

Учебники

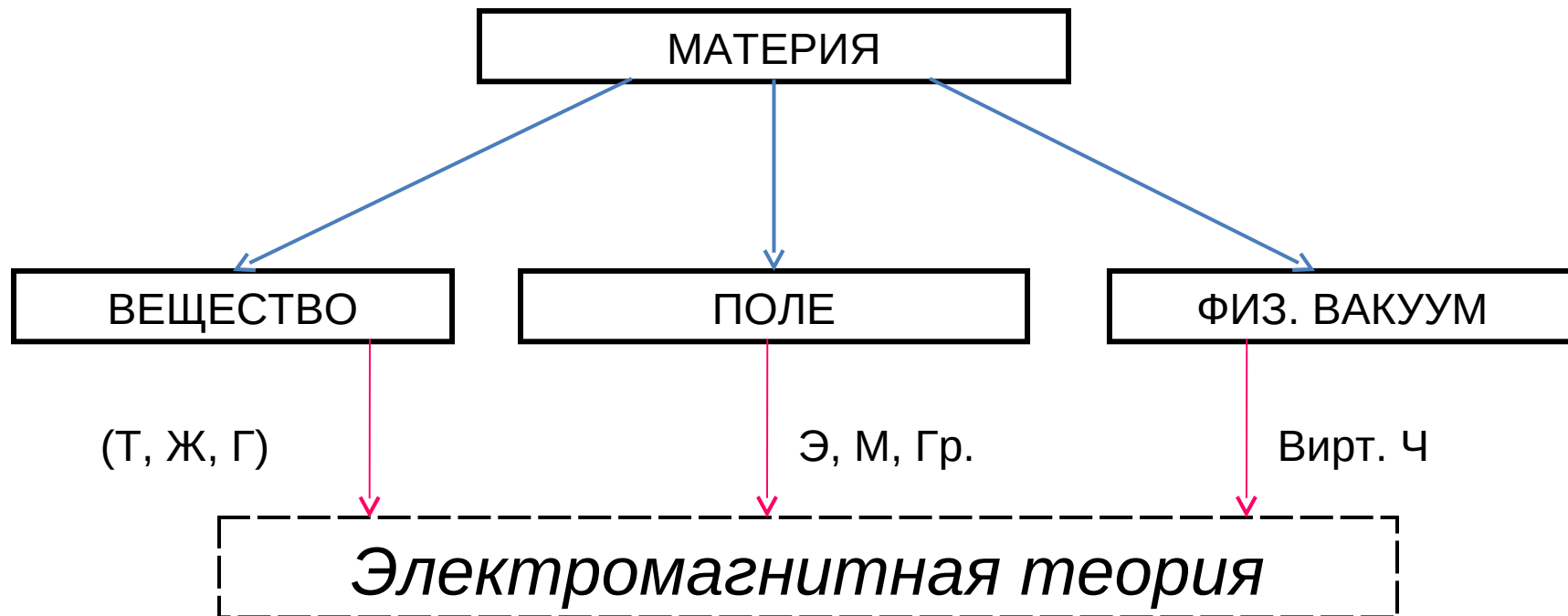
- 1. Мартинсон Л.К., Морозов А.Н., Смирнов Е.В. Электромагнитное поле. 2013 и др.
- 2. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. 2003 и др.
- Савельев И.В. Курс общей физики. Электричество и магнетизм. 2004 и др.

Доп. материалы на персональной страничке www.bmstu.ru/

Презентации лекций: <http://hoster.bmstu.ru/> Зарегистрироваться или войти гостем Кодовое слово: *не требуется. Далее Новые курсы. Электромагнетизм и оптика – 2020-2021.*

Лекция 1. Электрическое поле системы неподвижных зарядов в вакууме. Теорема Гаусса для электростатического поля

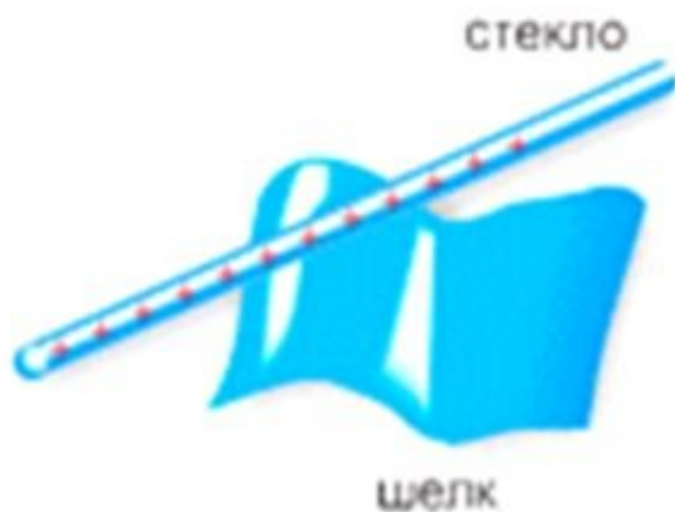
1. Электрический заряд. Закон Кулона.
2. Напряженность электростатического поля. Силовые линии.
3. Принцип суперпозиции и его применение к расчету поля системы неподвижных зарядов.
4. Поток вектора напряженности электрического поля.
5. Теорема Гаусса в интегральной и дифференциальной формах в вакууме и ее применение для расчета электрических полей.



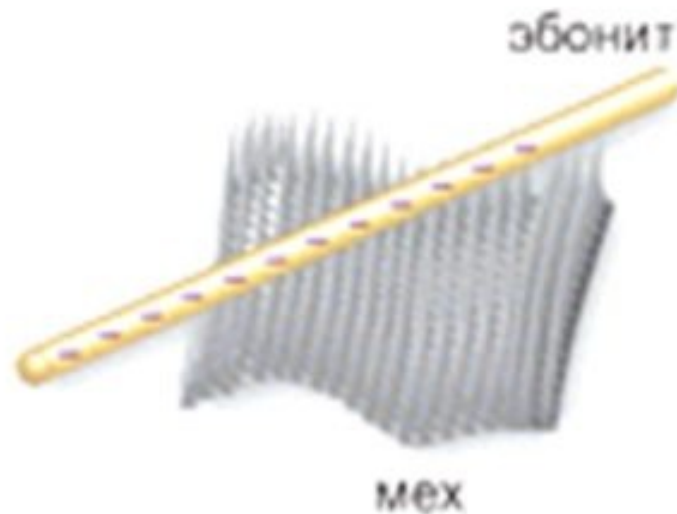
Что такое электрический заряд???

два вида зарядов

Условились !



положительный



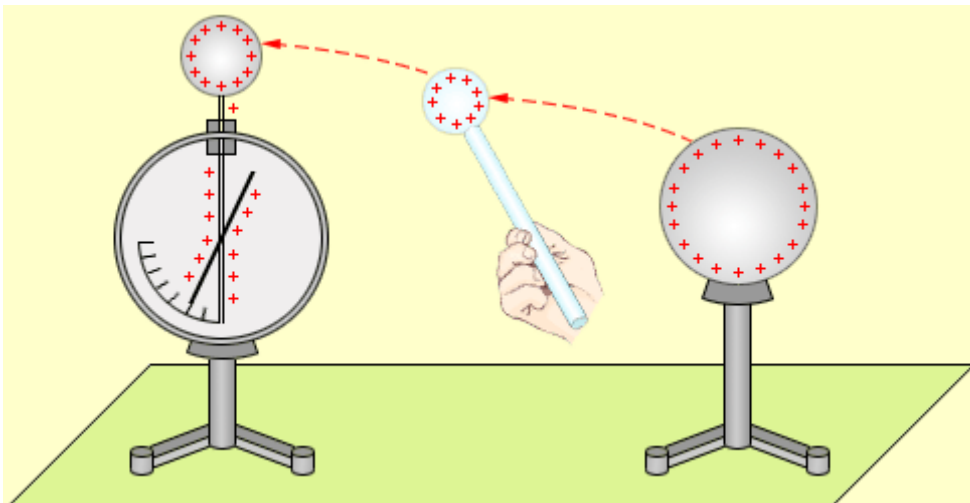
отрицательный

Проявления электрических зарядов

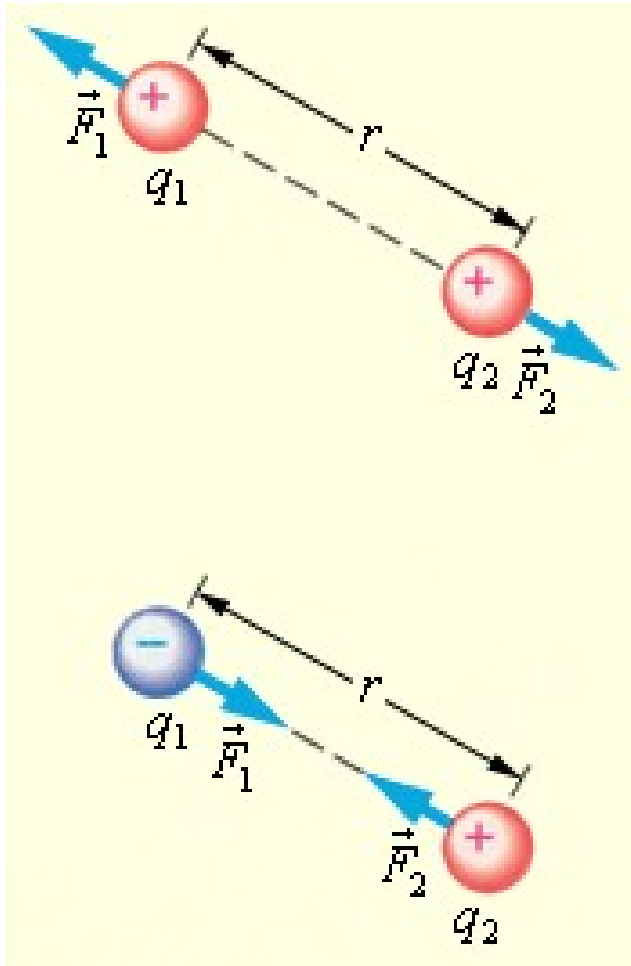
- Электризация при трении.
- Электро – янтарь.
- Молния.

$$[Q] = \text{Кл}$$

$$\dim Q = IT$$

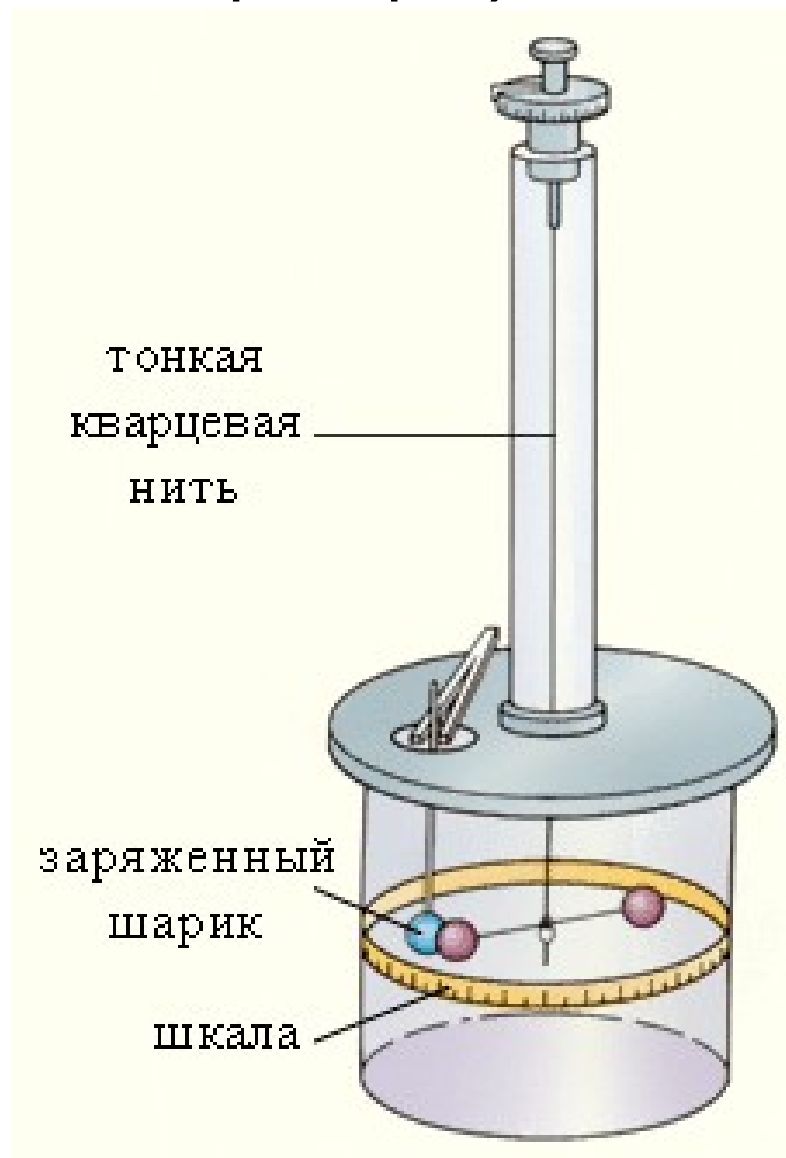


Силовое взаимодействие заряженных тел



$$\vec{F}_2 = k_0 \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = - \vec{F}_1$$

Прибор Кулона



Закон Кулона

$$F = k_o \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$\vec{F}_2 = k_o \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = - \vec{F}_1$$

В СИ:

$$k_o = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$$\neq c^2$$

- Электрические заряды не существуют сами по себе, а являются внутренними свойствами элементарных частиц – электронов, протонов и др.
- Опытным путем в 1914 г. американский физик **Р. Милликен** показал что **электрический заряд дискретен.**
- Заряд **q** любого тела составляет целое кратное от **элементарного электрического заряда :**

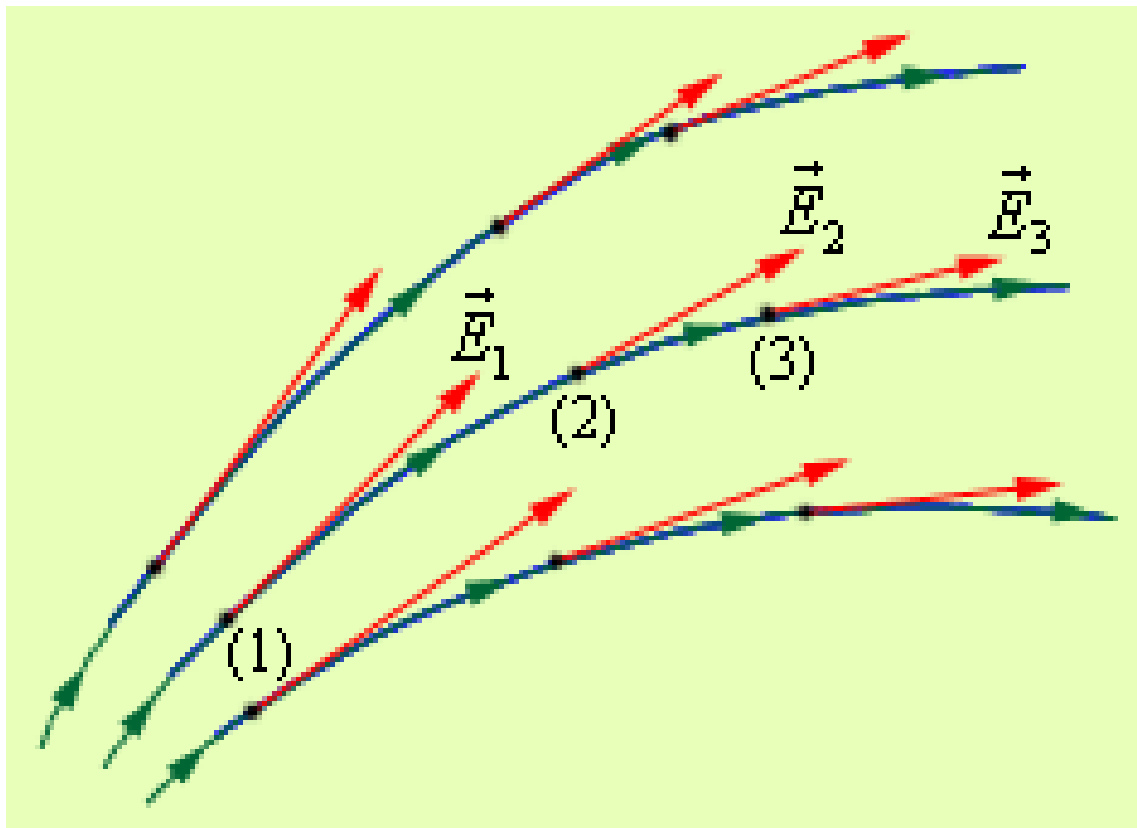
$$q = \pm ne$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Определения **плотностей заряда**:

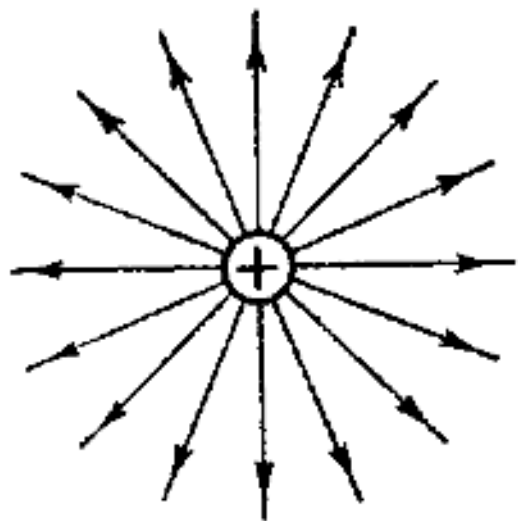
- $\lambda = dq / dl$ – **линейная** плотность заряда, измеряется в Кл/м;
- $\sigma = dq / dS$ – **поверхностная** плотность заряда, измеряется в Кл/м²;
- $\rho = dq / dV$ – **объемная** плотность заряда, измеряется в Кл/м³.

Электростатическое поле (напряженность)

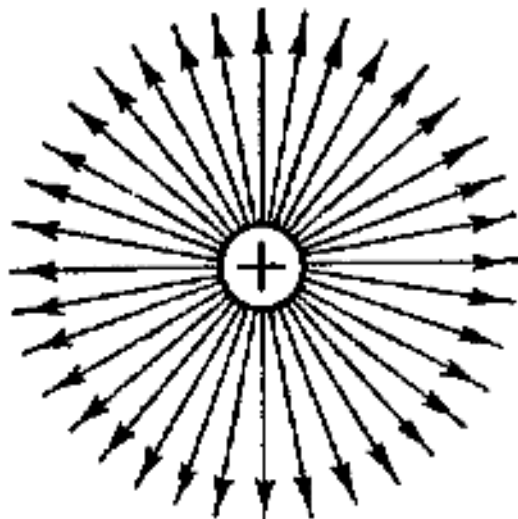


$$\vec{F} = q_i \vec{E}$$

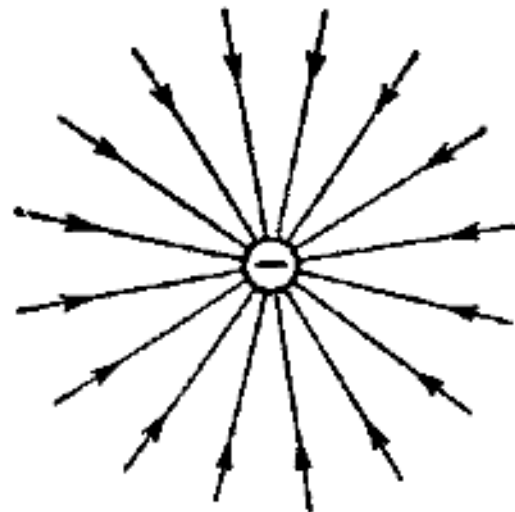
$$\vec{F} = k_0 \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$



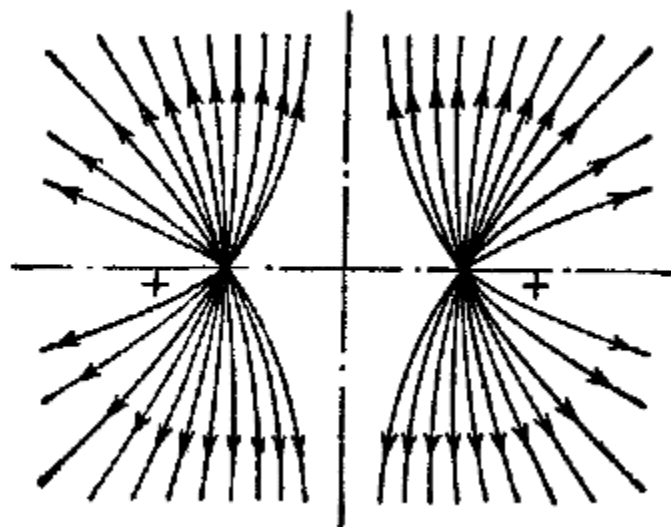
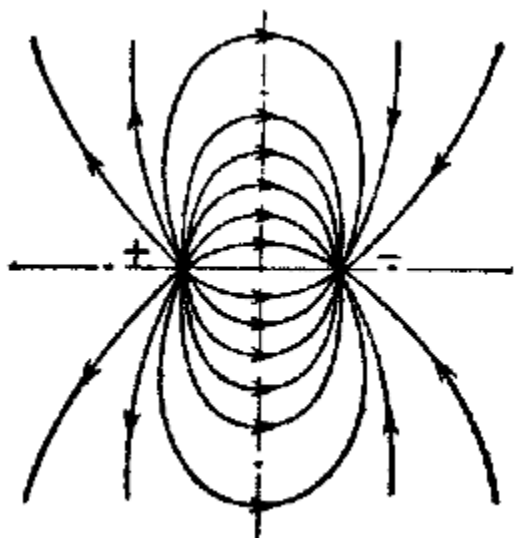
a)

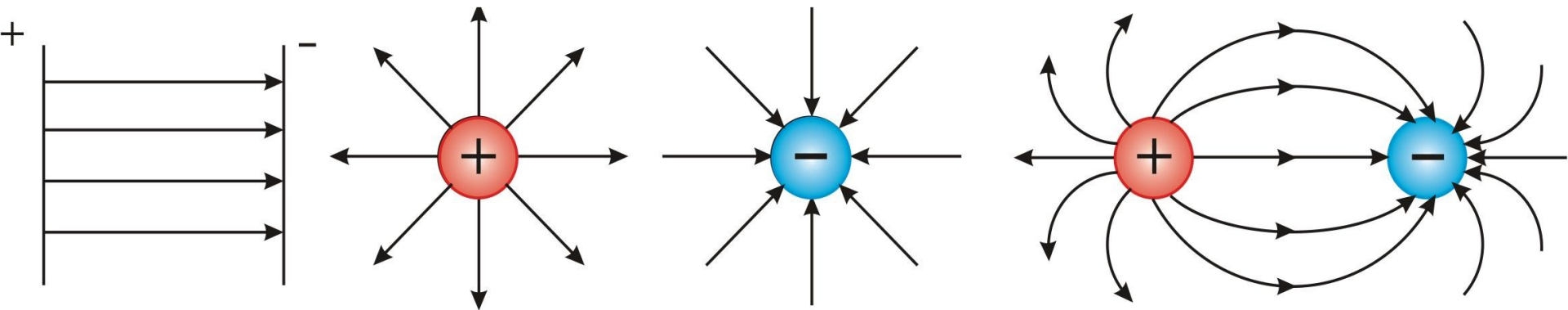


б)



в)





Силовая характеристика электростатического поля - напряженность

Определение \vec{E} со стороны
пробного заряда:

это **отношение силы к
величине пробного заряда**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}$$

Определение \vec{E} со стороны
заряда, создающего поле

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \vec{e}_r$$

Иная форма записи :

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

здесь r – расстояние от заряда q до точки, где мы воспринимаем это поле.

В скалярном виде:

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{q_0}{\epsilon_0 4\pi r^2}$$

$$F \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_0 q'}{\epsilon_0} = \Pi = \text{const}$$

Энергетическая характеристика электростатического поля – **электрический потенциал** (скалярный)

Определение **потенциала** со стороны пробного заряда: это **отношение энергии к величине пробного заряда**

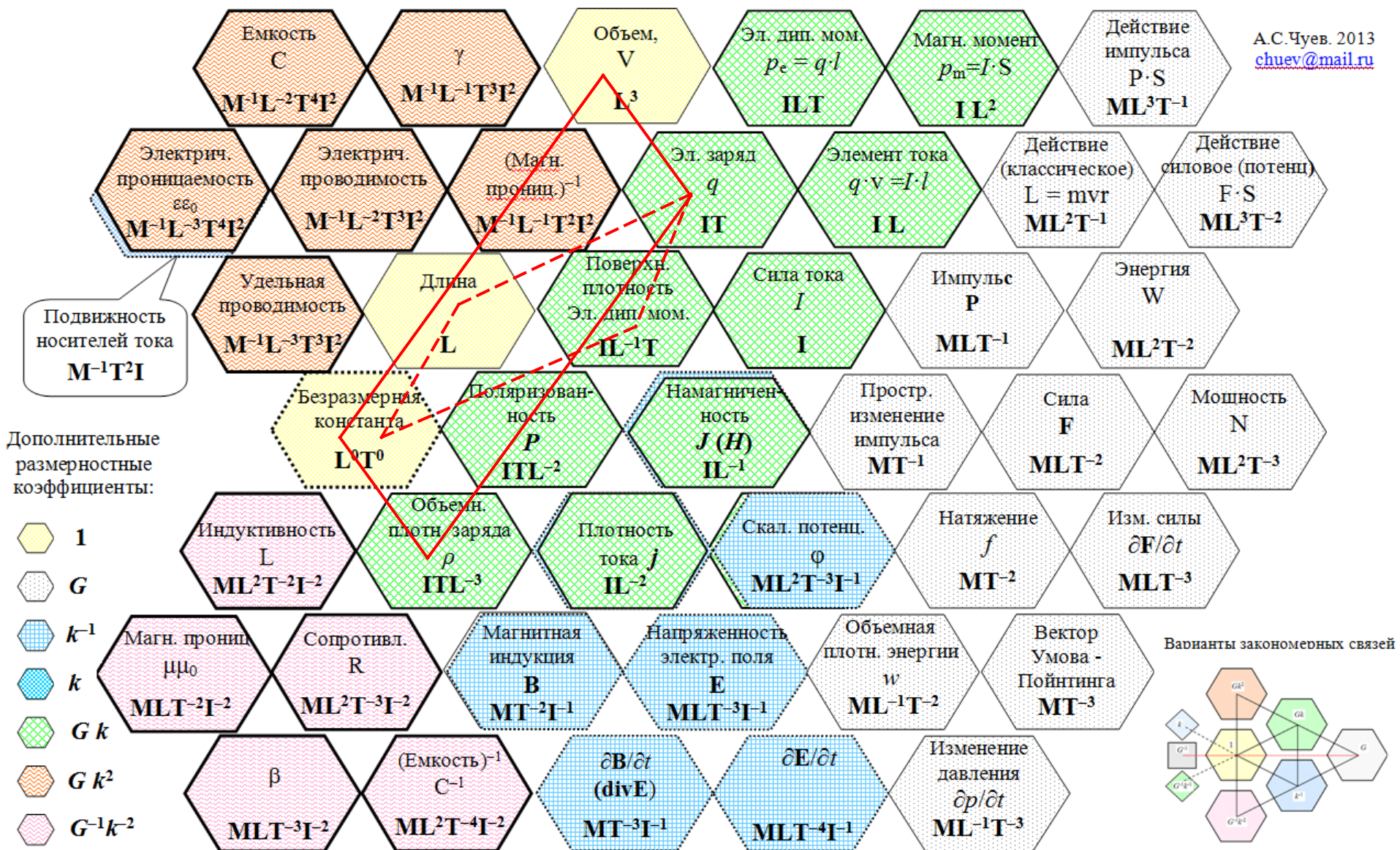
$$\varphi = \frac{W}{q_{\text{пр}}}$$

Определение **потенциала** со стороны заряда, создающего поле

$$\varphi = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{q_0}{4\pi r}$$

Система электромагнитных величин и их взаимосвязей

А.С.Чуев. 2013
chuev@mail.ru



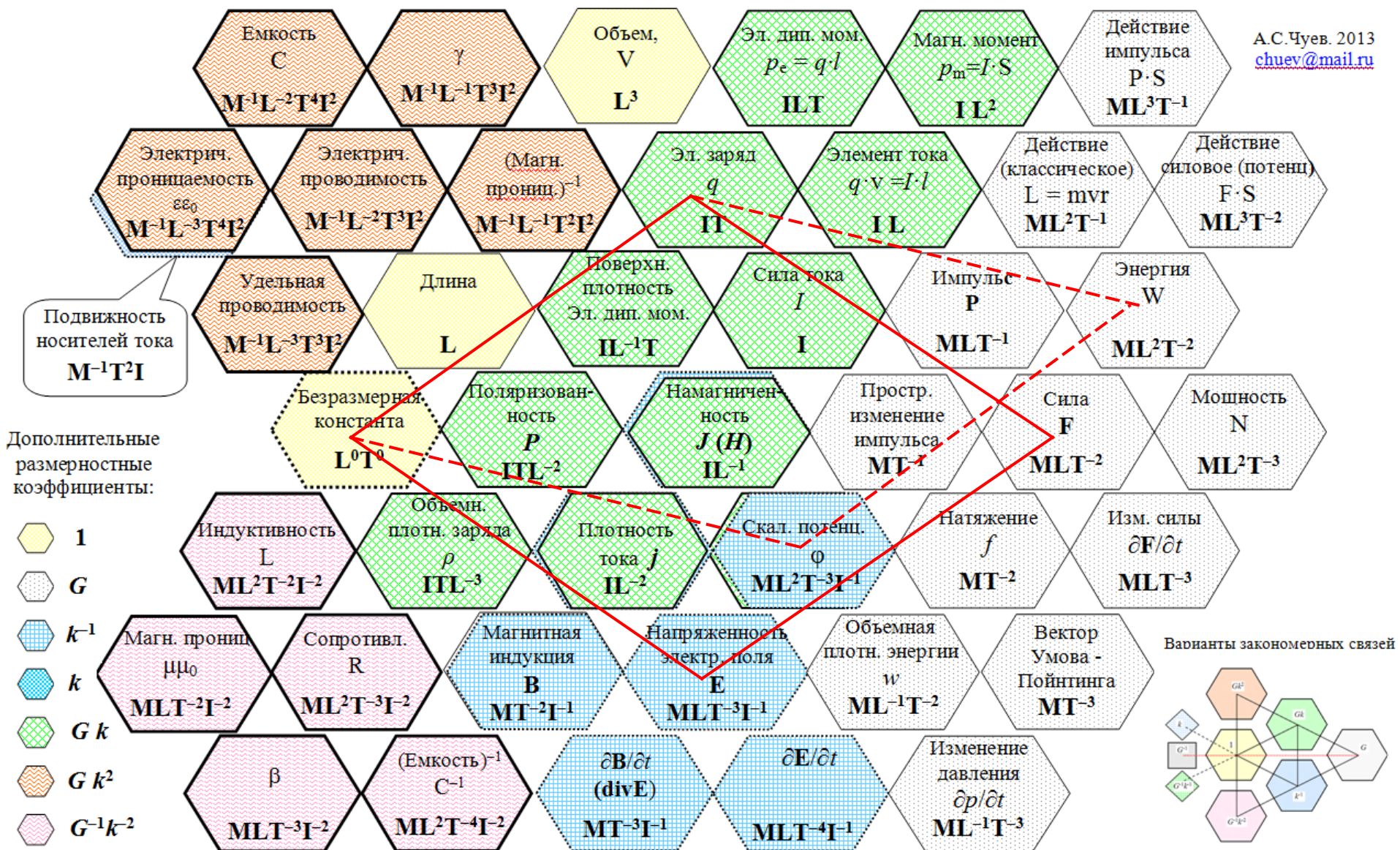
$$\rho = q / V$$

$$\lambda = dq / dl$$

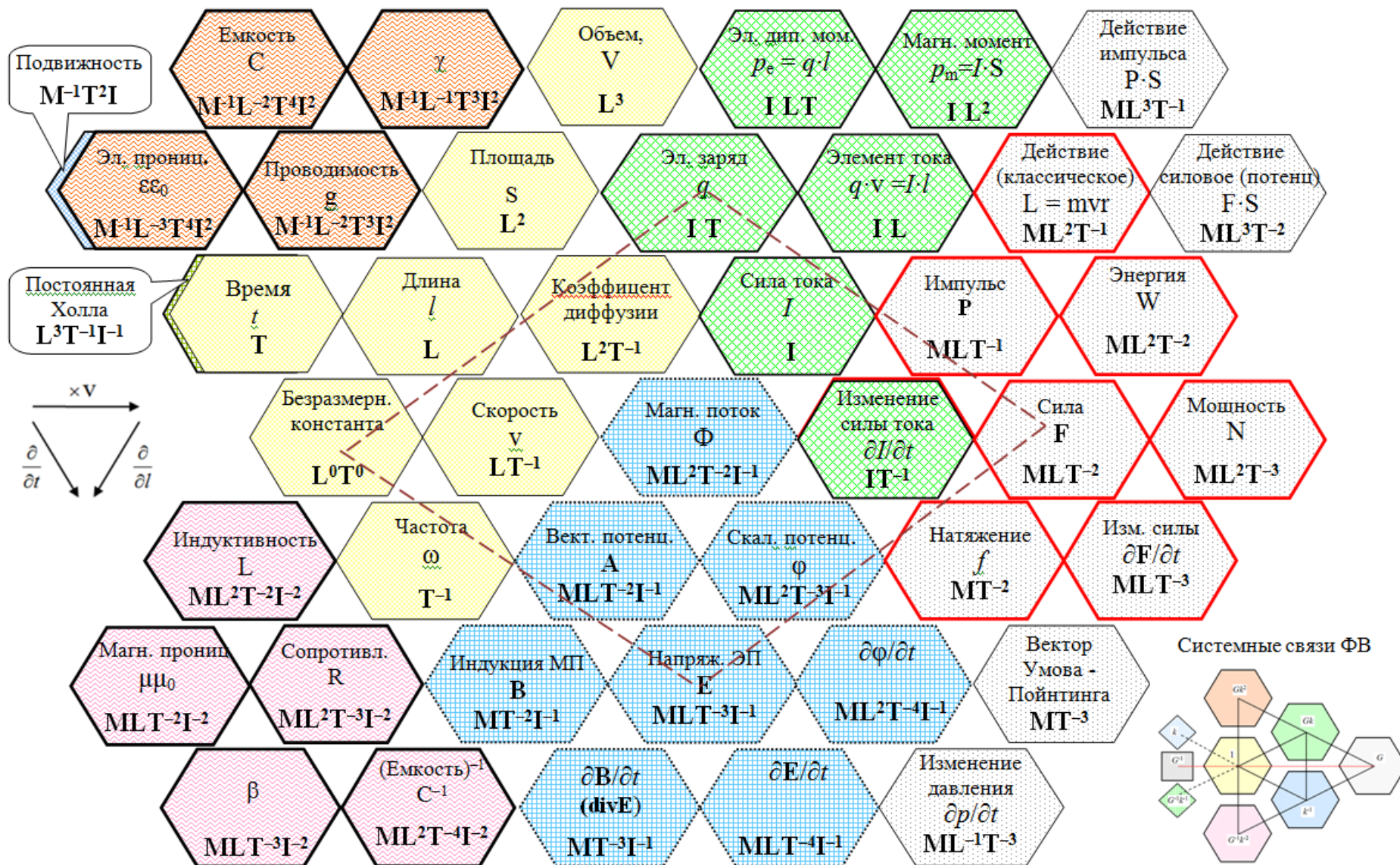
А.С. Чуев. 2021

Система электромагнитных величин и их взаимосвязей

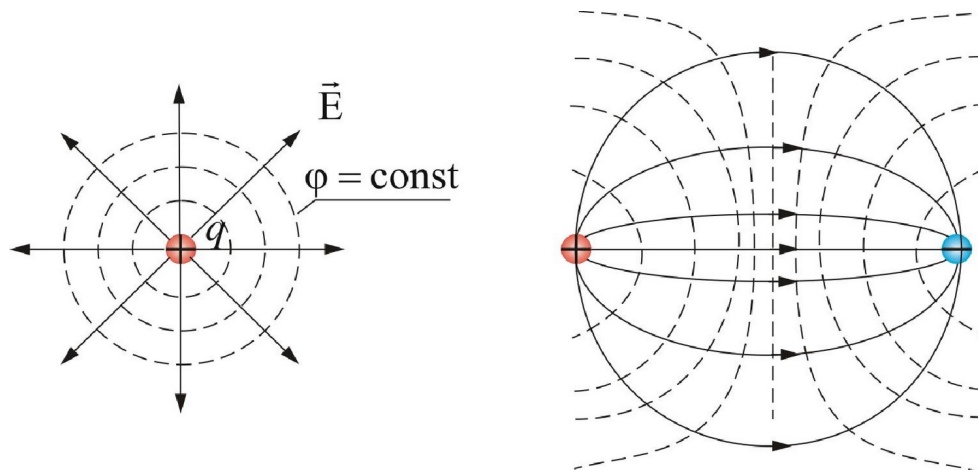
А.С.Чуев. 2013
chuev@mail.ru



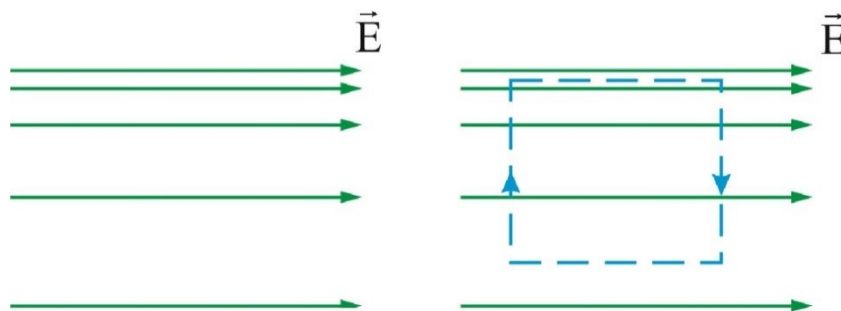
СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

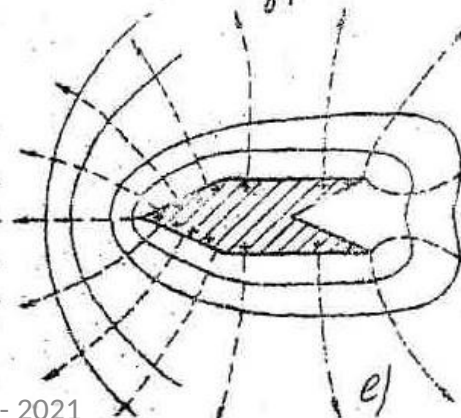
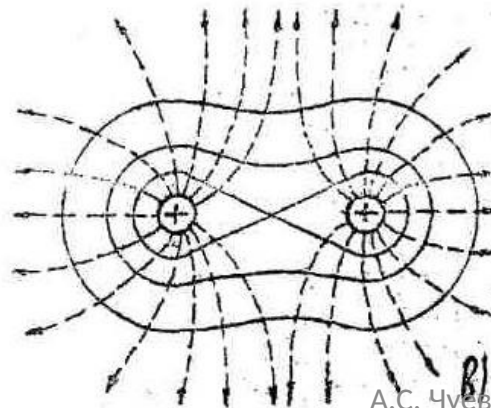
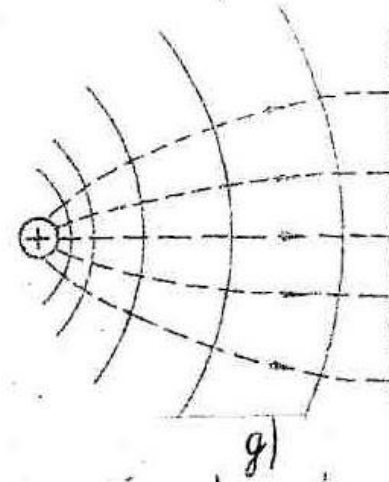
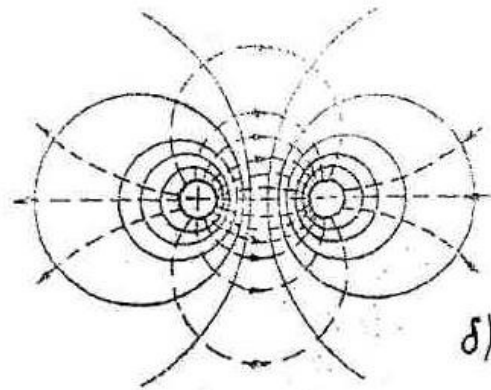
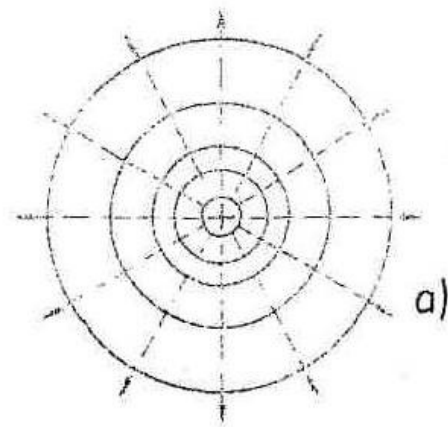


Эквипотенциальные линии



Циркуляция вектора \vec{E} = ?





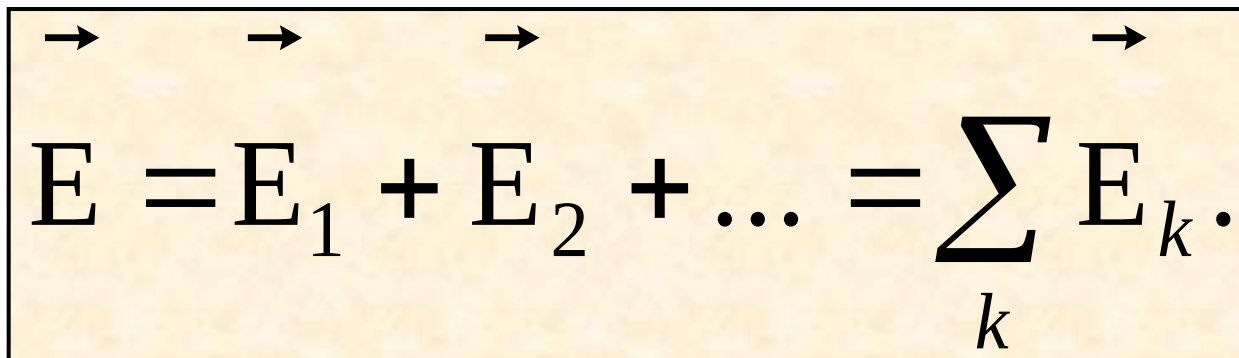
Сложение действия электростатических сил.

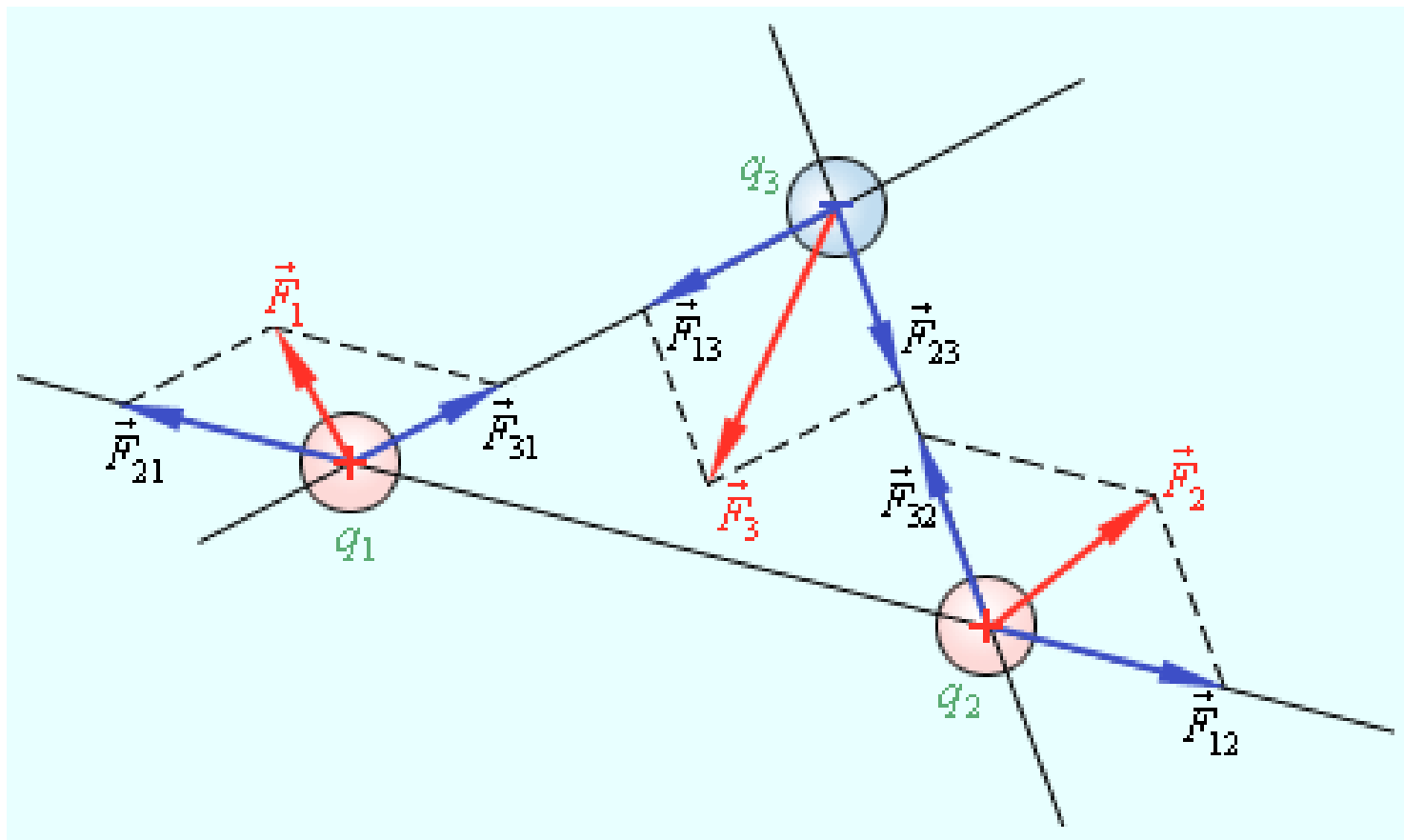
Принцип суперпозиции

- Если поле создается несколькими точечными зарядами, то на пробный заряд q' действует несколько сил, складываемых по принципу суперпозиции (линейного наложения).
- То есть со стороны каждого отдельного заряда q_0 действует такая сила, как если бы других зарядов не было.

Принцип наложения или суперпозиции электрических полей:

- Напряженность результирующего поля, системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в данной точке каждым из них в отдельности.

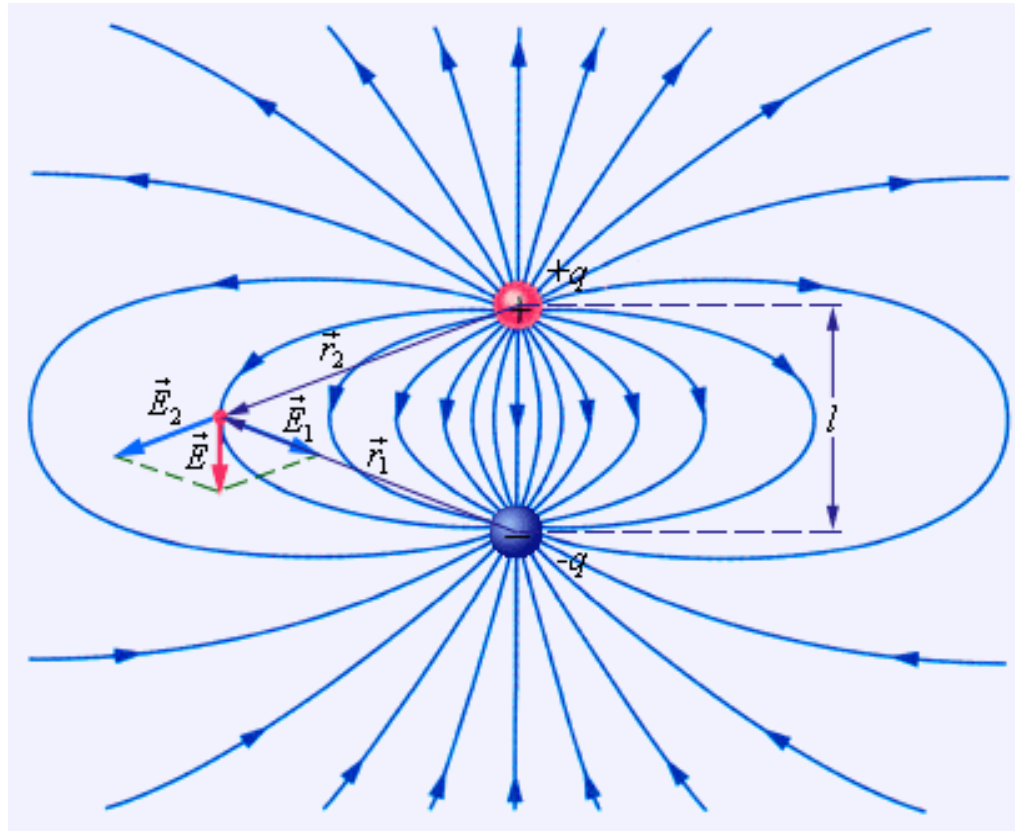

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots = \sum_k \vec{E}_k.$$



Принцип суперпозиции электростатических сил

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}; \quad \vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}; \quad \vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

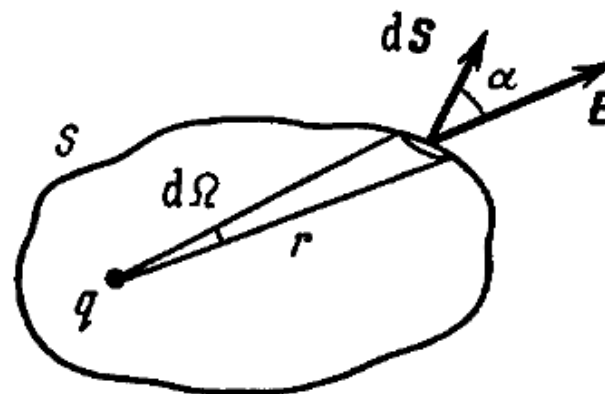
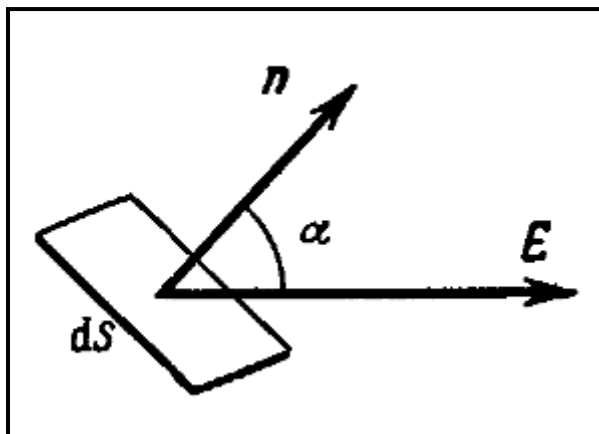
Электрический диполь



Электрический дипольный момент

$$p_e = q \cdot l$$

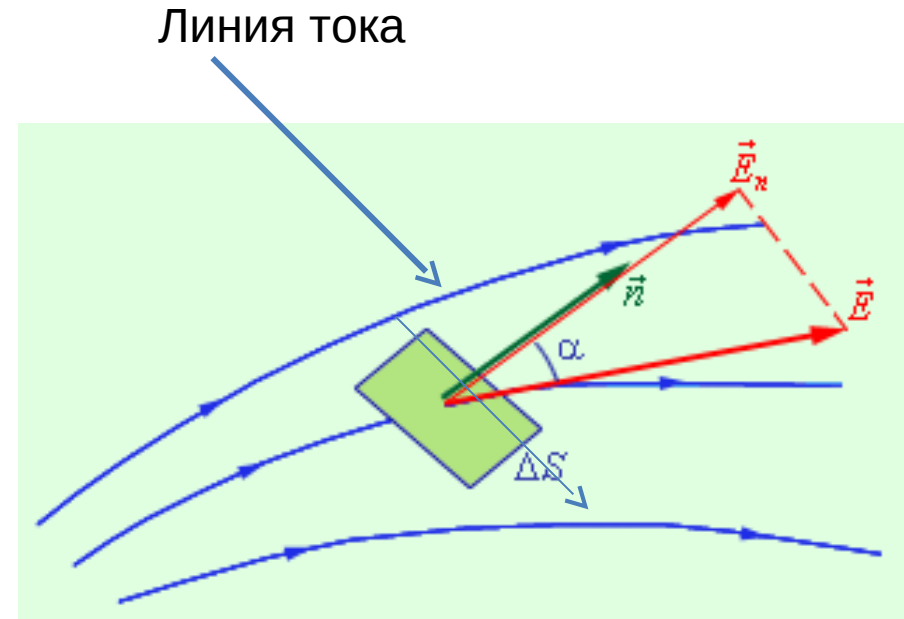
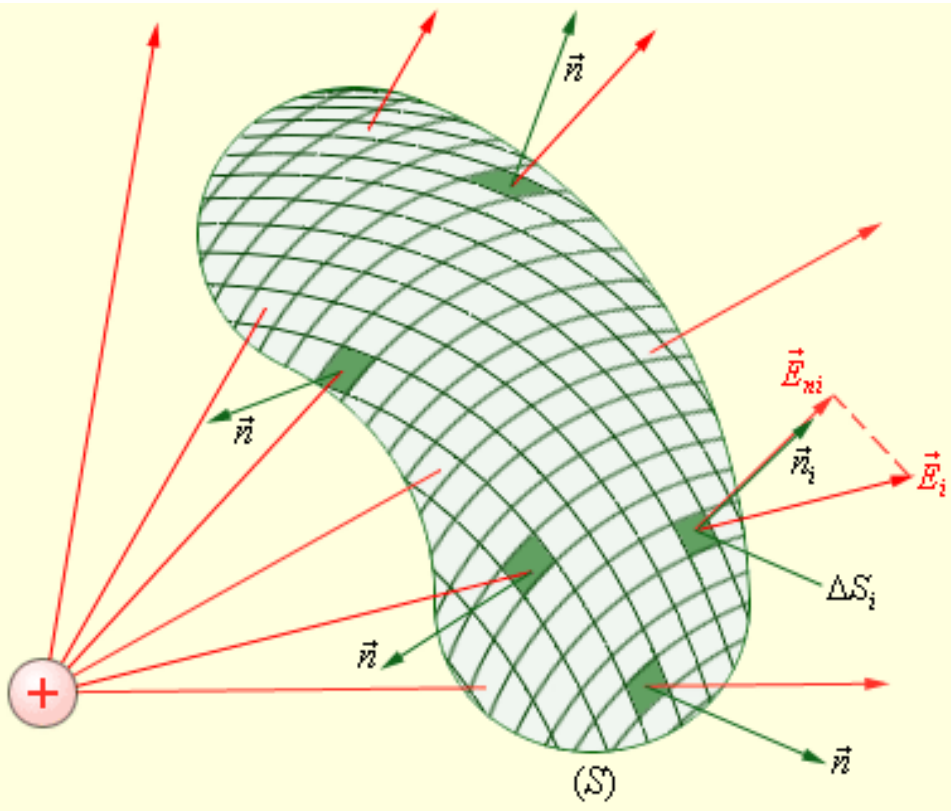
Поток вектора напряженности электрического поля



$$\Phi = \int_S \mathbf{E} \, d\mathbf{S}.$$

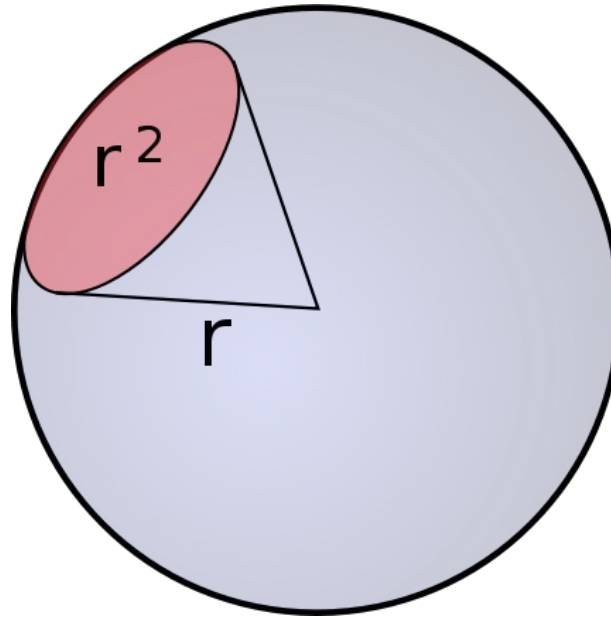
$d\Omega$ — величина алгебраическая:
если $d\Omega$ опирается на внутреннюю сторону поверхности S ,
то $d\Omega > 0$, если же на внешнюю сторону, то $d\Omega < 0$.

Определение потока вектора E



$$\Phi = \int_S \mathbf{E} \, d\mathbf{S}.$$

Телесный угол, единица измерения - стерадиан

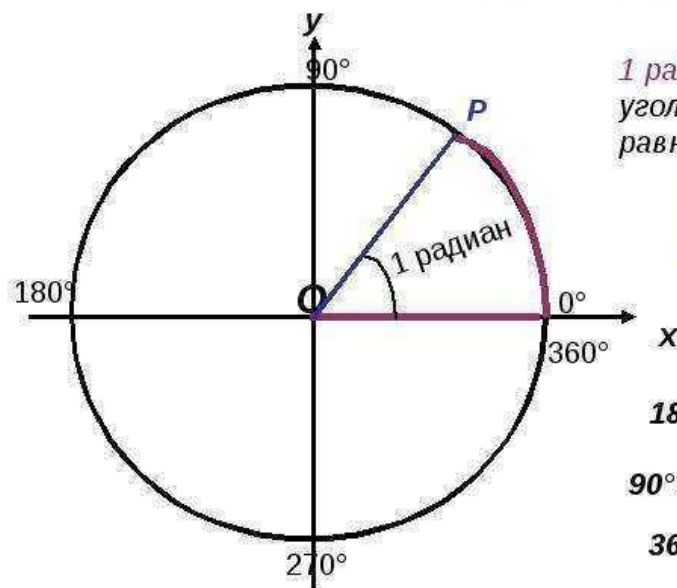


Стерадиан – телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

При таком определении телесный угол не зависит от радиуса сферы.

Плоский угол, единица измерения - радиан

Радийная мера угла



1 радиан это центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности

$$1 \text{ радиан} \approx 57^\circ$$

$$180^\circ = \pi \text{ рад}$$

$$180^\circ \leftarrow \text{развёрнутый угол} \rightarrow \pi$$

$$90^\circ \leftarrow \text{прямой угол} \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$360^\circ \leftarrow \text{полный угол} \rightarrow 2\pi$$

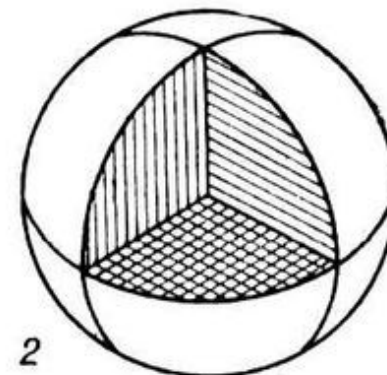
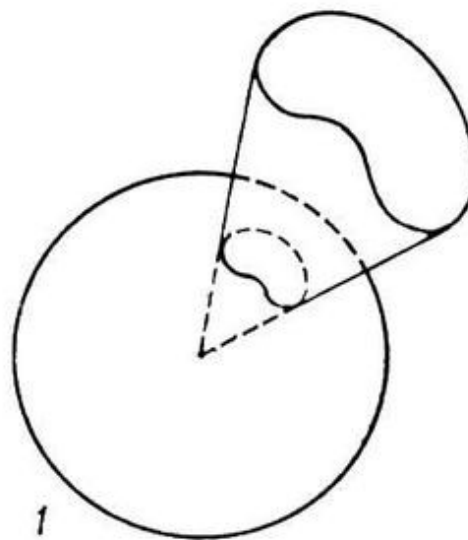
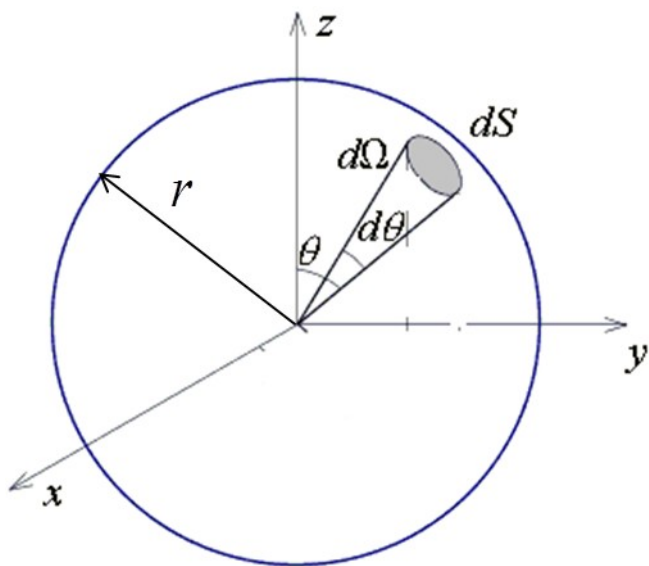
Формула перехода от градусной меры к радианной:

$$\alpha \text{ рад} = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^\circ$$

Формула перехода от радианной меры к градусной:

$$\alpha^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \alpha \text{ рад}$$

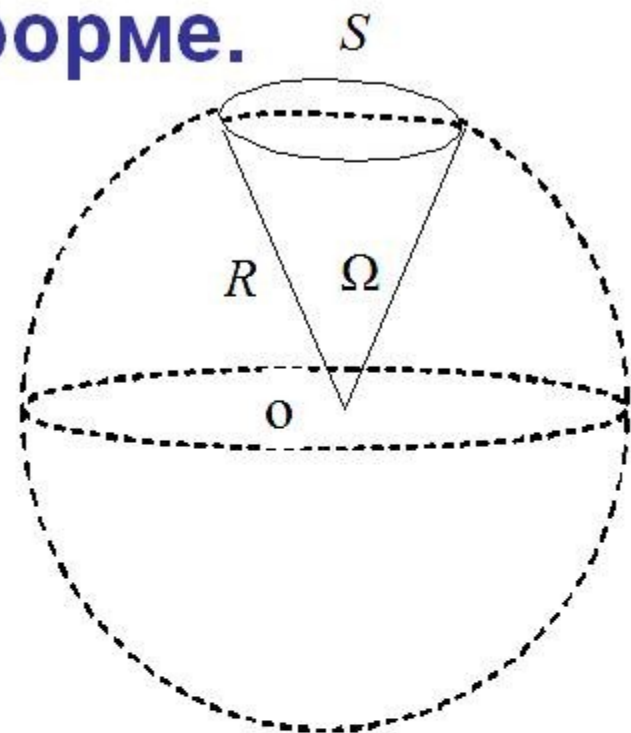
1 радиан — центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности. При таком определении угол не зависит от радиуса.



Закон (теорема) Гаусса в интегральной форме.

- **Телесный угол** – часть пространства, ограниченная конической поверхностью.

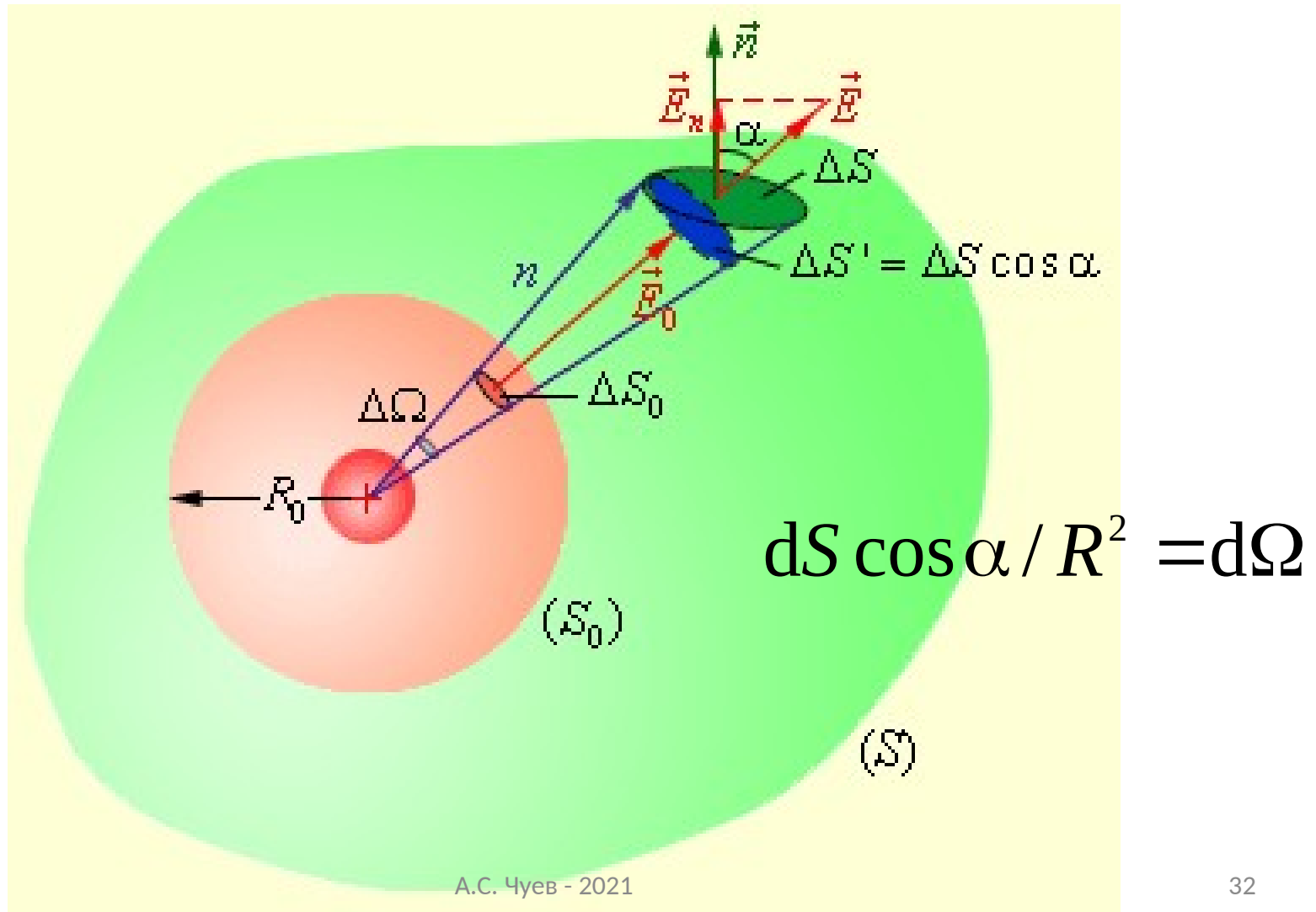
Мера телесного угла – отношение площади S сферы, вырезаемой на поверхности сферы конической поверхностью к квадрату радиуса R сферы.



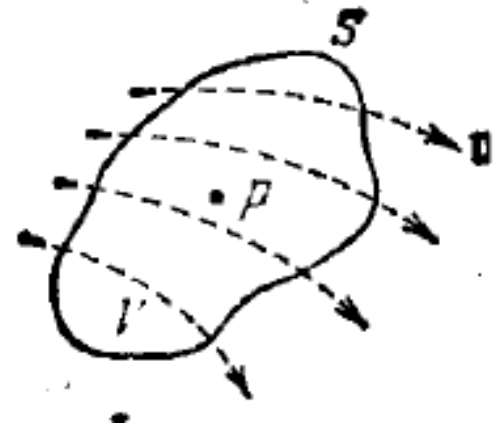
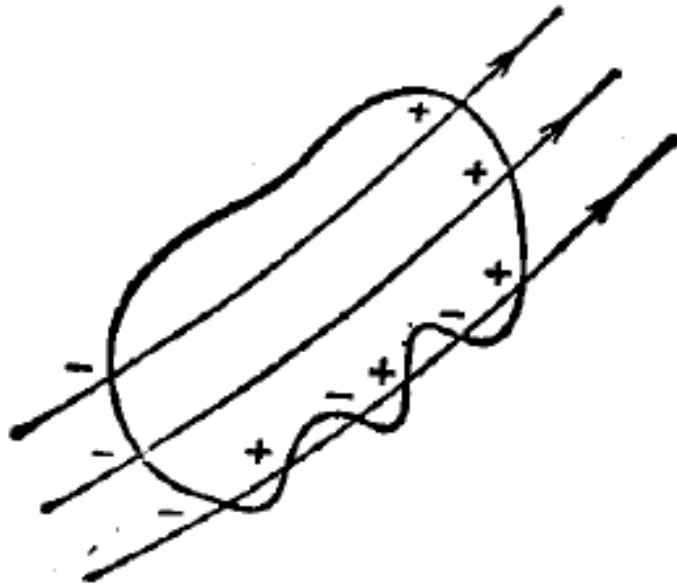
$$\Omega = \frac{S}{R^2} \quad [\text{стерадиан}]$$

1 стерадиан – телесный угол с вершиной в центре сферы, вырезающий на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, по длине равной радиусу этой сферы.

Поток электрического поля точечного заряда
через произвольную поверхность S ,
окружающую заряд.



Внешний поток сквозь замкнутую
поверхность = 0

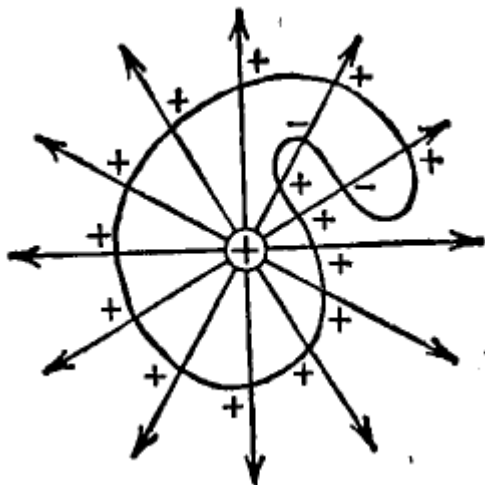


Теорема Гаусса в интегральной форме (в вакууме)

поток вектора \mathbf{E} сквозь замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов внутри этой поверхности, деленной на ϵ_0 .

$$\oint \mathbf{E} \, d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} q_{\text{внутр}},$$

Доказательство: $d\Phi = \mathbf{E} \, d\mathbf{S} = E \, dS \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dS \cos \alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega,$



$$\Phi = \int_0^{4\pi} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Теорема Гаусса в дифференциальной форме (в вакууме). Уравнение Пуассона

$$q_{\text{внутр}} = \int \rho \, dV$$

$$\oint_S \frac{E dS}{V} = \frac{1}{V} \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{при } V \rightarrow 0$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Уравнение Пуассона

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Источники электрического и магнитного полей

$$q = \mathcal{N} = \sigma S = \rho V; \quad \text{---} \quad \vec{p}_e = q\vec{l}$$

$$q\vec{V} = \vec{I} = \vec{j}V; \quad \text{---} \quad \vec{p}_m = IS\vec{n}$$

Основные полевые параметры без учета влияния вещественной среды

$$\varphi = \frac{W}{q_{\text{пр}}}; \quad \varphi = \frac{1}{\varepsilon_0 4\pi r} \int \rho dV;$$

$$|\vec{A}| = \frac{W}{|\vec{j}V|_{\text{пр}}}; \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \int \vec{j}_0 dV;$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}; \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \vec{e}_r$$

$$B = \frac{F}{|jV|_{\text{пр}}}; \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} [\vec{j}_0 \times \vec{e}_r] dV$$

Взаимосвязь полевых параметров и источников поля

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi; \quad \Delta\varphi = -\rho/\varepsilon_0$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}; \quad \Delta\vec{A} = -\mu_0\vec{j}$$

Силовое поле, создаваемое диполем

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{e}_r}{4\pi r^3}; \quad E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{p_e}{4\pi r^3} \sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{p}_m, \vec{e}_r]}{r^3}; \quad B = \mu_0 \frac{p_m}{4\pi r^3} \sqrt{1+3\cos^2\theta}$$

Потенциальная энергия диполя, находящегося в силовом поле

$$W = -\vec{p}_e \vec{E}$$

$$W = -\vec{p}_m \vec{B}$$

Вращательный момент сил, действующих на диполь в однородном поле

$$\vec{M} = [\vec{p}_e \times \vec{E}]$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

Сила, действующая на диполь в неоднородном поле

$$F = p_e \frac{\partial E}{\partial x}$$

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x}$$

Реакция вещества на внешнее поле

$$\vec{P} = \kappa\varepsilon_0\vec{E} = \frac{(\varepsilon-1)\vec{D}}{\varepsilon}; \quad \kappa = \varepsilon - 1;$$

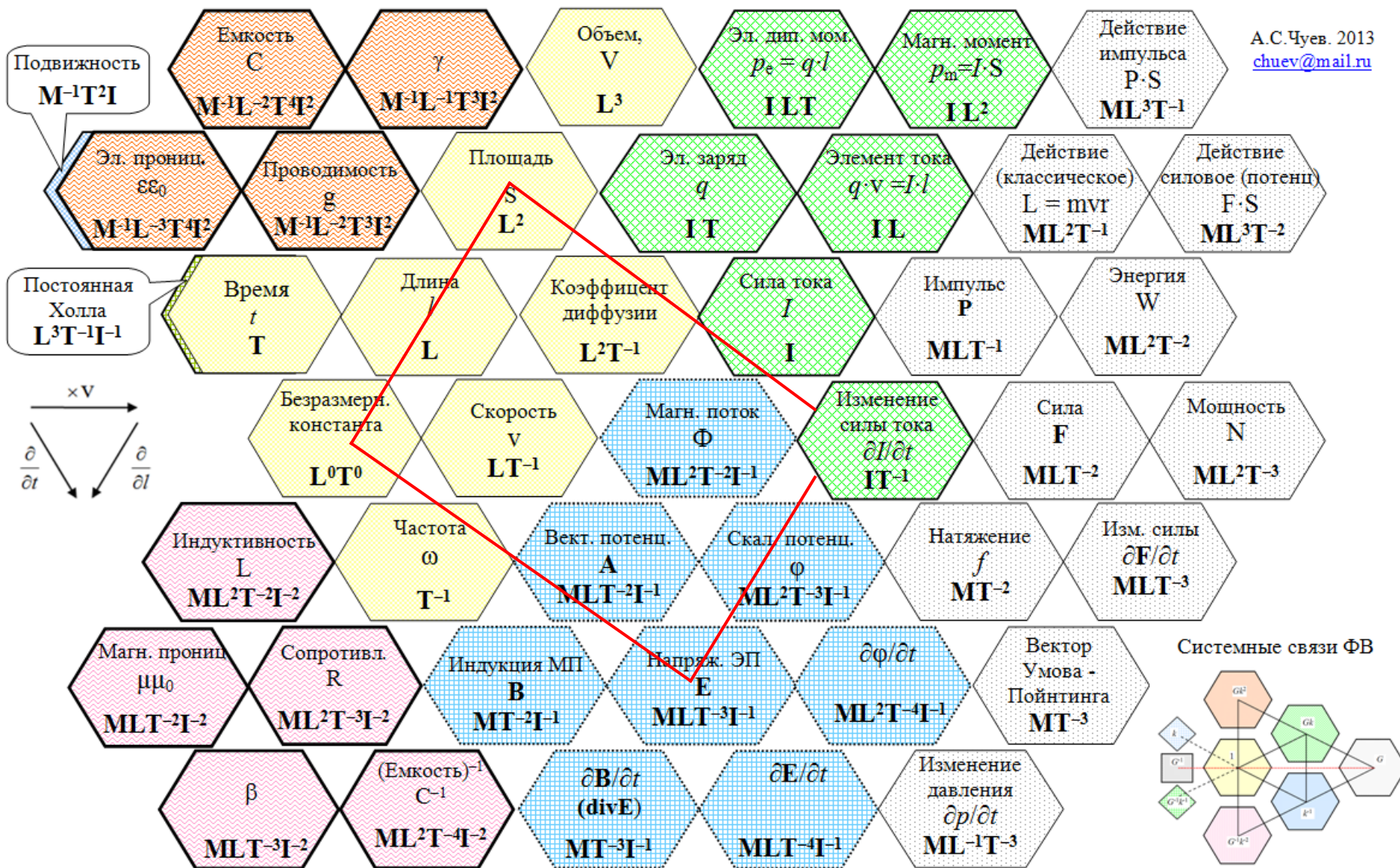
$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_q}{V}$$

$$\vec{J} = \chi\vec{H}; \quad \chi = \mu - 1;$$

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{V}$$

СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

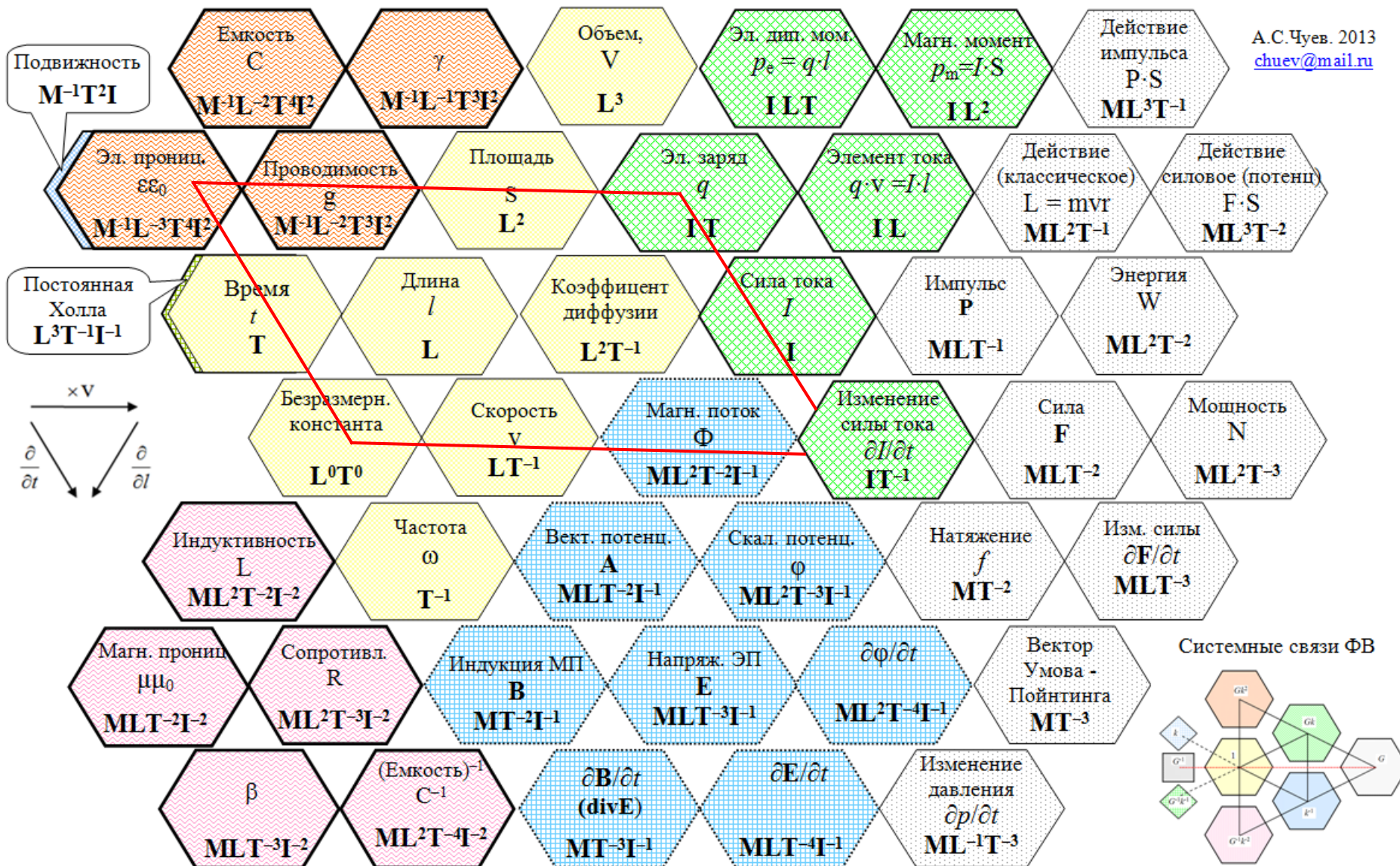
А.С.Чуев. 2013
chuev@mail.ru



$$\Phi_E = ES$$

СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

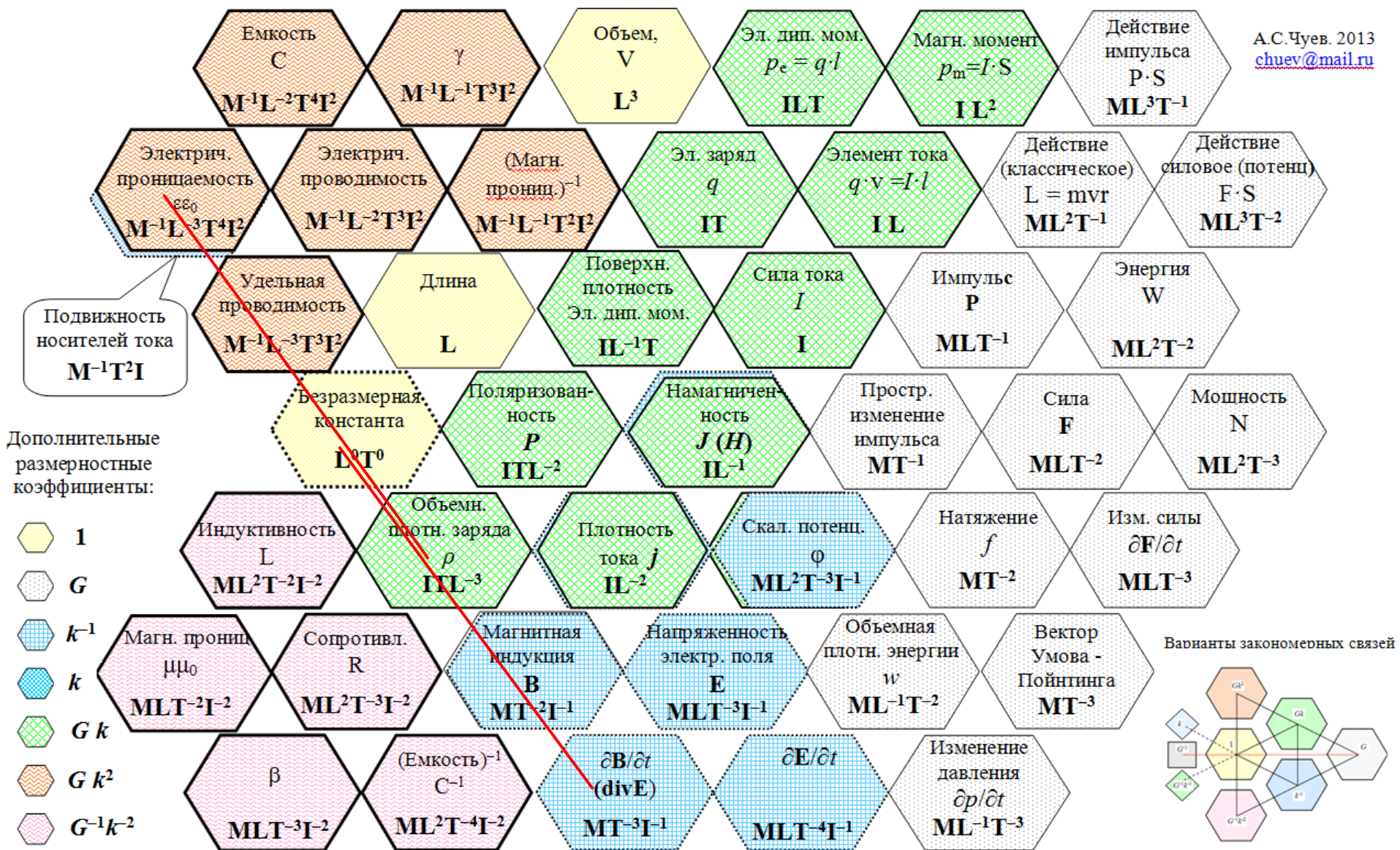
А.С.Чуев. 2013
chuev@mail.ru



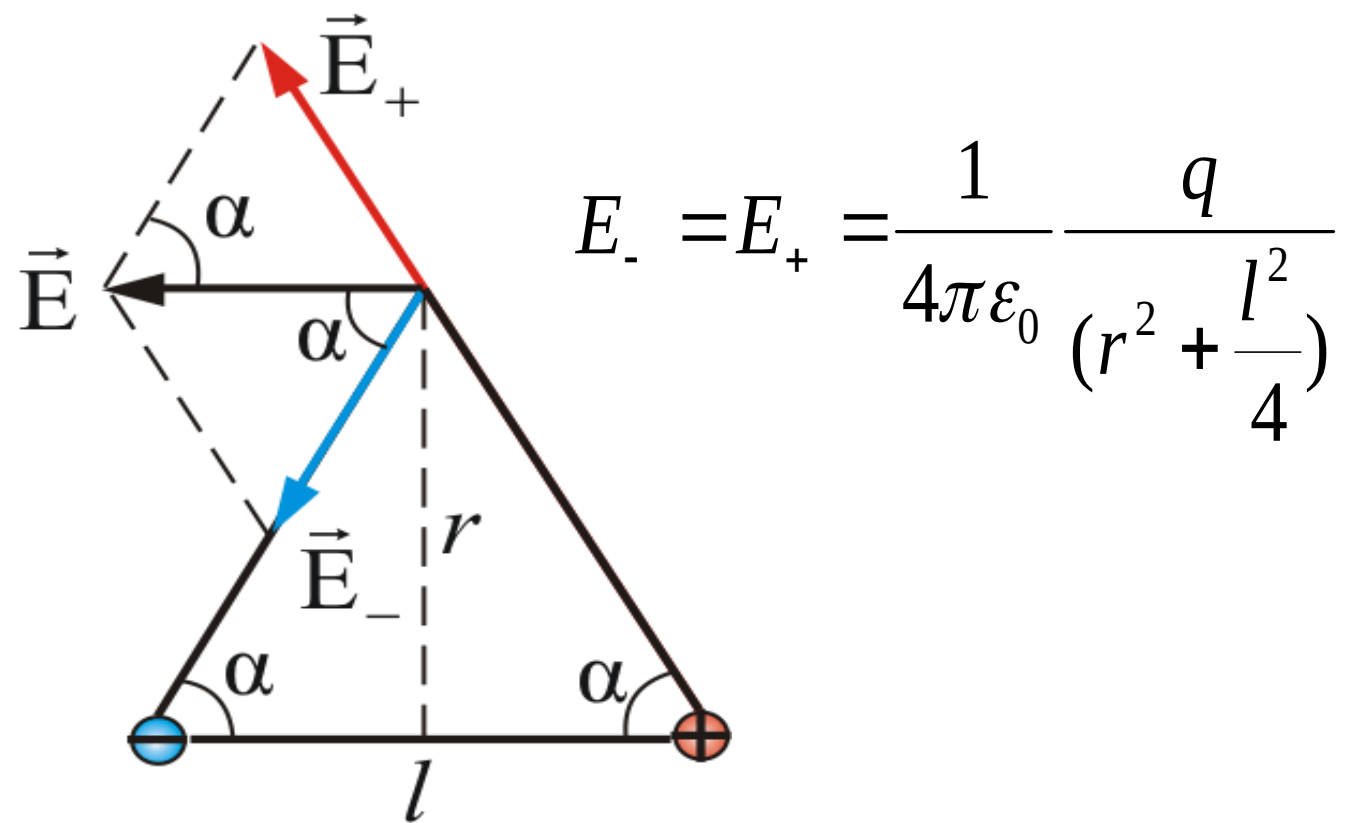
$$\Phi_E = ES = q / \epsilon_0$$

Система электромагнитных величин и их взаимосвязей

А.С.Чуев. 2013
chuev@mail.ru



Приводимые далее примеры
рассмотреть самостоятельно

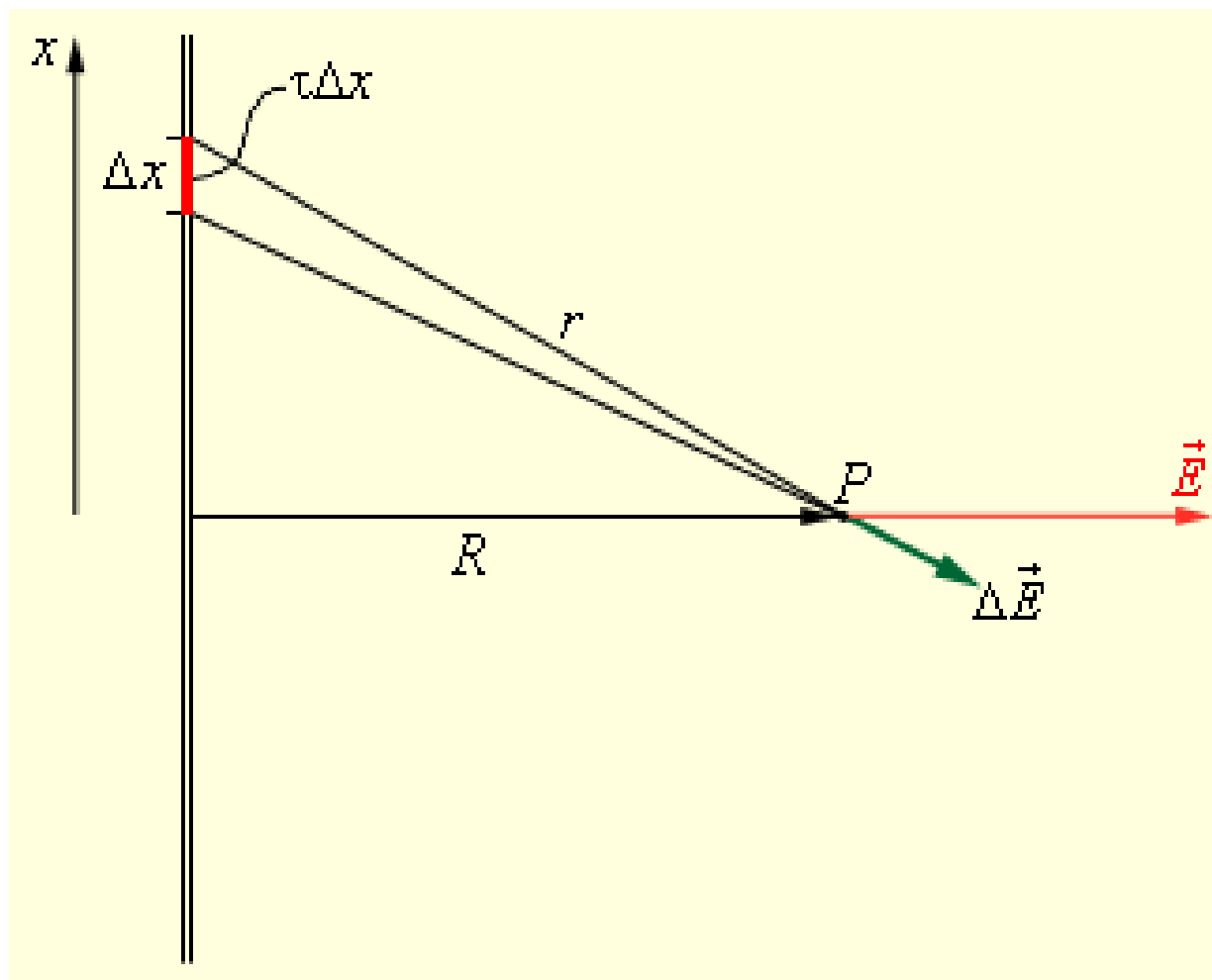


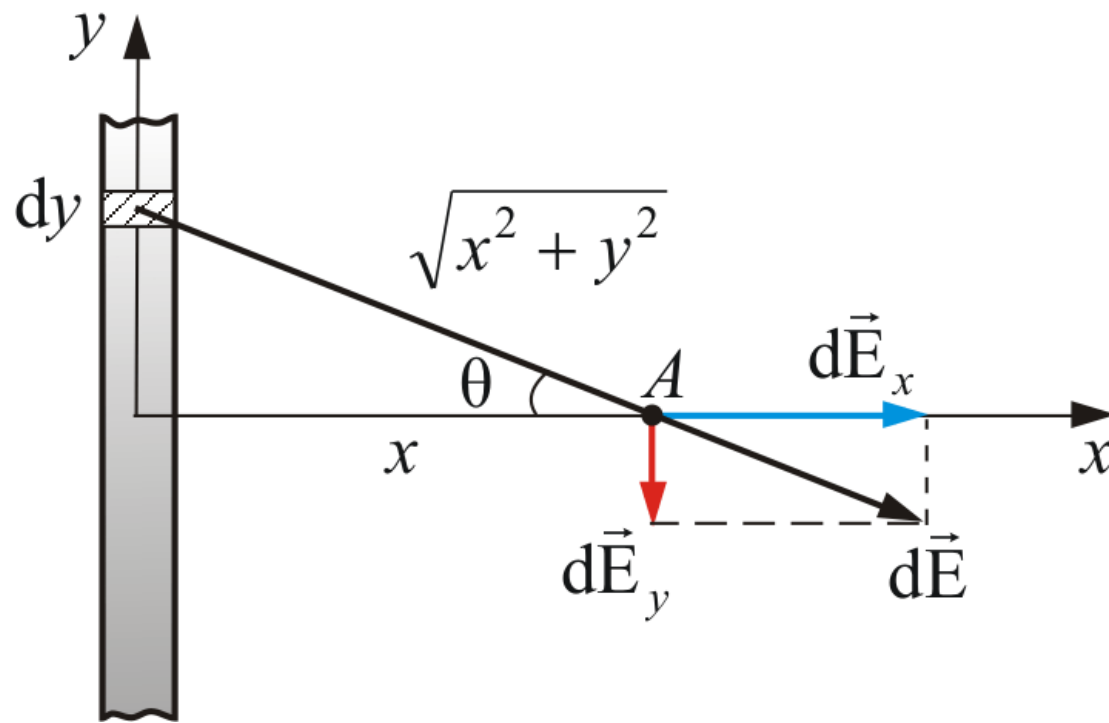
$$E_{\Sigma} = 2E_{\pm} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{l/2}{\sqrt{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)}}$$

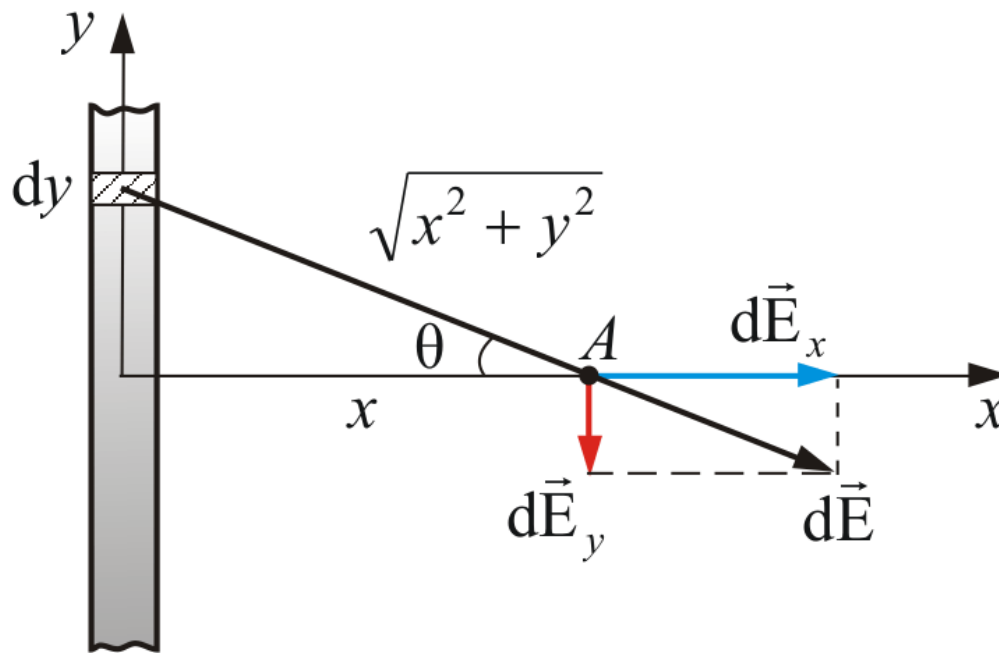
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Не срисовывать



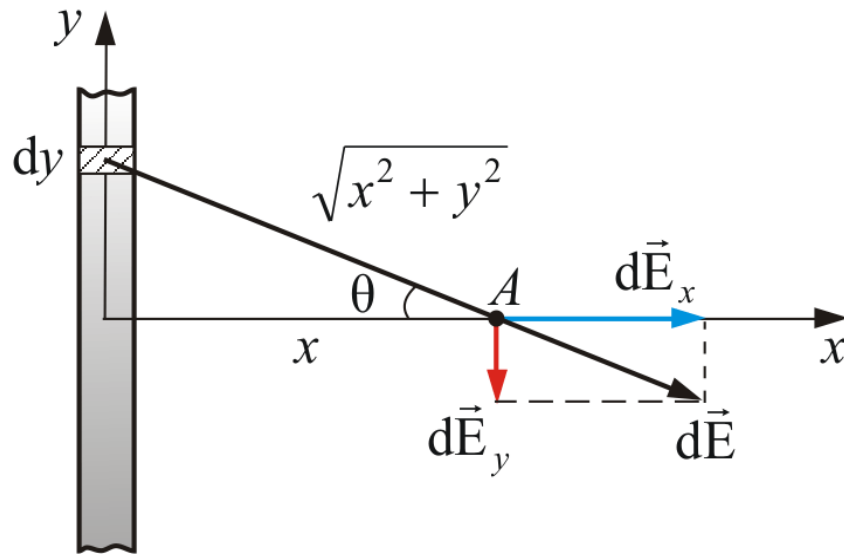


- Определим напряженность электрического поля в точке A на расстоянии x от бесконечно длинного, линейного, равномерно распределенного заряда.
- λ – заряд, приходящийся на единицу длины.



- Считаем, что x – мало по сравнению с длиной проводника. Элемент длины dy , несет заряд $dq = dy \lambda$. Создаваемая этим элементом напряженность электрического поля в точке A :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}.$$



- Вектор $d\vec{E}$ имеет проекции dE_x и dE_y причем

$$dE_x = dE \cos \theta; \quad dE_y = dE \sin \theta.$$
- Т.к. проводник бесконечно длинный, а задача симметричная, то y – компонента вектора обратится в ноль (скомпенсируется), т.е.:

$$E_y = \int dE \sin \theta = 0$$

Тогда $E = E_x = \int dE \cos \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos \theta dy}{x^2 + y^2}$

Теперь выразим y через θ .

Т.к. $y = x \operatorname{tg} \theta$,

то $dy = x d\theta / \cos^2 \theta$

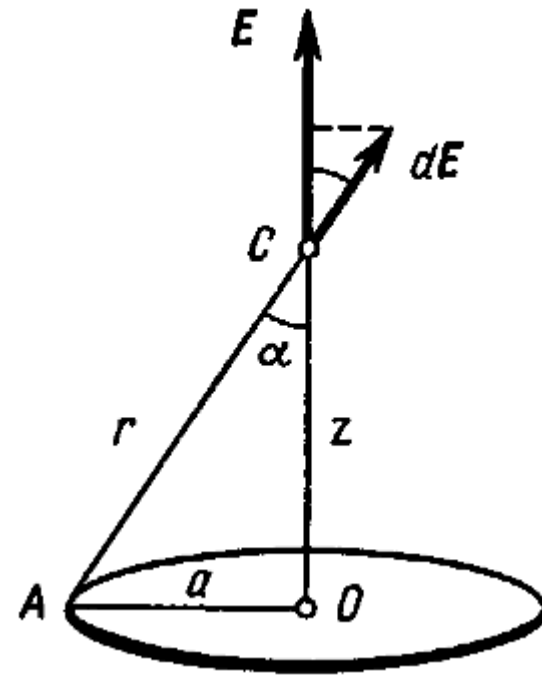
С учетом: $(x^2 + y^2) = x^2 / \cos^2 \theta$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}.$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}.$$

- Напряженность электрического поля от линейно распределенных зарядов (заряженной нити) изменяется обратно пропорционально расстоянию до заряда.

Пример с кольцом



Пример 1. Поле на оси тонкого равномерно заряженного кольца. Заряд $q > 0$ равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом a . Найти напряженность E электрического поля на оси кольца как функцию расстояния z от его центра.

Легко сообразить, что в данном случае вектор E должен быть направлен по оси кольца (рис. 1.1). Выделим на кольце

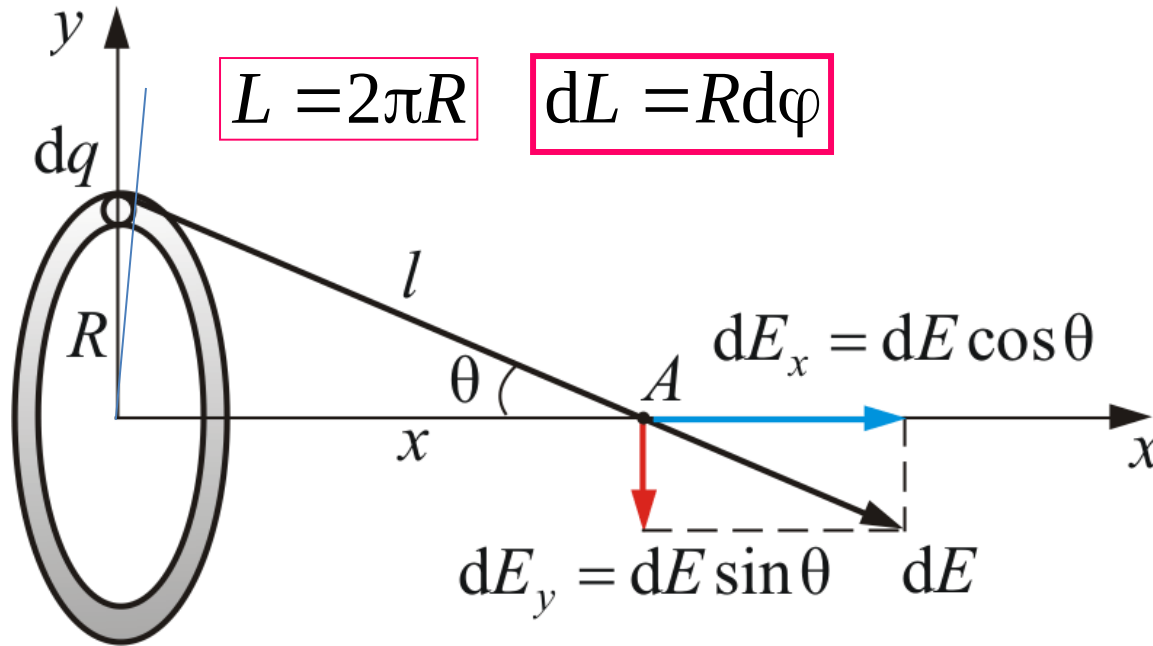
около точки A элемент dl . Запишем выражение для составляющей dE_z от этого элемента в точке C :

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} \cos \alpha,$$

Видно, что при $z \gg a$ поле $E \approx q/4\pi\epsilon_0 z^2$, т. е. на больших расстояниях эта система ведет себя как точечный заряд.

Пример с кольцом подробнее

Задано: q и R . Найти зависимость $E(x)$



$$L = 2\pi R$$

$$dL = R d\varphi$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q}{4\pi r^2} \vec{e}_r$$

$$l^2 = R^2 + x^2$$

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$\lambda = \frac{q}{2\pi R}$$

$$dq = \lambda dL = \frac{q dL}{2\pi R} = \frac{q}{2\pi} d\varphi$$

$$dE = \frac{dq}{\epsilon_0 4\pi l^2}$$

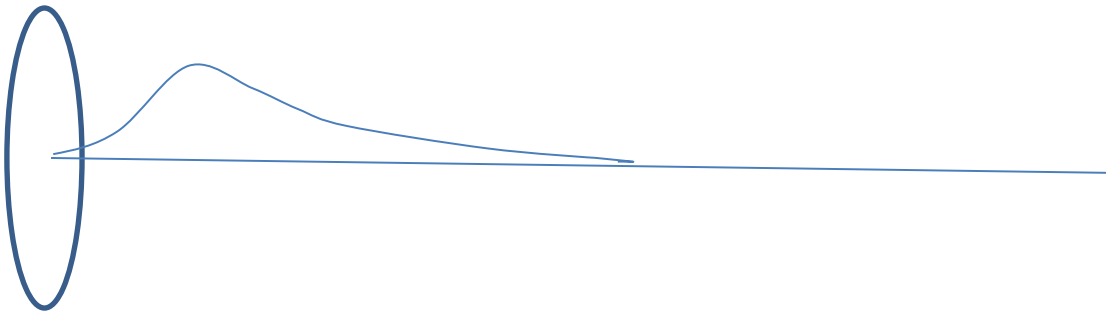
$$dE_x = \frac{q}{\epsilon_0 8\pi^2} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\varphi$$

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Максимальное значение E определяется
поиском экстремума функции $E(x)$

Иродов, задача 2.12

$$E_{\max} = \frac{q}{6\sqrt{3}\pi\epsilon_0 R^2} \quad \text{при} \quad x = \frac{R}{\sqrt{2}}$$



Архитектура многоуровневой системы физических величин и закономерностей (ФВиЗ)

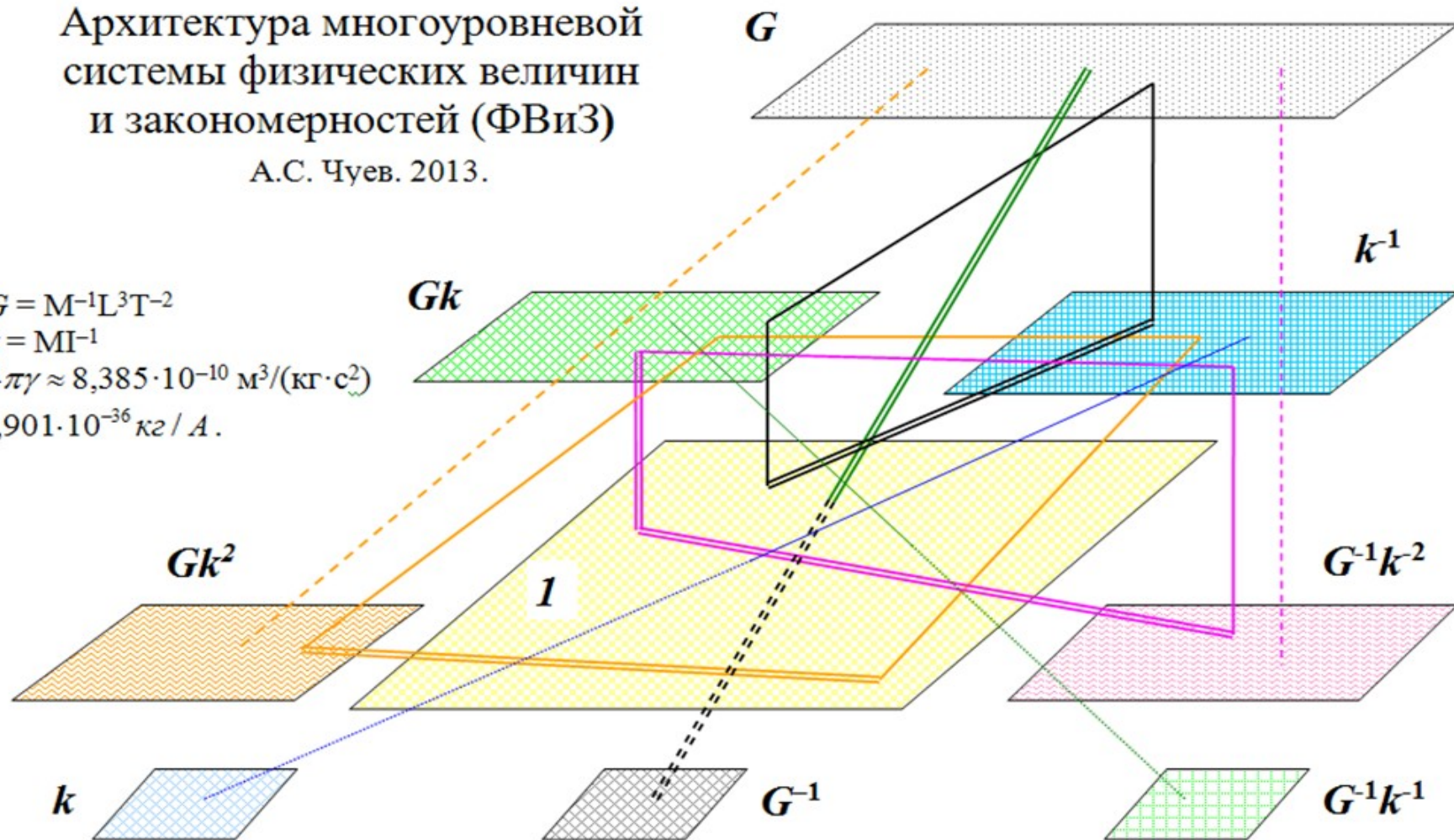
А.С. Чув. 2013.

$$\dim G = M^{-1}L^3T^{-2}$$

$$\dim k = MI^{-1}$$

$$G = 4\pi\gamma \approx 8,385 \cdot 10^{-10} \text{ М}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$$

$$k \approx 4,901 \cdot 10^{-36} \text{ кг}^2 / A.$$



Системные уровни и действующие межуровневые связи физических величин:

1 - общие базовые кинематические величины

G - общие базовые динамические величины

G⁻¹ - уровень гравитационной константы

Gk - базовые электромагнитные величины

k⁻¹ - полевые электромагнитные величины

Gk² - структуро-средовые ЭМВ 1 подгруппы

G⁻¹k⁻² - структуро-средовые ЭМВ 2 подгруппы

k и **G⁻¹k⁻¹** - дополнительные системные уровни

А.С. Чув - 2021

Токовый характер основных силовых взаимодействий

Наименование силового взаимодействия	Взаимодействующие физические величины		Уравнение связи, определяющее силу взаимодействия
	по заряду	по току	
Электро- статическое	q	It	$F = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{4\pi r^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{(It)_1 (It)_2}{4\pi r^2}$
Электро- динамическое	qv	Il	$F = \mu_0 \frac{(qv)_1 (qv)_2}{4\pi r^2} = \mu_0 \frac{(Il)_1 (Il)_2}{4\pi r^2}$
Гравитационное	q/t	I	$F = \frac{I_1 I_2}{4\pi r^2}$

Конец лекции 1