

## Лекция 9. Электромагнитная индукция

1. Закон Фарадея.
2. Правило Ленца.
3. Самоиндукция.
4. Взаимная индукция.
5. Вихревые токи.
6. Плотность энергии магнитного поля.
7. Энергия и силы в магнитном поле.
8. Магнитное давление.

Всё что видим мы - видимость только одна,  
Ибо тайная сущность вещей не видна.

Омар Хайям

Видимость сущности в противоположном.

Гегель

В 1831-м Майкл Фарадей открыл электромагнитную индукцию — возникновение разности электрических потенциалов между частями проводника, движущегося в магнитном поле.

На лекциях его не раз спрашивали о возможной пользе от электромагнитной индукции. История донесла два ответа: светской даме — «Мадам, а какова польза от новорождённого младенца?» и министру финансов — «Когда-нибудь Вы сможете обложить это налогом».



**ФАРАДЕЙ Майкл (1791 – 1867) – знаменитый английский физик.**

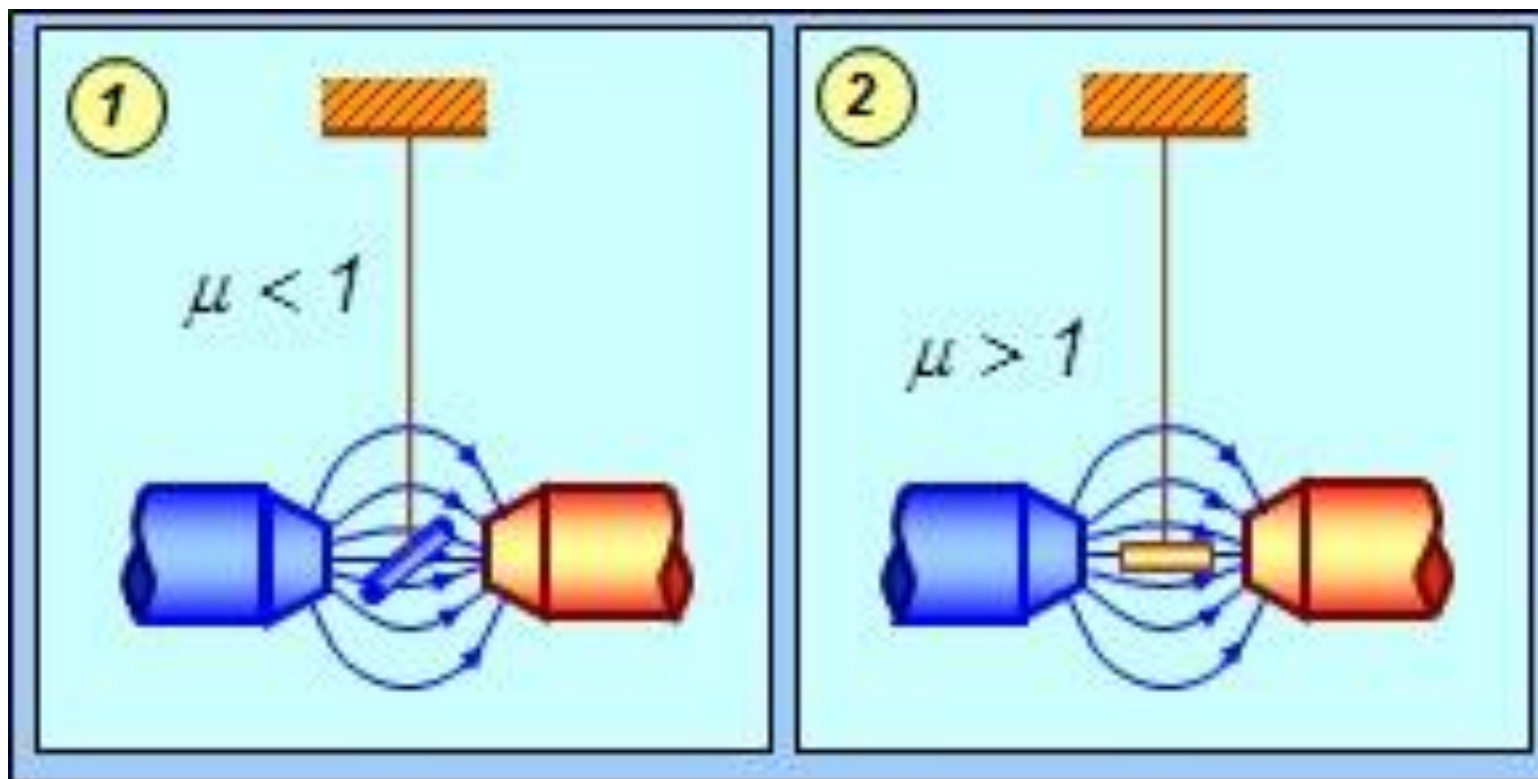
*Исследования в области электричества, магнетизма, магнитооптики, электрохимии.*

Создал лабораторную модель электродвигателя. Открыл экстротоки

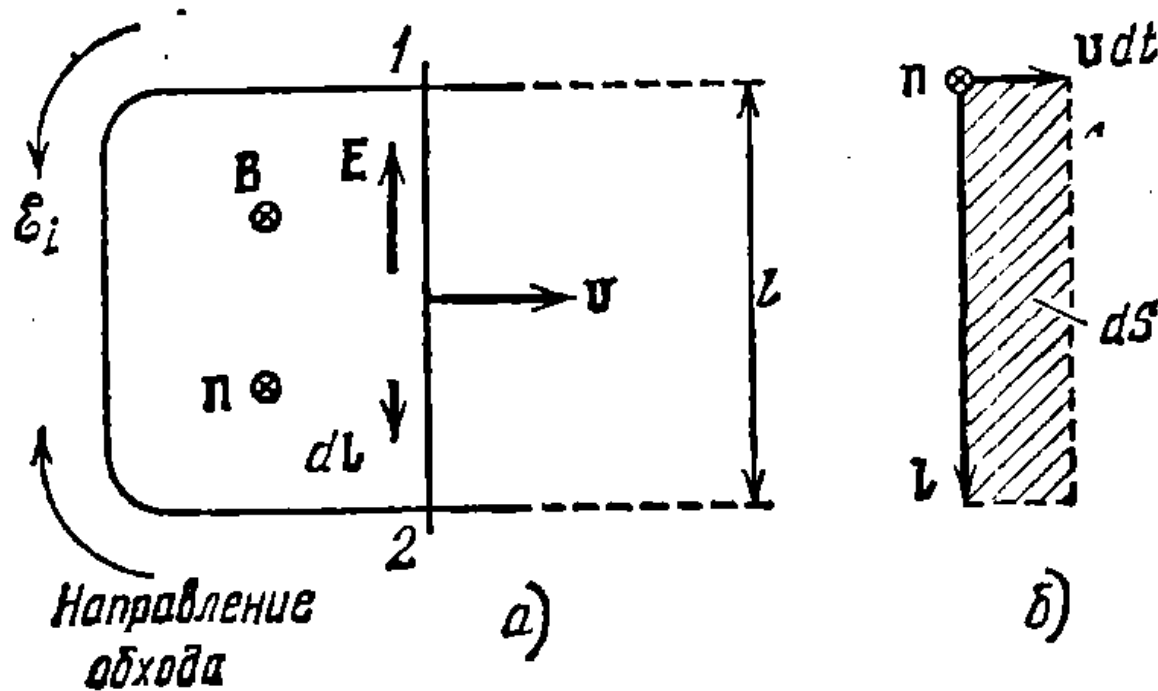
при замыкании и размыкании цепи и установил их направление. Открыл законы электролиза, первый ввел понятия поля и диэлектрической проницаемости, в 1845 употребил термин «магнитное поле».

Кроме всего прочего М. Фарадей открыл явления диа и парамагнетизма. Он установил, что все материалы в магнитном поле ведут себя по-разному: ориентируются по полю (пара и ферромагнетики) или поперек поля – диамагнетики.

## Диамагнетики и парамагнетики в магнитном поле



# Сила Лоренца или закон Фарадея? Два разных объяснения одного и того же явления



$$\mathcal{E} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + [\vec{v}, \vec{B}] \int_1^2 d\vec{l} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + [\vec{v}, \vec{B}] \vec{l};$$

$$e^- n \vec{v} = -\vec{j}$$

$$[\vec{v}, \vec{B}] = \vec{E}$$

Первая составляющая ЭДС - закон Фарадея, вторая составляющая – из-за сила Лоренца. Для лучшего понимания формулы все части следует умножить на  $q$ .

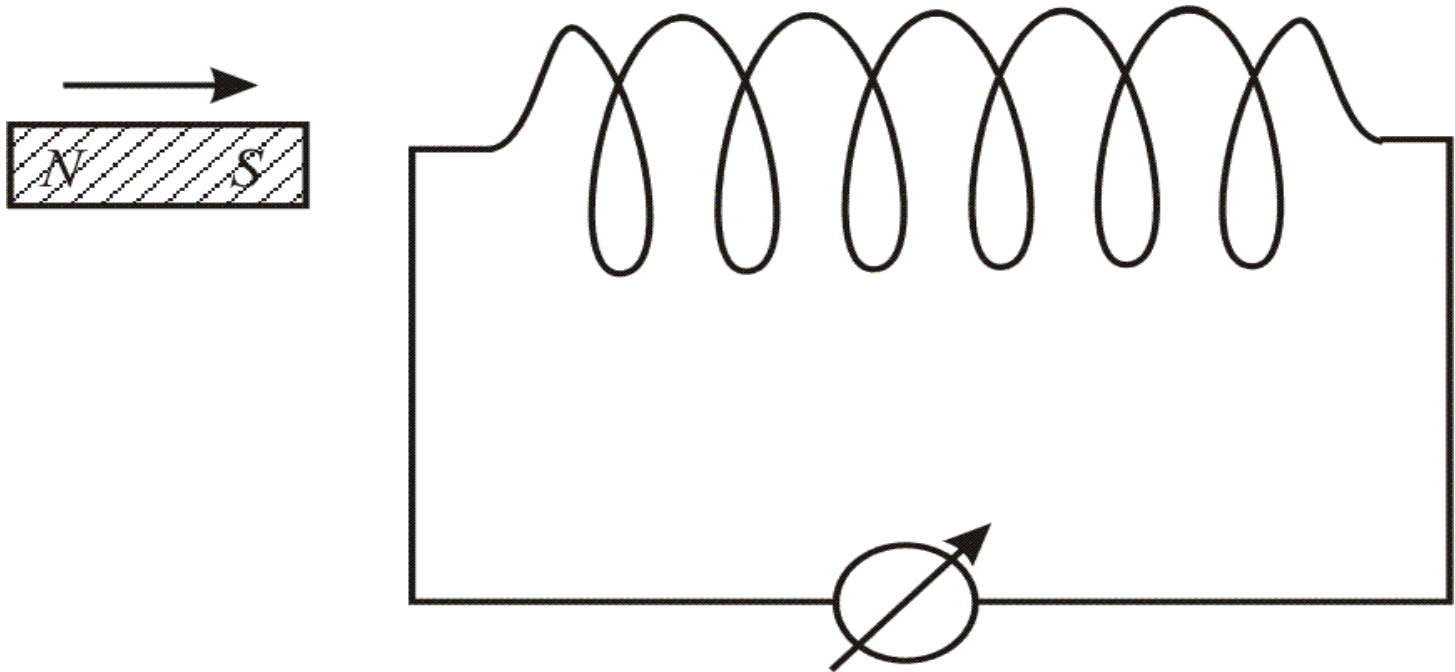
$$\mathcal{E}_i = \vec{\mathbf{B}} [\vec{\mathbf{l}} \vec{\mathbf{v}}] = \frac{\vec{\mathbf{B}} [\vec{\mathbf{l}}, \vec{\mathbf{v}} dt]}{dt}.$$

$$[\vec{\mathbf{l}}, \vec{\mathbf{v}} dt] = -\vec{\mathbf{n}} dS,$$

$$\vec{\mathbf{B}} [\vec{\mathbf{l}}, \vec{\mathbf{v}} dt] = -\vec{\mathbf{B}} \vec{\mathbf{n}} dS = -d\Phi.$$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

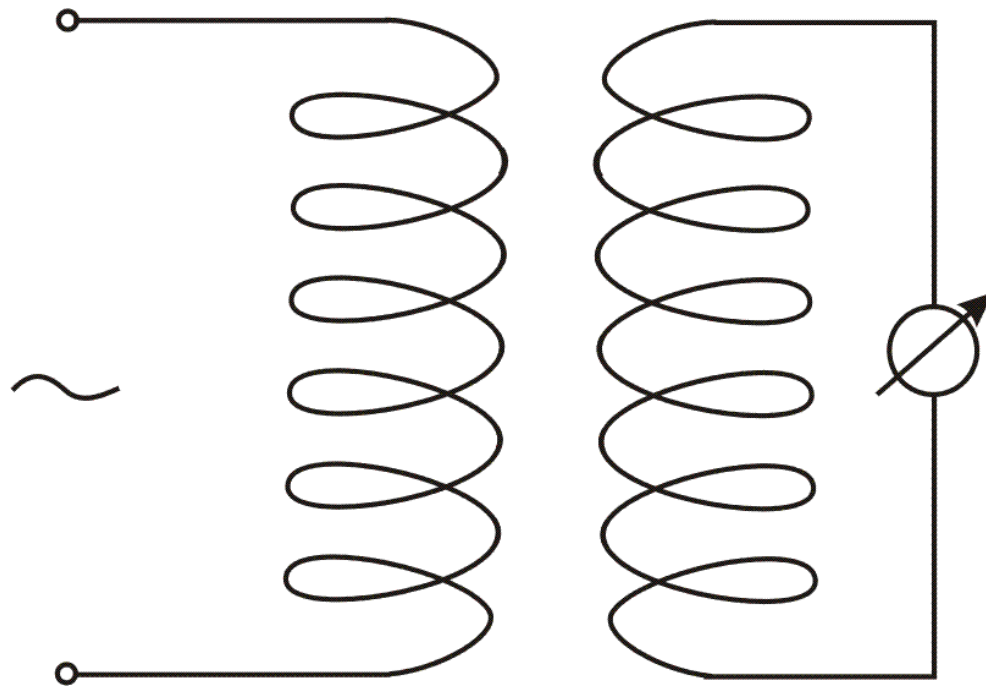
# Известные **опыты Фарадея** по магнетизму: катушка и постоянный магнит



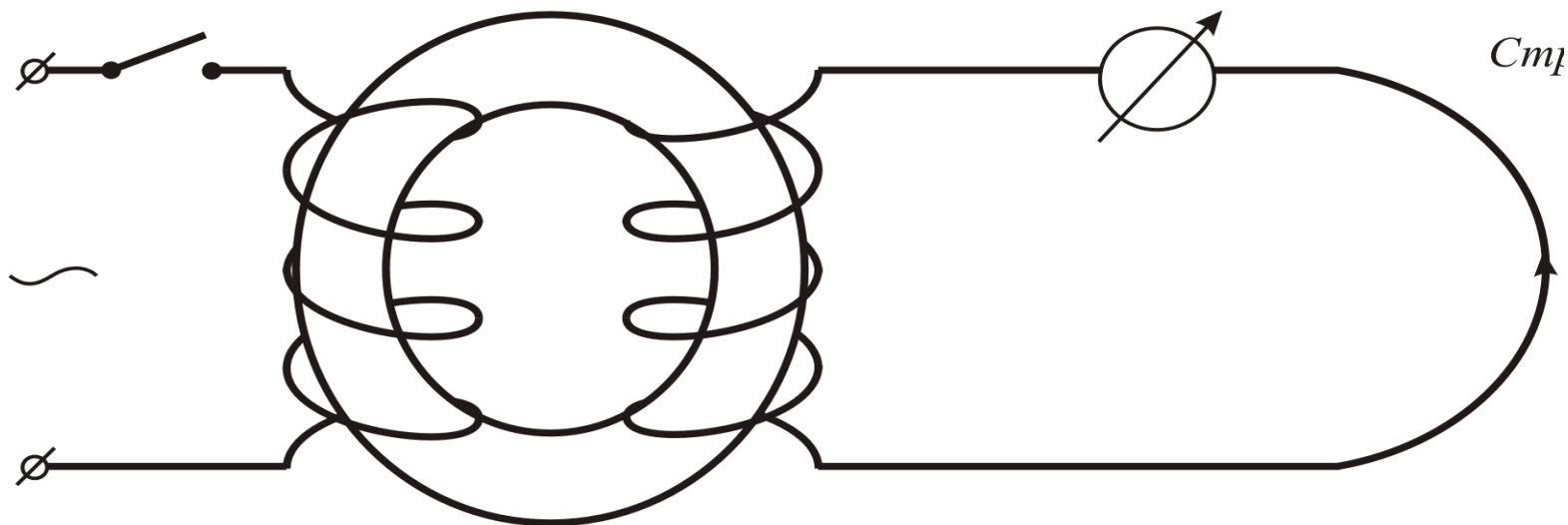
Если перемещать магнит относительно катушки,  
то в катушке возникнет электрический ток.



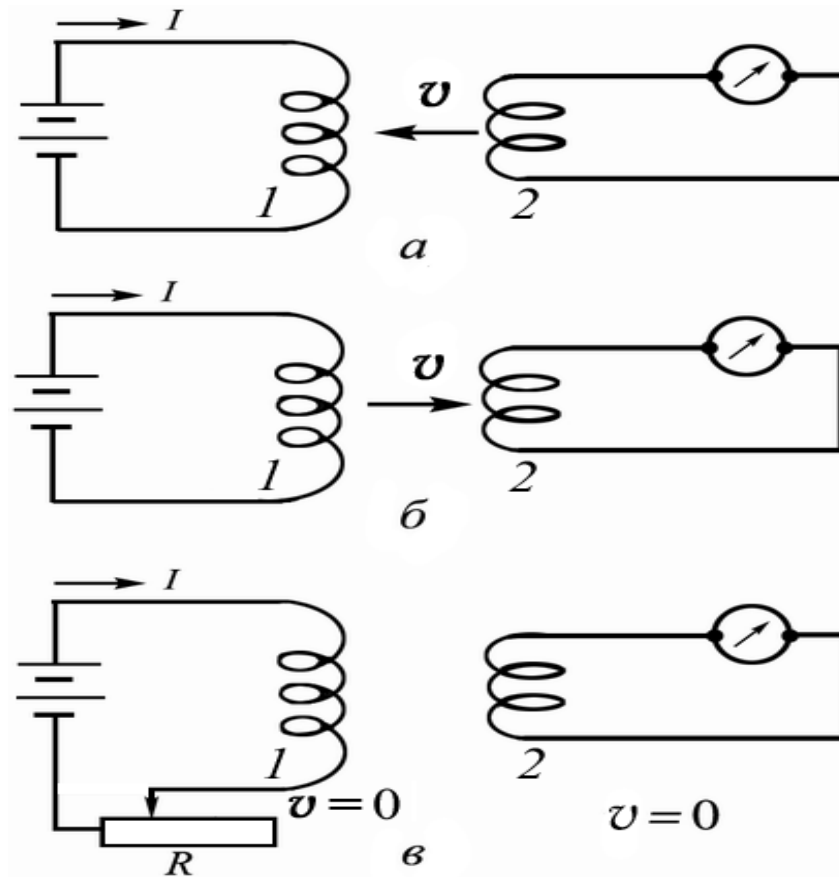
То же самое с двумя близко расположенными катушками: если к одной из катушек подключить источник переменного тока, то в другой тоже возникает переменный ток.



Эффект усилится, если две катушки  
соединить намагничиваемым  
сердечником.



**При этом, явление совершенно не зависит от способа изменения потока вектора магнитной индукции.**



Получается, что **движущиеся заряды (ток) создают магнитное поле, а движущееся магнитное поле создает (вихревое) электрическое поле или индукционный ток**

Для многих витков или источников

$$\mathcal{E}_i = - \sum \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \left( \sum \Phi \right).$$

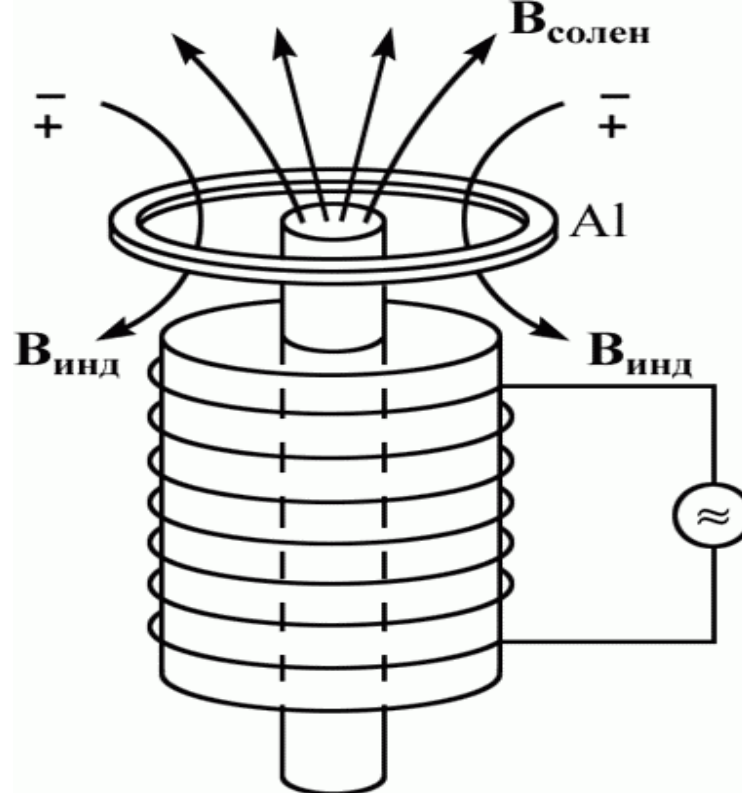
$$\Psi = \sum \Phi \quad - \text{потокосцепление}$$

При равенстве потоков  $\Psi = N \Phi.$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Psi}{dt}.$$

В 1833 г. Ленц установил общее **правило нахождения направления индукционного тока**: **индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.**

**Это утверждение носит название правила Ленца.**

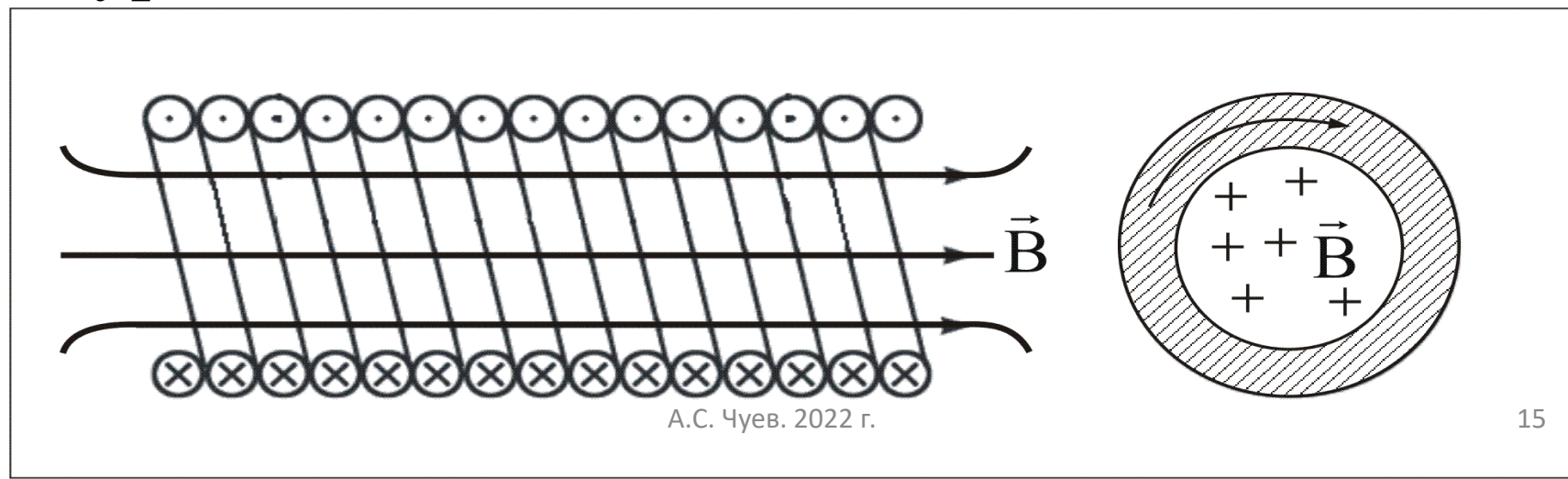


Алюминиевое кольцо выталкивается и задерживается над сердечником соленоида, подключенного к генератору переменного электрического тока.

Сила отталкивания возникает в соответствии с **правилом Ленца** – **индукционный ток порождает магнитное поле, препятствующее изменению магнитного потока в контуре**

# Явление самоиндукции

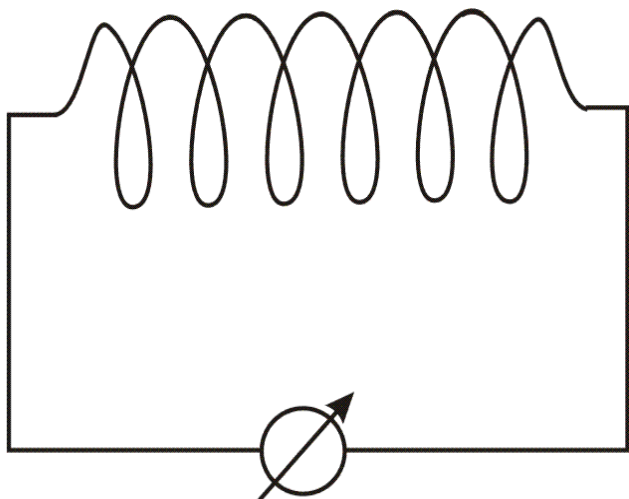
До сих пор мы рассматривали изменяющиеся магнитные поля не обращая внимание на то, что является их источником. На практике, чаще всего магнитные поля создаются с помощью различного рода соленоидов, т.е. многовитковых контуров с током.



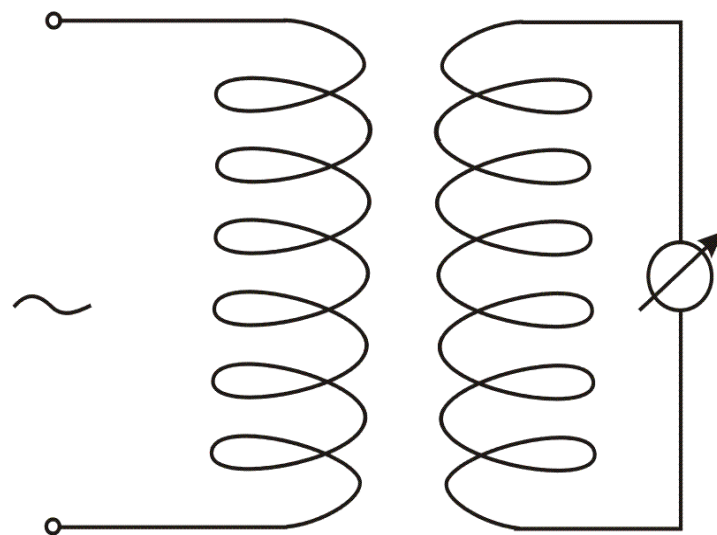
Здесь возможны два случая:

**при изменении тока в контуре  
изменяется магнитный поток,  
пронизывающий:**

**а) этот же контур,**



**б) соседний контур.**





- ЭДС индукции, возникающая в самом же контуре называется **ЭДС самоиндукции**, а само явление – **самоиндукция**.
- Если же ЭДС индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении **взаимной индукции**.
- Ясно, что **природа явления одна и та же**, а разные названия – чтобы подчеркнуть место возникновения ЭДС индукции.

Т.к. магнитная индукция  $B$  пропорциональна току  $I$  ( $B = \mu\mu_0 nI$ ), следовательно

$$\Psi = LI,$$

где  $L$  – коэффициент пропорциональности, названный **индуктивностью контура**.

$L = \text{const}$ , если внутри контура нет ферромагнетиков,  
т.к.  $\mu = f(I) = f(H)$

Индуктивность контура  $L$  **зависит от геометрии контура: числа витков, площади витка контура**.

*За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого контура, у которого при токе  $I = 1\text{А}$  возникает полный поток  $\Psi = 1\text{Вб}$ .*

*Эта единица называется Генри (Гн).*

Единица измерения **ИНДУКТИВНОСТИ**

$$[L] = \text{Гн}$$

$$[L] = \frac{\Psi}{[I]} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{Ом} \cdot \text{с} = 1\text{Гн}$$

# Индуктивность соленоида $L$ .

Было в лекции 5

Если длина соленоида  $l$  гораздо больше его диаметра  $d$  ( $l \gg d$ ), то к нему можно применить формулы для бесконечно длинного соленоида.

Из циркуляции вектора  $B$

$$B = \mu\mu_0 I \frac{N}{l}$$

Здесь  $N$  – число витков.

Поток через каждый из витков  $\Phi = BS$

Потокосцепление  $\Psi = NBS = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} NS = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I$

По определению:

$$\Psi = LI$$

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

*При изменении тока в контуре в нем возникает ЭДС самоиндукции, равная*

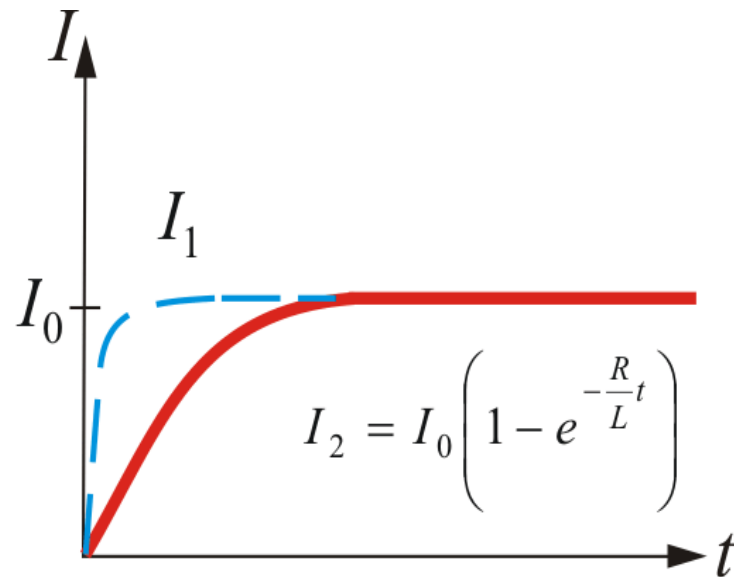
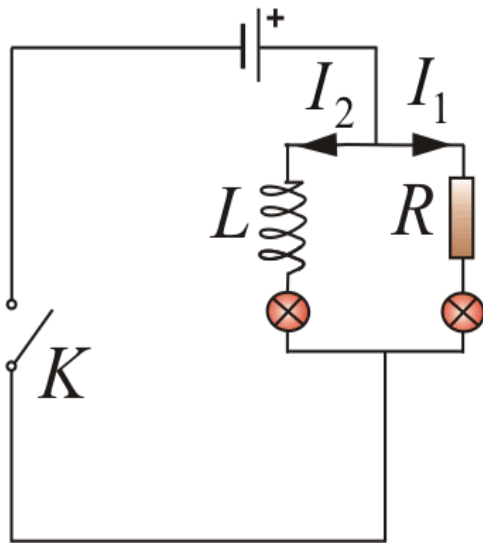
$$E_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt}(IL) = -L\frac{dI}{dt}$$

Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца.

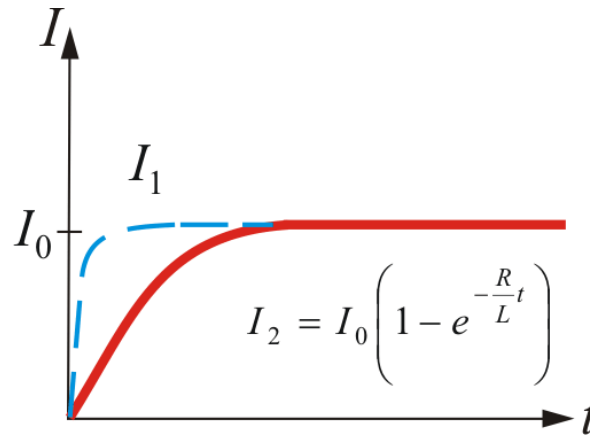
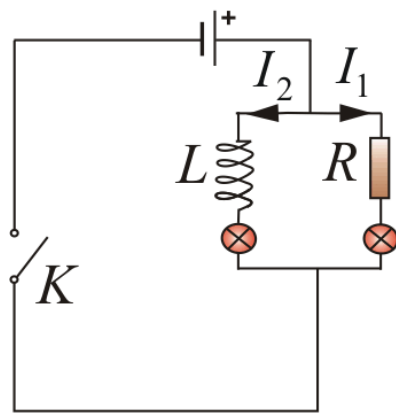
$$E_i = -L\frac{dI}{dt}$$

# Явление самоиндукции при замыкании и размыкании цепи, содержащей индуктивность

**Случай 1.** Подключение к источнику цепи с индуктивностью



***По правилу Ленца, токи возникающие в цепях вследствие самоиндукции всегда направлены так, чтобы препятствовать изменению тока, текущего в цепи.***



Это приводит к тому, что при замыкании ключа  $K$  установление тока  $I_2$  в цепи содержащей индуктивность  $L$ , будет происходить не мгновенно, а постепенно.

**Сила тока** в этой цепи будет удовлетворять уравнению

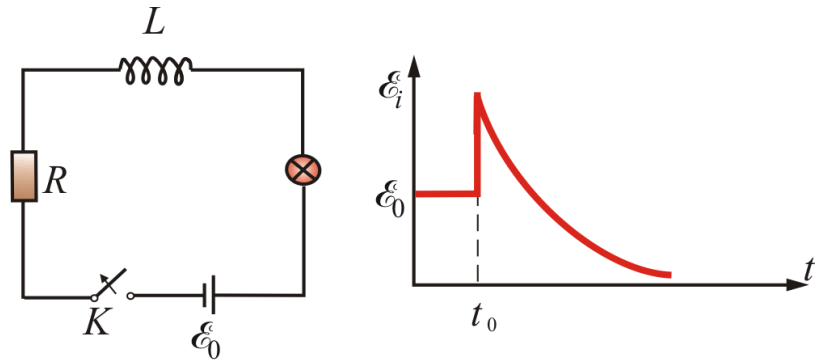
$$I_2 = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

Скорость возрастания тока будет характеризоваться **постоянной времени цепи**

$$\tau = \frac{L}{R}$$

В цепи, содержащей только активное сопротивление  $R$  ток  $I_1$  установится практически мгновенно.

**Случай 2.** Отключение цепи, содержащей индуктивность  $L$ , от источника.



Размыкание цепи в момент времени  $t_0$  приводит к *резкому возрастанию ЭДС индукции, определяемой по формуле*

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}. \quad R \rightarrow \infty$$

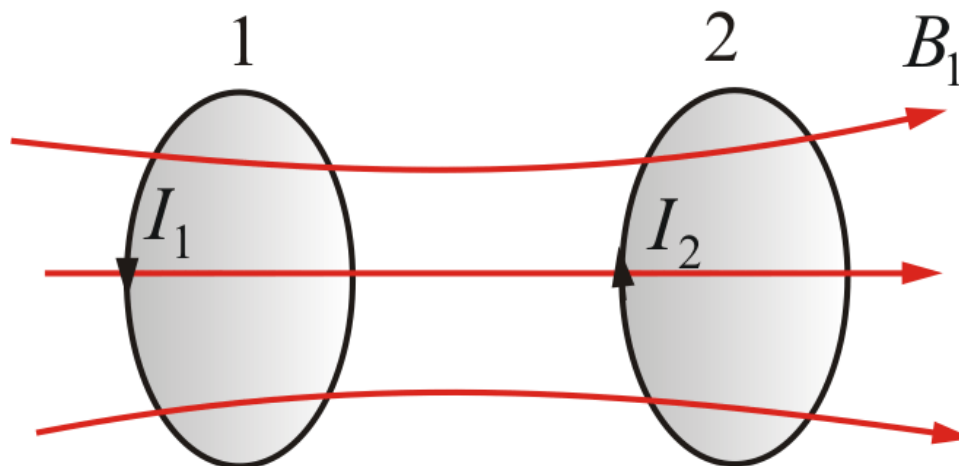
Происходит этот скачок напряжения вследствие большой величины скорости изменения тока  $\frac{dI}{dt}$ .



Нельзя резко размыкать цепь,  
состоящую из трансформатора и других  
индуктивностей.

# Взаимная индукция

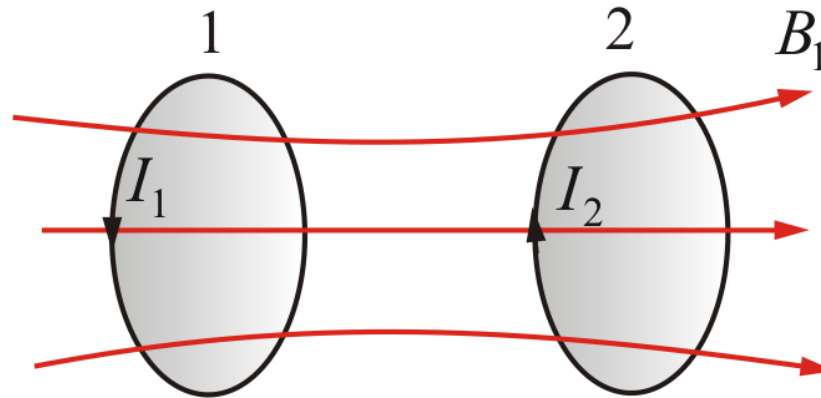
Возьмем два контура, расположенные недалеко друг от друга



В первом контуре течет ток  $I_1$ .

Он создает магнитный поток, который пронизывает и витки второго контура.

$$\Psi_2 = L_{21}I_1$$



При изменении тока  $I_1$  во втором контуре наводится ЭДС индукции

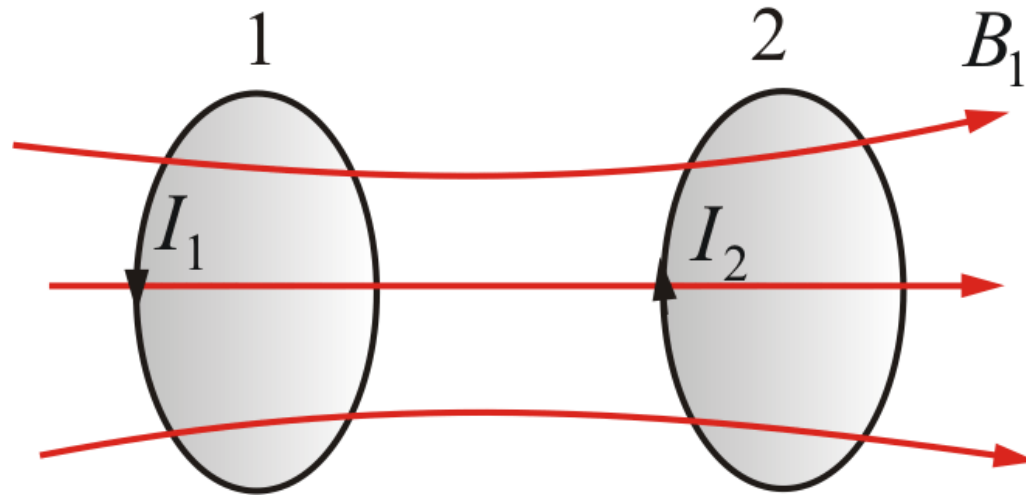
$$\Psi_1 = L_{12} I_2$$

Аналогично, ток  $I_2$  второго контура создает магнитный поток пронизывающий первый контур

$$\mathcal{E}_{12} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

И при изменении тока  $I_2$  наводится ЭДС

$$\mathcal{E}_{11} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$



Контуры называются *связанными*, а *явление* – *взаимной индукцией*.

Коэффициенты  $L_{21}$  и  $L_{12}$  называются *взаимной индуктивностью* или коэффициенты взаимной индукции.

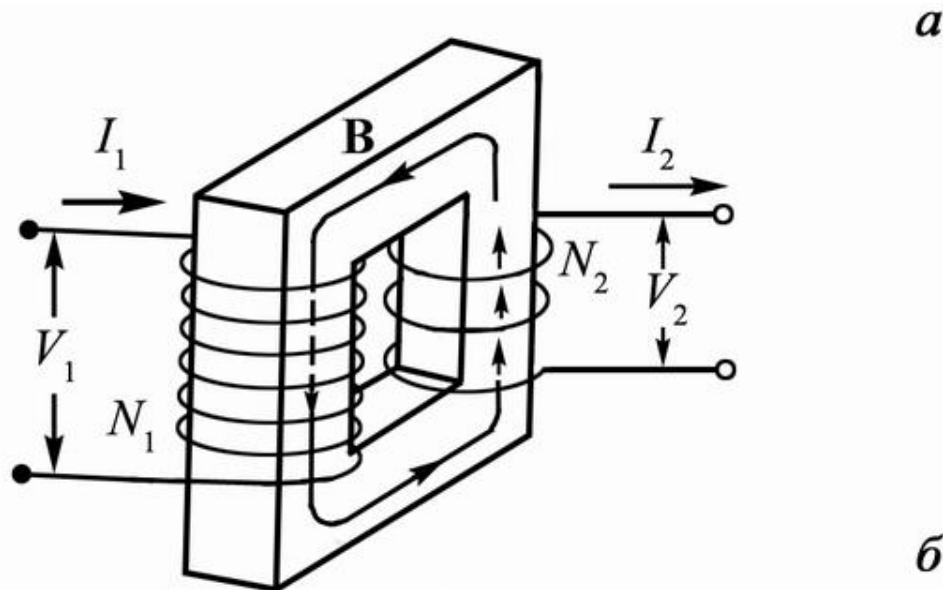
Причём  $L_{21} = L_{12}$ .

Трансформатор является типичным примером двух связанных контуров.

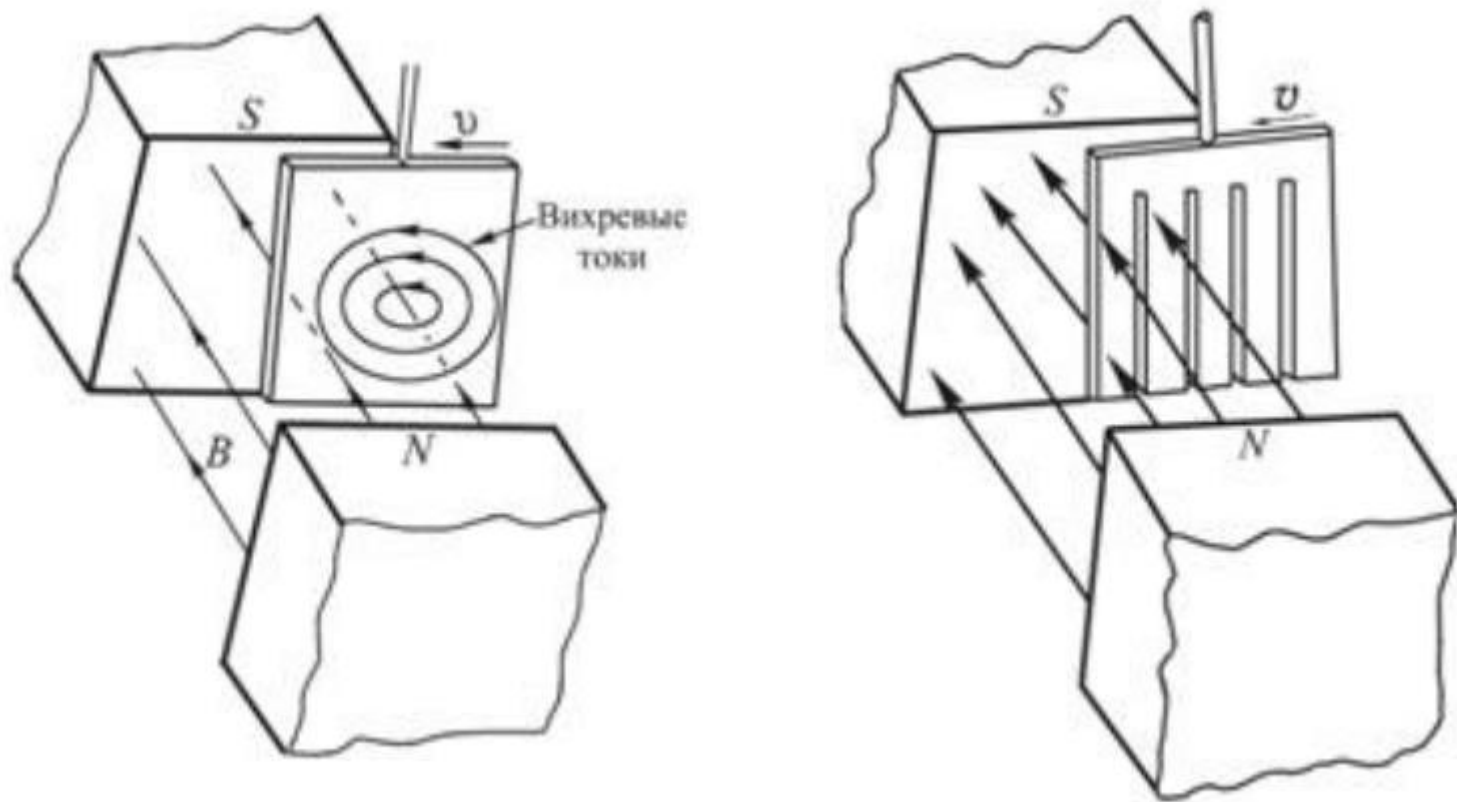
# Устройство трансформатора

Явление взаимной индукции используется в широко распространенных устройствах – **трансформаторах**.

Трансформатор был изобретен Яблочковым – русским ученым, в 1876г. для раздельного питания отдельных электрических источников света (свечи Яблочкова).

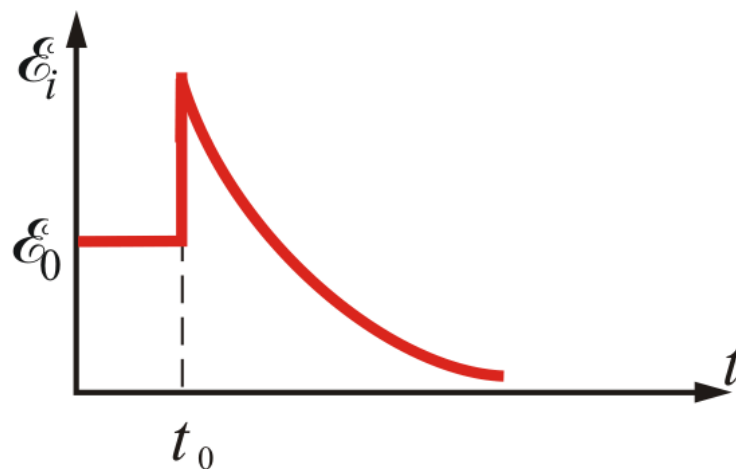
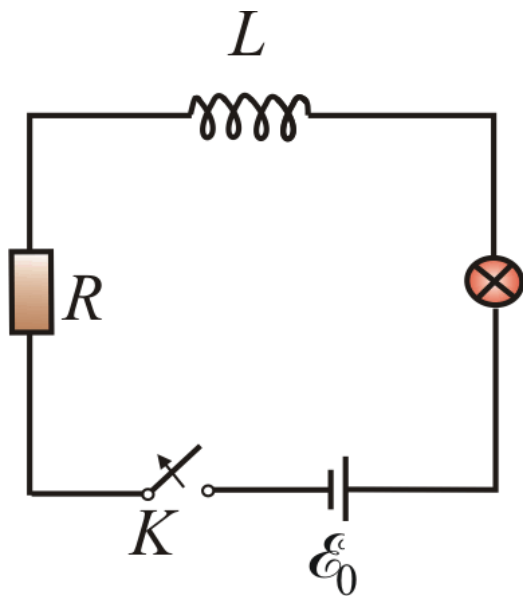


# Вихревые токи (токи Фуко)



# Энергия магнитного поля

Рассмотрим случай отключения индуктивности от источника тока



Считается, что ток в цепи после отключения поддерживается за счет ранее накопленной энергии магнитного поля

# Энергия индуктивности с током

$$dA = E_i Idt$$

$$dA = -L \frac{dI}{dt} Idt = -LI dI$$

$$A = -L \int_I^0 IdI = \frac{LI^2}{2}$$

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

$$W = \frac{\Phi^2}{2L}$$



$$W = \frac{LI^2}{2}$$

$$L = \mu_0 \mu n^2 V; \quad H = nI \quad \text{или} \quad I = \frac{H}{n}$$

$n$  – количество витков на единицу длины соленоида

**Объемная плотность энергии магнитного поля**

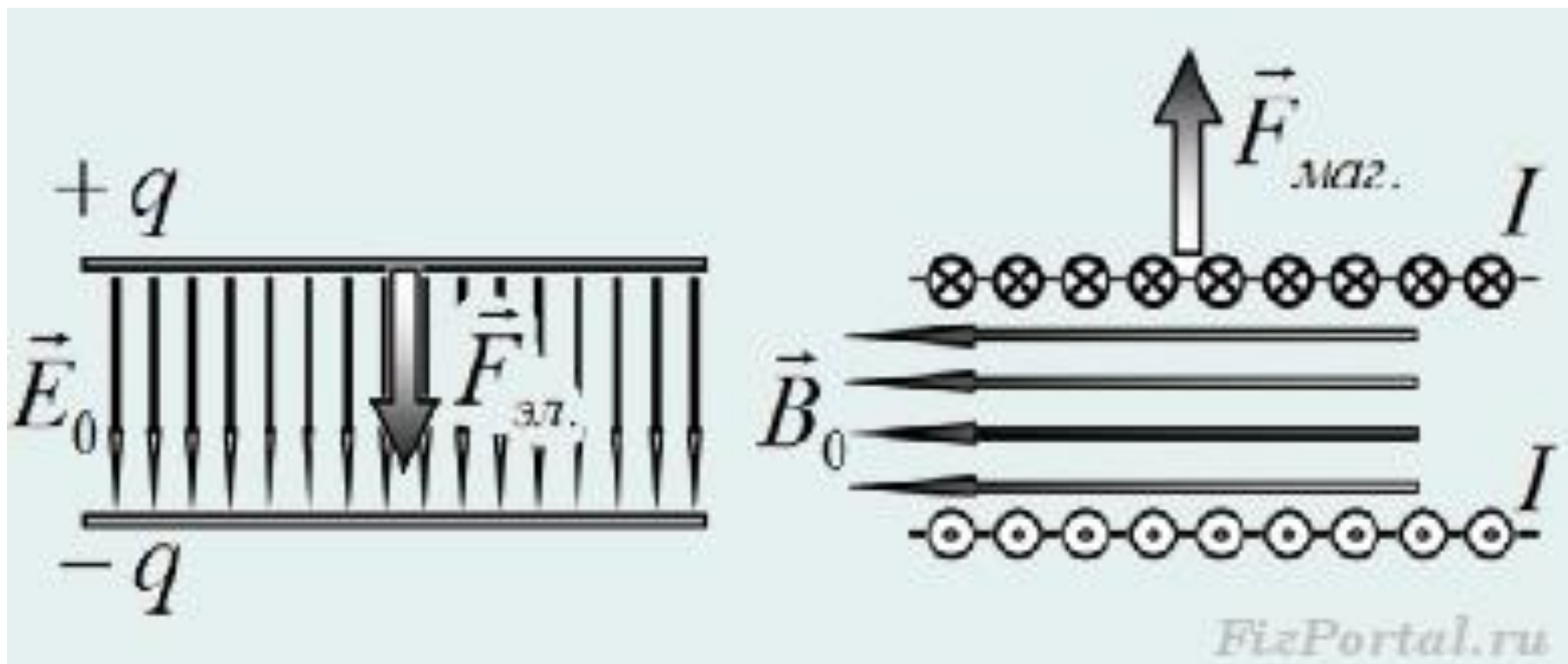
$$W = \frac{\mu \mu_0 n^2 V H^2}{2n^2} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} V$$

$$W = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} V$$

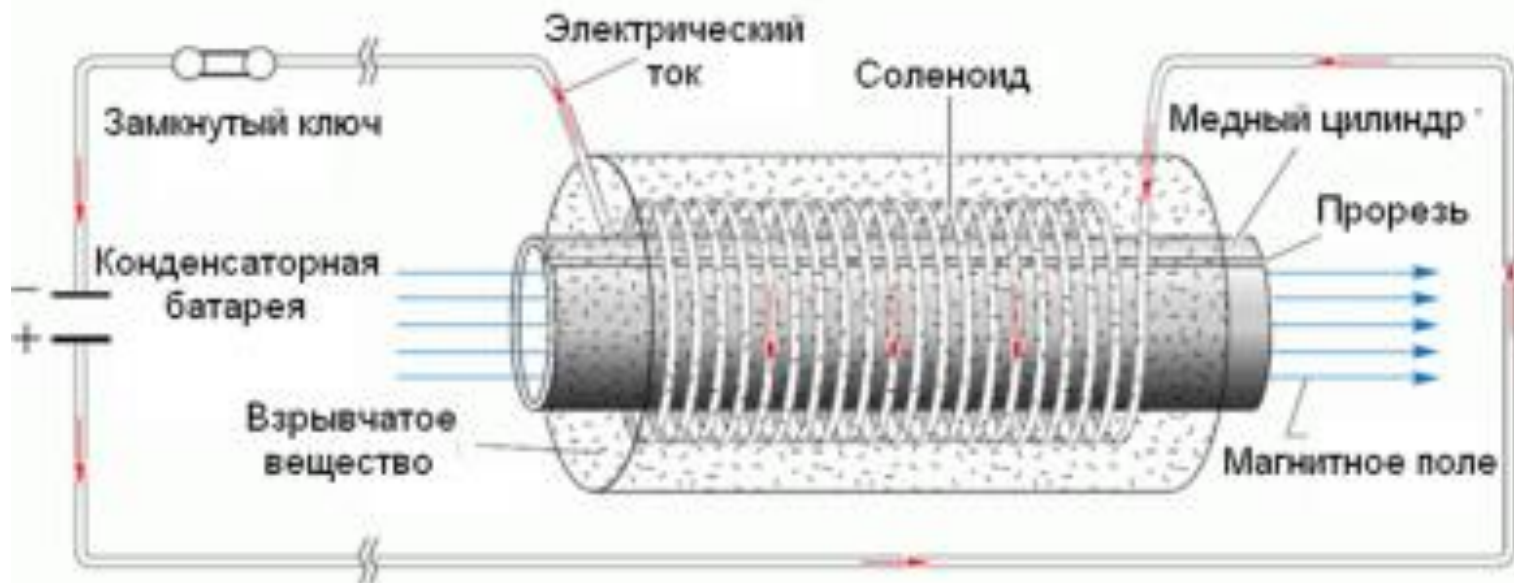
$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} .$$

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{HB}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} .$$

# Магнитное давление



# Магнитокумулятивный генератор



Андрей Сахаров



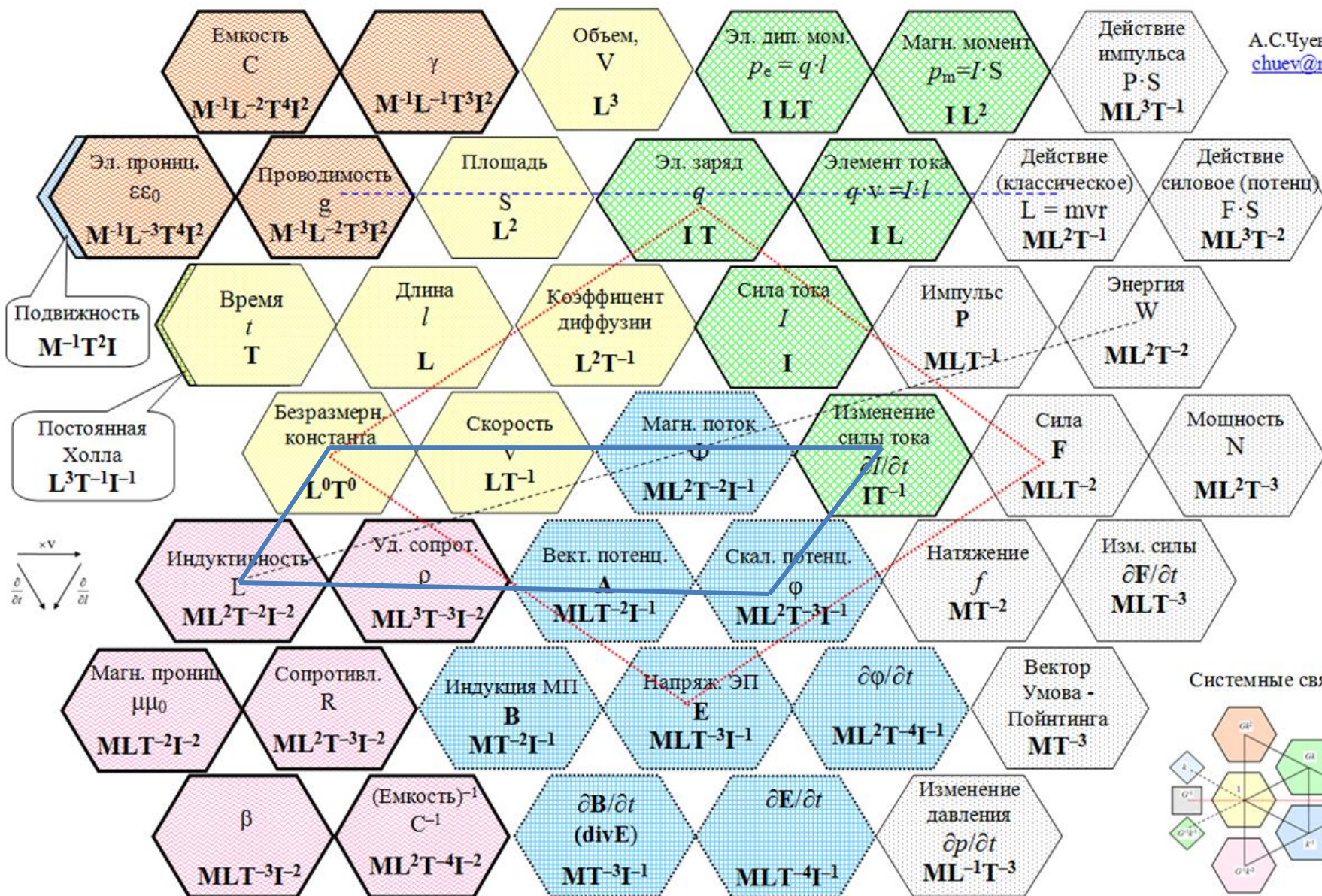
Кларенс Фоулер

# Факультативный материал и материал для повторения

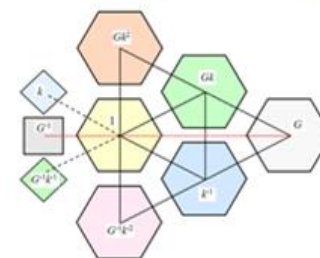


# СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

А.С.Чуев. 2013  
[chuev@mail.ru](mailto:chuev@mail.ru)



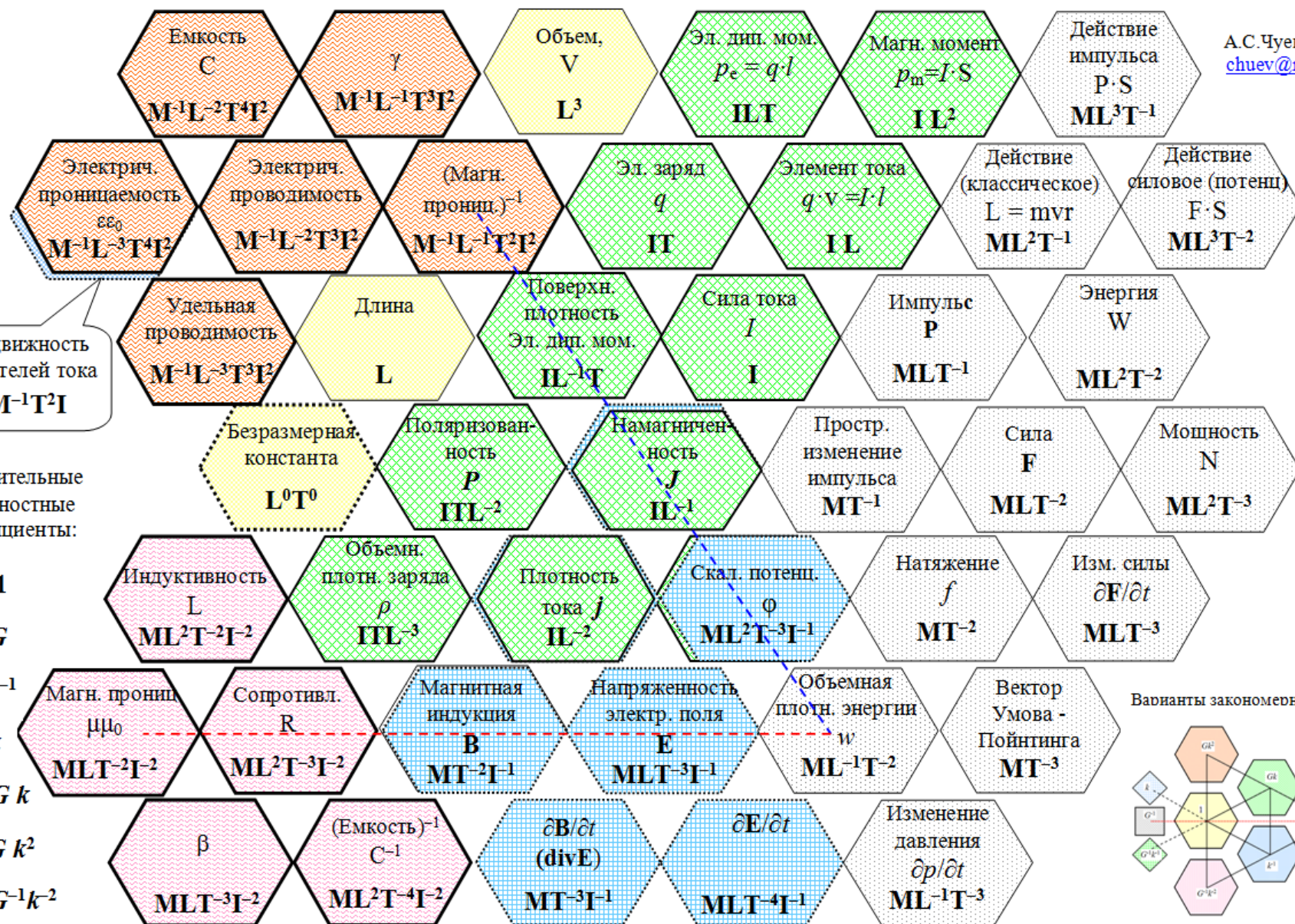
Системные связи ФВ





# Система электромагнитных величин и их взаимосвязей

А.С.Чуев. 2013  
[chuev@mail.ru](mailto:chuev@mail.ru)





# СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ

А.С.Чуев. 2013  
[chuev@mail.ru](mailto:chuev@mail.ru)

Подвижность  
 $M^{-1}T^2I$

Емкость  
 $C$   
 $M^{-1}L^{-2}T^4I^2$

$\gamma$   
 $M^{-1}L^{-1}T^3I^2$

Объем,  
 $V$   
 $L^3$

Эл. дип. мом.  
 $p_e = q \cdot l$   
 $ILT$

Магн. момент  
 $p_m = I \cdot S$   
 $IL^2$

Действие  
 импульса  
 $P \cdot S$   
 $ML^3T^{-1}$

Эл. прониц.  
 $\epsilon\epsilon_0$   
 $M^{-1}L^{-3}T^4I^2$

Проводимость  
 $g$   
 $M^{-1}L^{-2}T^3I^2$

Площадь  
 $S$   
 $L^2$

Эл. заряд  
 $q$   
 $IT$

Элемент тока  
 $q \cdot v = I \cdot l$   
 $IL$

Действие  
 (классическое)  
 $L = mvr$   
 $ML^2T^{-1}$

Действие  
 силовое (потенц)  
 $F \cdot S$   
 $ML^3T^{-2}$

Постоянная  
 Холла  
 $L^3T^{-1}I^{-1}$

Время  
 $t$   
 $T$

Длина  
 $l$   
 $L$

Коэффициент  
 диффузии  
 $L^2T^{-1}$

Сила тока  
 $I$   
 $I$

Импульс  
 $P$   
 $MLT^{-1}$

Энергия  
 $W$   
 $ML^2T^{-2}$

$\times V$   
 $\frac{\partial}{\partial t}$

Безразмерн.  
 константа  
 $L^0T^0$

Скорость  
 $v$   
 $LT^{-1}$

Магн. поток  
 $\Phi$   
 $ML^2T^{-2}I^{-1}$

Изменение  
 силы тока  
 $\frac{\partial I}{\partial t}$   
 $IT^{-1}$

Сила  
 $F$   
 $MLT^{-2}$

Мощность  
 $N$   
 $ML^2T^{-3}$

Индуктивность  
 $L$   
 $ML^2T^{-2}I^{-2}$

Уд. сопротив.  
 $\rho$   
 $ML^3T^{-3}I^{-2}$

Вект. потенц.  
 $A$   
 $MLT^{-2}I^{-1}$

Скал. потенц.  
 $\phi$   
 $ML^2T^{-3}I^{-1}$

Натяжение  
 $f$   
 $MT^{-2}$

Изм. силы  
 $\frac{\partial F}{\partial t}$   
 $MLT^{-3}$

Магн. прониц.  
 $\mu\mu_0$   
 $MLT^{-2}I^{-2}$

Сопротивл.  
 $R$   
 $ML^2T^{-3}I^{-2}$

Индукция МП  
 $B$   
 $MT^{-2}I^{-1}$

Напряж. ЭП  
 $E$   
 $MLT^{-3}I^{-1}$

$\frac{\partial \phi}{\partial t}$   
 $ML^2T^{-4}I^{-1}$

Вектор  
 Умова -  
 Пойнтинга  
 $MT^{-3}$

$\beta$   
 $MLT^{-3}I^{-2}$

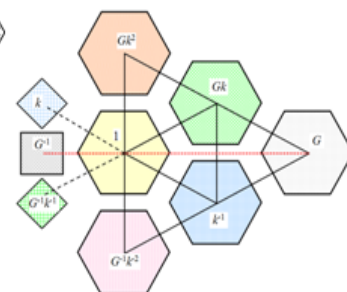
(Емкость) $^{-1}$   
 $C^{-1}$   
 $ML^2T^{-4}I^{-2}$

$\frac{\partial B}{\partial t}$   
 (divE)  
 $MT^{-3}I^{-1}$

$\frac{\partial E}{\partial t}$   
 $MLT^{-4}I^{-1}$

Изменение  
 давления  
 $\frac{\partial p}{\partial t}$   
 $ML^{-1}T^{-3}$

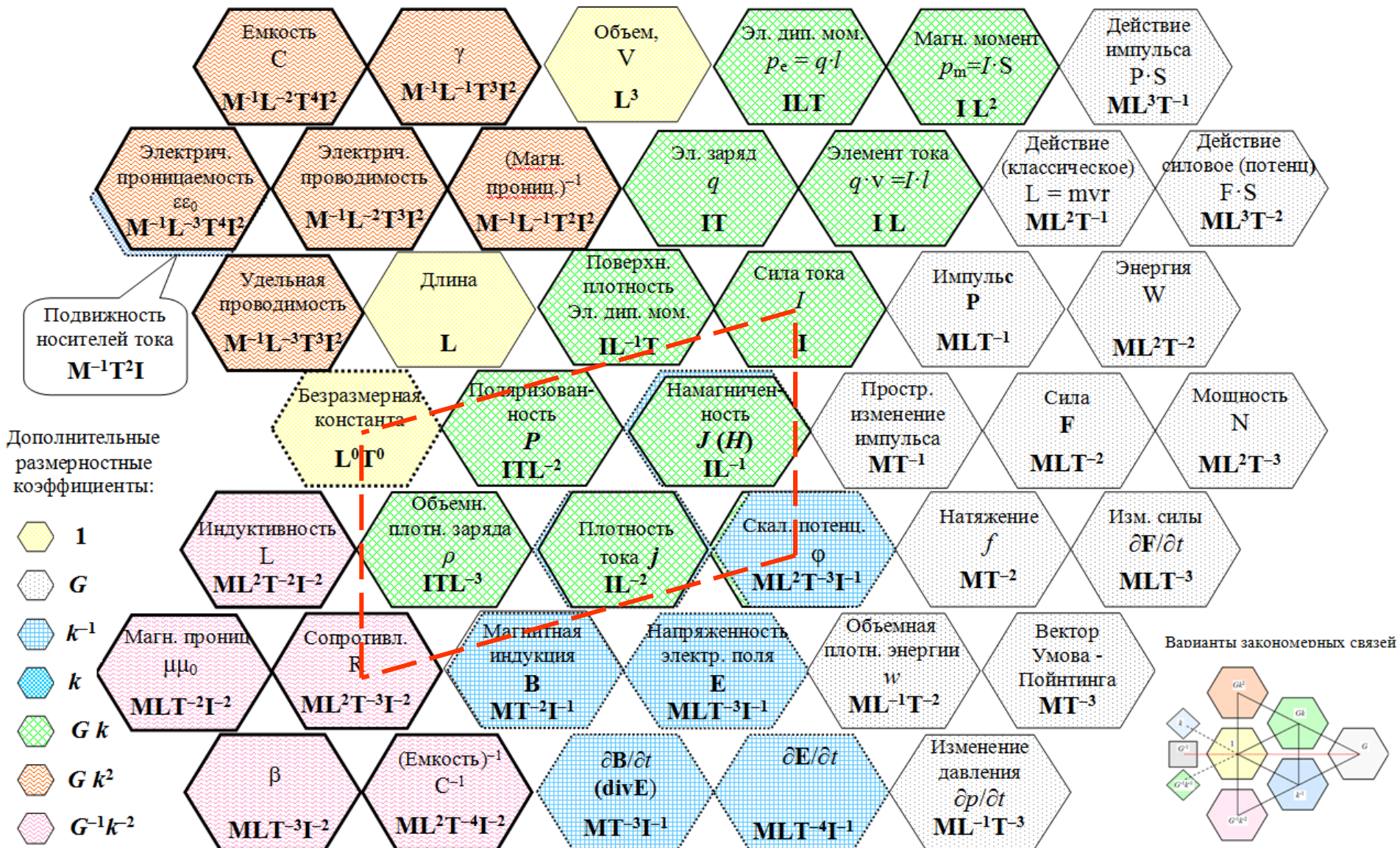
Системные связи ФВ



А.С. Чуев. 2022 г.



# Система электромагнитных величин и их взаимосвязей





# Источники электрического и магнитного полей

$$q = \mathcal{M} = \sigma S = \rho V; \quad \vec{p}_e = q\vec{l}$$

$$q\vec{v} = \vec{I}l = \vec{j}V; \quad \vec{p}_m = IS\vec{n}$$

## Основные полевые параметры без учета влияния вещественной среды

$$\varphi = \frac{W}{q_{\text{пр}}}; \quad \varphi = \frac{1}{\varepsilon_0 4\pi r} \int \rho dV;$$

$$|\vec{A}| = \frac{W}{|\vec{j}V|_{\text{пр}}}; \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} \int \vec{j}_0 dV;$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}; \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0}{r^2} \vec{e}_r$$

$$B = \frac{F}{jV_{\text{пр}}}; \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} [\vec{j}_0 \times \vec{e}_r] dV$$

## Взаимосвязь полевых параметров и источников поля

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi; \quad \Delta\varphi = \rho/\varepsilon_0$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}; \quad \Delta\vec{A} = \mu_0 \vec{j}$$

## Силовое поле, создаваемое диполем

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{p_e}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$$

$$B = \mu_0 \frac{p_m}{4\pi r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$$

## Потенциальная энергия диполя, находящегося в силовом поле

$$W = -\vec{p}_e \vec{E}$$

$$W = -\vec{p}_m \vec{B}$$

## Вращательный момент сил, действующих на диполь в однородном поле

$$\vec{M} = [\vec{p}_e \times \vec{E}]$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

## Сила, действующая на диполь в неоднородном поле

$$F = p_e \frac{\partial E}{\partial x}$$

$$F = p_m \frac{\partial B}{\partial x}$$

# Реакция вещества на внешнее поле

$$\vec{P} = \frac{(\varepsilon - 1)\vec{D}}{\varepsilon} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}; \quad \kappa = \varepsilon - 1;$$

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_q}{V}$$

$$\vec{J} = \chi \vec{H}; \quad \chi = \mu - 1;$$

$$\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_m}{V}$$

## Основные соотношения векторов

$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\vec{D} - \vec{P}) = \frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0} \vec{D}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) = \mu \mu_0 \vec{H}$$

## Граничные условия для векторов

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}; \quad D_{n1} = D_{n2};$$

$$P_n = \sigma' = \frac{q'^{\text{пов}}}{S}$$

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2}; \quad B_{n1} = B_{n2};$$

$$J_R = i'^{\text{пов}} = \frac{I'^{\text{пов}}}{2\pi R}$$

## Характерные интегральные соотношения для векторов

$$\oint \vec{D} d\vec{S} = q; \quad \oint \vec{P} d\vec{S} = -q'$$

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} (q + q') = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0}; \quad \oint \vec{E} d\vec{l} = 0$$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I; \quad \oint \vec{J} d\vec{l} = \sum I'$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I') = \mu \mu_0 I; \quad \oint \vec{B} d\vec{S} = 0$$

## Характерные дифференциальные соотношения для векторов

$$\text{div} \vec{D} = \rho; \quad \text{div} \vec{P} = -\rho'$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\rho + \rho') = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}; \quad \text{rot} \vec{E} = 0$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j}; \quad \text{rot} \vec{J} = \vec{j}'$$

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 (\vec{j} + \vec{j}') = \mu \mu_0 \vec{j}; \quad \text{div} \vec{B} = 0$$

# Примечания Чуева, выделены рамкой красного цвета

$$\vec{D} = \frac{\sum \vec{p}_e^{\text{вирт}}}{V}$$

$$D_{n1} = D_{n2}; \quad D_{\tau 1} = D_{\tau 2}.$$

На границе двух диэлектриков, возможно

$$\oint \vec{E} d\vec{l} \neq 0 \quad \text{и} \quad \text{rot} \vec{E} \neq 0$$

$$\vec{H} = \frac{\sum \vec{p}_m^{\text{вирт}}}{V}$$

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2}; \quad H_{n1} = H_{n2}; \quad \text{div} \vec{H} = 0.$$

На полюсах магнита и в отсутствии токов

$$\text{проводимости} \quad \text{div} \vec{B}/\mu_0 = -\text{div} \vec{J}$$

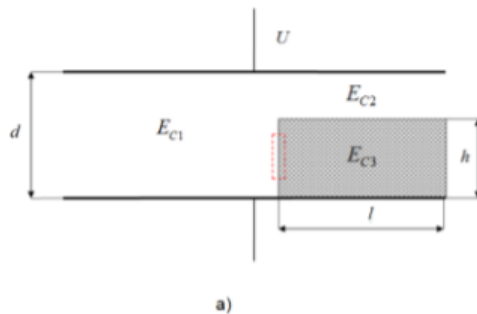
Соотношения, выделенные рамкой красного цвета, не являются общепризнанными.

## Подтверждающие примеры

$$U_{C1} = U$$

$$U_{C2} = U \frac{\varepsilon(d-h)}{\varepsilon(d-h)+h}$$

$$U_{C3} = U \frac{h}{\varepsilon(d-h)+h}$$



а)

$$E_{C1} = \frac{U}{d}$$

$$E_{C2} = \frac{\varepsilon U}{\varepsilon(d-h)+h}$$

$$E_{C3} = \frac{U}{\varepsilon(d-h)+h}$$



б)

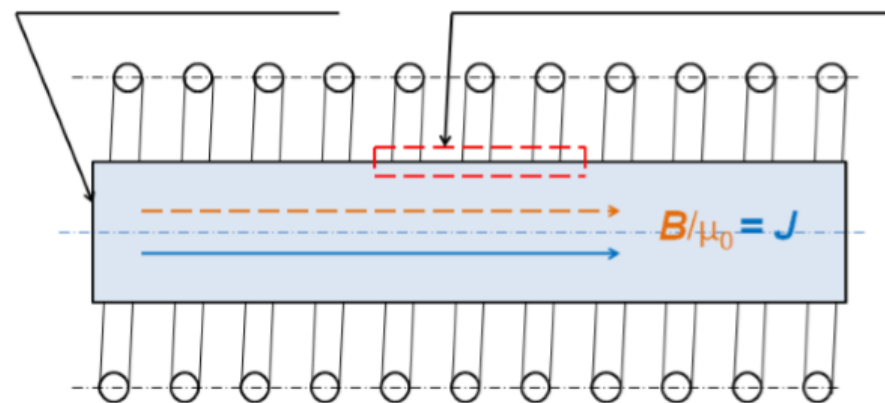
$$\frac{E_{C2}}{E_{C1}} = \frac{\varepsilon d}{\varepsilon(d-h)+h}$$

$$\frac{E_{C2}}{E_{C1}} = \varepsilon$$

$$\frac{E_{C3}}{E_{C1}} = \frac{d}{\varepsilon(d-h)+h}$$

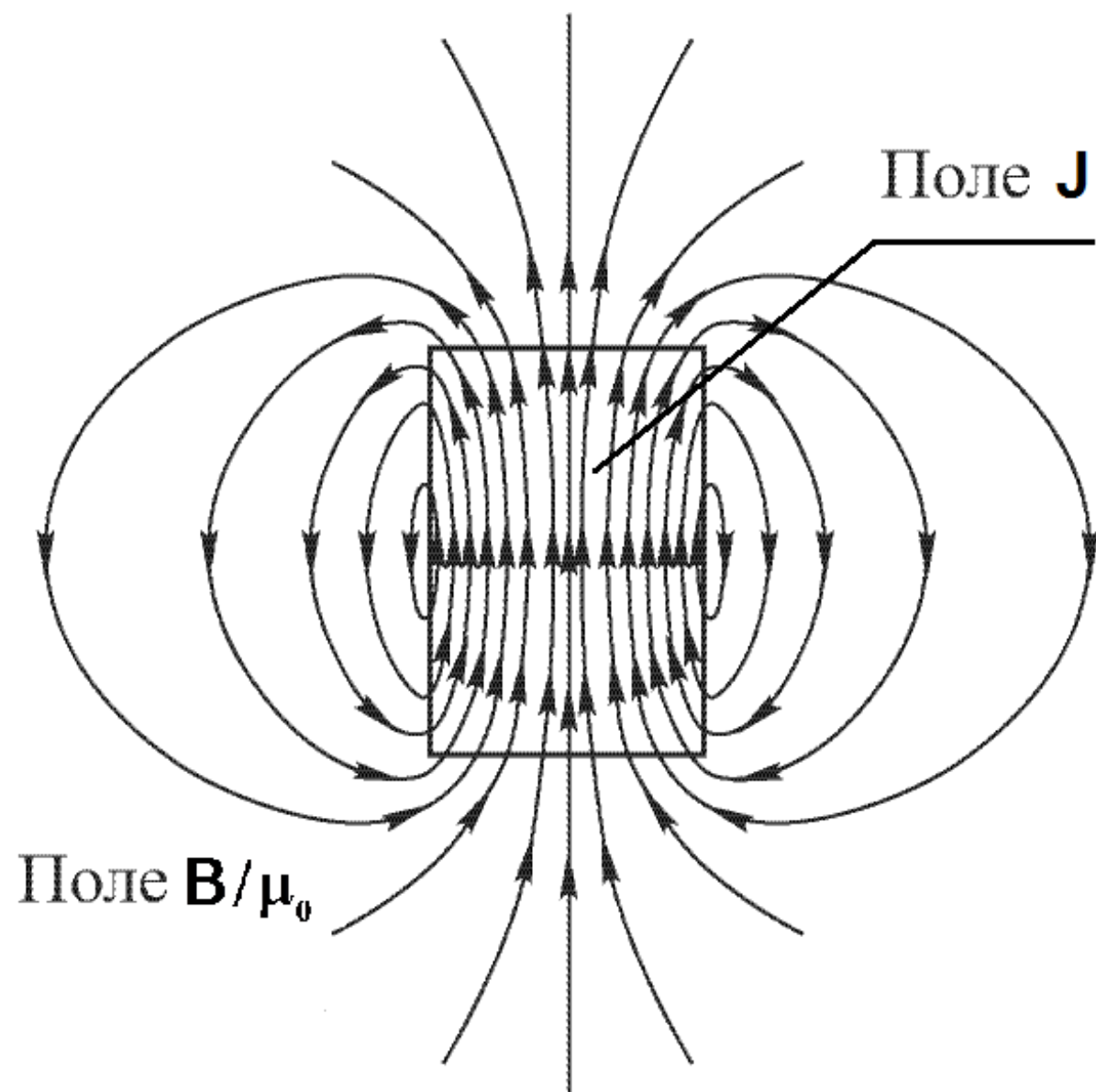
$$\text{div} \vec{J} = -\text{div} \vec{B}/\mu_0$$

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = 0; \quad \oint \vec{J} d\vec{l} \neq 0; \quad \oint \vec{B} d\vec{l} \neq 0$$



Ток катушки выключен, внутри стержня поле намагниченности  $\vec{J}$

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J}$$



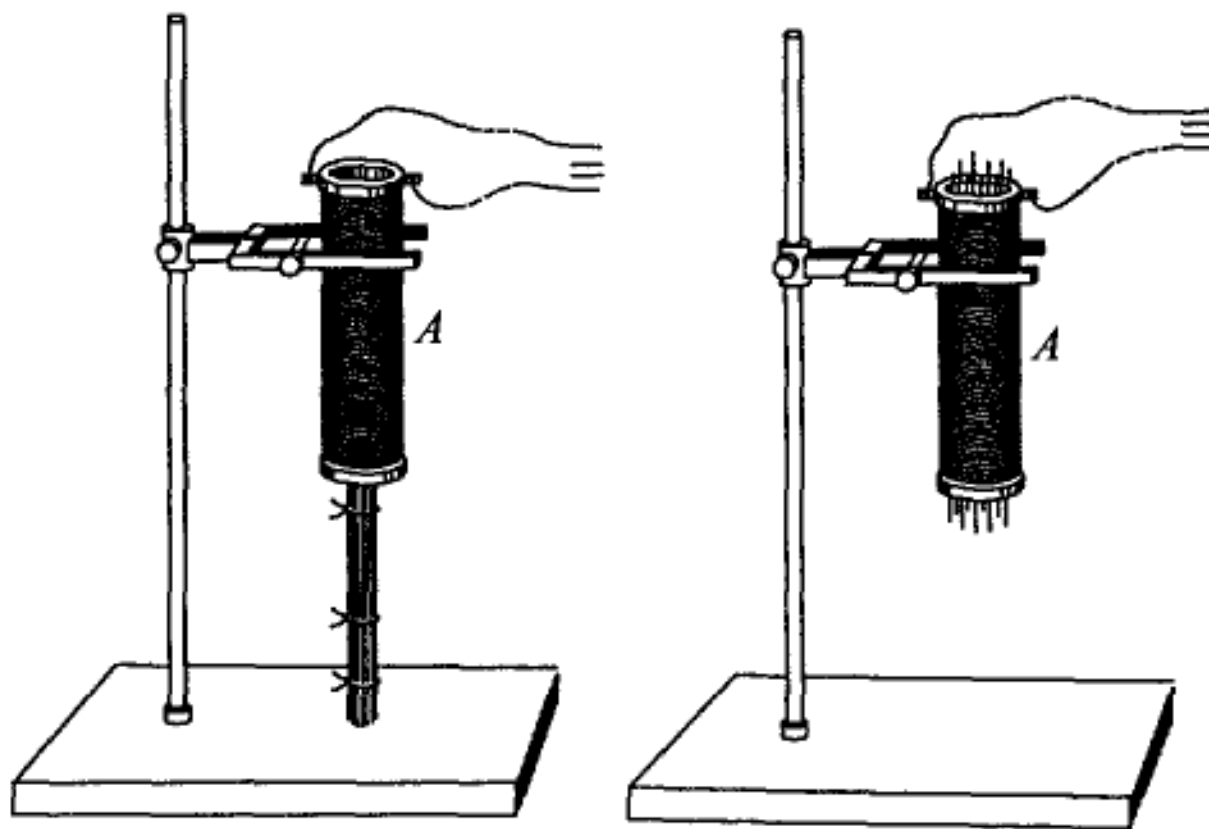
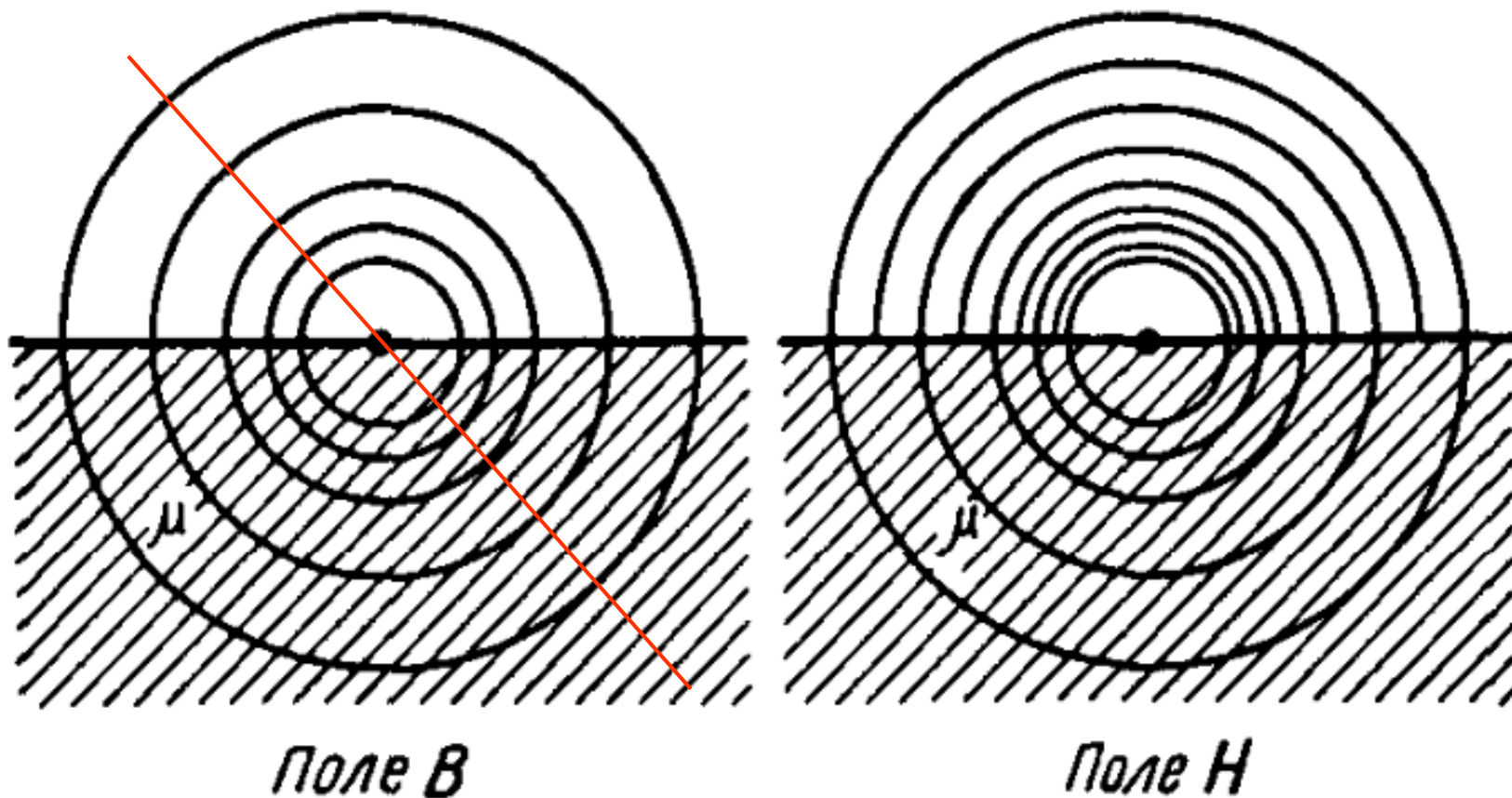


Рис 162. Железные проволоки порознь намагничиваются сильнее, чем толстый стержень, составленный из этих проволок

# Парадокс изображения магнитных полей



Закон Б-С-Л не выполняется

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

$$d\vec{H} = \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3}.$$

# Правильные соотношения магнитных векторов внутри магнетиков

Диамагнетики



Парамагнетики



Ферромагнетики



Обозначения:



Вектор  $H$  от токов проводимости



Вектор  $J$  - намагниченность магнетика



Вектор  $B/\mu_0$  (составной результирующий вектор)

# Конец лекции 9