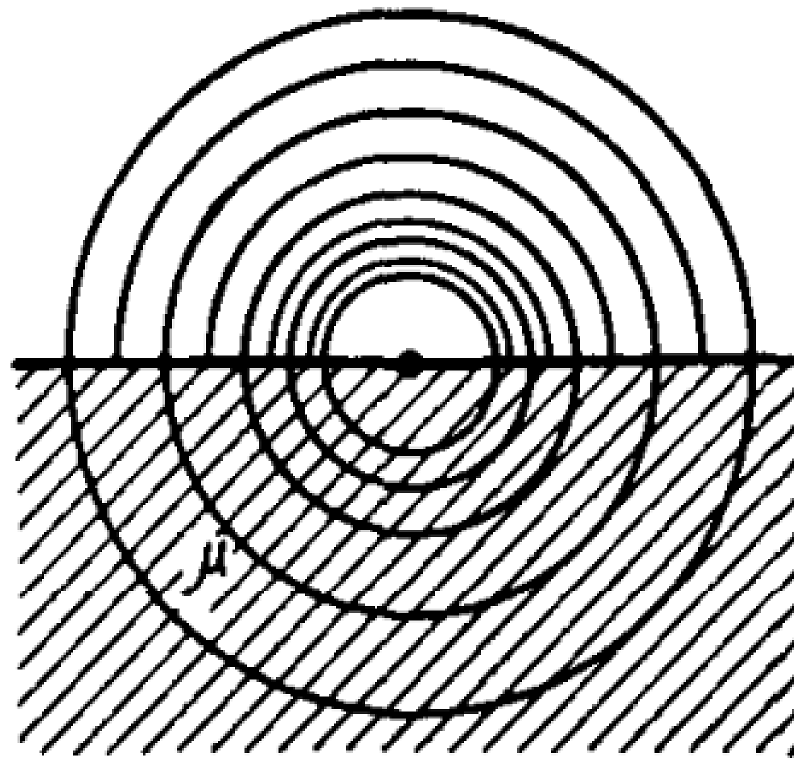
$$I'_{сум} = \int_0^{2\pi R_0} i'_{пов} dl + \int_S j' dS = 0$$

Проверка правильности решения

ФАКУЛЬТАТИВНЫЙ МАТЕРИАЛ ЛЕКЦИИ

Парадокс изображения магнитных полей

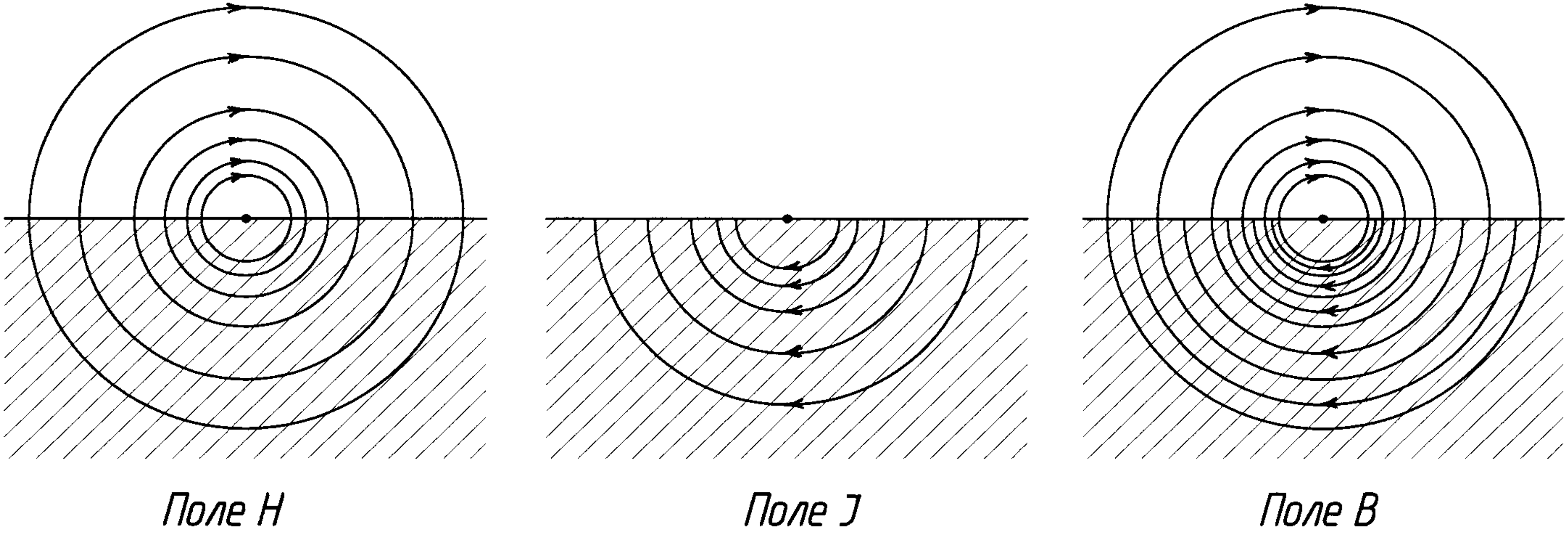




Закон Б-С-Л не выполняется, так как B зависит от μ

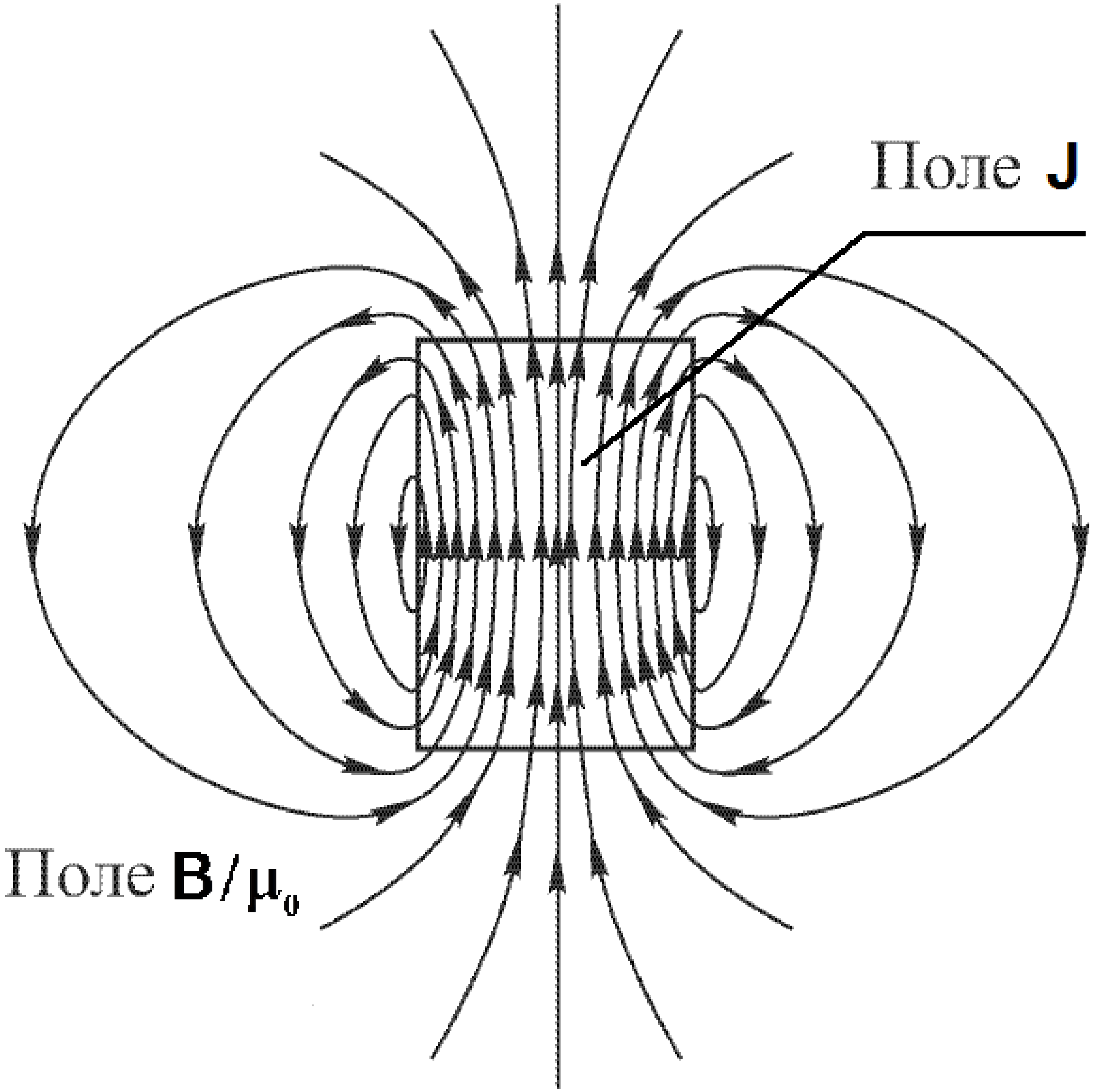
$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I[dl, r]}{r^3} \qquad d\vec{H} = \frac{I[dl, r]}{4\pi r^3}.$$

Верные изображения магнитных полей от проводника с током на границе 2-х сред



В этом случае получается другое несоответствие сегодняшней теории:

$$\mathrm{div}B \neq 0$$


Поле **J**
Поле $\mathbf{B}/\mu_0$

Парадокс изображения магнитных векторов в теле кольцевого магнита с щелевым зазором

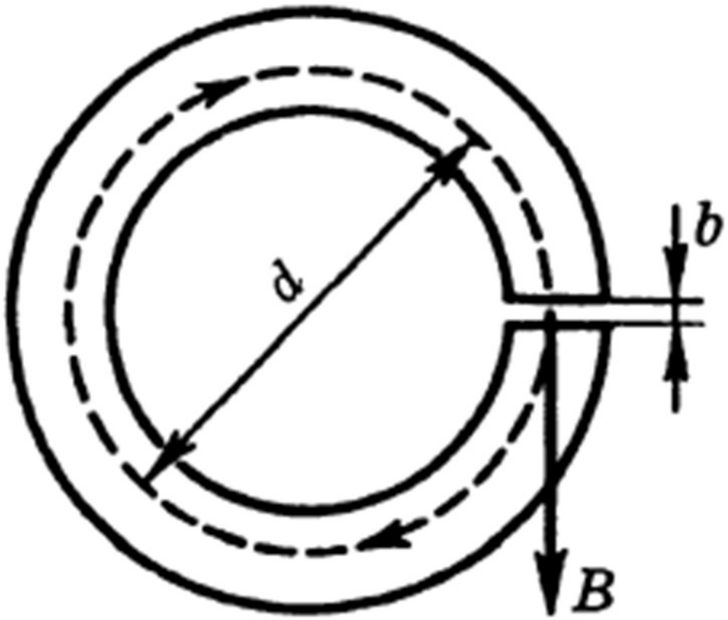


Рис. 7.22

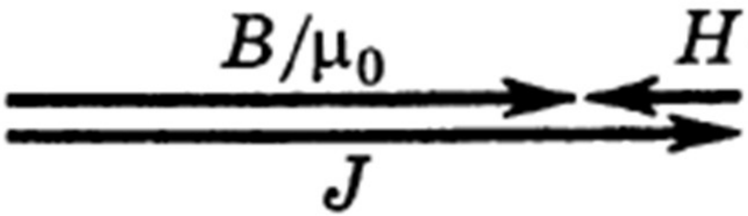
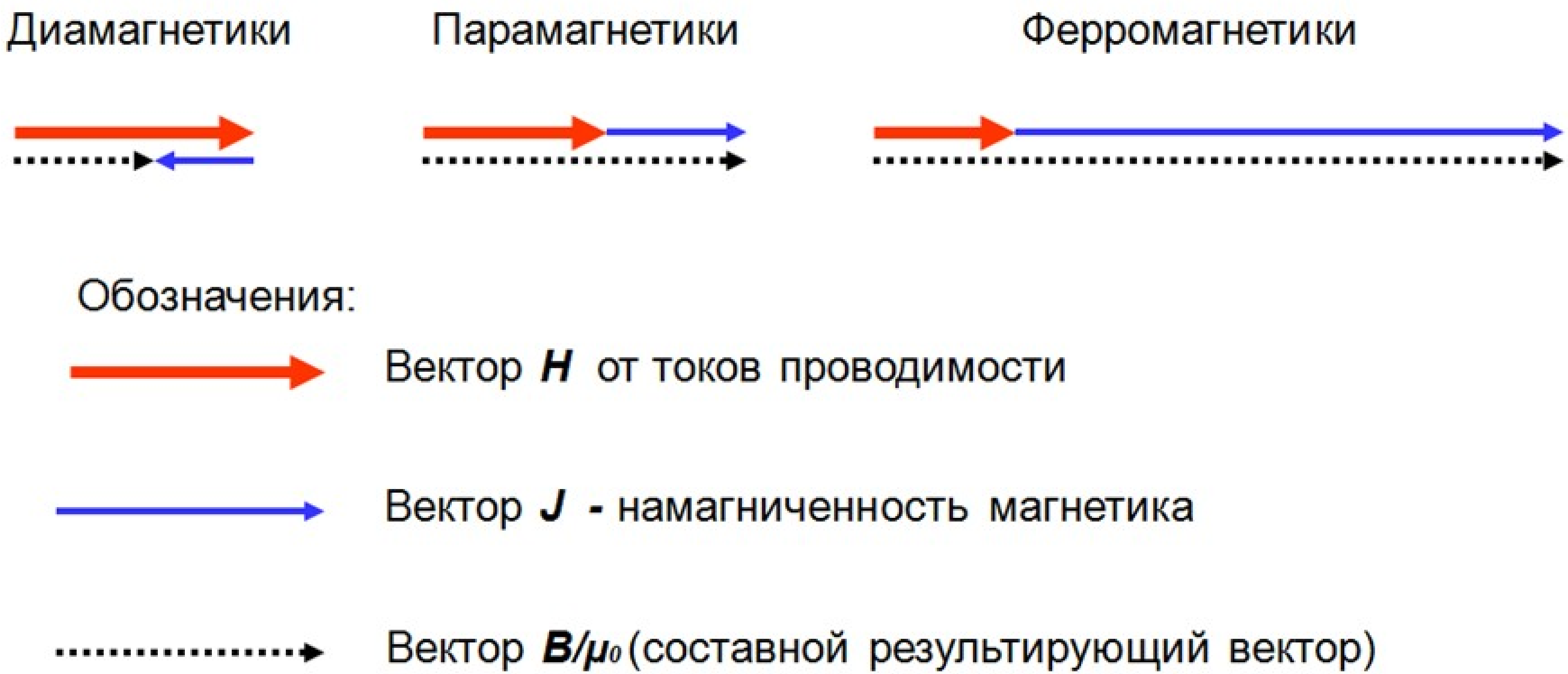


Рис. 7.23

Правильные соотношения магнитных векторов внутри магнетиков



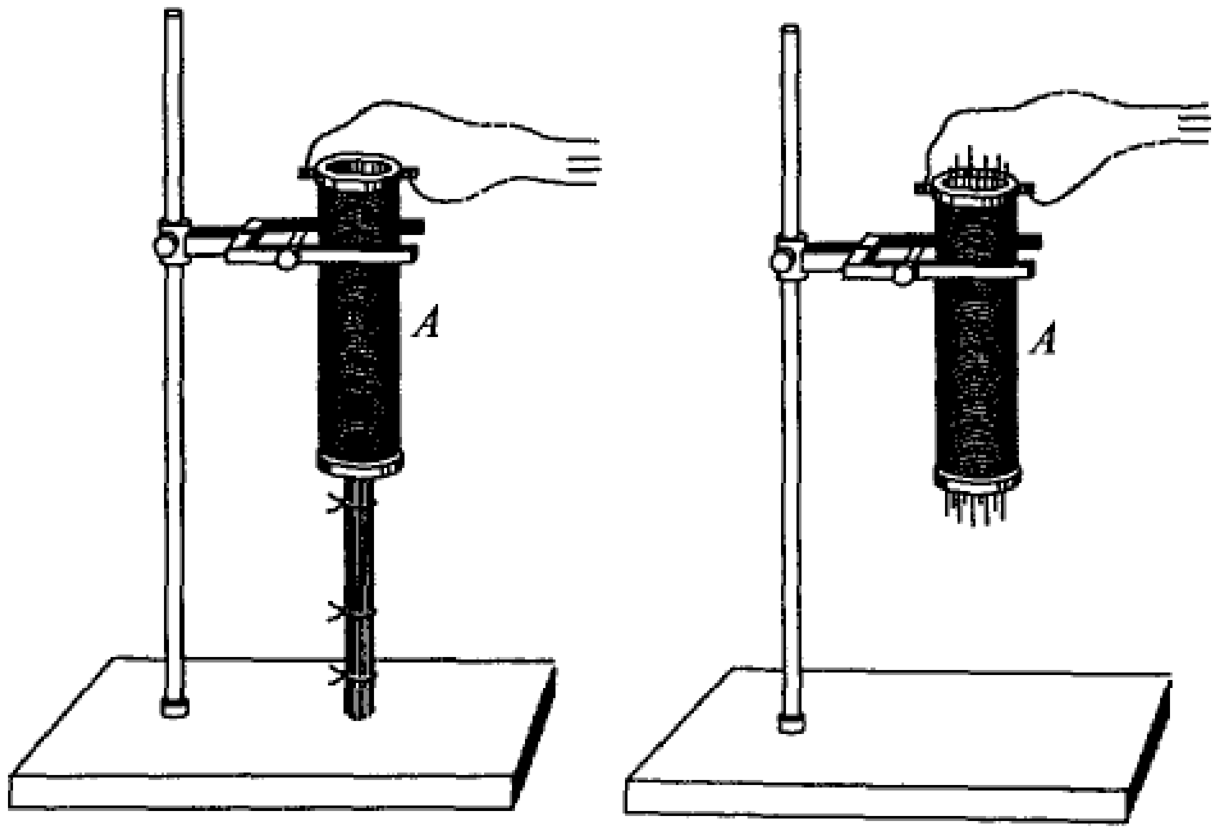
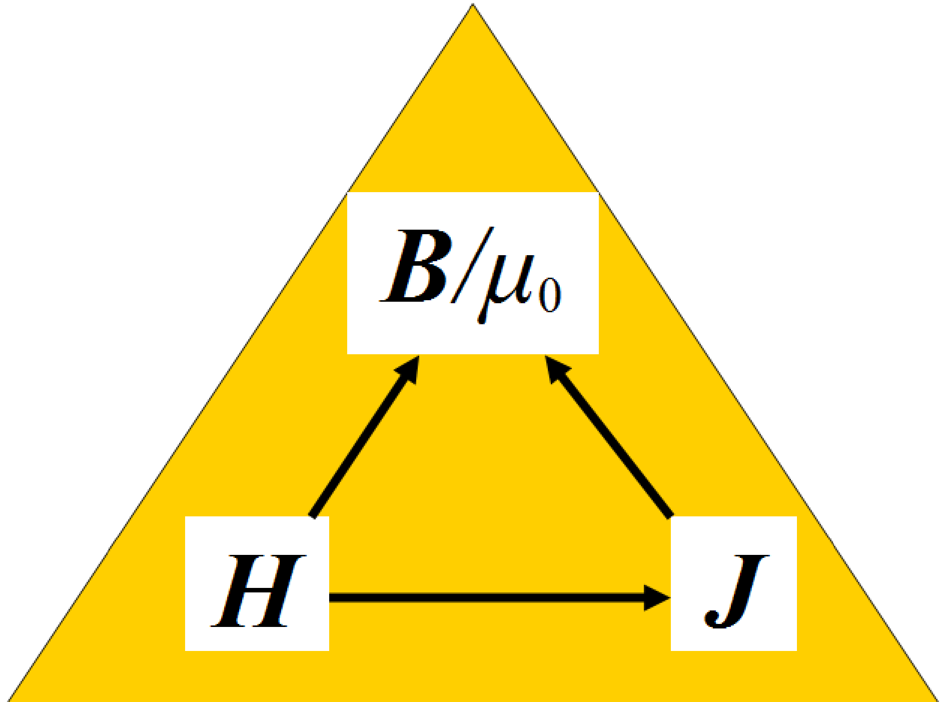


Рис 162. Железные проволоки порознь намагничиваются сильнее, чем толстый стержень, составленный из этих проволок



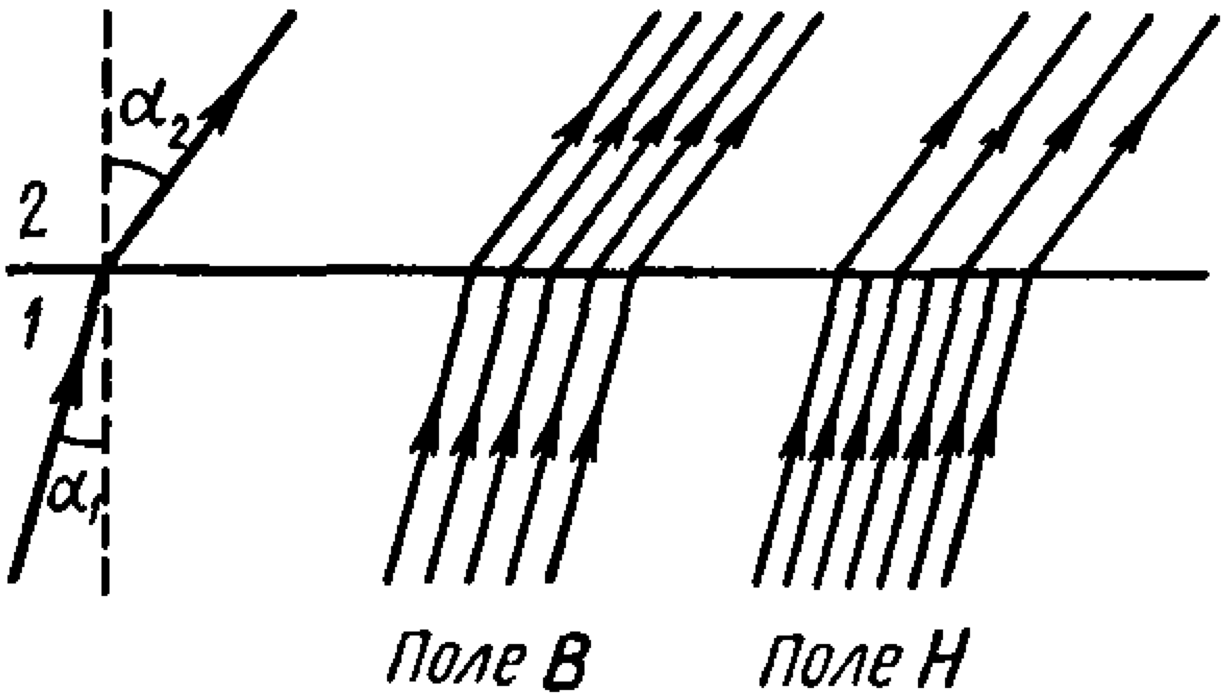
$$B/\mu_0 = H + J$$

$$\vec{B}/\mu_0 = (1+\chi)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

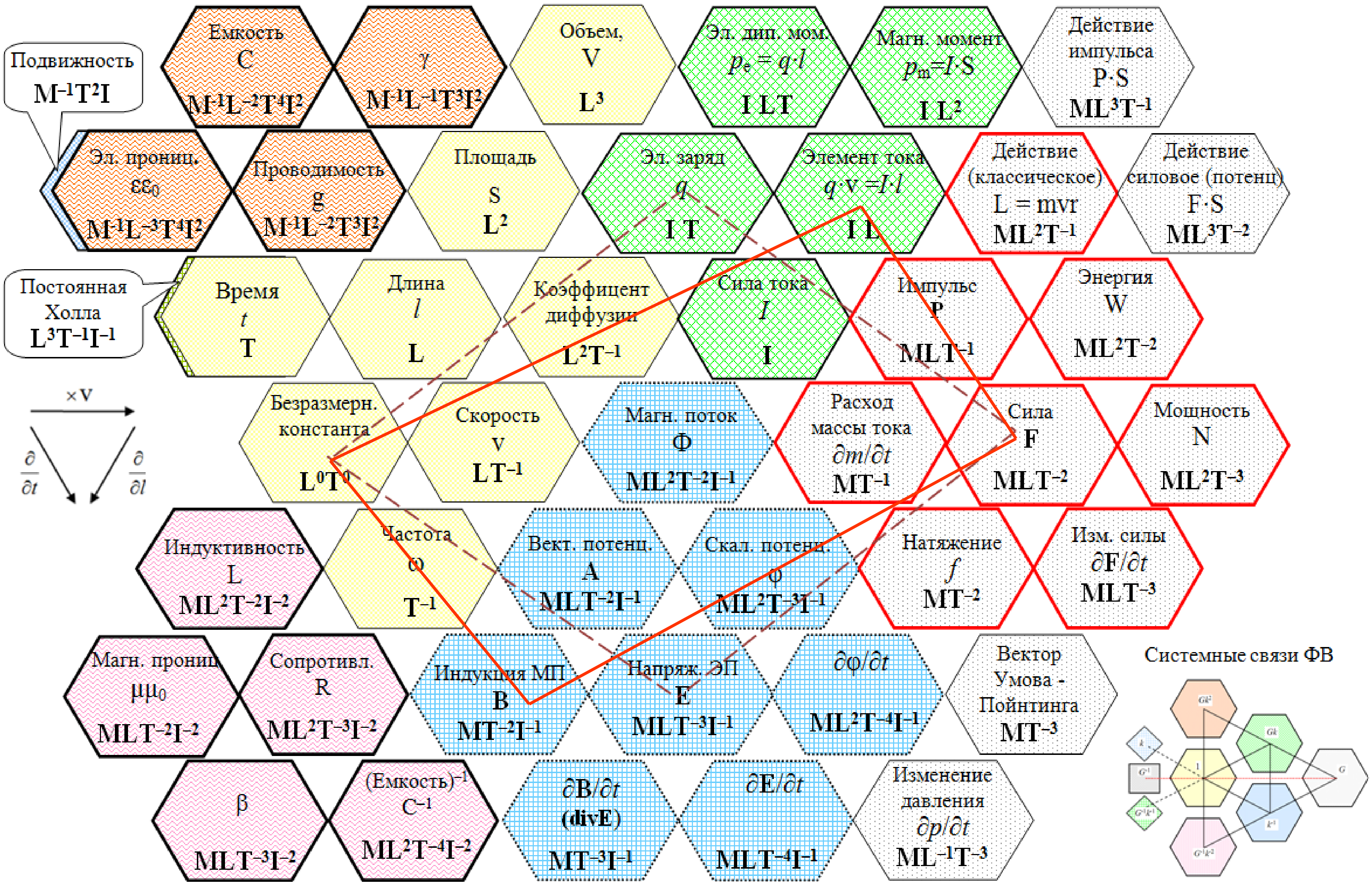
$$\vec{J} = \chi\vec{H}$$

$$(1+\chi) = \mu$$

Вектор ***H***, не чувствующий среду, не может прерываться и преломляться на границе двух сред

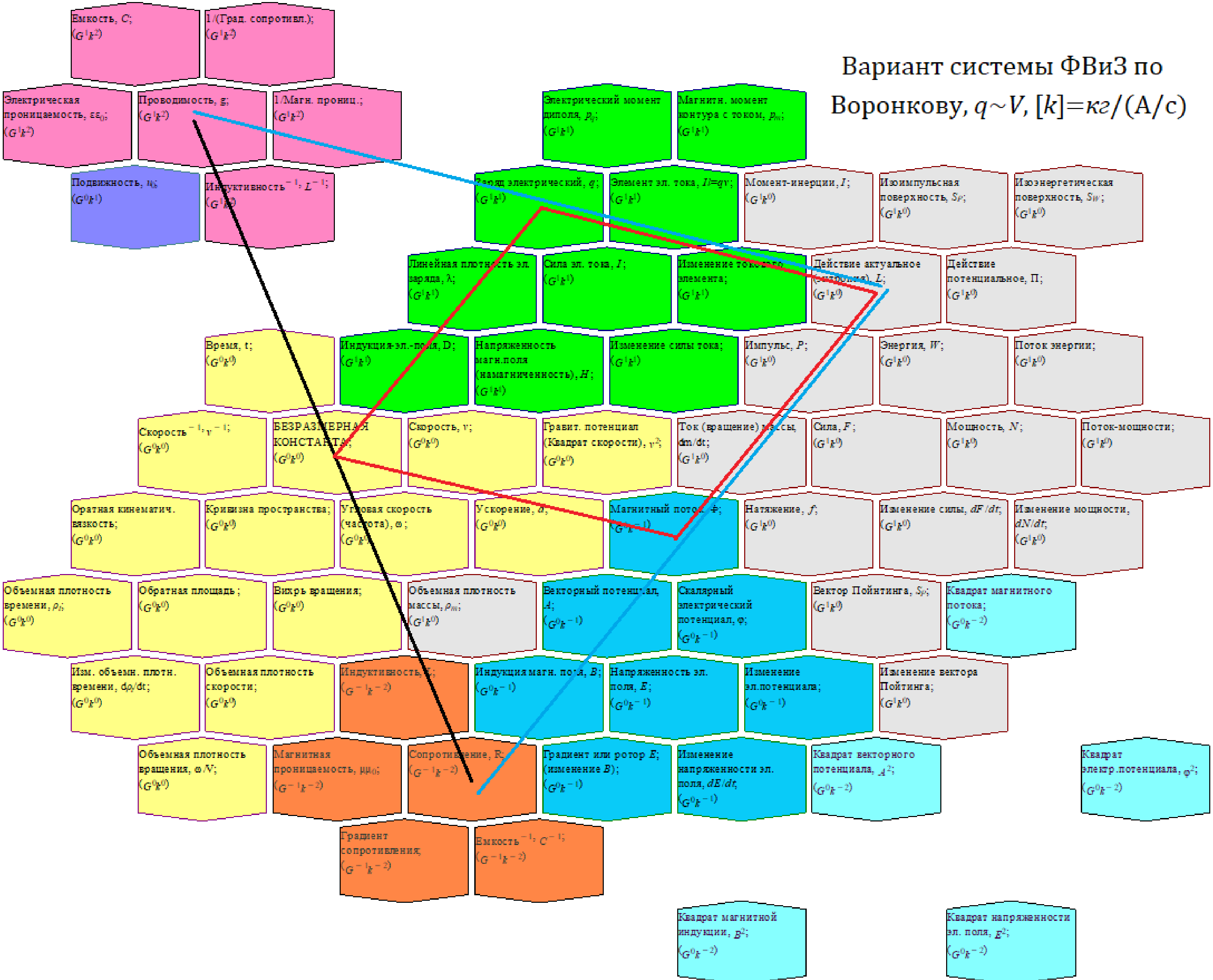


СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ



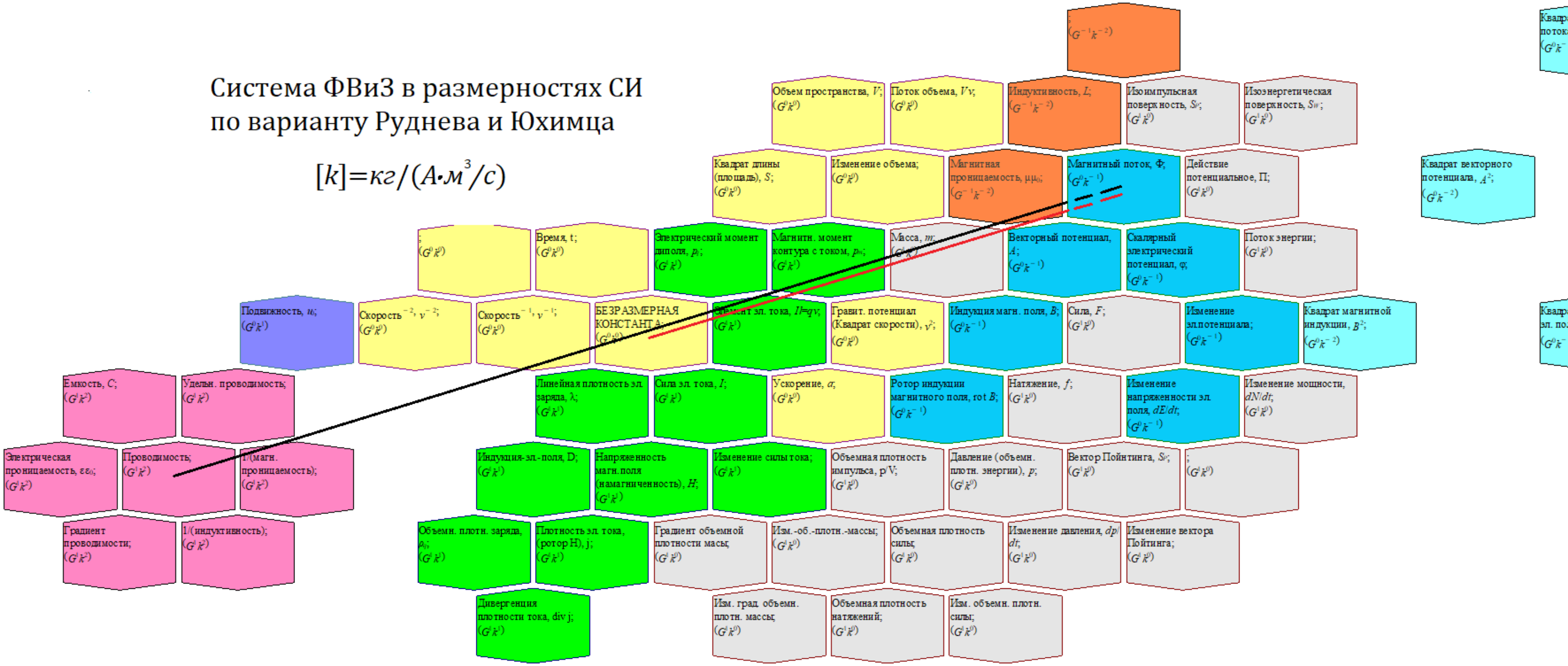
Полевые ЭМ величины это отпечаток через *заряд* базовых динамических ФВ

Вариант системы ФВиЗ по Воронкову, $q\sim V$, $[k]=кг/(А/с)$



Система ФВиЗ в размерностях СИ по варианту Руднева и Юхимца

$$[k]=кг/(А\cdot м^3/с)$$



КОНЕЦ ПРЕЗЕНТАЦИИ

Спасибо за внимание!