

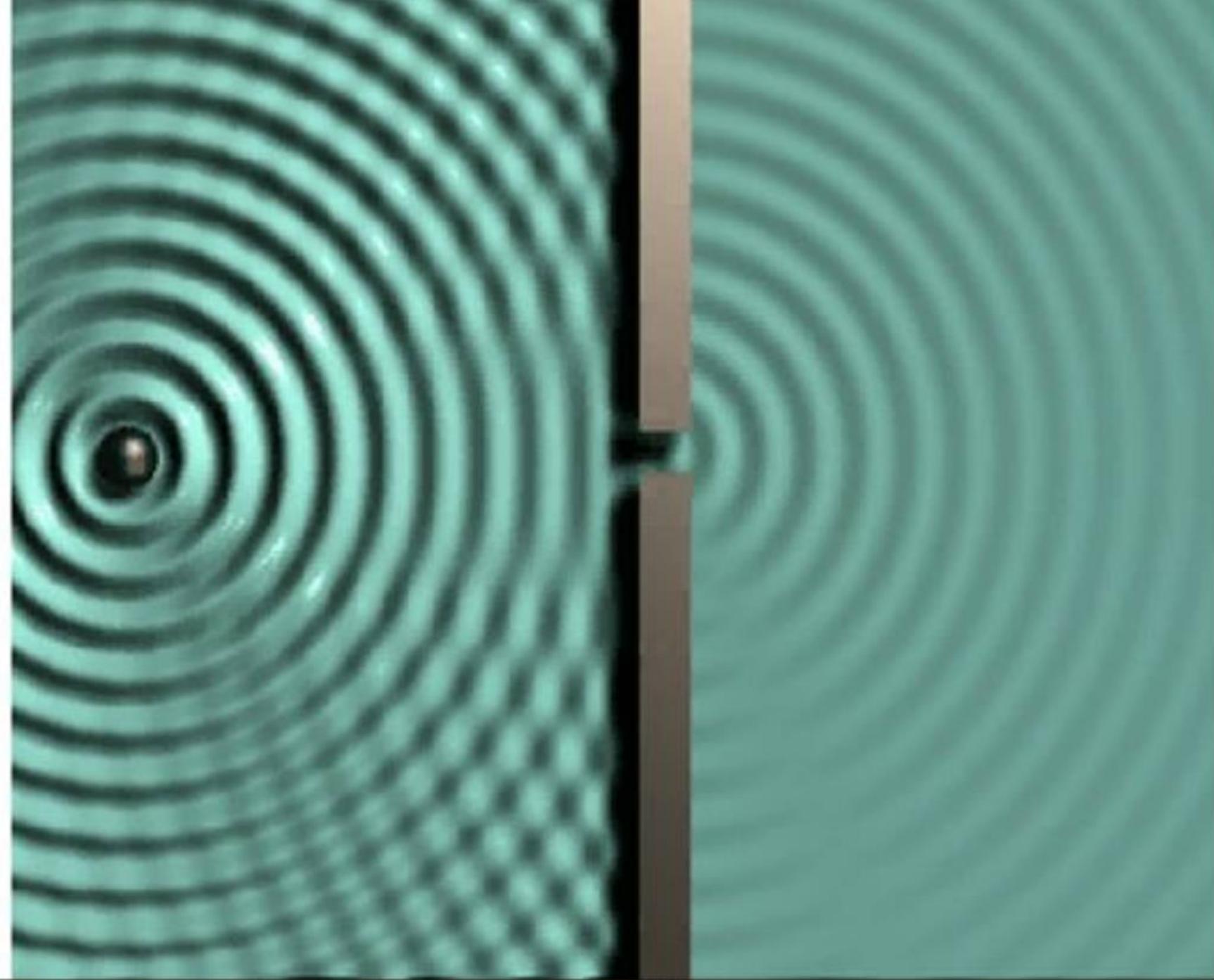
Лекции 14-15. Дифракция света

1. Принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Метод зон Френеля.
3. Дифракция от круглого отверстия и от круглого диска.
4. Дифракция Фраунгофера от щели.
5. Предельный переход от волновой оптики к геометрической.
6. Дифракционная решетка.
7. Спектральные характеристики дифракционных решеток.

Дифракция – наблюдаемое отклонение лучей волнового движения от прямолинейного (или сферического) распространения и захождение их в область тени.

Луч - это прямая (или искривленная) линия, вдоль которой распространяется энергия светового поля.

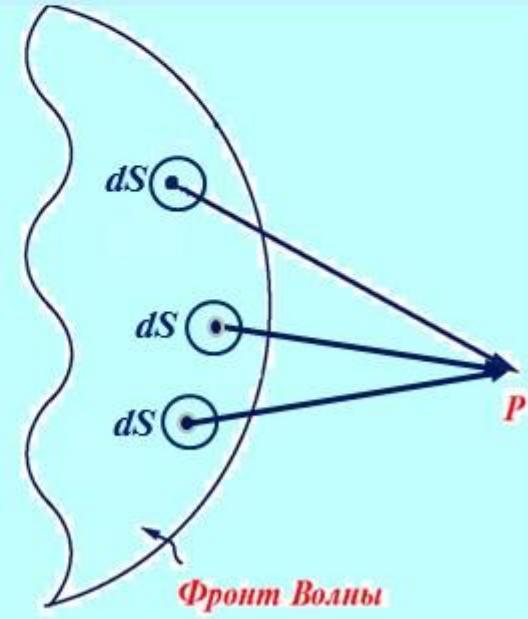
Волновой фронт - это поверхность равной фазы



Дифракция круговой волны на узкой щели в стенке, установленной в кювете с жидкостью.avi

Принцип Гюйгенса-Френеля

Каждый элемент волновой поверхности dS
является источником вторичных сферических волн
которые интерферируют между собой



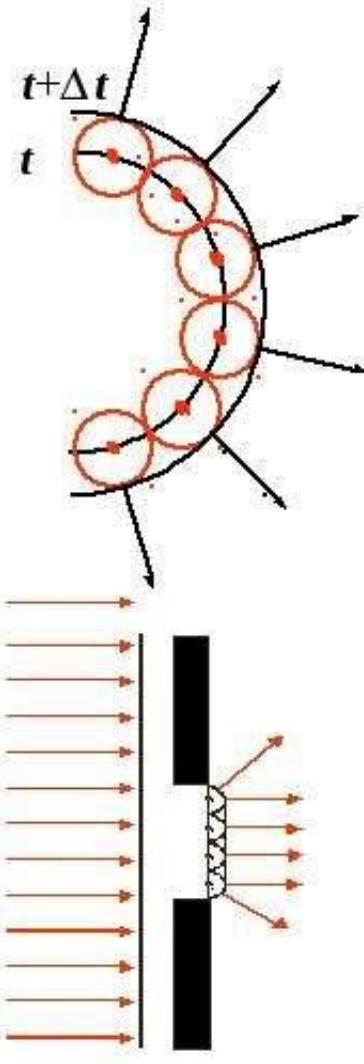
Принцип Гюйгенса – Френеля

- 1 *Каждую точку фронта волны можно рассматривать как источник вторичных волн.*
- 2. *Все вторичные источники фронта волны, исходящей из одного источника, когерентны между собой.*
- 3. *Равные по площади участки волновой поверхности излучают равные интенсивности.*
- 4. *Каждый вторичный источник излучает свет преимущественно в направлении внешней нормали к волновой поверхности в этой точке.*
- 5. *Для вторичных источников справедлив принцип суперпозиции.*

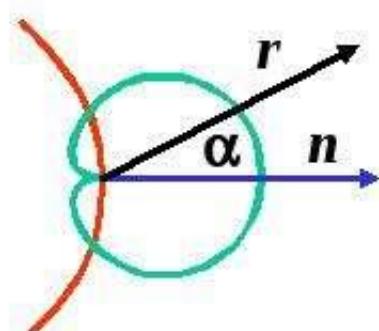
Явление дифракции объяснённое с помощью **принципа Гюйгенса, не дает никакой информации об амплитуде (интенсивности) волн**, распространяющихся в различных направлениях.

Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением об **интерференции вторичных волн**. Учет фаз и амплитуд вторичных волн позволяет определить амплитуду результирующей волны во всех точках пространства.

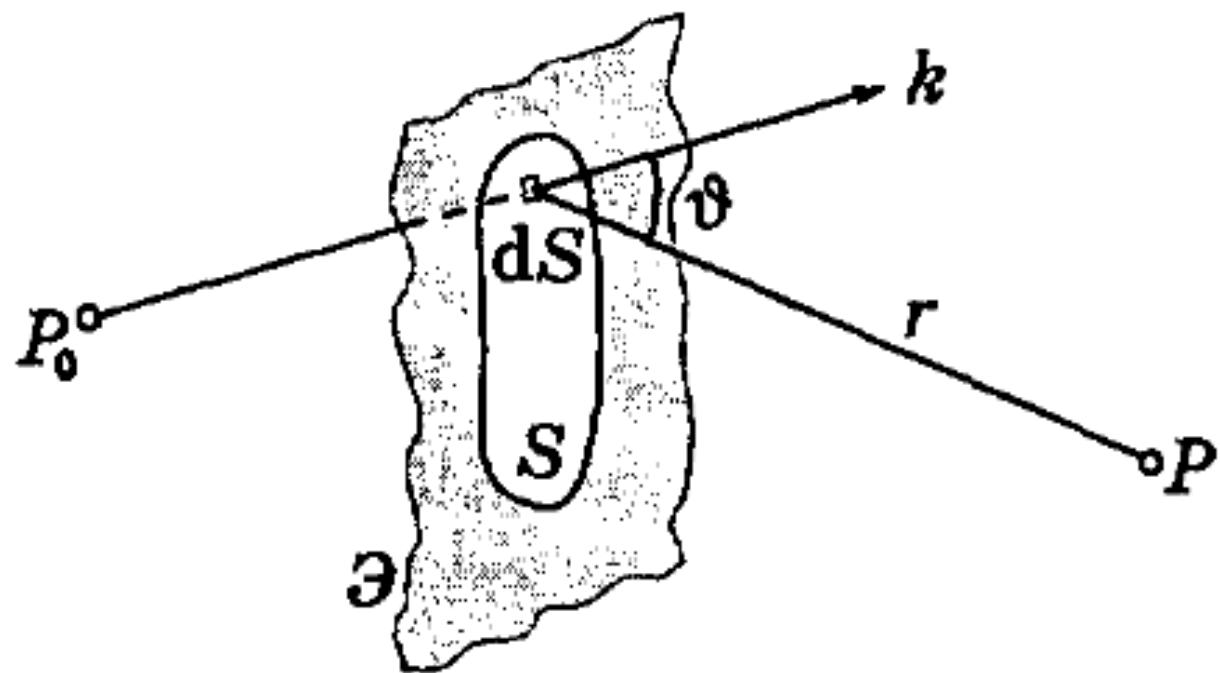
Принцип Гюйгенса-Френеля



1. Каждая точка пространства до которой дошло волновое возмущение может рассматриваться как источник вторичных сферических волн.
2. Фронт волны в каждый последующий момент времени строится как огибающая к фронтам вторичных сферических волн.
3. **Мнимые** вторичные источники **когерентны**. Распространяющаяся волна может рассматриваться как результат интерференции вторичных волн.
4. Диаграмма направленности излучения вторичных источников имеет специфический вид.



$$K(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{при } \alpha = 0 \\ 0 & \text{при } \alpha = \pi \end{cases}$$

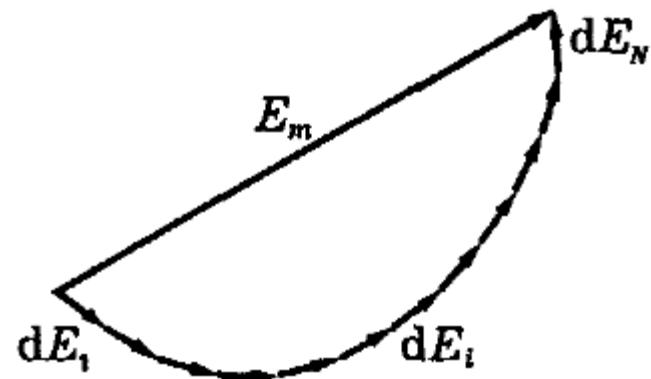


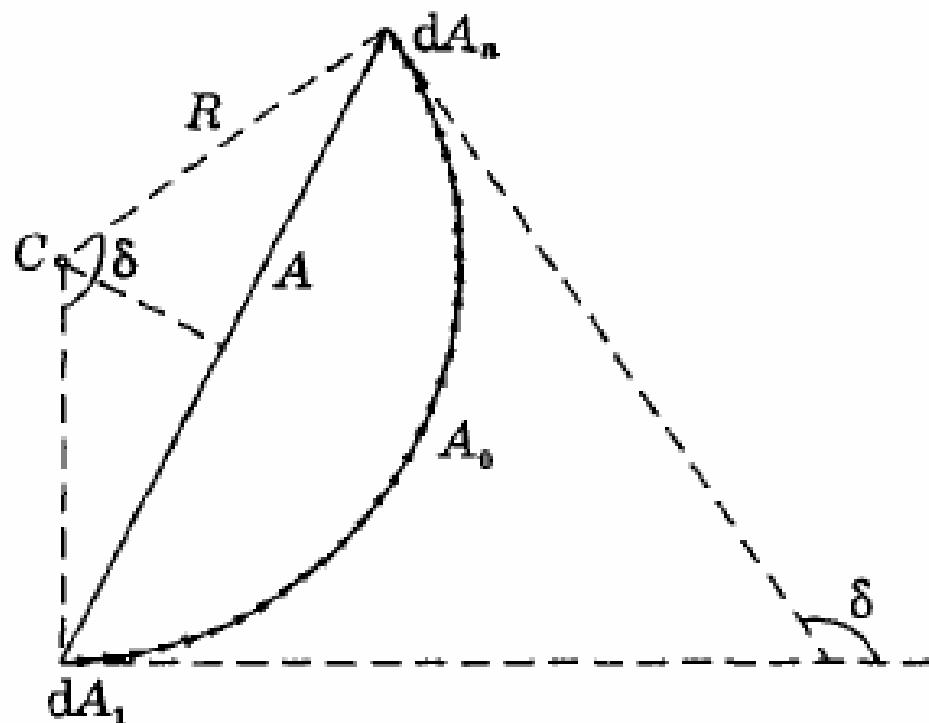
$$E_m = \int_S K(\vartheta) \frac{a_0}{r} \cos(kr + \alpha) dS,$$

Интеграл выражает собой математическую формулировку *принципа Гюйгенса–Френеля*. Суть этого принципа в следующем: для определения амплитуды колебания в точке P , лежащей перед некоторой поверхностью S , надо найти амплитуды колебаний, приходящих в эту точку от всех элементов dS поверхности S и затем сложить их с учетом амплитуд и фаз. При этом предполагается, что все элементы поверхности S взаимно когерентны — это необходимое условие для интерференции вторичных волн.

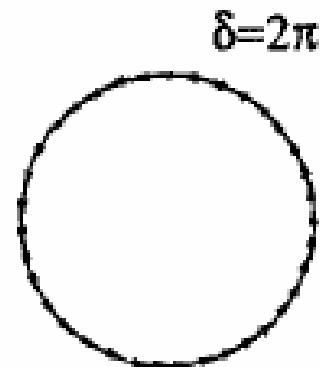
Векторная фазовая диаграмма:

Повернуть на 45^0





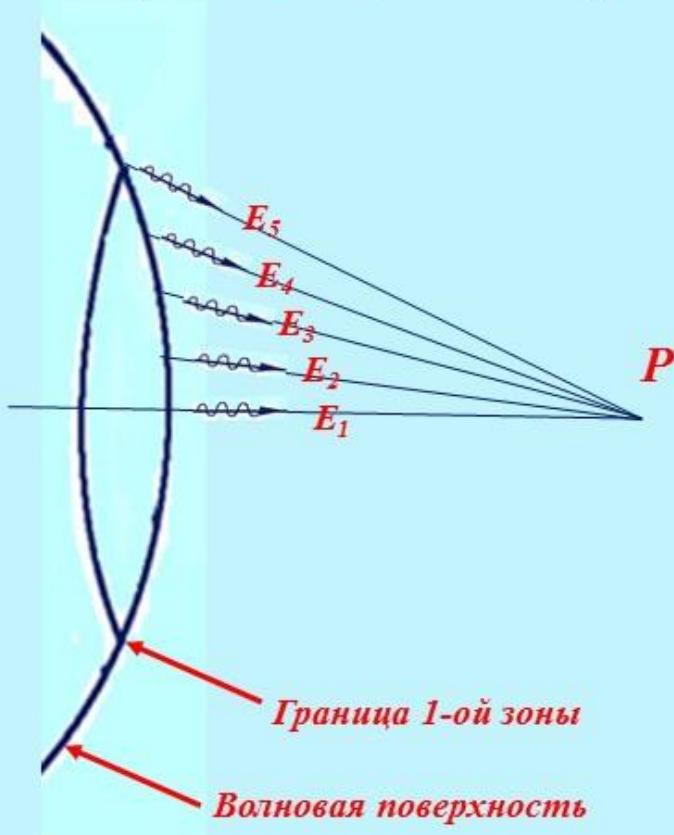
a)



б)

МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Колебания, возбуждаемые
в точке P различными
участками первой зоны Френеля:



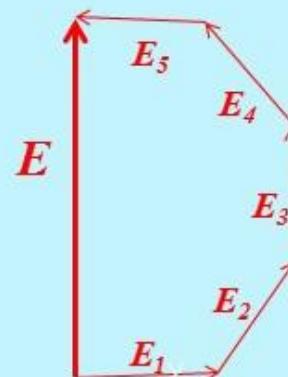
$$E_1 = A \cos(\omega t)$$

$$E_2 = A \cos(\omega t + \pi/4)$$

$$E_3 = A \cos(\omega t + \pi/2)$$

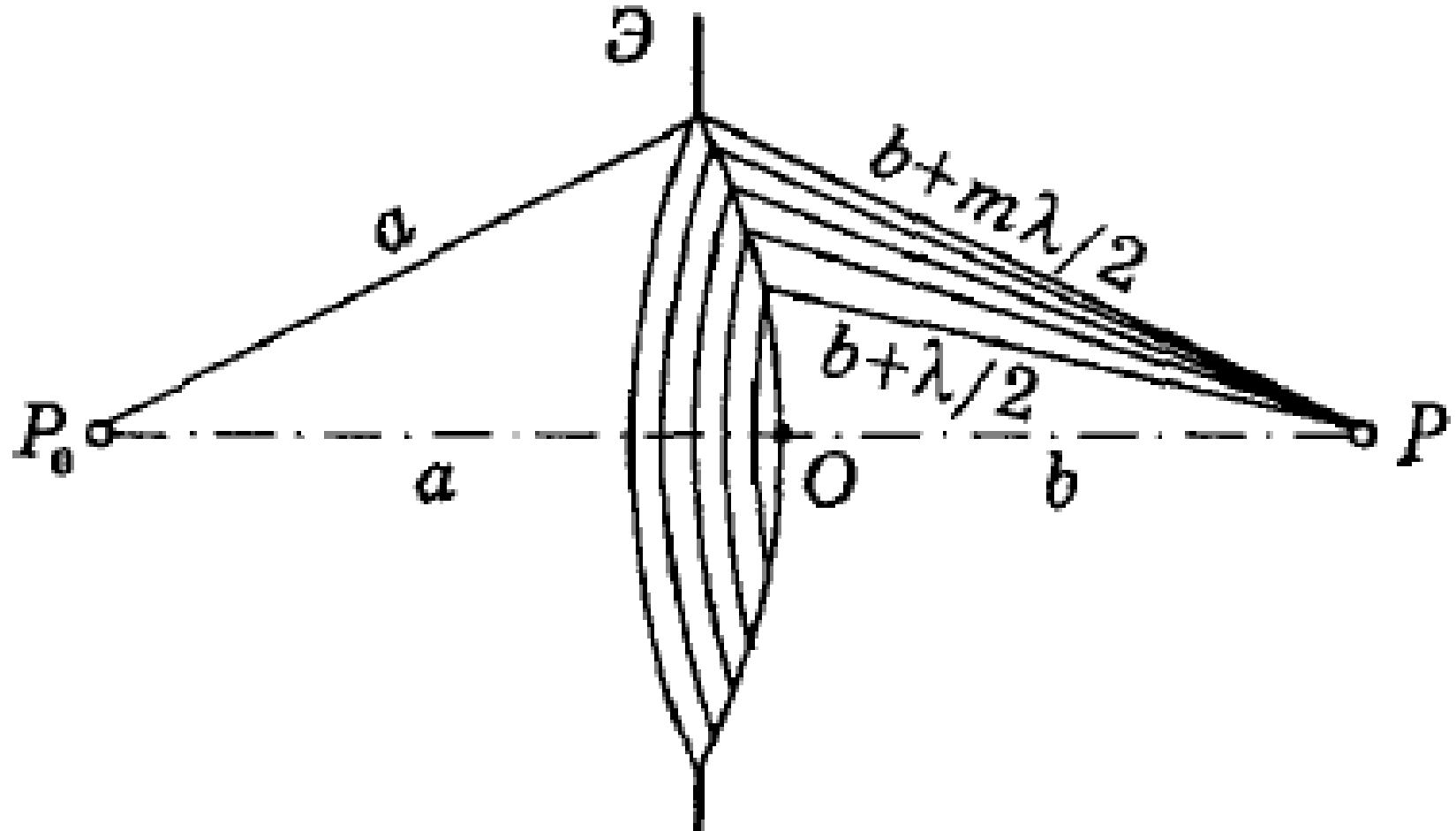
$$E_4 = A \cos(\omega t + 3\pi/4)$$

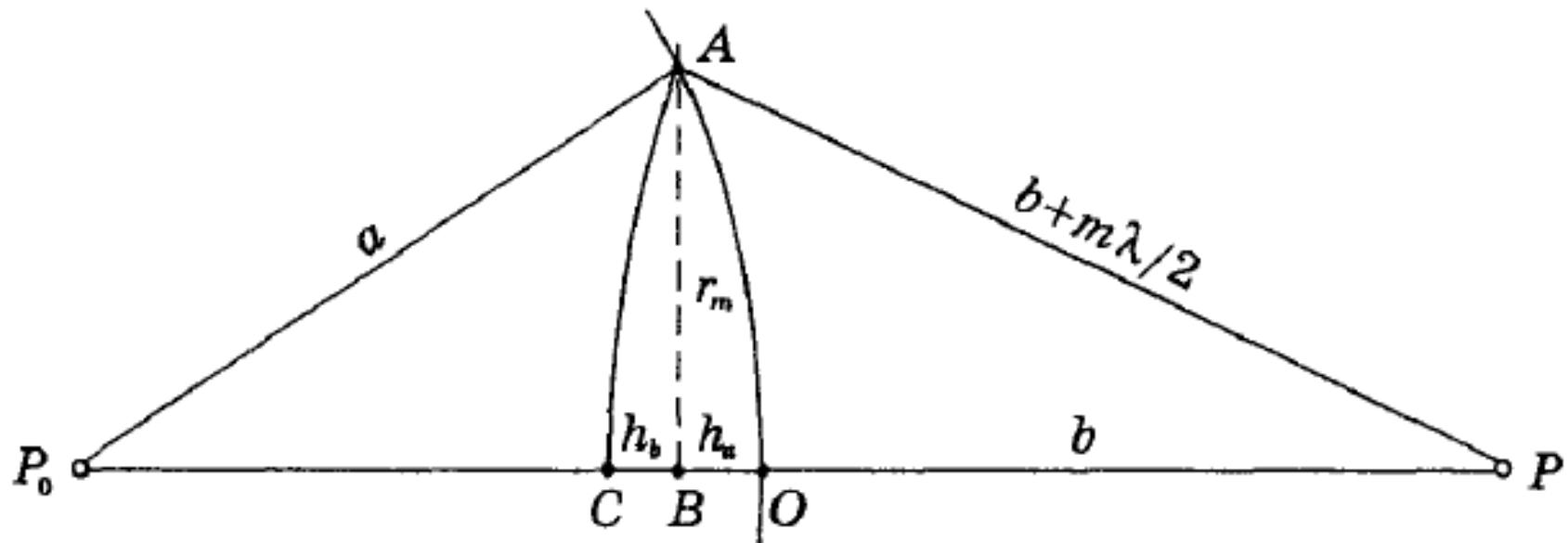
$$E_5 = A \cos(\omega t + \pi)$$



$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5$$

МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ





отрезок CO равен $h_a + h_b = m\lambda/2$.)*

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_a)^2$$

$$r_m^2 = (2a - h_a)h_a$$

когда $h_a \ll 2a$.

$$h_a = r_m^2 / 2a.$$

аналогично для правой части рис.

$$r_m^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + m\lambda/2 - h_b)^2 = (2b + m\lambda - h_b) h_b$$

так же приходим к выводу, что

$$h_b = r_m^2 / 2b.$$

Подставляя полученные значения h_a и h_b в формулу $)^*$
определяем, что внешний радиус m -й зоны Френеля

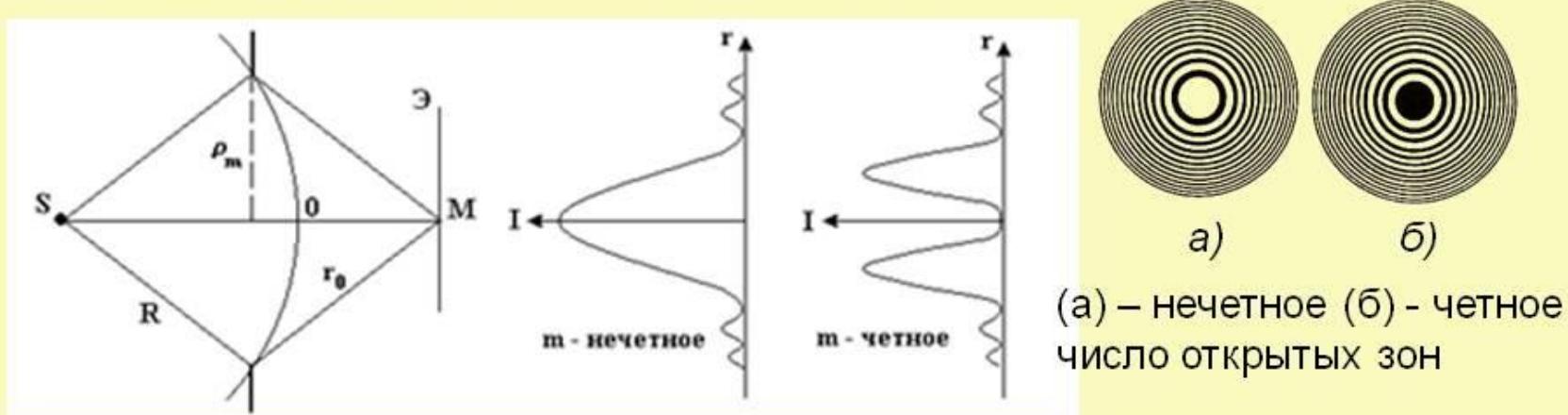
$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}}.$$

Если падающая волна плоская ($a \rightarrow \infty$), то

$$r_m = \sqrt{m\lambda b}.$$

Дифракция на круглом отверстии

Когда отверстие открывает **четное** число зон, в точке М будет **темное пятно**, когда **нечетное** – в центре будет **светлое пятно**



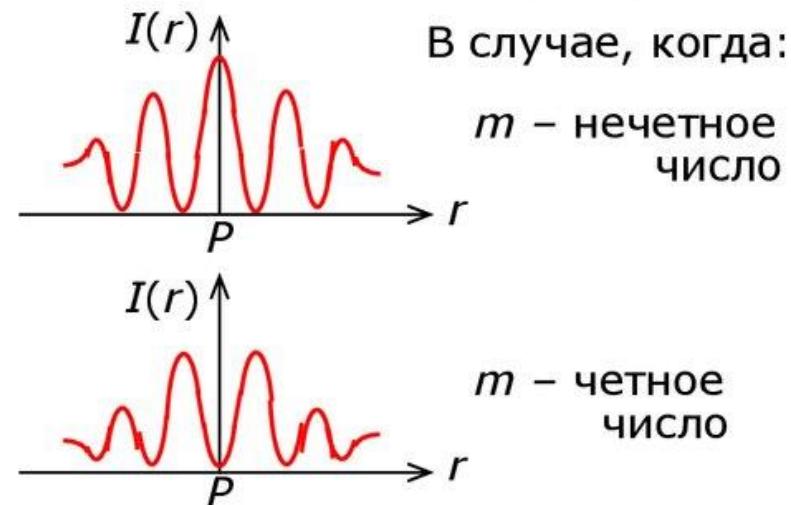
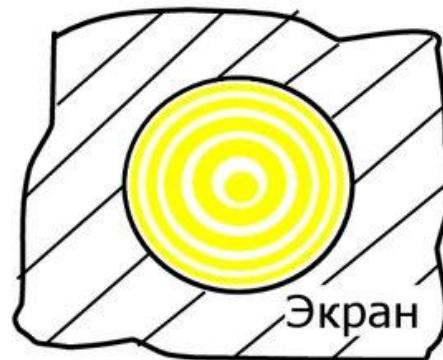
Если размеры отверстия не изменять, а точку наблюдения **перемещать вдоль линии**, то в т. М будет наблюдаваться чередование **светлых и темных пятен** (изменяется число открытых зон - четное, нечетное)

Дифракция Френеля от круглого отверстия (и от круглого диска)

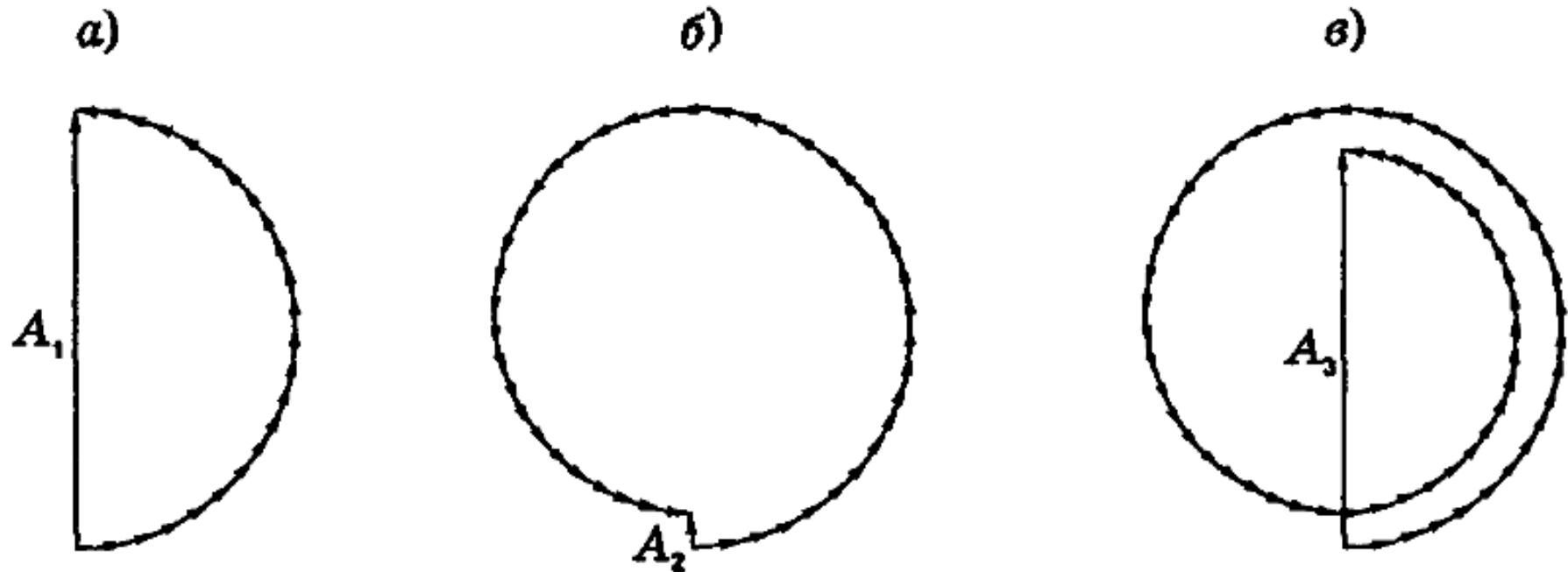
- Дифракционные картины в зависимости от числа зон Френеля

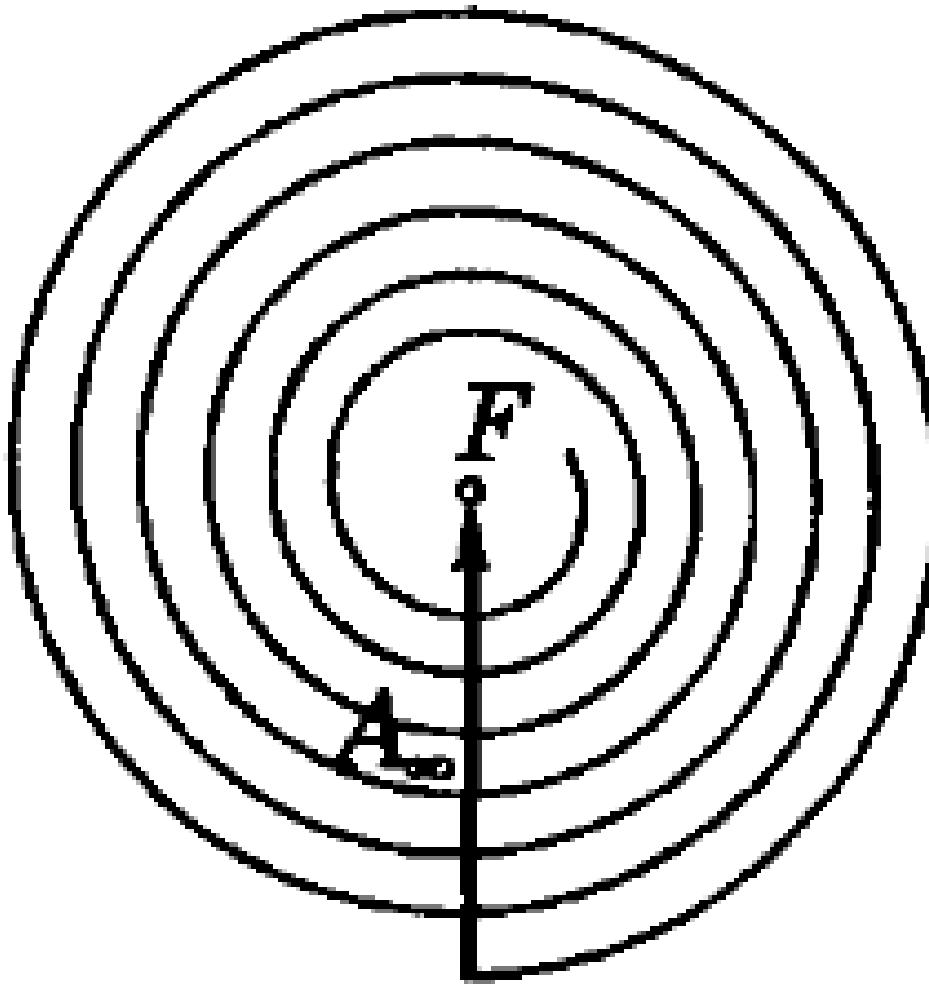
Дифракционная картина от круглого отверстия в центре экрана будет иметь либо светлое пятно (см. рис.) при нечетном числе m открытых зон Френеля, либо темное пятно при четном числе зон, а вокруг пятна будут наблюдаться концентрические чередующиеся светлые и темные кольца.

Распределение интенсивности по экрану $I(r)$
[r – расстояние от центра экрана]



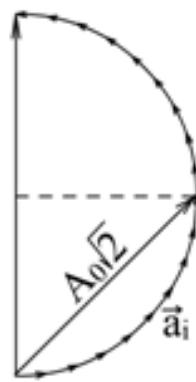
ВЕКТОРНАЯ ДИАГРАММА ФРЕНЕЛЯ





Открыто бесконечно большое число зон Френеля

а) I зона Френеля открыта



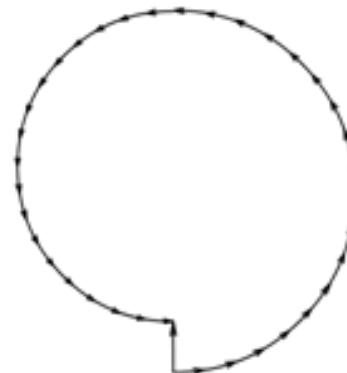
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1; A_1 = 2A_0; I = 4I_0$$

б) II зона Френеля открыта



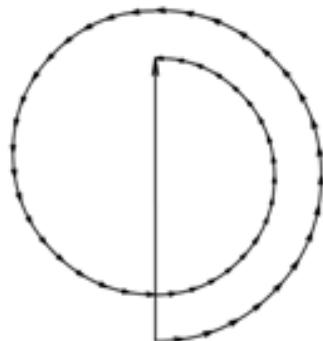
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_2; A_2 \approx 2A_0; I \approx 4I_0$$

в) I и II зоны Френеля открыты



$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2; A_{\text{рез}} \approx 0; I \approx 0$$

г) I, II и III зоны Френеля открыты



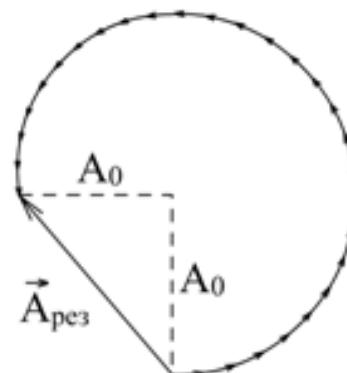
$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3; A_{\text{рез}} \approx A_1; I \approx 4I_0$$

д) Полностью открытый фронт



$$\vec{A}_{\text{рез}} = \vec{A}_0; I = I_0$$

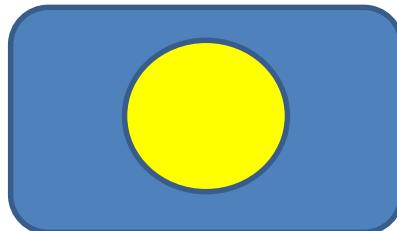
е) открыты полторы зоны Френеля



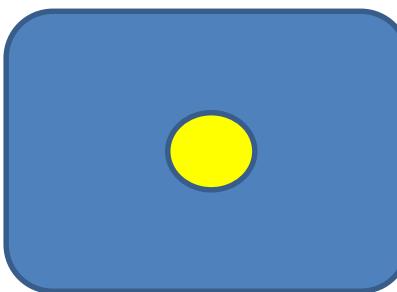
$$A_{\text{рез}} = A_0\sqrt{2}; I = 2I_0$$

Рис. 4

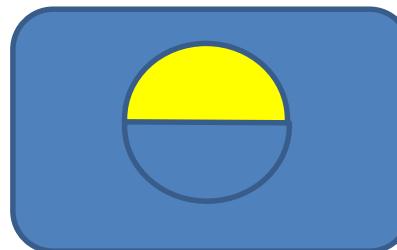
Варианты отверстий и определение суммарной амплитуды диаграммы Френеля в точке наблюдения



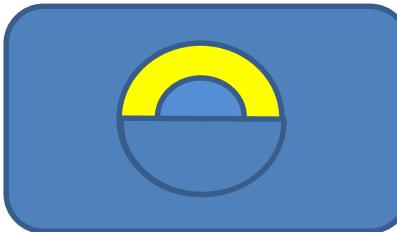
$$4I_0$$



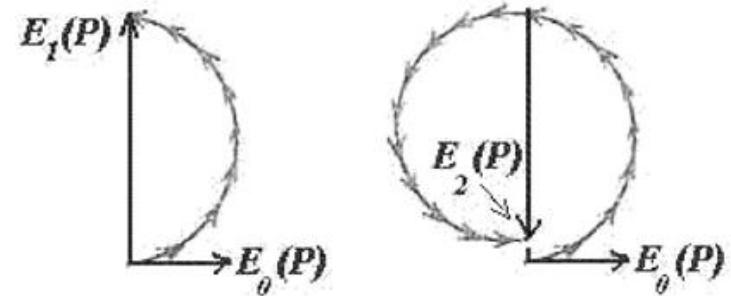
$$2I_0$$



$$I_0$$



$$0,5I_0$$

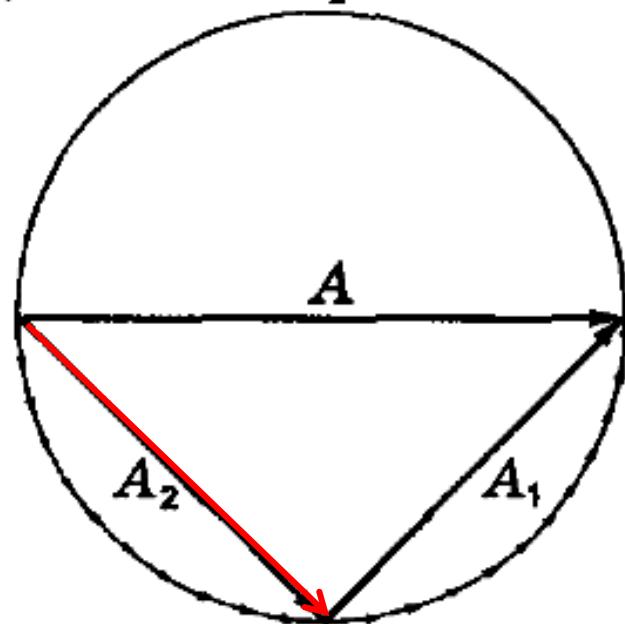


Варианты отверстий и определение суммарной амплитуды диаграммы Френеля в точке наблюдения

Плоская световая волна интенсивности I_0 падает нормально на экран, в котором для точки наблюдения P открыты только внутренняя половина 1-й зоны Френеля и вторая (внешняя) половина 2-й зоны Френеля. Найдем интенсивность света в точке P .

Принимая первый виток спирали Френеля за окружность, построим соответствующие векторы A_1 и A_2 (см. рис.), и ответ очевиден:

$$A = 2A_\infty, \text{ откуда } I = 4I_0.$$



Плоская световая волна с $\lambda = 0,64$ мкм и интенсивностью I_0 падает нормально на круглое отверстие радиуса $r = 1,2$ мм. Найти интенсивность в центре дифракционной картины на экране, отстоящем от отверстия на расстояние $b = 1,5$ м.

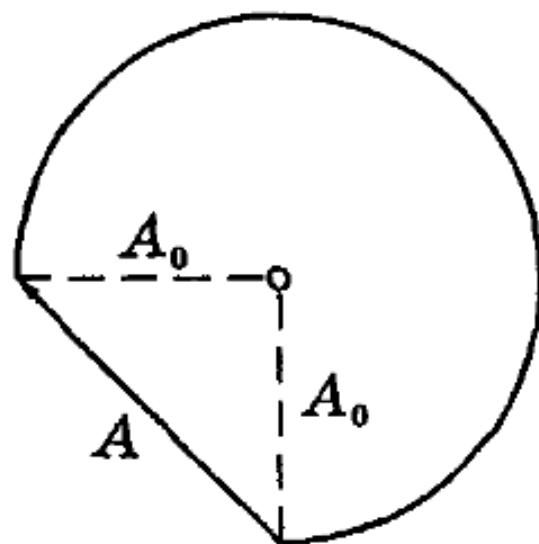


Рис. 5.36

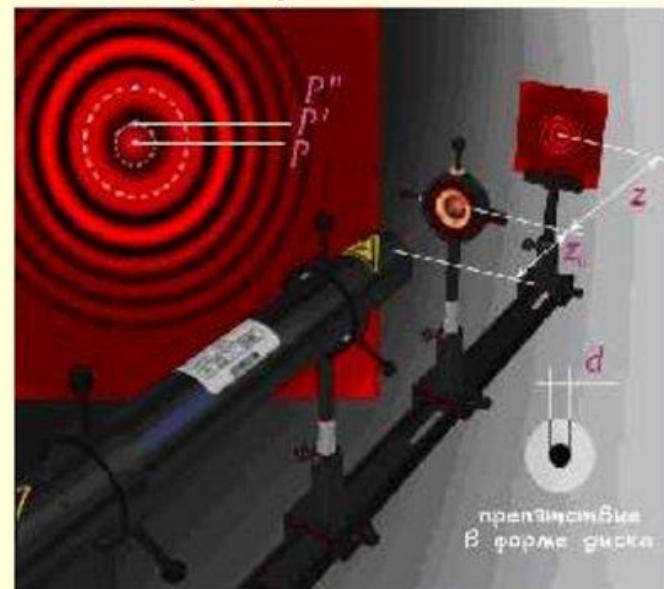
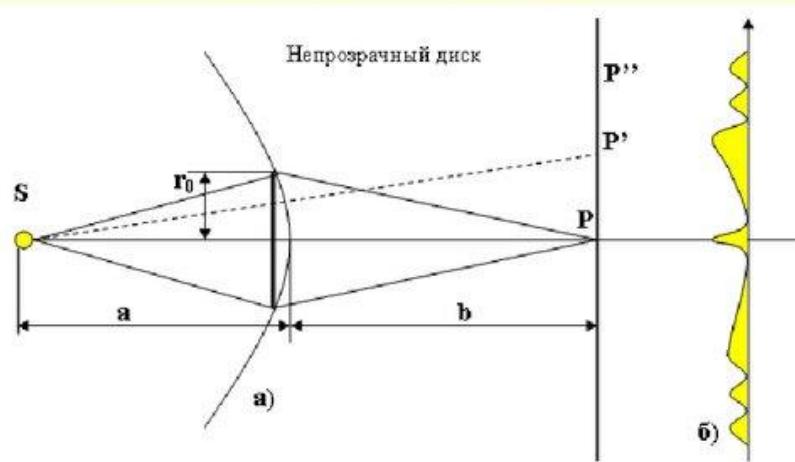
Решение. Прежде всего вычислим число m зон Френеля, укладывающихся в данном отверстии. Согласно формуле (5.6)

$$m = r^2 / \lambda b = 1,5.$$

Это значение m соответствует вектору \mathbf{A} на рис. 5.36, где приведена «действующая» часть первого витка спирали Френеля. Из этого рисунка сразу видно, что $A \approx \sqrt{2}A_0$, а значит интенсивность $I = 2I_0$.

Дифракция Френеля на круглом диске

Поместим между источником и экраном непрозрачный круглый диск радиуса r_0 .



Если диск закроет m первых зон Френеля, амплитуда в точке Р будет равна

$$A = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots = \frac{A_{m+1}}{2}$$

Дифракционная картина будет иметь вид чередующихся концентрических колец. В центре картины будет светлое пятно.

Дифракция от круглого диска. Поместим между источником света S и точкой наблюдения P непрозрачный круглый диск радиуса

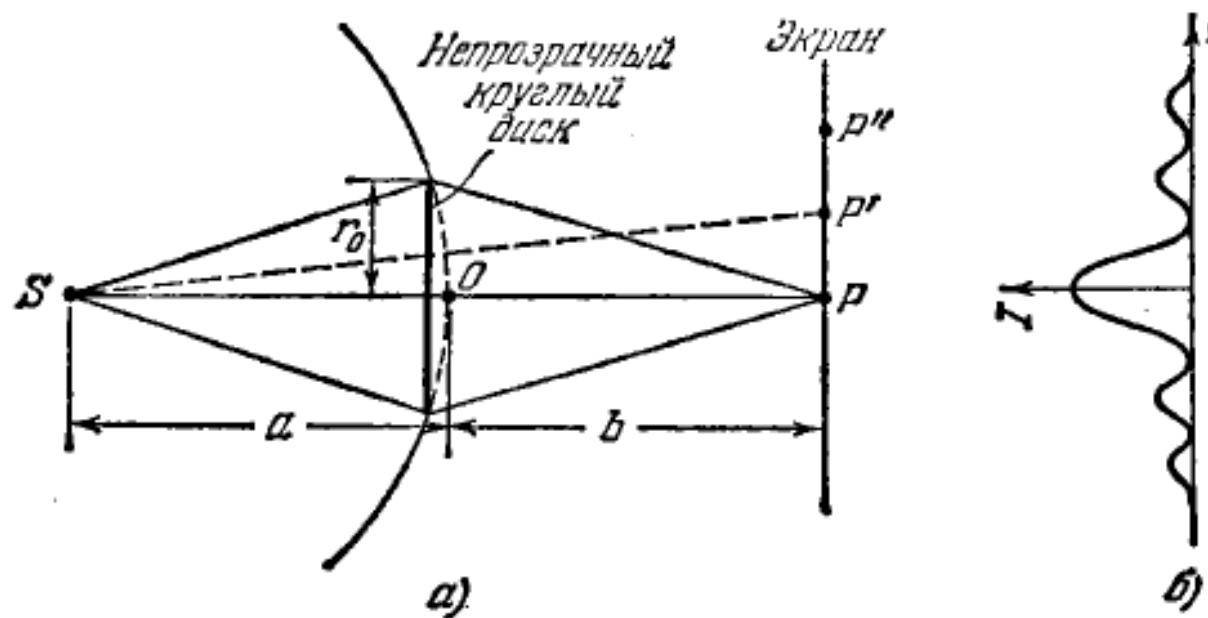


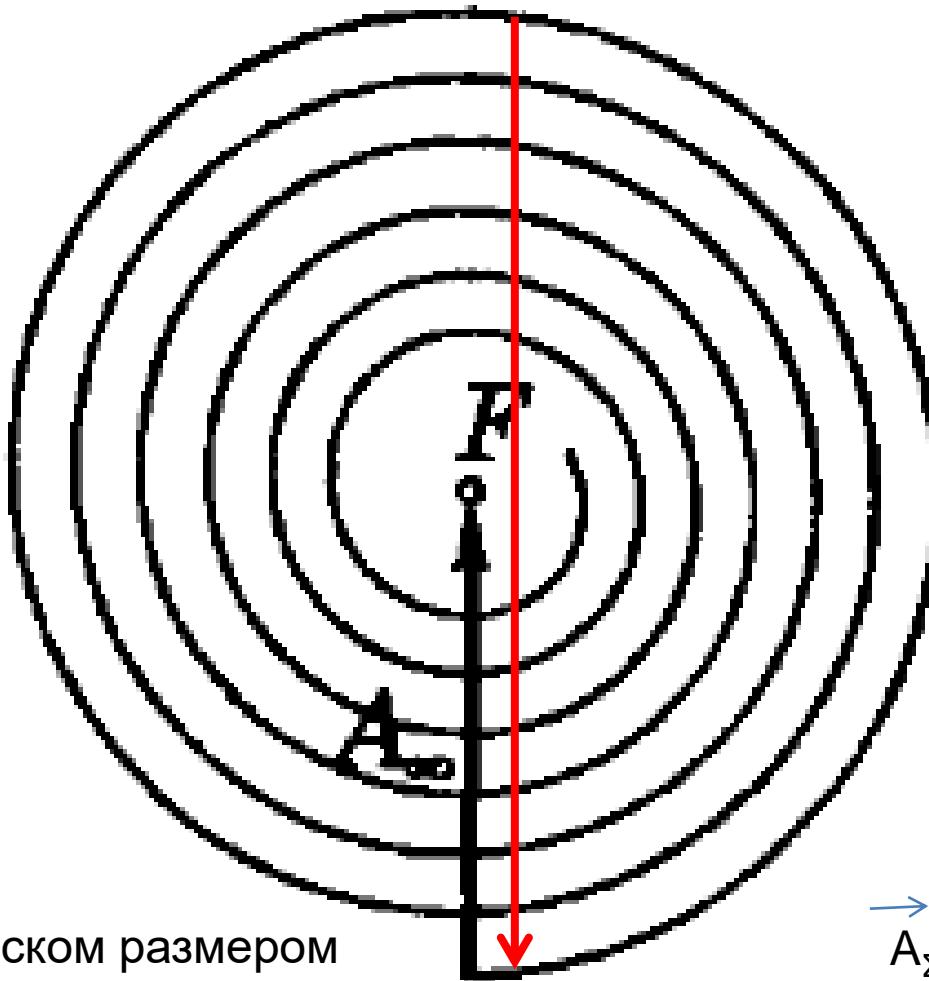
Рис. 128.4.

r_0 (рис. 128.4). Если диск закроет m первых зон Френеля, амплитуда в точке P будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots$$

Выражения, стоящие в скобках, можно положить равными нулю, следовательно,

$$A = A_{m+1}/2.$$



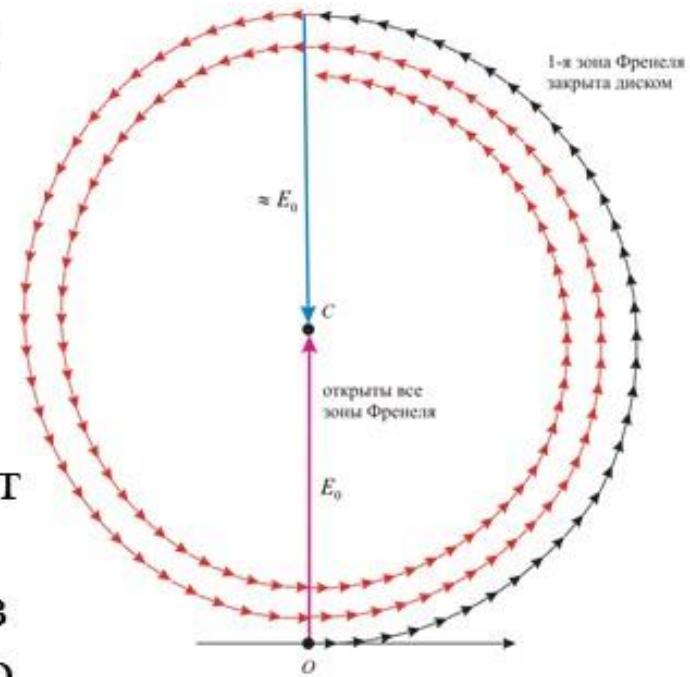
К примеру с диском размером
в первую зону

$$A_{\Sigma} = \overrightarrow{A}_{\infty} + \overrightarrow{A}_1$$

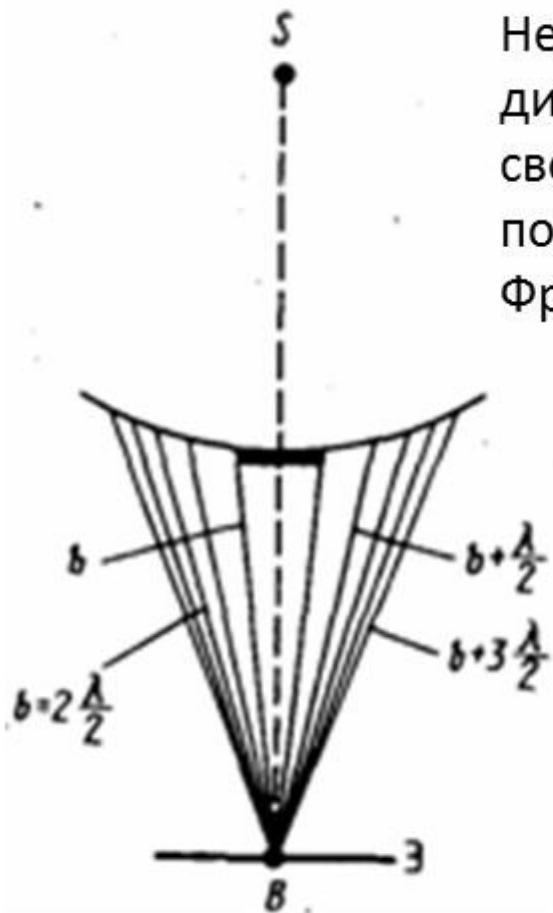
A_{∞} - открыто бесконечно большое число зон Френеля

Дифракция Френеля на круглом диске

- Пусть, например, радиус диска равен радиусу первой зоны Френеля. Тогда на векторной диаграмме колебаний вектора \mathbf{E} в точке P отсутствует участок, соответствующий первой зоне Френеля. Тогда, как видно из рисунка, $E = E_0$ и $I = I_0$.
- Во всех случаях, когда диск закрывает m зон Френеля, на векторной диаграмме отсутствуют m полувитков спирали. И если m не слишком велико, то $E = E_0$ и $I = I_0$. Т.е. интенсивность света в точке P почти не отличается от интенсивности падающей волны.

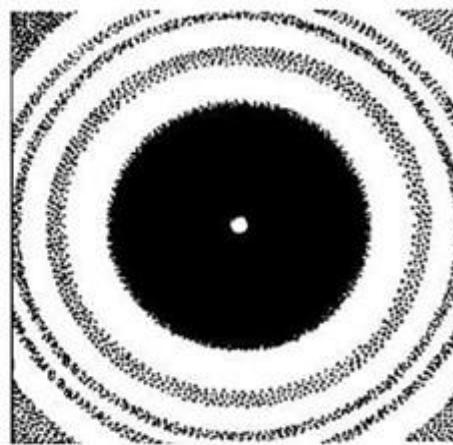


При дифракции на круглом диске:



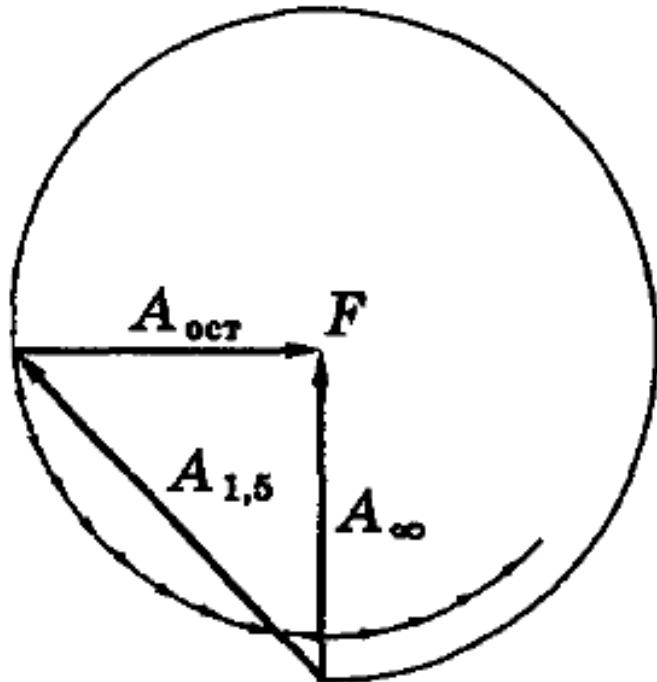
Независимо от числа закрытых зон, в центре дифракционной картины всегда наблюдается светлое пятно, по яркости соответствующее половине действия первой открытой зоны Френеля.

Дифракционная картина, полученная на экране от круглого диска



$$A = A_{k+1} - A_{k+2} + A_{k+3} - \dots = \frac{A_{k+1}}{2} + \left(\frac{A_{k+1}}{2} - A_{k+2} + \frac{A_{k+3}}{2} \right) + \dots$$

Диск закрывает 1,5 первые зон Френеля

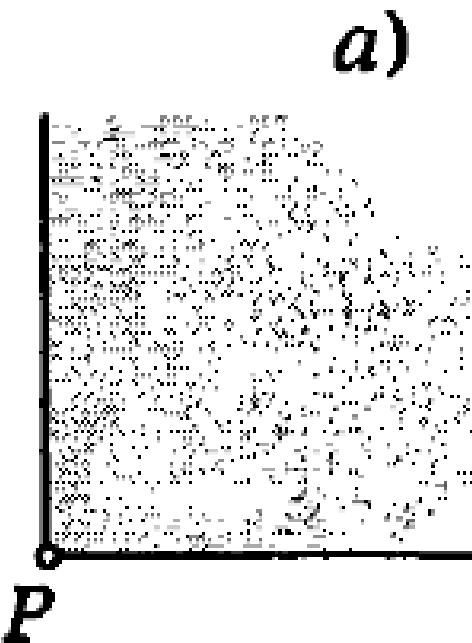


$$\mathbf{A}_\infty = \mathbf{A}_{1,5} + \mathbf{A}_{\text{ост}}$$

Варианты отверстий и определение суммарной амплитуды диаграммы Френеля в точке наблюдения

$$I = (1 - \phi/2\pi)^2 I_0$$

открыто $3/4$ волновой поверхности,



а) от каждой зоны Френеля будет действовать только $3/4$ ее части, следовательно, амплитуда в точке P будет $A = (3/4)A_{\infty}$ и интенсивность $I = (3/4)^2 I_0$.

Варианты отверстий и определение суммарной амплитуды диаграммы Френеля в точке наблюдения

$$I = (1 + \phi/2\pi)^2 I_0$$

закругленная часть экрана является границей 1-й зоны Френеля для точки P .



б) результирующая амплитуда A в точке P будет равна разности амплитуды от первой зоны Френеля A_1 и амплитуды от всех остальных зон $(3/4)A_{\text{ост}}$, где $A_{\text{ост}} \approx A_{\infty}$.

результатирующая амплитуда в точке P равна

$$A = A_1 - (3/4)A_{\text{ост}} = 2A_{\infty} - (3/4)A_{\infty} = (5/4)A_{\infty}.$$

Отсюда интенсивность $I = (5/4)^2 I_0$.

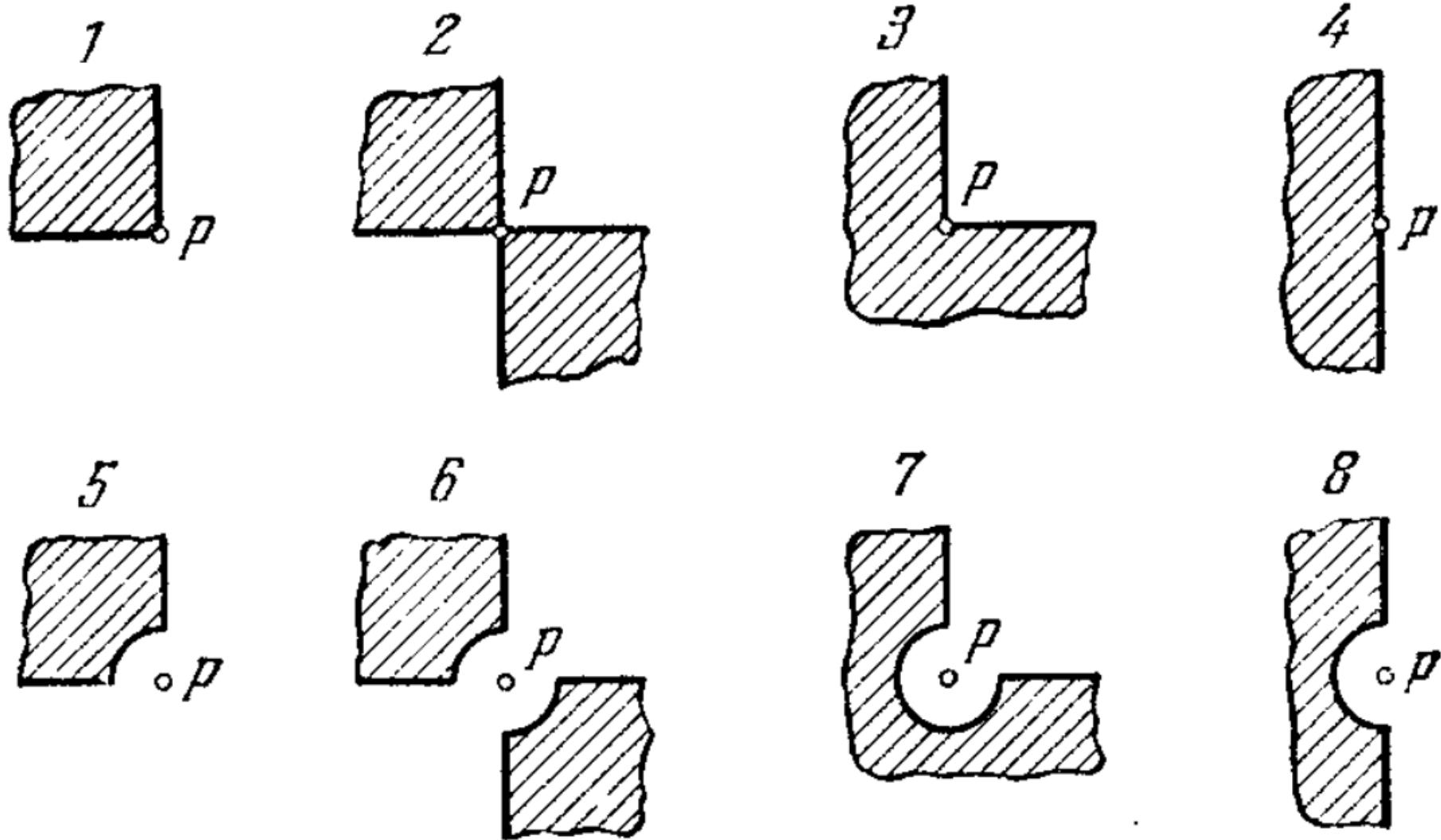
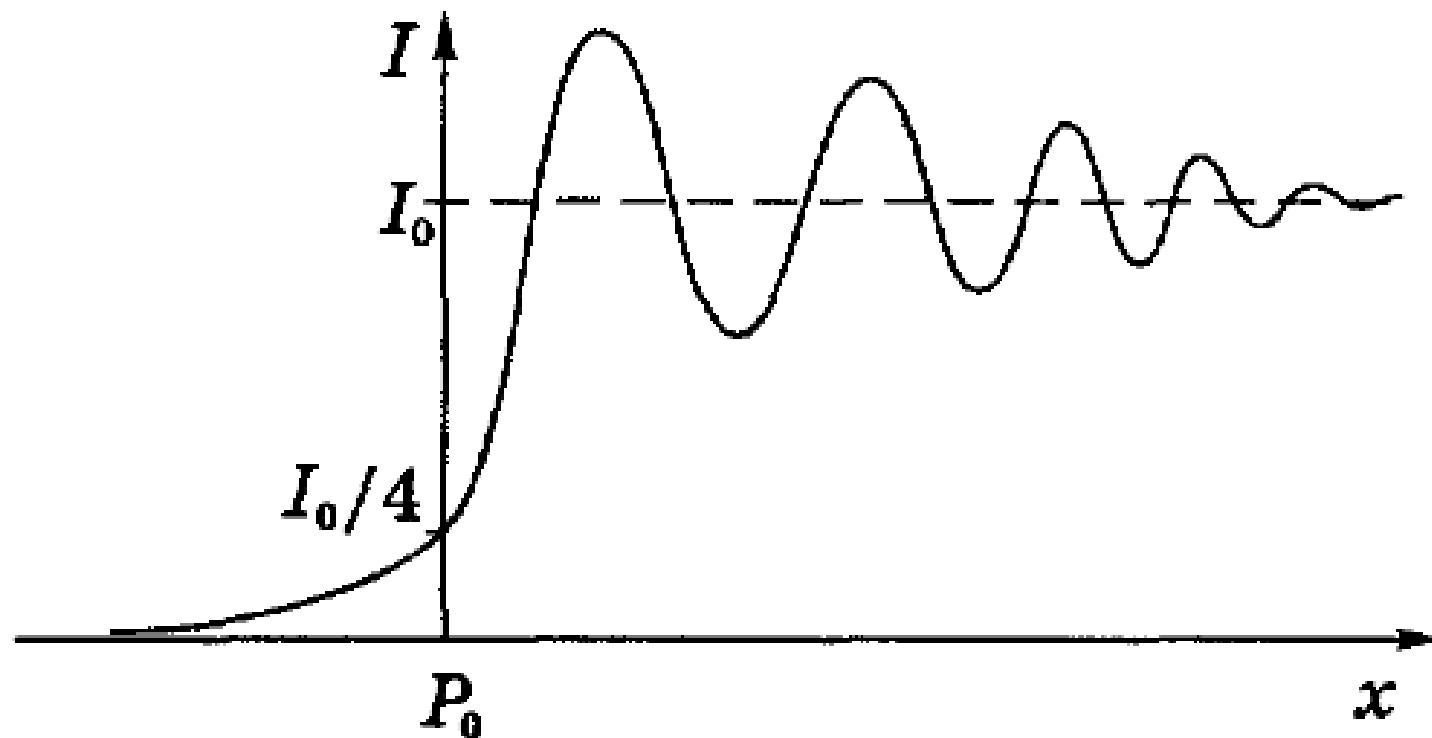
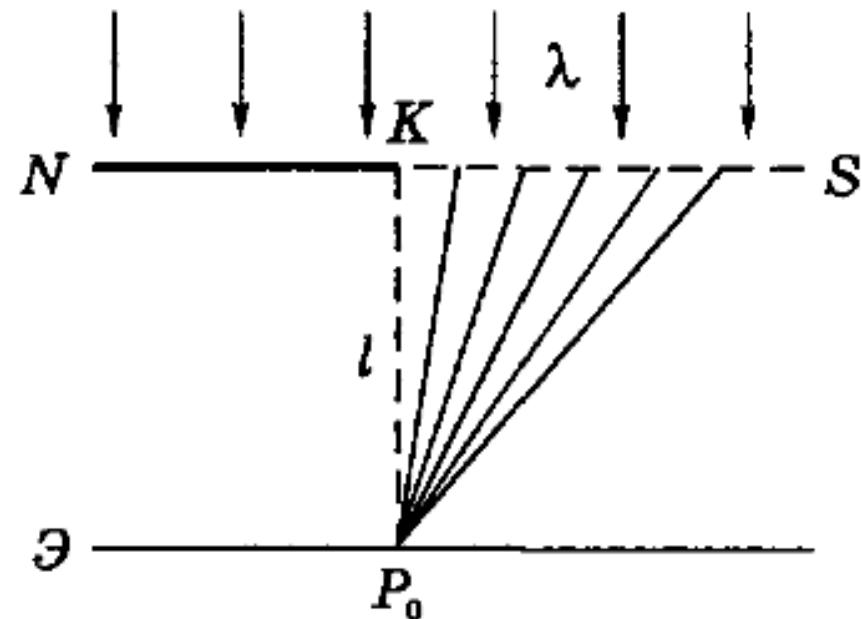


Рис. 5.20.

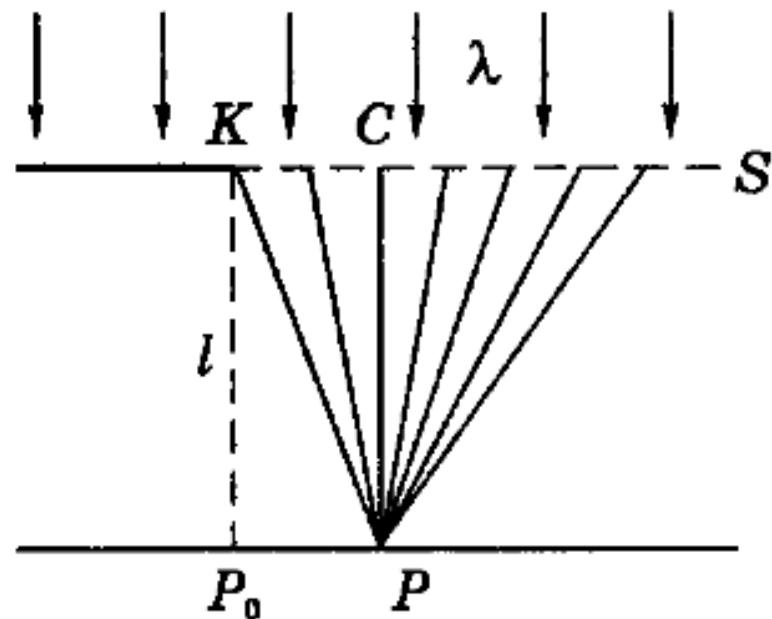
Рис. 4.25. В новых задачниках Иродова

Дифракция от полуплоскости

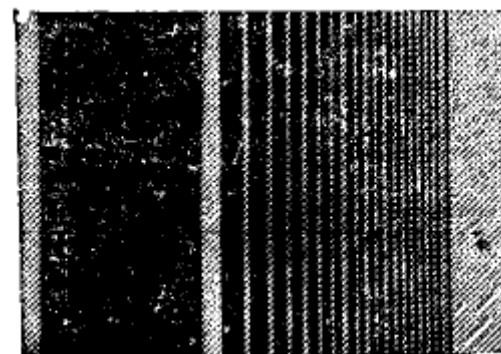




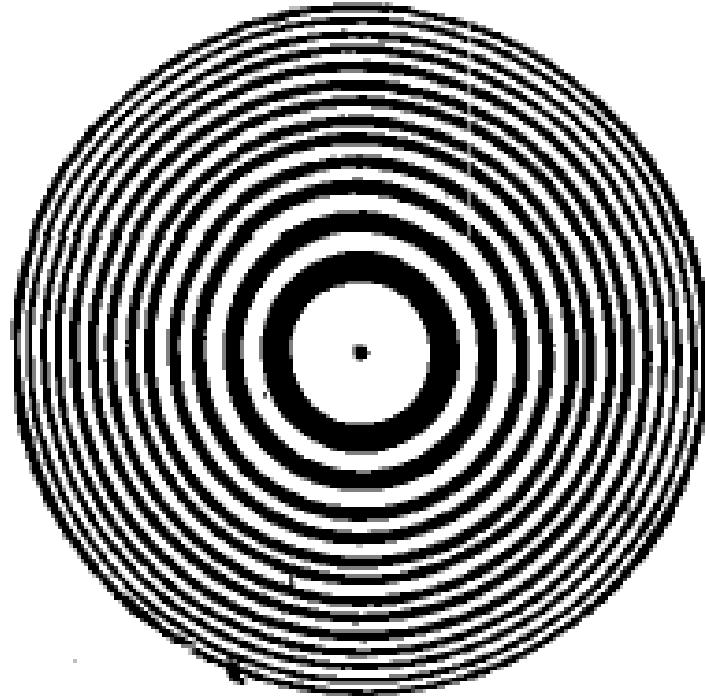
a)



б)



Зонная пластина



Амплитудные и фазовые пластиинки

Следующие три слайда рассмотрение задачи

Плоская световая волна с $\lambda = 0,60$ мкм падает нормально на достаточно большую стеклянную пластинку, на обратной стороне которой сделана круглая выемка (рис. 5.37). Для точки наблюдения P она представляет собой первые полторы зоны Френеля. Найти глубину h выемки, при которой интенсивность света в точке P будет:

- а) максимальной;
- б) минимальной.

Решение. Прежде всего изобразим на первом витке спирали Френеля интересующие нас векторы *в отсутствие* выемки (рис. 5.38), где изображенные векторы соответствуют амплитудам колебаний: от всей волновой поверхности (A_∞), от первых полутора зон Френеля ($A_{1,5}$) и от всех остальных ($A_{\text{ост}}$). Видно, что $A_\infty = A_{1,5} + A_{\text{ост}}$.

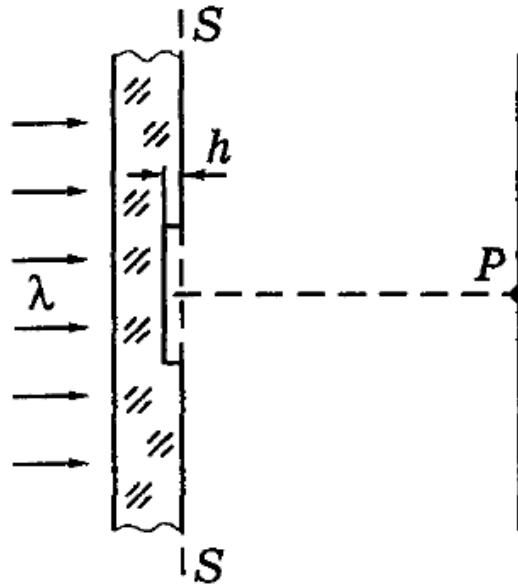


Рис. 5.37

Чув А.С. 2022 г.

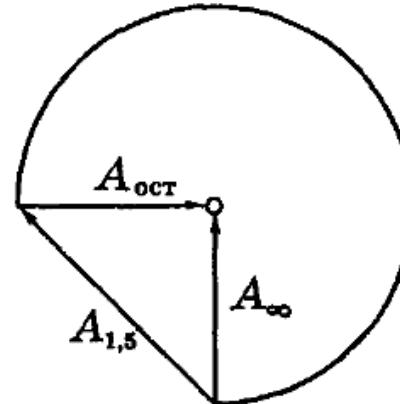
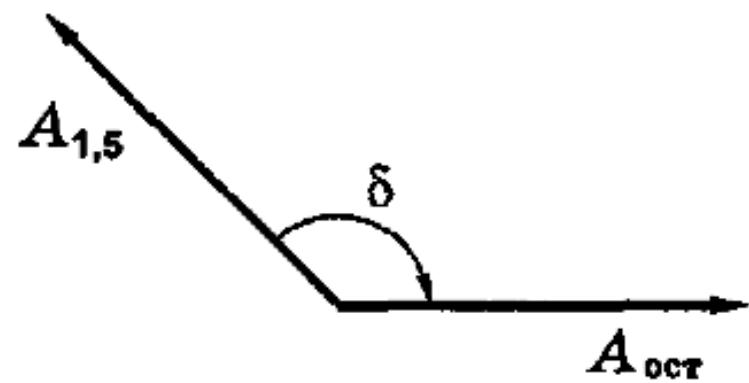
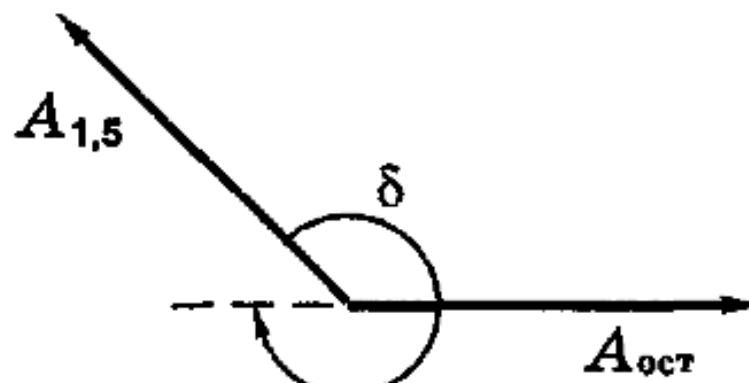


Рис. 5.38

Теперь представим себе, что мы начали постепенно делать выемку — увеличивать h . Это приведет к тому, что колебания, проходящие через выемку, начнут *опережать* по фазе, поскольку их оптический путь уменьшится на $\Delta = h(n - 1)$, что соответствует сдвигу по фазе на $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$ и повороту вектора $A_{1,5}$ на этот угол *по часовой стрелке*. Напомним, что *отставание* по фазе мы условились характеризовать поворотом *против* часовой стрелки, значит *опережение* — *по* часовой стрелке.



a)



b)

Рис. 5.39

а) Для получения максимума интенсивности, а значит и амплитуды, надо, чтобы вектор $\mathbf{A}_{1,5}$ оказался сонаправленным с вектором $\mathbf{A}_{\text{ост}}$. Для этого его следует повернуть, как показано на рис. 5.39, *a*, на угол $\delta = (3/4)\pi + 2\pi m$, где $m = 0, 1, \dots$. Итак, из условия $\delta = 2\pi\Delta/\lambda$ получим

$$\frac{3}{4}\pi + 2\pi m = 2\pi \frac{h(n-1)}{\lambda},$$

откуда следует, что

$$h = \frac{\lambda}{n-1} \left(m + \frac{3}{8} \right).$$

б) Для получения минимума нужно, чтобы вектор $\mathbf{A}_{1,5}$ оказался противоположно направленным вектору $\mathbf{A}_{\text{ост}}$. Из рис. 5.39, *b* видно, что для этого его надо повернуть на угол $\delta = (7/4)\pi + 2\pi m$, $m = 0, 1, 2, \dots$. Следовательно,

$$\frac{7}{4}\pi + 2\pi m = 2\pi \frac{h(n-1)}{\lambda},$$

откуда искомая глубина выемки

$$h = \frac{\lambda}{n-1} \left(m + \frac{7}{8} \right).$$

Количественный критерий определения вида дифракции:

Характер дифракции зависит от значения параметра

$$\frac{b^2}{l\lambda} \begin{cases} << 1 - \text{дифракция Фраунгофера} \\ \sim 1 - \text{дифракция Френеля} \\ >> 1 - \text{геометрическая оптика} \end{cases}$$

b - ширина щели;

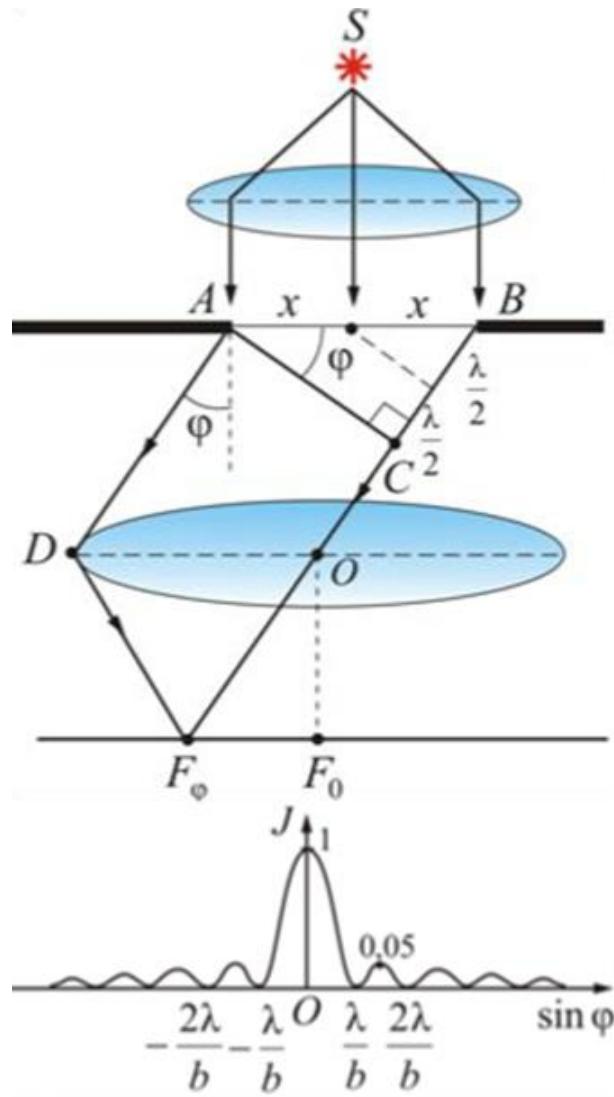
l - расстояние от щели до экрана;

λ - длина волны.

Конец материала лекции 14

Дифракция света на одной щели

Не срисовывать

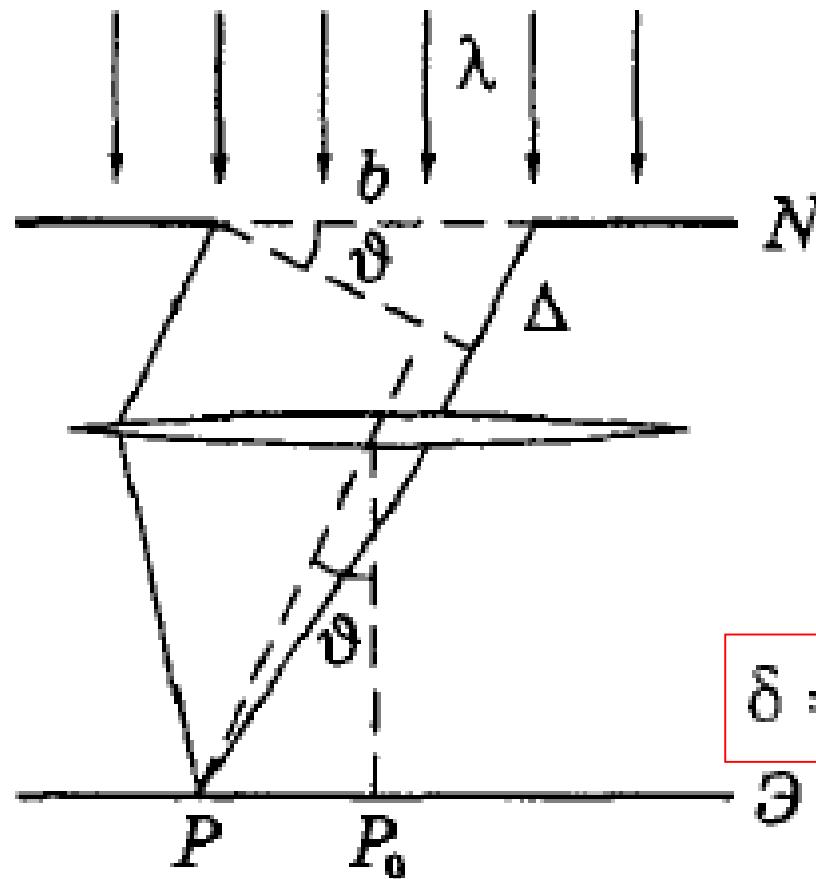


$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{b}$$

Дифракция света на одной щели

Запомнить

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta}{\delta}$$

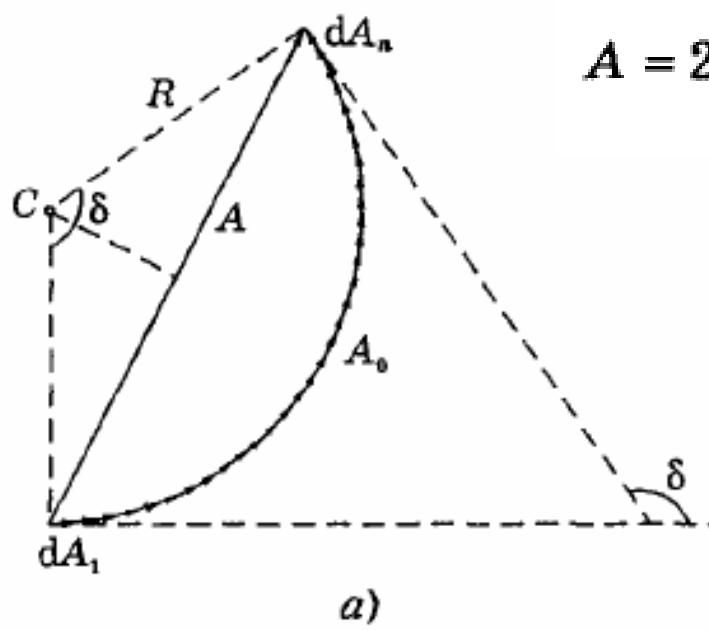


$$\Delta = b \sin \theta$$

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{\delta}{2\pi}$$

$$\delta = 2\pi b \sin \theta / \lambda$$

δ - разность фаз на оптической разности хода



$$A = 2R \sin \frac{\delta}{2}, \quad A_0 = R\delta.$$

Разность фаз δ связана с разностью хода Δ соотношением

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}$$

Так как $\Delta = b \sin \theta$ и в минимуме $\delta = 2\pi m$,

Условие для минимумов от одной щели

$$b \sin \theta_m = \pm m\lambda,$$

$$m=1, 2, \dots$$

$$m \neq 0,$$

Распределение интенсивности света от **одной щели**

Из рисунка на
предыдущем слайде:

$$A = 2R \sin \frac{\delta}{2}, \quad A_0 = R\delta.$$

Исключив R
получим:

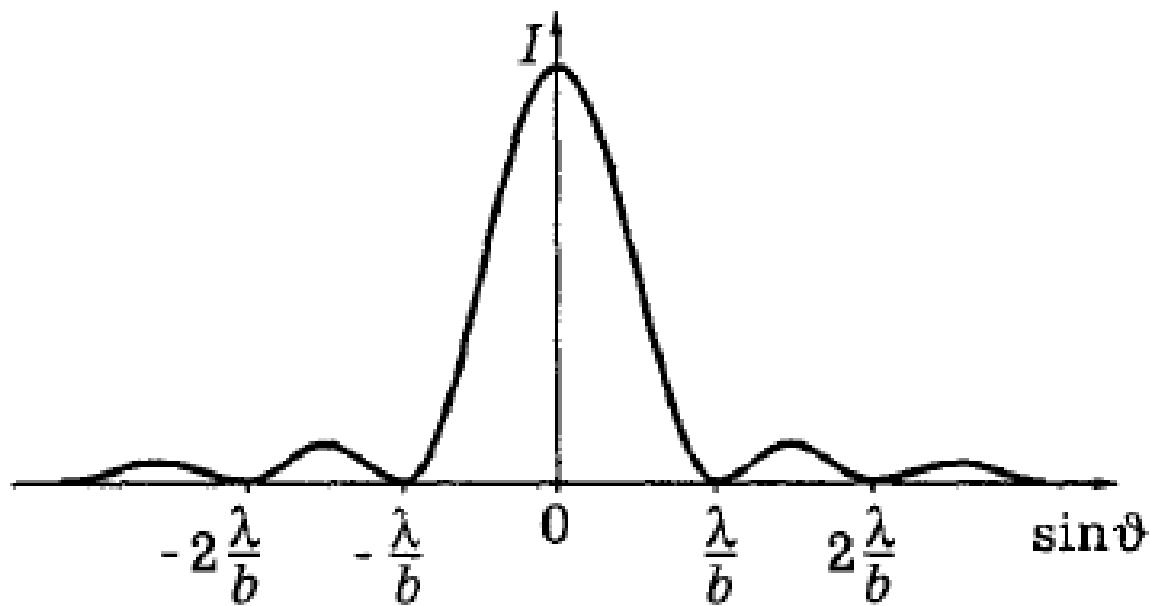
$$A = A_0 \frac{\sin(\delta/2)}{\delta/2}.$$

А так как $I \propto A^2$, то

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}$$

где $\alpha = \delta/2 = \pi\Delta/\lambda = \pi b \sin \theta / \lambda$.

Распределение интенсивности света от **одной** щели



Условие дифракционных минимумов

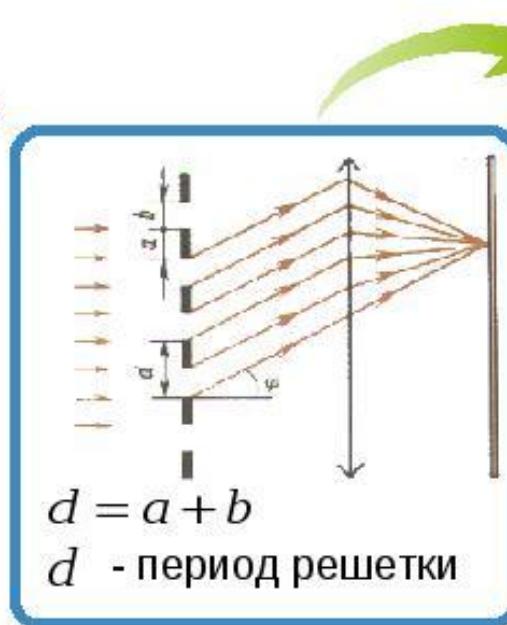
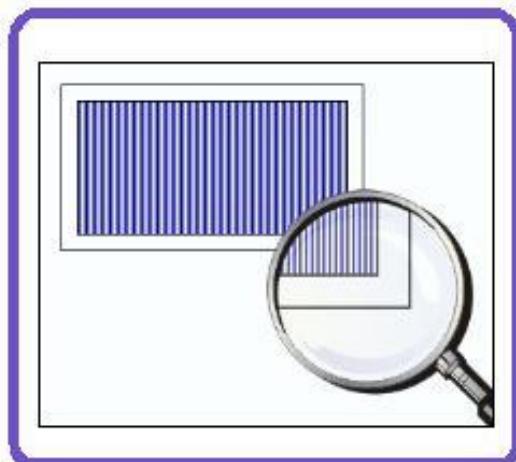
$$b(\sin \vartheta_m - \sin \vartheta_0) = \pm m\lambda,$$

В центральном максимуме сосредоточена основная доля светового потока, проходящего через щель:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : 0,05 : 0,02 : 0,008 : \dots$$

Дифракционная решетка

Дифракционная решетка – совокупность большого числа очень узких щелей, разделенных непрозрачными промежутками



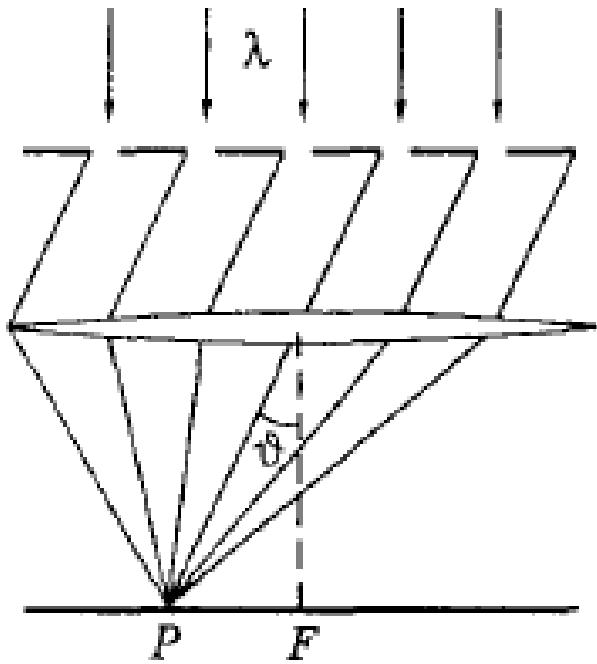
Условие максимума:
 $d \cdot \sin \varphi = \pm k\lambda$

λ - длина волны
 φ - угол отклонения световых лучей вследствие дифракции
 k - порядок спектра

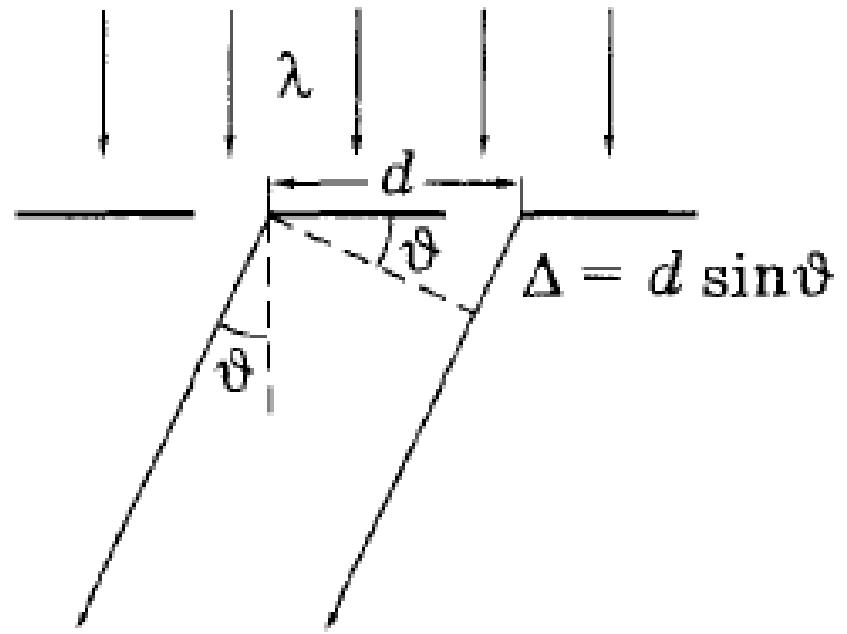
Обозначение угла
здесь другое!

Дифракционная решетка

а)



б)



d – период решетки

Главные максимумы

Для главных максимумов

$$A = A_1 N, \quad I = I_1 N^2.$$

Условие главных максимумов m -го порядка:

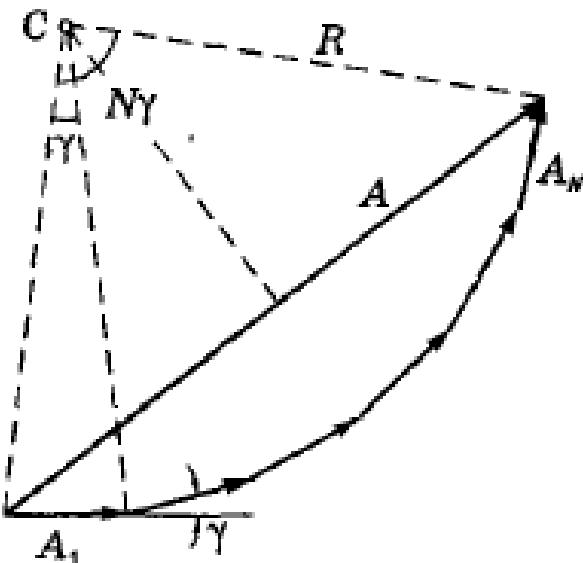
$$d \sin \theta_m = \pm m\lambda, \quad m=0, 1, 2, \dots,$$

В направлениях θ_m , определяемых этим уравнением, возникают максимумы, интенсивность которых в N^2 раз превосходят интенсивность от каждой щели в том же направлении. Их называют *главными максимумами* m -го порядка, а уравнение — *условием главных максимумов*.

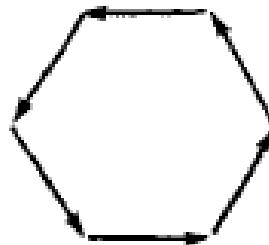
Они представляют практический интерес.

Интерференционные минимумы.

γ - угловой сдвиг по фазе волн света между соседними щелями



a)



б)

$$\gamma = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}$$

$$\gamma = 2\pi d \sin \theta / \lambda$$

Условие последнего замыкания векторов

$$N\gamma = 2\pi m'$$

где m' принимает целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$, при которых цепочка распрямляется, и мы получаем главные максимумы.

Из двух предыдущих формул в рамках следует:

$$d \sin \theta = \pm \frac{m'}{N} \lambda$$

**)

Это выражение представляет собой *условие для интерференционных минимумов* (при целочисленных значениях m' , кроме $0, N, 2N, \dots$).

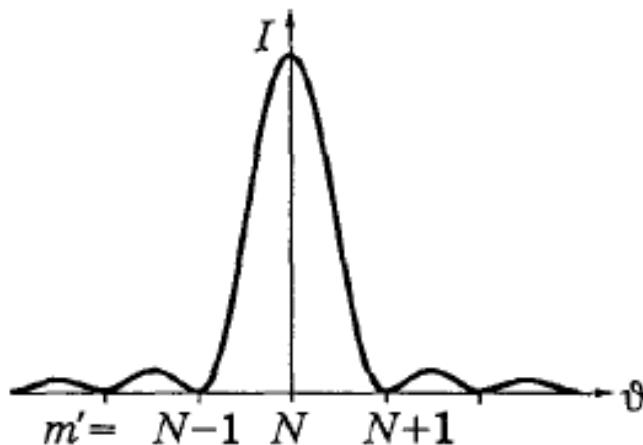
Это же выражение и будет и условием для главных максимумов при $m' = 0, N, 2N, \dots$

кроме интерференционных минимумов, необходимо иметь в виду и *дифракционные минимумы*, определяемые условием

$$b \sin \theta_m = \pm m \lambda, \quad m = 1, 2, \dots,$$

где b — ширина каждой щели.

Выражение $**)$ предыдущего слайда позволяет определять угловую ширину главных максимумов



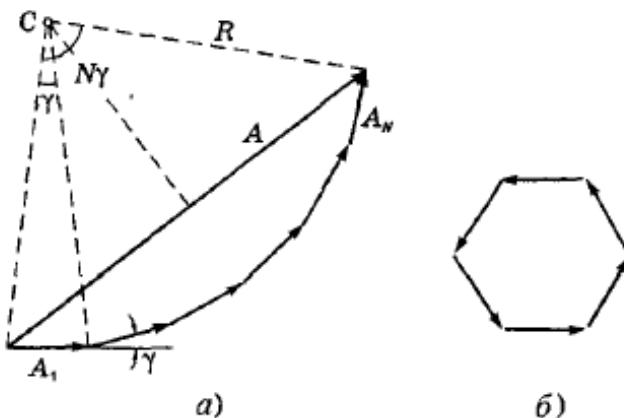
Взяв дифференциал этого выражения и учитывая, что при переходах между соседними главными максимумами m' меняется на единицу ($\delta m' = 1$).

Тогда $d \cos \theta \delta \theta = \lambda N$, определим:

$$\delta \theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} = \frac{\lambda}{h \cos \theta}$$

Интенсивность главных максимумов

$$\frac{\gamma}{2\pi} = \frac{\Delta}{\lambda}$$



$$\gamma = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \theta}{\lambda}$$

Из рисунка слайда 52 следует, что для дифракционной решетки со многими щелями результирующая амплитуда:

$$A = 2R \sin(Ny/2),$$

Амплитуда от одной щели

$$A_1 = 2R \sin(\gamma/2).$$

Исключив $2R$ из последних двух формул, получим:

$$A = A_1 \frac{\sin(N\gamma/2)}{\sin(\gamma/2)}.$$

Учитывая $I \propto A^2$ и выражение для A_1 , получаем

$$I = I_0 \frac{\sin^2(\delta/2)}{(\delta/2)^2} \cdot \frac{\sin^2(N\gamma/2)}{\sin^2(\gamma/2)},$$

где $\delta = 2\pi b \sin\vartheta/\lambda$, $\gamma = 2\pi d \sin\vartheta/\lambda$.

Пояснение из учебника Савельева

Здесь и далее угол дифракции обозначается буквой ϕ

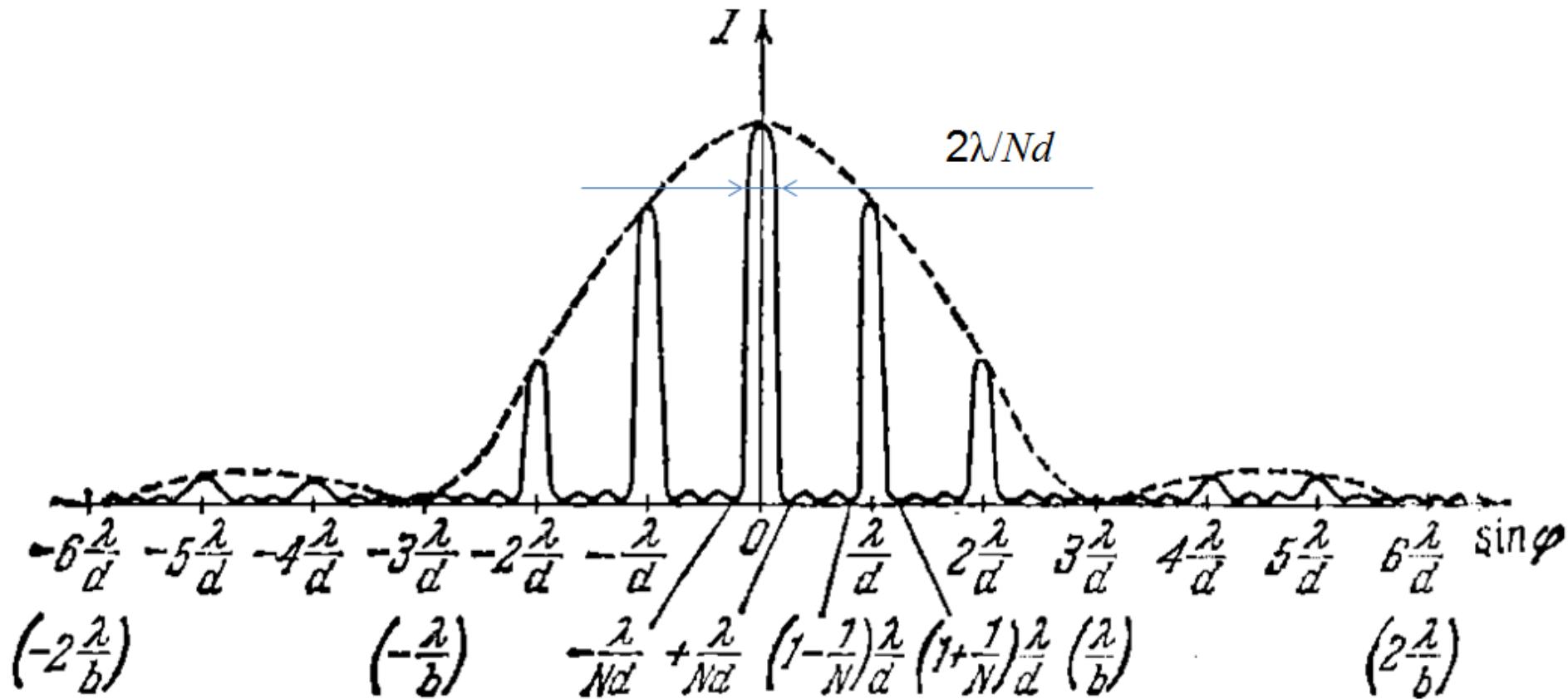
в промежутках между соседними главными максимумами имеется по $(N - 1)$ -му добавочному минимуму. Эти минимумы возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга. Направления добавочных минимумов определяются условием:

$$d \sin \phi = \pm \frac{k'}{N} \lambda$$

$$(k' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots)$$

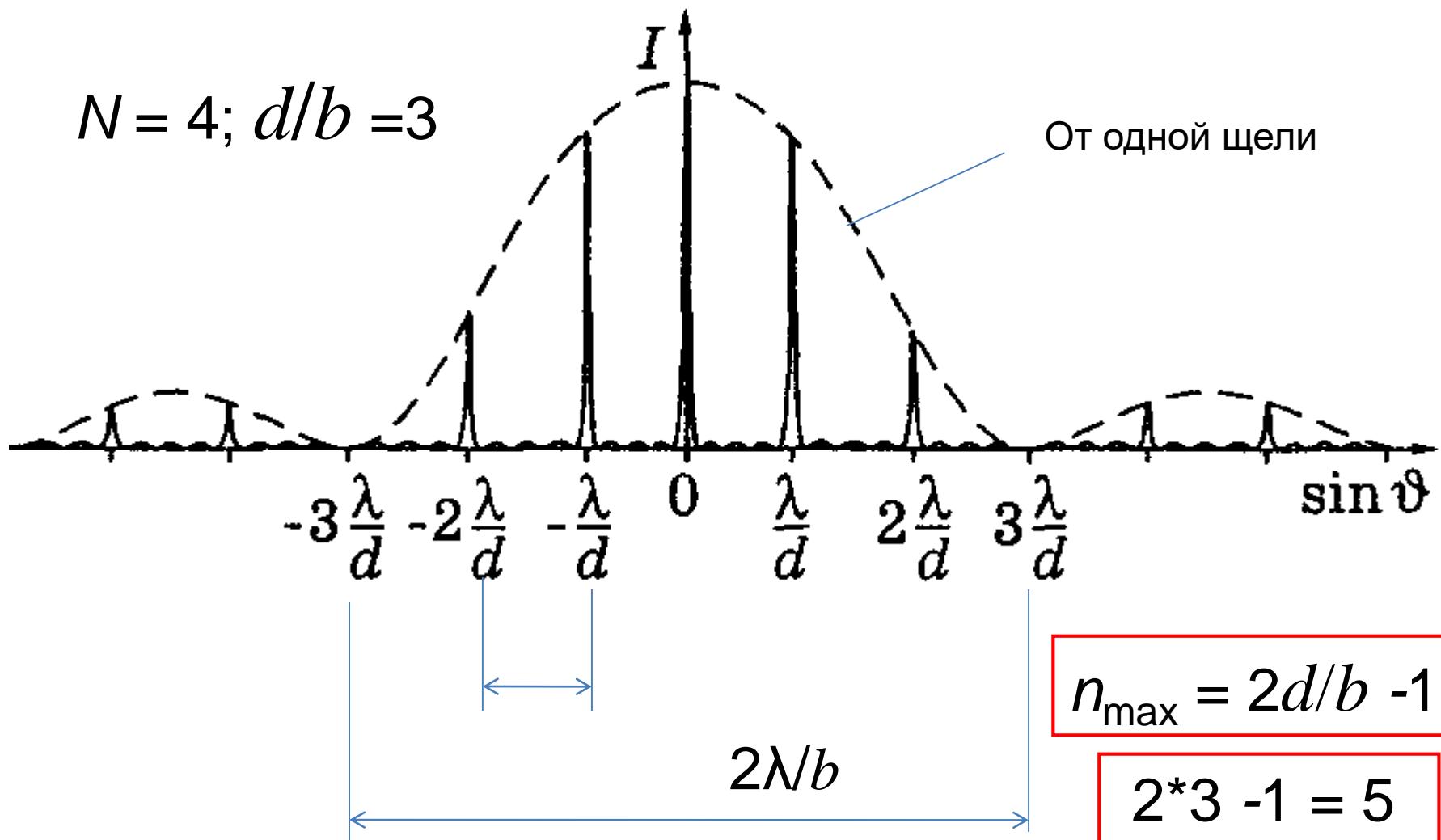
[k' принимает все целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$]

Распределение интенсивности света от дифракционной решетки



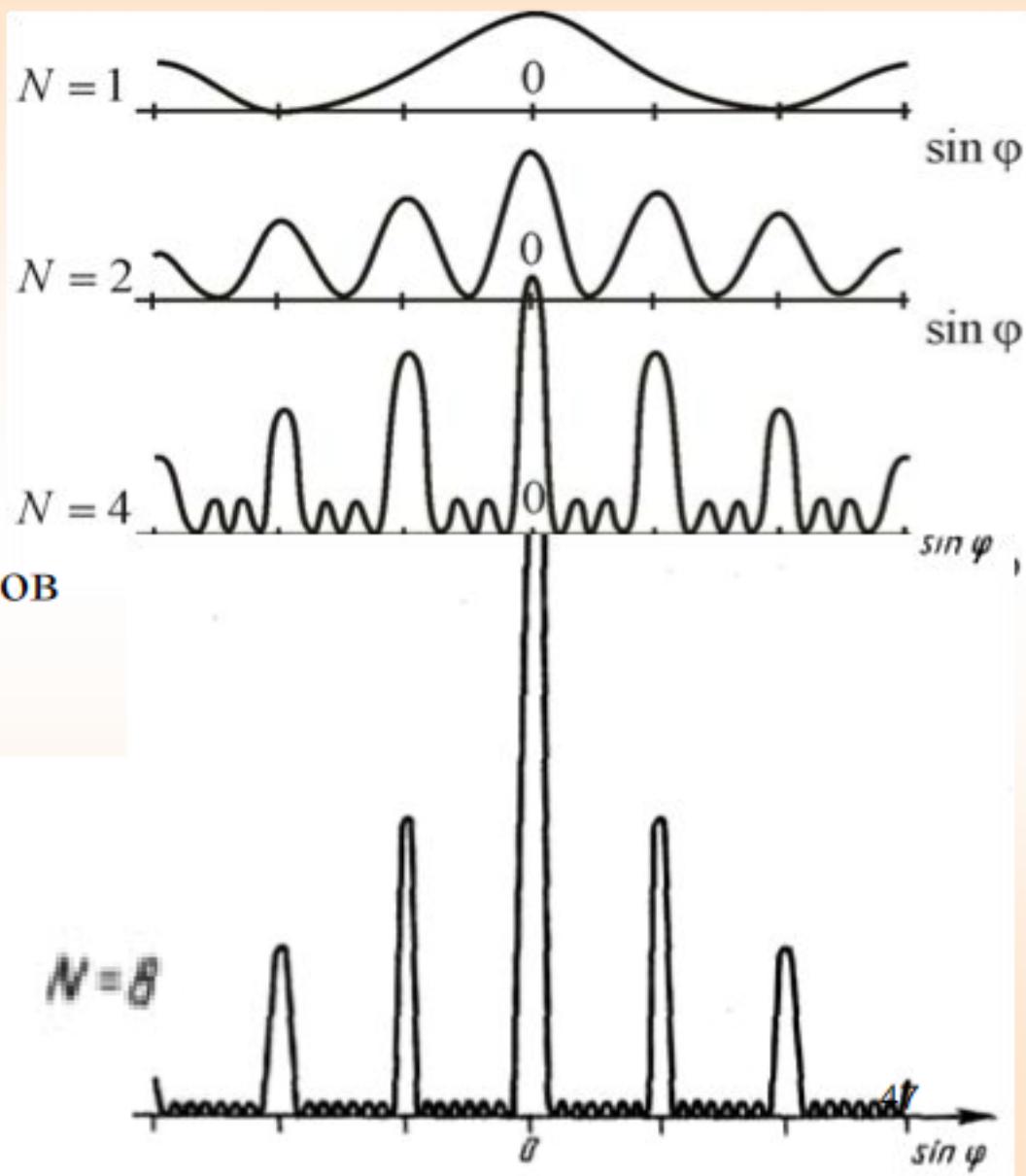
Распределение интенсивности света от дифракционной решетки

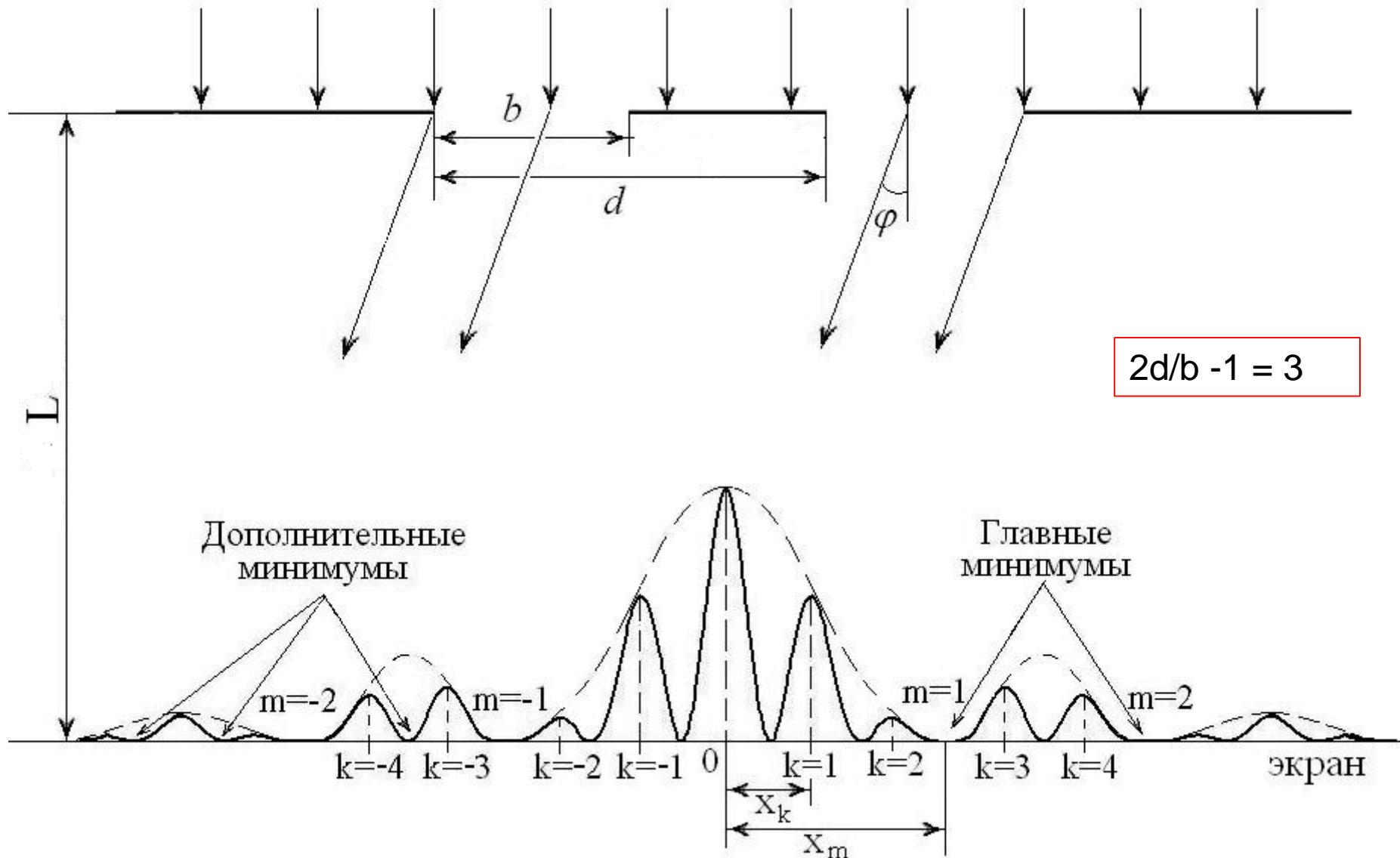
$$N = 4; d/b = 3$$



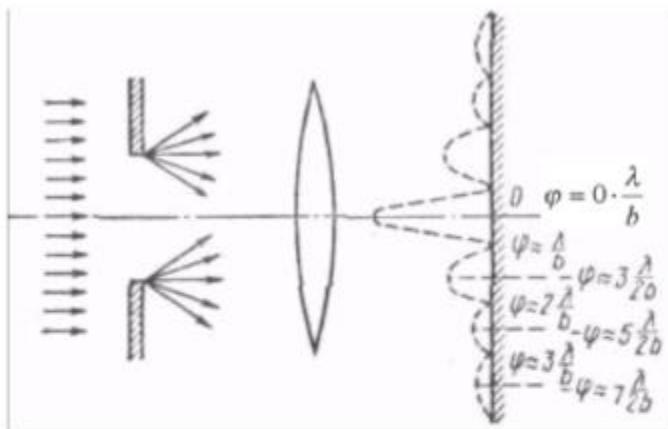
Количество щелей определяет световой поток через решетку:

Чем больше щелей N , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами.





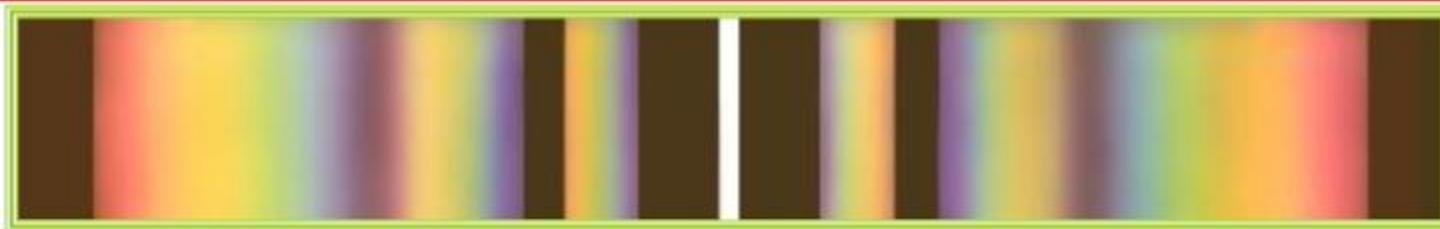
Дифракция Фраунгофера от бесконечно длинной щели

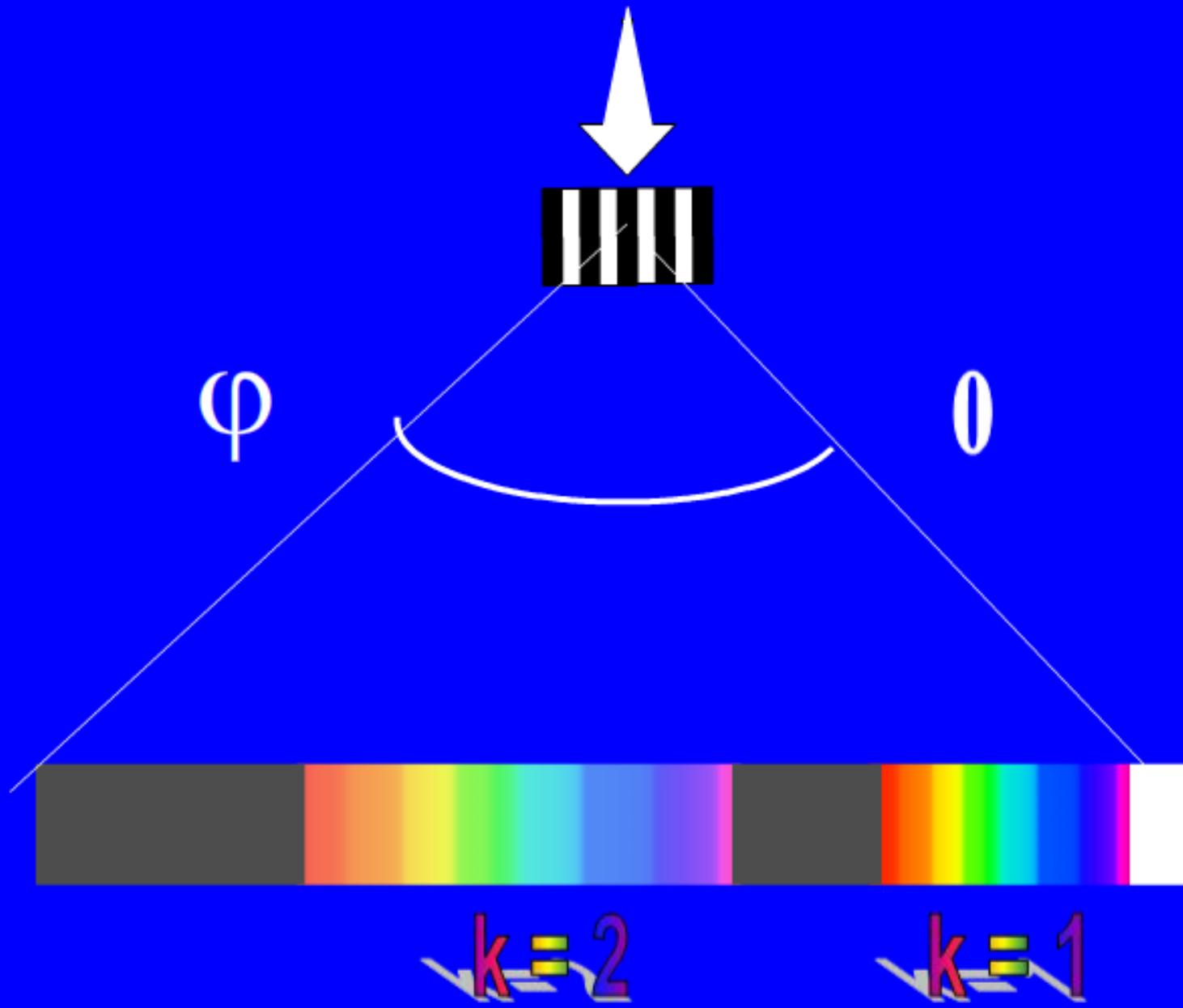


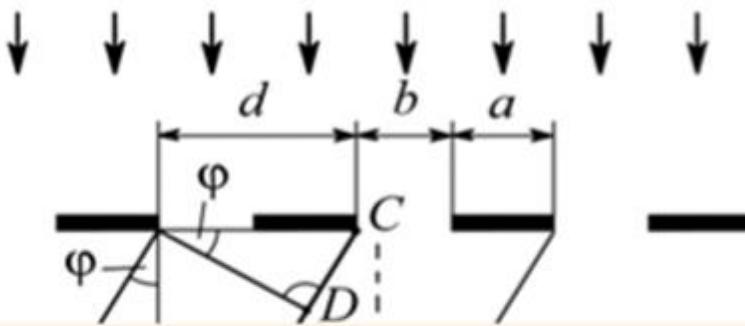
Так как углы ϕ очень малы, то $\sin\phi \approx \phi$ и условия **максимума** выполняются под углами: $\Delta = b\sin\phi = (2k+1)\lambda/2$, **$\phi \approx (2k+1)\lambda/2b$** , (так как ϕ мал, иначе интенсивность максимума убывает, то $\lambda \approx 2b$, т.е. b должно быть сравнимо с длиной волны), а условия **минимума** — под углами: **$\phi \approx 2k\cdot\lambda/2b = k\cdot\lambda/b$** ($k = 1, 2, 3, \dots$).

Чем уже щель, тем дальше друг от друга располагаются максимумы. Расположение максимумов и минимумов зависит от длины

Расположение максимумов и минимумов зависит от длины волны света. Если падающий свет — сложный, например, белый то на экране максимумы и минимумы для различных цветов располагаются в различных местах.

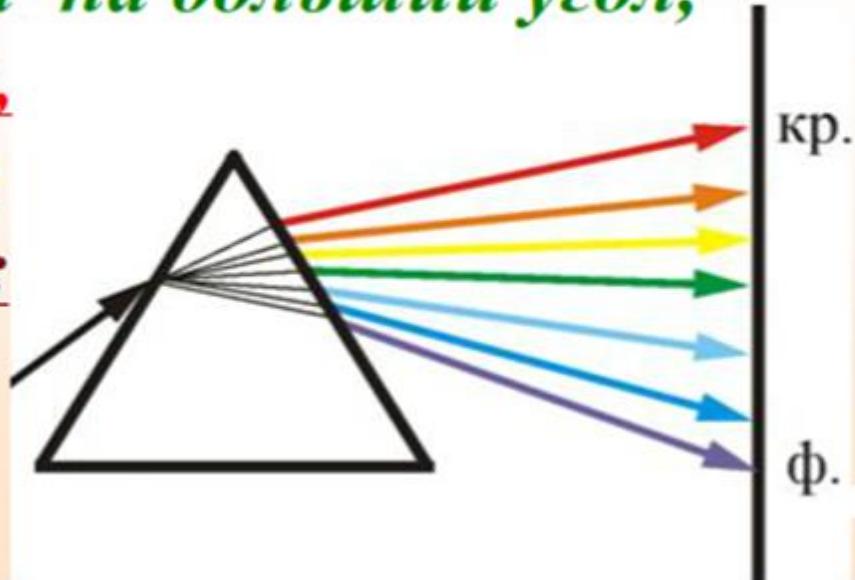






$$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{b}$$

Дифракционная решетка разлагает белый свет на составляющие, причем из формулы $\sin \varphi = \frac{m\lambda}{b}$ видно, что свет с большей длиной волны (красный) отклоняется на больший угол, в отличие от призмы, где все происходит наоборот:



Основные характеристики любого спектрального прибора

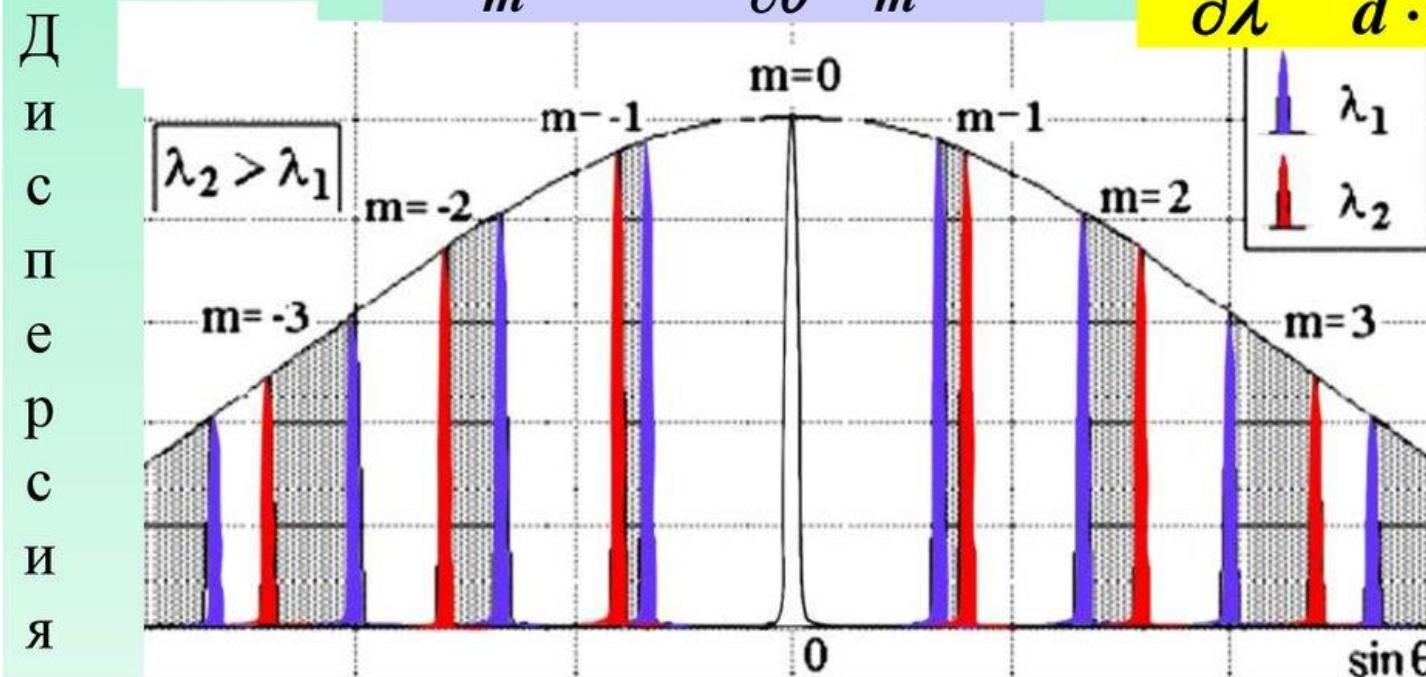
- 1. Угловая дисперсия
- 2. Разрешающая способность R
- 3. Область дисперсии.

Угловая дисперсия дифракционной решётки $D \approx m/d$

Дифракционные решетки обладают диспергирующими свойствами, разводя лучи, соответствующие различным длинам волн, в различных направлениях. Этому способствует угловая зависимость главных максимумов: чем больше длина волны излучения, тем больше угол дифракции, соответствующий данному порядку m .

Угловая дисперсия D дифракционной решетки определяется как отношение приращения угла дифракции к приращению длины волны. Находится дифференцированием условия главных максимумов; прямо пропорциональна порядку спектра m .

$$\lambda = \frac{d}{m} \sin \theta \Rightarrow \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} = \frac{d}{m} \cos \theta \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos \theta}$$

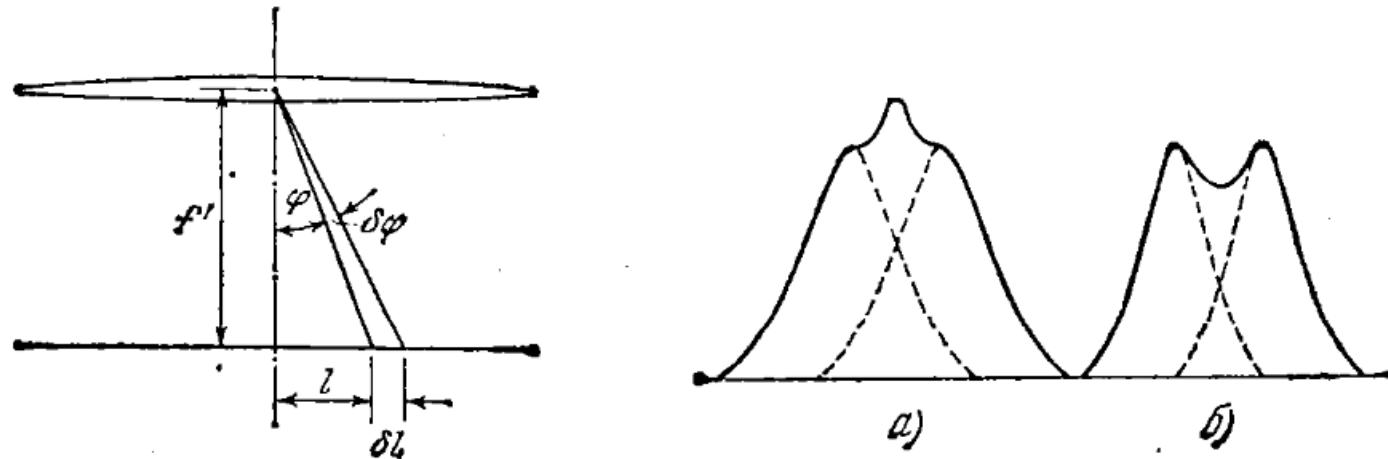


Линейная дисперсия дифракционной решётки

Линейной дисперсией называют величину

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta l}{\delta \lambda},$$

где δl — линейное расстояние на экране или на фотопластинке между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta \lambda$. Из рис. 130.5 видно, что при небольших значениях угла ϕ можно положить $\delta l \approx f' \delta \phi$, где f' — фокусное расстояние линзы, собирающей



дифрагирующие лучи на экране. Следовательно, линейная дисперсия связана с угловой дисперсией D соотношением

$$D_{\text{лин}} = f' D.$$

Разрешающая сила дифракционной решётки

Разрешающей силой спектрального прибора называют безразмерную величину

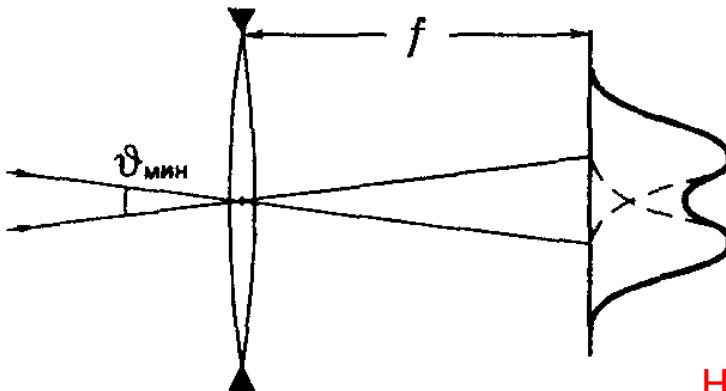
$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

где $\delta\lambda$ — минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно.

Критерий разрешения по Релею. Согласно критерию Рэлея, два точечных некогерентных источника считаются разрешенными, если центр дифракционного пятна от одного из них совпадает с ближайшим к центру минимумом дифракционной картины от другого. Это соответствует минимальному угловому расстоянию между источниками, определяемому формулой :

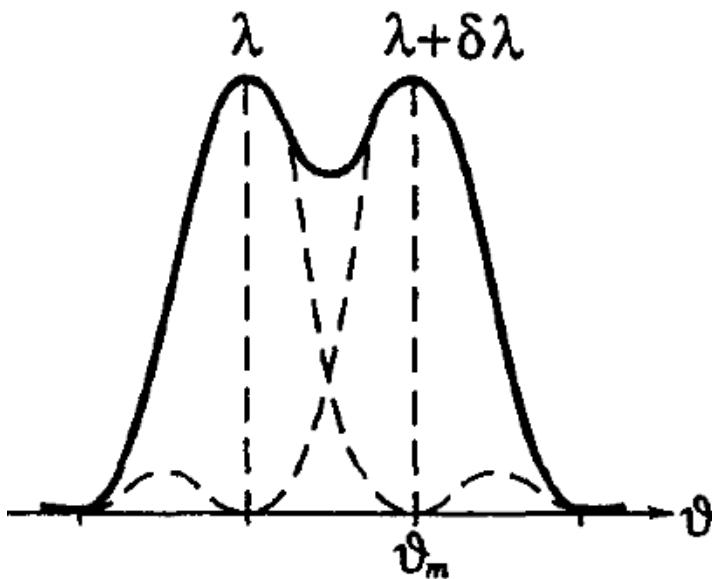
$$\theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D} .$$

Результирующая картина показана на рис. где провал составляет около 25% от максимума интенсивности.



Не конспектировать

Критерий разрешения по Релею.



согласно критерию Рэлея необходимо, чтобы максимум m -го порядка ($m' = mN$) линии с длиной волны $\lambda + \delta\lambda$ совпадал по направлению с первым минимумом линии λ ($m' = mN + 1$), т. е.

$$d \sin \theta_m = m(\lambda + \delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N} \right) \lambda$$

$$mN(\lambda + \delta\lambda) = (mN + 1)\lambda$$

$$mN\delta\lambda = \lambda$$

Отсюда следует, что

$$\lambda/\delta\lambda = mN.$$

Это и есть формула разрешающей силы ДР

Найдем для примера *разрешающую силу дифракционной решетки*. Угол дифракции середины m -го максимума волны с длиной $\lambda + \delta\lambda$ определяется условием

$$d \sin \varphi_{\max} = m(\lambda + \delta\lambda)$$

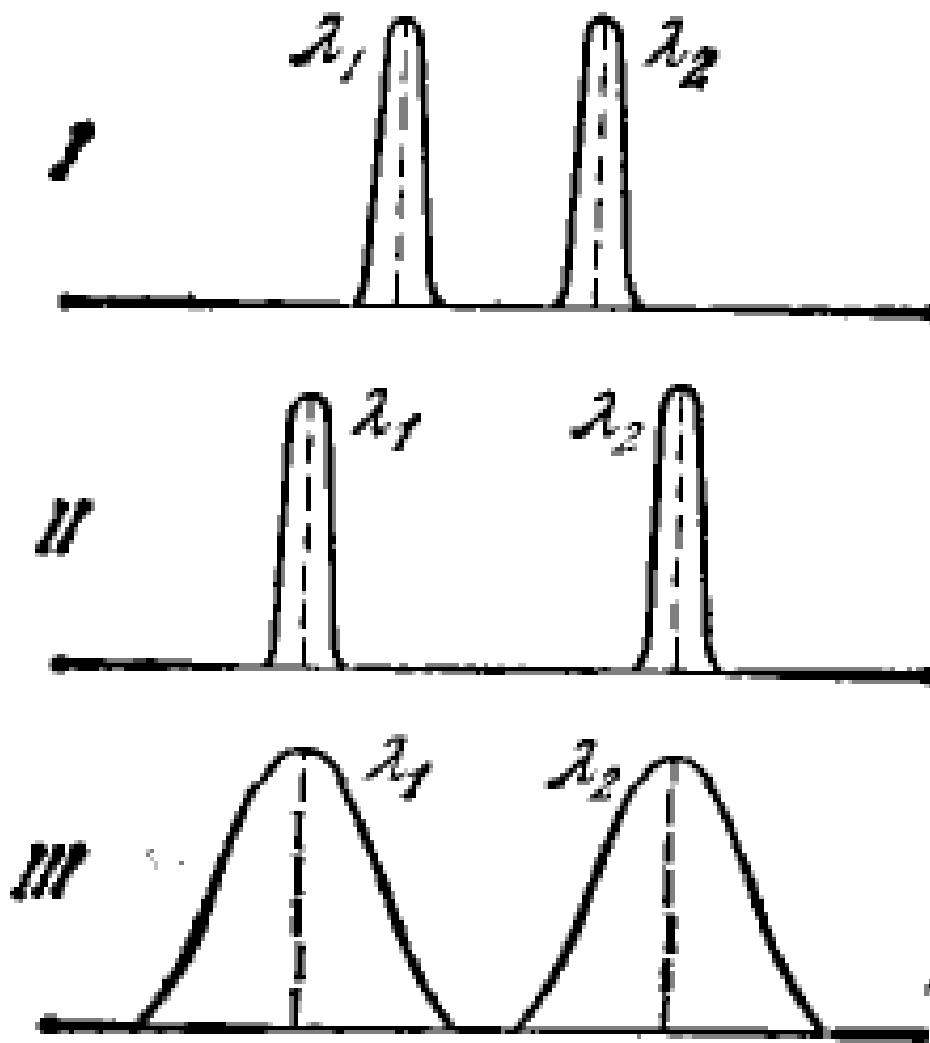
Краями спектральной линии m -го максимума волны с длиной λ являются ближайшие побочные минимумы, расположенные под углами, удовлетворяющими соотношению

$$d \sin \varphi_{\min} = (m \pm 1/N)\lambda$$

Середина максимума волны с длиной $\lambda + \delta\lambda$ будет совпадать с краем максимума волны с длиной λ , если

$$m(\lambda + \delta\lambda) = (m \pm 1/N)\lambda$$

Влияние параметров дифракционной решетки



$$R_2 = R_1$$

$$N_2 = N_1$$

$$d_2 = d_1/2$$

$$d_3 = d_2$$

$$N_3 = N_2/2$$

следовательно

$$R_3 = R_2/2$$

Область дисперсии $\Delta\lambda$ — это ширина спектрального интервала, при которой еще нет перекрытия спектров соседних порядков. Если спектры соседних порядков перекрываются, то спектральный аппарат становится *непригодным* для исследования соответствующего участка спектра.

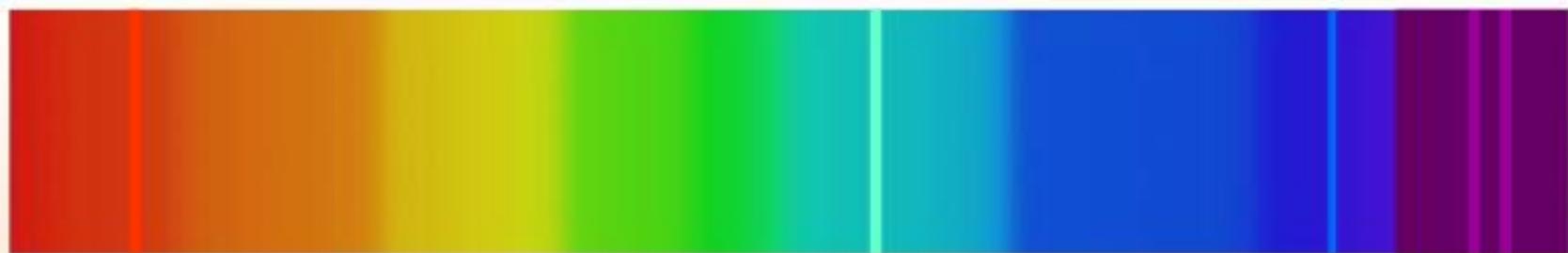
Длинноволновый конец спектра m -го порядка совпадает с коротковолновым концом спектра $(m + 1)$ -го порядка, если $m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda$, откуда следует, что *область дисперсии*

$$\Delta\lambda = \lambda/m.$$

Значит, область дисперсии $\Delta\lambda$ обратно пропорциональна порядку спектра m . При работе со спектрами низких порядков (обычно второго или третьего) дифракционная решетка пригодна для исследования излучения, занимающего достаточно широкий спектральный интервал. В этом главное преимущество дифракционных решеток перед интерференционными спектральными приборами, например, интерферометром Фабри–Перо, у которого из-за высоких порядков m область дисперсии очень мала.

Спектр атома

В о д о р о д а



H_α

H_β

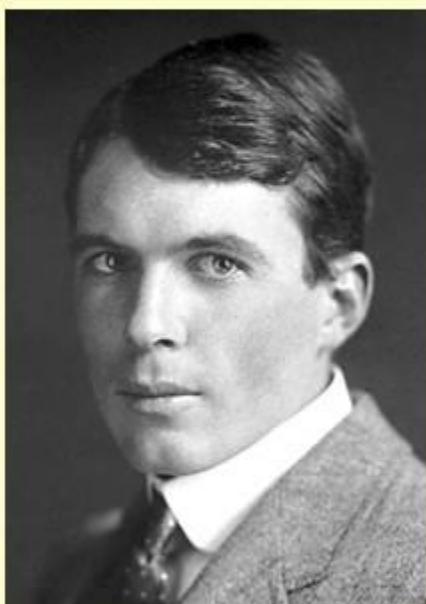
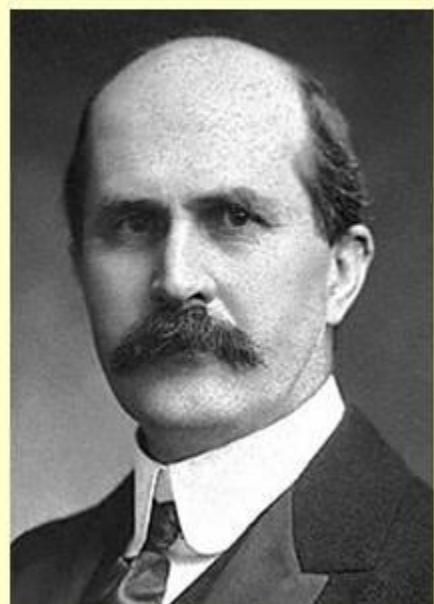
H_γ H_δ

**Линейчатый спектр
позволяет определить
химический состав
звезды**



Пространственной или трехмерной дифракционной решеткой называется такая оптически неоднородная среда, в которой неоднородности периодически повторяются при изменении всех трех пространственных координат.

Исследование дифракции рентгеновских лучей. Первые шаги

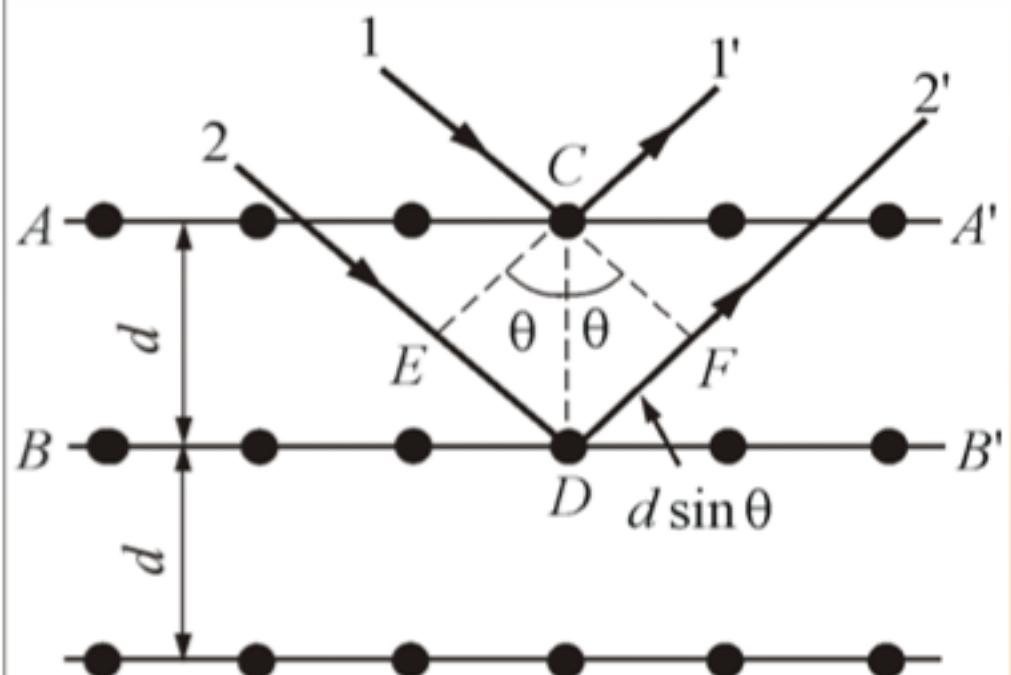


- У.Г. Брэгг, У.Л. Брэгг, (1913).

Первые расшифровки структур кристаллов (NaCl , алмаз, сфалерит ZnS и др.), начало рентгеноструктурного анализа .

Нобелевская премия по физике, 1915.

В 1913 г. русский физик Г.В. **Вульф** и английские ученые отец и сын Генри и Лоуренс **Брэгги**, независимо друг от друга, предложили простой метод расчета дифракции рентгеновских лучей в кристаллах, как *результат отражения рентгеновских лучей от плоскостей кристалла.*



Интерференционные максимумы должны удовлетворять *условию Вульфа-Брэггов :*

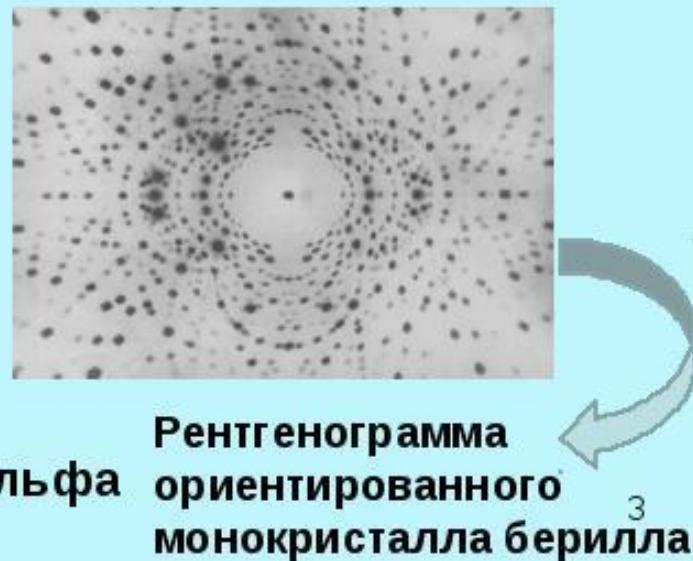
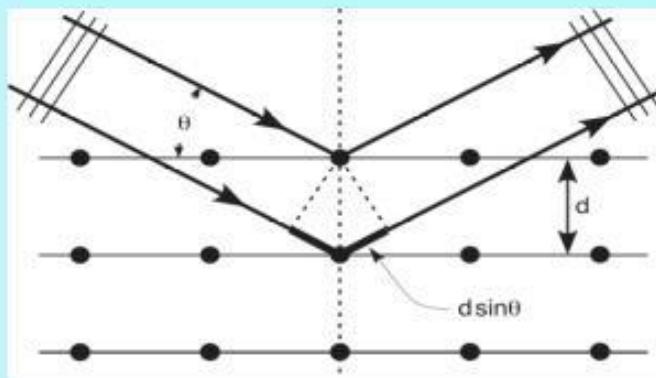
$$2d \sin \theta = m\lambda$$

Дифракция рентгеновских лучей

Макс фон Лауз высказал гипотезу, что правильное расположение атомов в кристаллической решётке (период кристаллической решетки $d \sim 10^{-8}$ см сравним с длиной волны рентгеновских лучей 10^{-6} см - 10^{-10} см) можно использовать для наблюдения интерференции рентгеновских лучей. Для этого надо взять кристалл в качестве дифракционной решётки.

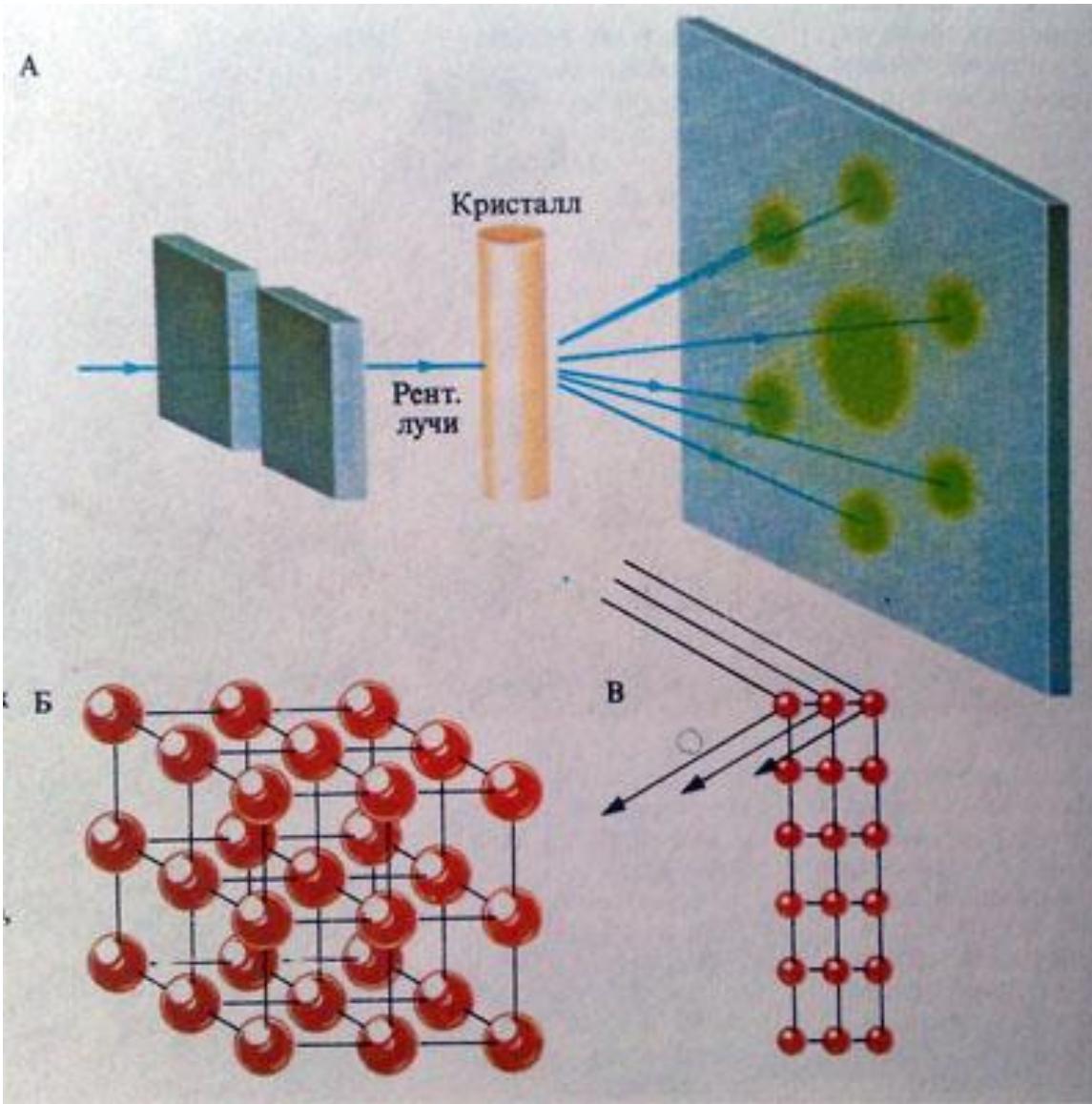


Макс фон Лауз
(Max von Laue)
(1879-1960 гг.)

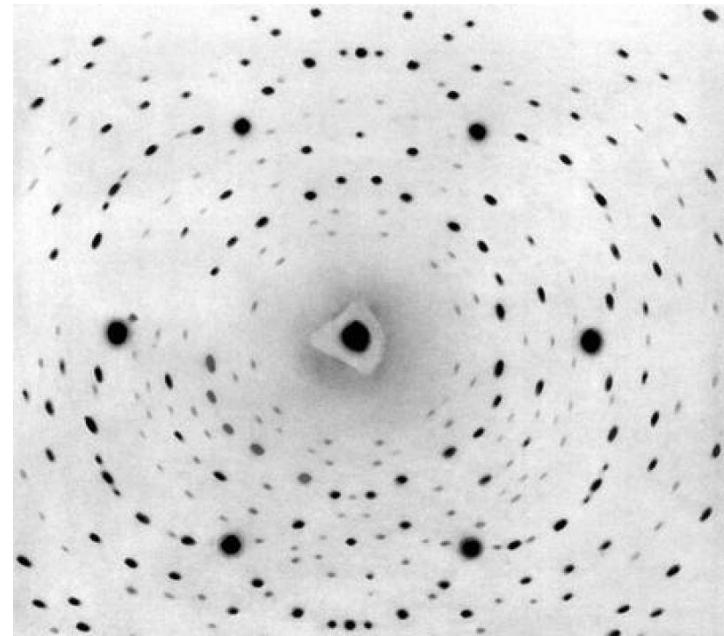
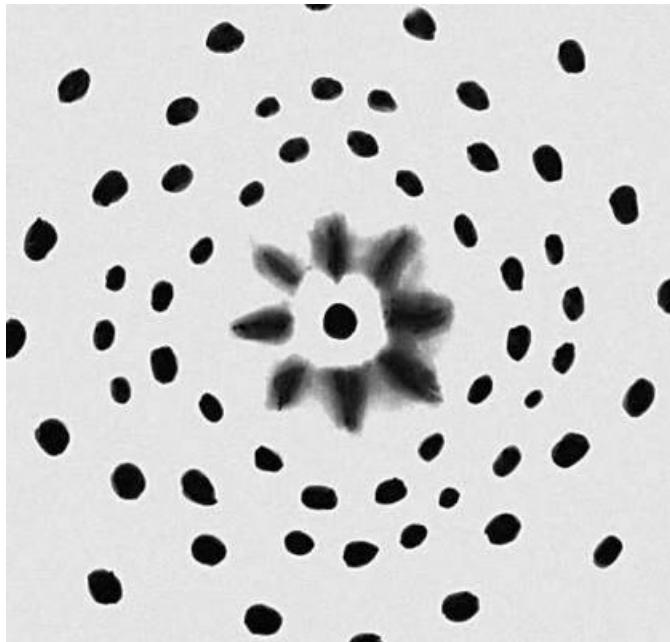


$n \lambda = 2d \sin \theta$ - формула Брэгга-Бульфа

Рентгенограмма
ориентированного
монокристалла берилла



Луэграммы



Конец лекции 15