

Билет №19.

(№1) Собственная частота малых колебаний математического маятника.

Уравнение движения  
 $m\ddot{\alpha} = -mg \sin \varphi$

при малых колебаниях  
 $\varphi \approx \sin \varphi$

или

длина дуги окружности

$$x = l\varphi$$

или

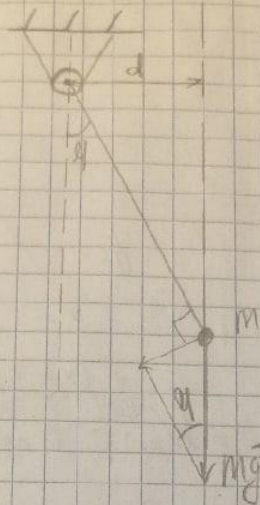
проекция силы тяжести:

$$mg \sin \varphi \approx \frac{mg l \varphi}{l} = \frac{mg x}{l}$$

$$\ddot{\alpha} = \varepsilon l = \ddot{\varphi} l$$

$$\frac{mg}{l} \varphi + m\ddot{\varphi} = 0$$

$$\frac{g}{l} \varphi + \ddot{\varphi} = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$



(№2) Консервативные силы. Работа в потенциальном поле. Связь между силой и потенциальной энергией. Выражение для нахождения силы в случае известной зависимости потенциальной энергии от координат.

Консервативные силы — силы, работа которых не зависит от траектории пути, а только от начального и конечного положения точек траектории.



Работа консервативной силы по замкнутому  
пути равна 0.  
 $\oint (F, d\vec{l}) = 0$

$$d\vec{r} = (dx, dy, dz)$$

При перемещении между  
этими точками:

$$A \approx F_x dx + F_y dy + F_z dz = W_{\text{пот}}^{\text{нач}} - W_{\text{пот}}^{\text{кон}} = -(W_{\text{пот}}^{\text{кон}} - W_{\text{пот}}^{\text{нач}})$$

$$W_{\text{пот}}^{\text{кон}} - W_{\text{пот}}^{\text{нач}} \approx (\text{grad } W, d\vec{r}) = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial y} dy + \frac{\partial W}{\partial z} dz$$

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = -\frac{\partial W}{\partial x} dx - \frac{\partial W}{\partial y} dy - \frac{\partial W}{\partial z} dz$$

$$\vec{F} = -\text{grad } W$$

Консервативная сила равна отрицательному  
градиенту потенциальной энергии.

