

Билет 1

Теория 1

В модели электрической цепи имеются следующие допущения: Длина и форма проводников не имеют значения; Проводники не имеют собственного сопротивления; Все элементы точечные, их размеры значения не имеют

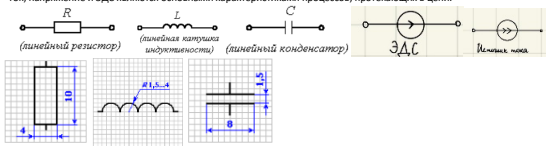
В схеме все идеализируется, например, отсутствием сопротивления катушки.

ЭДС - скалярная физическая величина, характеризующая работу сторонних сил, действующих в квазистационарных цепях постоянного или переменного тока.

Неквазистационарные системы. Если коэффициенты уравнения нестационарной системы изменяются медленно, то такую систему называют квазистационарной.

Элементы: Узлы – места соединения 3 и более проводников; Ветви – проводники, соединяющие 2 точки на схеме (полосы или узлы); Многополосники – источники или приёмники цепи. Элементы с зажимами. Активные – содержат источник энергии. Генератор ЭДС  $E$  или тока  $I$ ; Пассивные – рассеивают или накапливают энергию.  $R, L, C$ .

Ток, напряжение и ЭДС являются основными характеристическими процессами, протекающих в цепи.



Теория 2

Метод узловых потенциалов – один из методов анализа электрической цепи, который целесообразно использовать, когда количество узлов в цепи меньше или равно числу независимых контуров. Данный метод основан на составлении уравнений по первому закону Кирхгофа.

Правила составления уравнений. Ток в каждой ветви выразить через потенциалы узлов на зажимах ветви, ЭДС и сопротивления данной ветви. Следует помнить, что ток течет от точки с более высоким потенциалом к точке с более низким потенциалом. Если направление ЭДС совпадает с направлением предполагаемого тока, то такая ЭДС записывается со знаком «+», а если противоположно, то со знаком «-». При этом, потенциал одного из узлов цепи принимается равным нулю, что позволяет сократить число уравнений до  $n-1$ .

Пример: Определить значения и направления токов в ветвях методом узловых потенциалов для цепи ниже, если  $E_1=108$  В;  $E_2=90$  В;  $R_1=30$  Ом;  $R_2=40$  Ом;  $R_3=60$  Ом.

1) Обозначим на схеме узлы A, B;

2) Зададим предполагаемым направлениям токов в ветви I1, I2, I3

3) Составим (n-1) уравнение по I закону Кирхгофа для узла A.

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$

4) Выразим токи через потенциалы, ЭДС и сопротивления.

$$I_1 = \frac{\varphi_B - \varphi_A + E_1}{R_1}; \quad I_2 = \frac{\varphi_B - \varphi_A + E_2}{R_2}; \quad I_3 = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{R_3};$$

5) Примем  $\varphi_A = 0$

6) Подставляем полученные выражения токов в уравнение 1.

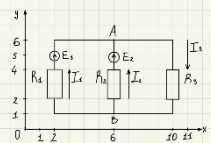
$$\frac{\varphi_B - \varphi_A + E_1}{R_1} + \frac{\varphi_B - \varphi_A + E_2}{R_2} = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{R_3}$$

7) Подставим числовые значения и решаем полученное уравнение.

$$\frac{\varphi_B + 108}{30} + \frac{\varphi_B + 90}{40} = \frac{\varphi_B}{60} \Rightarrow 9\varphi_B = -702; \varphi_B = -78 \text{ В}$$

8) Определяем токи в ветвях.

$$I_1 = \frac{\varphi_B - \varphi_A + E_1}{R_1} = 1 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{\varphi_B - \varphi_A + E_2}{R_2} = 0.3 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{\varphi_B - \varphi_A}{R_3} = 1.3 \text{ А}$$



Билет 2

Теория 1

Двуполосник - часть электрической цепи любой сложности и произвольной конфигурации, выделенная относительно двух зажимов (двух полюсов).

Двуполосник, не содержащий источников энергии или содержащий компенсированные источники (суммарное действие которых равно нулю), называется пассивным. Пассивный двуполосник является потребителем энергии и может быть заменен эквивалентным сопротивлением, величина которого равна входному сопротивлению двуполосника. Если в схеме двуполосника имеются не компенсированные источники, он называется активным. Активный двуполосник ведет себя как генератор. Находясь внутри него не компенсированные источники отдадут энергию во внешнюю цепь.

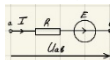
Теорема об активном двуполоснике: Любой активный двуполосник может быть заменен эквивалентным генератором, ЭДС которого  $E$ , равна напряжению холостого хода двуполосника, а внутреннее сопротивление  $R_0$  напряжению холостого хода, деленному на ток короткого замыкания.

Связь между токами и напряжениями реактивных двуполосников: 1. Частоты резонансов напряжений и токов реактивного двуполосника чередуются: между любыми двумя резонансами напряжений имеется один резонанс токов, и между любыми двумя резонансами токов находится резонанс напряжений; 2. Если в схеме двуполосника есть путь для прохождения постоянного тока, то первым наступает резонанс токов, а если такого пути нет, первым наступает резонанс напряжений;

Закон Ома, выражаемый формулой:  $I = \frac{U}{Z}$  которая определяет зависимость между током и напряжением на пассивном участке электрической цепи.

Обобщенный закон Ома определяет связь между основными электрическими величинами на участке цепи постоянного тока, содержащем резистор и идеальный источник ЭДС.

Пример:  $I = \frac{U_{ab} - E}{R}$  (и картинка справа)



Теория 2

Этот метод заключается в том, что вместо токов в ветвях определяются на основании второго закона Кирхгофа так называемые контурные токи, замыкающиеся в контурах.

Токи в ветвях  $I_1$  и  $I_2$  равны контурным токам.

$$I_1 = I_{11}; \quad I_2 = I_{22}; \quad I_3 = I_{11} + I_{22}$$

$$I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 = E_1 - E_2$$

$$I_{11} \cdot R_1 + (I_{11} + I_{22}) \cdot R_3 = E_1 - E_2$$

$$I_{11} \cdot (R_1 + R_3) + I_{22} \cdot R_3 = E_1 - E_2$$

Аналогично для второго контура:  $I_{22} \cdot (R_2 + R_3) + I_{11} \cdot R_3 = E_2 - E_1$

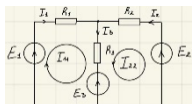
Уравнения, составленные по методу контурных токов, всегда записывают

в виде системы  $\begin{cases} I_{11} \cdot (R_1 + R_3) + I_{22} \cdot R_3 = E_1 - E_2 \\ I_{22} \cdot (R_2 + R_3) + I_{11} \cdot R_3 = E_2 - E_1 \end{cases}$ , где  $E_1, E_2, E_3$  –

алгебраическая сумма ЭДС, содержащихся в 1,2,3-ом контуре соответственно.

Число уравнений, записываемых для контурных токов по второму закону Кирхгофа, равно числу независимых контуров, то есть для электрической схемы с числом узлов  $q$  и числом ветвей  $r$  задача нахождения контурных токов сводится к решению системы  $p = q - 1$  уравнений. Положительные направления контурных токов задаются произвольно.

Направление обхода каждого контура принимается обычно совпадающим с выбранным положительным направлением контурного тока.



Билет 3

Теория 1

Физическое обоснование: Заданы схемы электрической цепи со значениями всех ее элементов, а также напряжения и токи источников, действующих в цепи, требуется найти токи в ветвях и напряжения на элементах цепи. Для определения искомого токов и напряжений необходимо составить уравнения цепи, которые определяются только геометрической конфигурацией и способами соединения элементов цепи. Эти уравнения составляются на основе двух законов Кирхгофа, которые связывают токи ветвей, соединяющихся в узлах, и напряжения элементов, входящих в контуры.

Первый закон Кирхгофа, выражающий закон сохранения заряда, формулируется так: В любой момент алгебраическая сумма токов ветвей, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю:  $\sum_{i=1}^n I_i = 0$

Знак тока при записи первого закона Кирхгофа определяется выбором положительных направлений токов ветвей: например, токам, входящим в узел, приписываются отрицательные знаки, а токам, выходящим из узла – знаки минус.

Второй закон Кирхгофа: Алгебраическая сумма э.д.с. источников, действующих в контуре, равна алгебраической сумме напряжений на элементах контура:  $\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{j=1}^m U_j$

При этом напряжения на элементах контура и э.д.с. источников входят в уравнение выше со знаком плюс, если их положительные направления совпадают с направлением обхода

контура, в обратном случае слагаемые берутся со знаком минус.

Пример: Цепь содержит 3 ветви и два узла: «а» и «б», следовательно, по первому закону Кирхгофа составим одно уравнение, а остальные два – по второму закону Кирхгофа. Выбрав положительные направления токов I1, I2, I3 такими, как показано на рисунке, и обхода контур I и II по часовой

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ E_1 = I_1 \cdot r_1 + I_2 \cdot r_2 \\ 0 = -I_2 \cdot r_2 + U_1 + I_1 \cdot r_1 \end{cases}$$

стрелке, получим

После решения и подстановки числовых значений, полученные результаты могут быть либо положительными, либо отрицательными. В случае

отрицательного значения действительное направление тока будет противоположным указанному на рисунке.

Линейно-независимые уравнения: при записи линейно независимых уравнений по второму закону Кирхгофа стремятся, чтобы в каждый новый контур, для которого составляют уравнение, входила хотя бы одна новая ветвь, не вошедшая в предыдущие контуры, для которых уже записаны уравнения по второму закону Кирхгофа. Такие контуры условимся называть независимыми.



Теория 2

Гармонический сигнал – это гармонические колебания со временем распространяющейся в пространстве, которые несут в себе информацию или какие-то данные и описываются уравнением:  $y = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ , где  $A$  – длина вектора (амплитуда колебаний),  $\varphi_0$  – начальный угол (фаза) вектора в нулевой момент времени,  $\omega$  – угловая скорость вращения.

В комплексном виде:  $S = A \cdot e^{i(\omega t + \varphi_0)} = A \cdot (\cos(\omega t + \varphi_0) + i \cdot \sin(\omega t + \varphi_0))$ ,

где  $x = Re \cdot S = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ ,  $y = i \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$

Комплексное число – это выражение вида  $a + bi$ , где  $a, b$  – действительные

числа,  $i$  – так называемая мнимая единица, символ, квадрат которого равен -1,

то есть  $i^2 = -1$ .

Операции: 1) Сложение:  $x_1 + i \cdot y_1 + x_2 + i \cdot y_2 = (x_1 + x_2) + i \cdot (y_1 + y_2)$

2) Вычитание:  $x_1 + i \cdot y_1 - (x_2 + i \cdot y_2) = (x_1 - x_2) + i \cdot (y_1 - y_2)$

3) Умножение:  $(x_1 + i \cdot y_1) \cdot (x_2 + i \cdot y_2) = (x_1 \cdot x_2 - y_1 \cdot y_2) + i \cdot (x_1 \cdot y_2 + y_1 \cdot x_2)$

4) Деление:  $\frac{x_1 + i \cdot y_1}{x_2 + i \cdot y_2} = \frac{(x_1 + i \cdot y_1) \cdot (x_2 - i \cdot y_2)}{(x_2 + i \cdot y_2) \cdot (x_2 - i \cdot y_2)} = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \cdot \frac{x_2 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_2}{x_2^2 + y_2^2}$

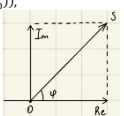
Функции комплексной переменной: каждому значению комплексной переменной  $z = x + i \cdot y$  соответствует определенное значение комплексной переменной  $w = u + i \cdot v$ ; а именно:  $w = f(z) = u(x, y) + i \cdot v(x, y)$ ;  $u(x, y) = Re(w(z))$ ;  $v(x, y) = Im(w(z))$

Комплексная амплитуда – величина, не зависящая от времени, модуль и аргумент, которой равны соответственно

амплитуде и начальной фазе заданной гармонической функции.

Сложение колебаний равных частот:  $\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$

$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) \Rightarrow S = 2 \cdot A \cdot \cos(\frac{\omega t + \varphi_1}{2}) \cdot \sin(\frac{\omega t + \varphi_1}{2} + \varphi_0)$



## Билет 1

### Теория 1

Цепь линейная - если элемент, параметры которого (сопротивление  $R$ , индуктивность  $L$  и ёмкость  $C$ ) не зависят от величины и направления токов и приложенных напряжений.

Цепи нелинейные - если в состав которых входит хотя бы один нелинейный элемент, то есть параметры которых зависят от величины и (или) направления связанных с этими элементами переменных (напряжения  $U$ , тока  $I$ )

Инерционными цепями содержат инерционные элементы (индуктивности, ёмкости), способные накапливать или отдавать накопленную электрическую энергию.

Цепи с безинерционными элементами нелинейность проявляется и в отношении мгновенных значений тока и напряжения. Поэтому при подаче на элемент, например, синусоидального напряжения, ток в нем будет иметь форму, отличную от синусоиды

Вольтамперная характеристика (ВАХ) - зависимость тока, протекающего через сопротивление, от напряжения на этом сопротивлении, выраженная графически. ВАХ могут быть линейными и нелинейными.

Аппроксимация - замена сложных функций приближенными аналитическими выражениями. Они бывают: 1) Полиномиальной (она выполняется с помощью формулы Тейлора данному случае должна быть непрерывной, однозначной и абсолютно гладкой); 2) Кусочно-линейная (совокупностью линейных участков вблизи возможных рабочих точек)

Двууполосник - это часть цепи, имеющей по отношению к оставшейся схеме всего два вывода. При этом не имеет значения, какое электрическое соединение имеет эта схема. Он пассивный, если в заменяемой части цепи нет источника ЭДС.

### Теория 2

$\hat{U}(t) = U_m \cdot e^{i\omega t}$  - общий вид комплексной гармонической функции.

$\frac{d}{dt} \cdot \hat{U}(t) = i\omega \hat{U}(t)$  - производная

$\int \hat{U}(t) dt = \frac{\hat{U}(t)}{i\omega}$  - интеграл

$z_L = i\omega L$  - комплексное сопротивление индуктивности

$z_C = \frac{1}{i\omega C} = -\frac{i}{\omega C}$  - комплексное сопротивление конденсатора

$z = \frac{\hat{U}}{\hat{I}}$  - комплексное сопротивление

$Y = \frac{1}{z}$  - комплексная проводимость

Комплексная схема замещения цепи может быть получена из схемы замещения для мгновенных значений путем замены всех идеализированных пассивных двууполосников их комплексными сопротивлениями (проводимостями) и всех токов и напряжений — их комплексными изображениями.

По внешнему виду комплексная схема замещения цепи подобна цепи постоянного тока, составленной только из сопротивлений и идеализированных источников энергии, причем, подобно цепи постоянного тока, компонентные уравнения всех ветвей в комплексной форме являются алгебраическими.

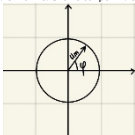
Метод комплексных амплитуд - метод расчета линейных электрических цепей, содержащих реактивные элементы, в установившемся режиме при гармонических входных сигналах.

Суть метода заключается в следующем: Для всех реактивных элементов определяется их комплексное сопротивление; Все токи и напряжения рассматриваются в виде комплексных амплитуд. После введения этих замен задача анализа цепи сводится к задаче анализа цепи на постоянном токе: Комплексные сопротивления трактуются как обычные сопротивления; Комплексные амплитуды токов и напряжений как обычные токи и напряжения

Таким образом, мы избавились от реактивности элементов и зависимости от времени сигналов. Эти факторы, затрудняющие математическое описание схемы, теперь перенесены в сигнал: все параметры зависят от частоты гармонического сигнала и являются комплексозначимыми.

$\hat{U}(t) = U_m \cdot e^{i\omega t}$   $\hat{U}_m = U_m \cdot e^{i\varphi}$ , где  $\varphi$  - фаза.

Применение - расчёт цепей с реактивными элементами методами контурных токов, узловых потенциалов.



## Билет 6

### Теория 1

Двууполосник - часть электрической цепи любой сложности и произвольной конфигурации, выделенная относительно двух зажимов (двух полюсов).

Если в схеме двууполосника имеются не скомпенсированные источники, он называется активным. Активный двууполосник ведет себя как генератор. Находящиеся внутри него не скомпенсированные источники отдают энергию во внешнюю цепь.

Теорема об активном двууполоснике: Любой активный двууполосник может быть заменен эквивалентным генератором, ЭДС, которого  $E_s$  равна напряжению холостого хода двууполосника, а внутреннее сопротивление  $R_s$  напряжению холостого хода, деленному на ток короткого замыкания.

Теорема Тевенина (Эквивалентного источника напряжения). По отношению к выбранной ветви оставшаяся часть цепи может быть выбрана в виде эквивалентного источника напряжения с  $E_s$  и внутренним сопротивлением  $R_s$ , причём  $E_s$  равно  $E$  холостого хода.

Теорема Нортон (Эквивалентного источника тока). По отношению к зажимам произвольно выбранной ветви, вся остальная активная часть цепи может быть представлена в виде эквивалентного источника тока  $I_s$  и входной проводимости  $G_s$ , при этом  $I_s$  находит пути короткого замыкания.

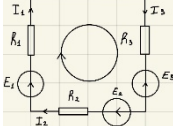
Электрическая энергия - это способность электромагнитного поля производить работу, преобразовываясь в другие виды энергии. Электрическая мощность - это работа по перемещению электрических зарядов в единицу времени.

Пример: Уравнение энергетического баланса:  $P_{\text{ген}} = P_{\text{пот}};$

$P_{\text{ген}} = \sum U_i \cdot I_i$   $P_{\text{пот}} = \sum I_i^2 \cdot R_i$

$P_{\text{ген}} = \sum U_i \cdot I_i$   $P_{\text{пот}} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3$

$P_{\text{ген}} = -U_{12} \cdot I_1 + U_{12} \cdot I_2 + U_{12} \cdot I_3$



### Теория 2

При гармоническом воздействии в основу всех методов расчета линейных цепей положен метод комплексных амплитуд.

Основными методами расчета цепей в установившемся режиме при гармоническом воздействии являются: Метод токов ветвей (МТВ); Метод контурных токов (МКТ); Метод узловых потенциалов (МУП); Метод наложения.

Методы контурных токов и узловых потенциалов в комплексной форме, их геометрическая интерпретация.

Метод контурных токов:

Метод контурных токов базируется на уравнениях второго закона Кирхгофа для  $p - q + 1$  независимых контуров, где  $p$  - количество ветвей, а  $q$  - количество узлов в цепи. Для выбранных независимых контуров вводится обозначение и задается положительное направление  $p - q + 1$  комплексных амплитуд кольцевых токов  $I_{k1}, k$  - номер контура.

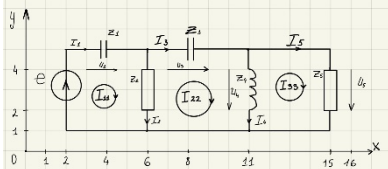
Через контурные токи выражаются токи всех ветвей цепи и по закону Ома определяются напряжения ветвей, а затем записываются уравнения второго закона Кирхгофа для контуров, не содержащих идеальные источники тока. Для контуров с идеальными источниками тока записываются уравнения связи контурных токов и тока источника.

Система содержит  $p - q + 1$  уравнений для комплексных амплитуд контурных токов. По найденным контурным токам определяются искоемые токи или напряжения ветвей.

Проведем расчет выше показанной цепи.  $\hat{U}_1 = Z_1 \cdot \hat{I}_{11}$ ;  $\hat{U}_3 = Z_3 \cdot \hat{I}_{22}$ ;  $\hat{U}_4 = Z_4 \cdot (\hat{I}_{22} - \hat{I}_{33})$ ;  $\hat{U}_5 = Z_5 \cdot \hat{I}_{33}$

По второму закону Кирхгофа необходимо записать три уравнения:  $\begin{cases} \hat{U}_1 + \hat{U}_2 = \hat{E} \\ \hat{U}_1 + \hat{U}_2 = \hat{E} \\ \hat{U}_1 = \hat{U}_2 \end{cases}$

уравнений метода контурных токов в виде:  $\begin{cases} Z_1 \cdot \hat{I}_{11} + Z_2 \cdot (\hat{I}_{11} - \hat{I}_{22}) = \hat{E} \\ Z_1 \cdot \hat{I}_{11} + Z_2 \cdot (\hat{I}_{11} - \hat{I}_{22}) = \hat{E} \\ Z_4 \cdot (\hat{I}_{22} - \hat{I}_{33}) = Z_4 \cdot \hat{I}_{22} \end{cases}$



Метод узловых потенциалов:

Метод узловых потенциалов базируется на первом законе Кирхгофа. В цепи выделяются  $q - 1$  потенциальных узлов, последний  $q$ -й узел объявляется нулевым, а для остальных задаются узловые потенциалы с положительным направлением в нулевой узел.

Через узловые потенциалы с помощью закона Ома и второго закона Кирхгофа выражаются токи всех ветвей цепи, которые подставляются в  $q - 1$  уравнений первого закона Кирхгофа для контуров, не содержащих идеальные источники тока. В результате получается система уравнений метода узловых потенциалов.

Схема цепи с обозначенными узловыми напряжениями

$\hat{U}_{11}, \hat{U}_{22}$  для потенциальных узлов, обозначенных цифрами 1 и 2 в кружках.

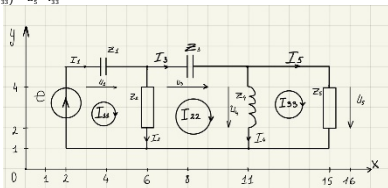
Выразим комплексные амплитуды токов ветвей через узловые напряжения. Для контура  $i, Z_i, Z_i$  по второму закону Кирхгофа  $\hat{U}_i = \hat{E} - \hat{U}_{i1}$ , тогда по закону Ома:  $\hat{I}_1 = \frac{\hat{E} - \hat{U}_{11}}{Z_1}$

Для тока  $I_2$  получим:  $\hat{I}_2 = \frac{\hat{U}_{11}}{Z_2}$

Для контура  $Z_2, Z_3, Z_4$  по второму закону Кирхгофа и закону Ома получим:  $\hat{I}_3 = \frac{\hat{U}_{11} - \hat{U}_{22}}{Z_3}$

Для ветвей  $Z_4$  и  $Z_5$  из закона Ома следует:  $\hat{I}_4 = \frac{\hat{U}_{22}}{Z_4}$ ;  $\hat{I}_5 = \frac{\hat{U}_{22}}{Z_5}$ . Уравнения первого закона Кирхгофа для цепи имеют вид:  $\hat{I}_1 = \hat{I}_2 + \hat{I}_3$

Подставляя в них найденные токи ветвей, получим систему уравнений метода узловых потенциалов:  $\frac{\hat{E} - \hat{U}_{11}}{Z_1} = \frac{\hat{U}_{11}}{Z_2} + \frac{\hat{U}_{11} - \hat{U}_{22}}{Z_3}$ ;  $\frac{\hat{U}_{11} - \hat{U}_{22}}{Z_3} = \frac{\hat{U}_{22}}{Z_4} + \frac{\hat{U}_{22}}{Z_5}$



**Билет18**

**Теория 1**

Применение преобразования Лапласа для анализа электрических цепей. Прямое и обратное преобразование Лапласа. Оригинал и изображение.

Анализ переходных процессов даже для относительно простых цепей зачастую представляет значительные сложности, т.к. требует решения дифференциальных уравнений. Задачу можно существенно упростить, если преобразовать уравнения, сделав их алгебраическими. Но в переходных процессах во всех функциях переменной величиной является время, поэтому для исключения производных требуется перейти к новой не зависящей от времени переменной. Такой переход для функции  $f(t)$  можно осуществить, например, с помощью преобразования Лапласа:

Прямое преобразование Лапласа:  $F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt$ , где  $p = a + jb$  – некоторое комплексное число, являющееся переменной функции  $F(p)$

Функция времени  $f(t)$  называется оригиналом, а функция комплексной переменной  $F(p)$  – её изображением.

Обратный переход от изображения к оригиналу может быть осуществлен с помощью обратного преобразования

$$\text{Лапласа: } f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} F(p)e^{pt} dp$$

Нули, полюсы, карта нулей и полюсов двуполосника. Связь между действительной и мнимой составляющими сопротивления и проводимости линейного двуполосника.

Если представить входное сопротивление двуполосника в виде отношения двух полиномов, расположенных по

$$\text{убывающим степеням оператора } p, Z(p) = \frac{N(p)}{M(p)} = \frac{a_0 p^m + a_1 p^{m-1} + \dots + a_{m-1} p + a_m}{b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \dots + b_{n-1} p + b_n}$$

то должны выполняться следующие пять условий: 1) Все коэффициенты  $a$  и  $b$  в числителе и знаменателе должны быть неотрицательны; 2) Наивысшая (наименьшая) степень полинома числителя ( $n$ ) не может отличаться от наивысшей (наименьшей) степени полинома знаменателя ( $m$ ) более чем на единицу; 3) Если условиться значения  $p$ , при которых  $Z(p) = 0$ , называть нулями функции  $Z(p)$ , а значения  $p$ , при которых  $Z(p) = \infty$ , – полюсами  $Z(p)$ , то нули и полюсы должны быть расположены только в левой части плоскости  $p$ ; 4) Нули и полюсы, расположенные на мнимой оси плоскости  $p$ , должны быть только простые, не кратные; 5) Если вместо  $p$  в выражение  $Z(p)$  подставить  $j\omega$ , то при любом значении  $\omega$  должно быть  $\text{Re}Z(j\omega) \geq 0$ .

**Теория 2**

Цепи с распределенными параметрами — это такие электрические цепи, в которых напряжения и токи на различных участках даже неразветвленной цепи отличаются друг от друга, т.е. являются функциями двух независимых переменных: времени  $t$  и пространственной координаты  $x$ . У цепи данного класса каждый элемент их длины характеризуется сопротивлением, индуктивностью, а между проводниками — соответственно емкостью и проводимостью.

Токи и напряжения в линии описываются системой телеграфных уравнений:  $-\frac{du(x,t)}{dx} = R_0 \cdot i(x,t) + L_0 \cdot \frac{di(x,t)}{dt}$

$$-\frac{di(x,t)}{dx} = G_0 \cdot u(x,t) + C_0 \cdot \frac{du(x,t)}{dt}$$

Бегущая волна - волна, которая при распространении в среде переносит энергию (в отличие от стоячей волны). Стоячие волны - волны, образованные при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу, с одинаковыми частотами и амплитудами.

Падающей электромагнитной волной называют процесс перемещения электромагнитного состояния (электромагнитной волны) от источника энергии к приемнику, т.е. в направлении увеличения координаты  $x$ . Отраженной электромагнитной волной называют процесс перемещения электромагнитного состояния (электромагнитной волны) от приемника к источнику энергии, т.е. в сторону уменьшения координаты  $x$ .

При наличии потерь в линии амплитуды падающих волн уменьшаются по экспоненциальному закону с увеличением расстояния от начала линии, у отраженных амплитуда возрастает по экспоненциальному закону.

$$U_{\text{пад}} = \frac{U_1 + I_1 \cdot Z_0}{2}; U_{\text{отр}} = \frac{U_1 - I_1 \cdot Z_0}{2}; I_{\text{пад}} = \frac{U_1 + I_1 \cdot Z_0}{2 \cdot Z_0}; I_{\text{отр}} = \frac{U_1 - I_1 \cdot Z_0}{2 \cdot Z_0}$$

Коэффициент отражения по напряжению определяется как отношение амплитуды напряжения отраженной волны к падающей в конце линии:  $R_U = \frac{U_{\text{отр}}(a)}{U_{\text{пад}}(a)} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$

Аналогично и для коэффициента отражения по току. Важнейшие режимы работы длинной линии с распределенными параметрами в случае линии без потерь.

1. При согласованном режиме  $Z_L = Z_0$ ;  $R_U = 0$ ;  $R_I = 0$ ; есть только прямая волна, полностью поглощаемая нагрузкой – нет отражения, т.к. согласованная нагрузка. Энергия волны передается через линию без потерь. Уравнения для мгновенных значений напряжения и тока:  $U(x,t) = U_0 \cdot \sin(\omega t + kx)$ ;  $I(x,t) = I_0 \cdot \sin(\omega t + kx)$ . Этот режим также называется режимом бегущей волны. Уравнения описывают падающие волны, распространяющиеся в линии слева направо.
2. В режиме короткого замыкания в линии без потерь, напряжение на конце линии равно 0, а ток удвоенный и имеет максимальное значение. Поглощение энергии в таком сопротивлении отсутствует, и падающая волна полностью отражается. Волна напряжения отражается с инверсией, тока без инверсии.
3. В режиме холостого хода в линии без потерь, ток на конце линии равен 0, а напряжение удвоенное и имеет максимальное значение. Поглощение энергии в таком сопротивлении отсутствует, и падающая волна полностью отражается. Волна напряжения отражается без инверсии, тока с инверсией.

**Билет19**

**Теория 1**

Машинные методы анализа цепей - базируются на использовании современных ЭВМ. Эти методы обеспечивают столь высокую точность, что делают излишней или редкой экспериментальную отладку рассчитанной цепи.

Машинные методы анализа нелинейных цепей позволяют рассчитывать:

периодические процессы в тех же цепях (например, процесс установления синхронного режима в синхронизируемом автогенераторе).

Топологию схем удобно описывать на языке теории графов, имеющей множество инженерных приложений. Топология схем несет информацию о соединении элементов. Топологические уравнения цепи являются формой записи основных топологических законов (первый и второй законы Кирхгофа). Компонентные уравнения представляют собой запись законов Ома для компонентов – элементов схемы.

Для описания топологии цепи каждый двуполосный элемент замещается направленным отрезком линии, называемым ветвью графа. Соединение двух и более ветвей в точке называется узлом или вершиной графа. Промежуток ветви и узлы электрической схемы и соответствующего ей графа.

Матрица инцидентий: Применение закона Кирхгофа для токов в узлах позволяет получить матрицу инцидентий, отображающую топологические свойства цепи. Рассмотрим простую цепь и соответствующий ей граф:

Запишем закон Кирхгофа для токов в узлах:

- 1:  $-I_1 + I_4 + I_6 = 0$
- 2:  $-I_1 - I_4 + I_6 = 0$
- 3:  $-I_5 - I_6 - I_4 = 0$

Эти уравнения можно записать в матричной форме:  $A \cdot I_s = 0$ , где  $A$  – матрица инцидентий.

Для рассматриваемого примера матрица  $A$  имеет вид:

Матрица содержит  $n$  строк и  $b$  столбцов, где

$n$  - число независимых (незамкнутых) узлов;  $b$  - число ветвей графа. Строки

матрицы указывают ветви, инцидентные соответствующему узлу, и их

направленность. Столбцы матрицы указывают узлы, инцидентные соответствующей

ветви и порядок обхода.

Матричная форма законов Кирхгофа.

$AI = 0$  — это первый закон Кирхгофа в матричной форме для схемы и графа.

$$I = [I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6]^T$$

$BIU = 0$  — это второй закон Кирхгофа в матричной форме для схемы и графа.

**Теория 2**

Пусть имеется цепь с переходной характеристикой  $g(t)$ . На входе сигнал:  $f_1(t)$

1. Представим входной сигнал в виде сумм сигналов сдвинутых на  $\Delta t$ :  $f_1(n\Delta t) = f_1(0) \cdot 1(t) + \sum_{k=1}^n \Delta f_1(k\Delta t) \cdot 1(t - k\Delta t)$
2. Зная входной сигнал и переходную характеристику, найдем реакцию цепи:  $f_2(n\Delta t) = f_1(0) \cdot g(t) + \sum_{k=1}^n \Delta f_1(k\Delta t) \cdot g(t - k\Delta t)$

3. Умножим и разделим на  $\Delta t$ , и переходим к

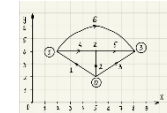
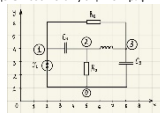
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum \Delta f_1(k\Delta t) \cdot g(t - k\Delta t) = f_1(0)g(t) + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum \Delta f_1(k\Delta t) \cdot g(t - k\Delta t) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum \Delta f_1(k\Delta t) \cdot g(t - k\Delta t) \cdot \frac{\Delta t}{\Delta t} = \int_0^t f_1(\tau) \cdot g(t - \tau) d\tau$$

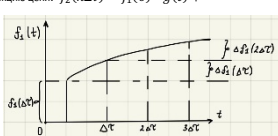
$$\text{Пуст } n\Delta t \rightarrow t; k\Delta t \rightarrow \tau \text{ и } \frac{\Delta t}{\Delta t} \rightarrow 1$$

$$\text{Итог: } f_2(t) = f_1(0) \cdot g(t) + \int_0^t f_1(\tau) \cdot g(t - \tau) d\tau$$

Если есть разрывы, то применяется принцип суперпозиции.



Ветви						
Узлы	1	2	3	4	5	6
1	1	-1	0	0	1	0
2	0	1	-1	0	-1	1
3	0	0	1	0	-1	-1



**Билет20**

**Теория 1**

**Машинные методы анализа цепей** - базируются на использовании современных ЭВМ. Эти методы обеспечивают столь высокую точность, что делают излишней или редкой экспериментальную отладку рассчитанной цепи.

Машинные методы анализа нелинейных цепей позволяют рассчитывать:

периодные процессы в тех же цепях (например, процесс установления синхронного режима в синхронизируемом автогенераторе);

**Топологическая схема** удобно описывать на языке теории графов, имеющей множество инженерных приложений. Топология схемы несет информацию о соединении элементов. Топологические уравнения цепи являются формой записи основных топологических законов (первый и второй законы Кирхгофа). Компонентные уравнения представляют собой запись законов Ома для компонентов – элементов схемы.

Для описания топологии цепи каждый двухполюсный элемент замещается направленным отрезком линии, называемым ветвью графа. Соединение двух и более ветвей в точке называется узлом или вершиной графа. Пронумеруем ветви и узлы электрической схемы и соответствующего ей графа.

**Матрица инцидентий:** Применение закона Кирхгофа для токов в узлах позволяет получить матрицу инцидентий, отображающую топологические свойства цепи. Рассмотрим простую цепь и соответствующий ей граф:

Запишем закон Кирхгофа для токов в узлах:

1:  $-I_1 + I_4 + I_6 = 0$

2:  $-I_2 - I_4 + I_5 = 0$

3:  $-I_3 - I_5 - I_6 = 0$

Эти уравнения можно записать в матричной форме:  $A \cdot I_k = 0$ , где  $A$  – матрица инцидентий.

Для рассматриваемого примера матрица  $A$  имеет вид:

Матрица содержит  $n$  строк и  $b$  столбцов, где

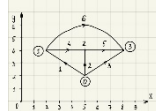
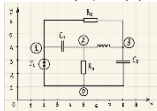
$n$  – число независимых (незамкнутых) узлов;  $b$  – число ветвей графа. Строки матрицы указывают ветви, инцидентные соответствующему узлу, и их направленность. Столбцы матрицы указывают узлы, инцидентные соответствующей ветви и порядок обхода.

**Матричная форма законов Кирхгофа.**

$AI = 0$  – это первый закон Кирхгофа в матричной форме для схемы и графа.

$I = [I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6]^T$

$BU = 0$  – это второй закон Кирхгофа в матричной форме для схемы и графа.



		Ветви					
Узлы		1	2	3	4	5	6
$A =$	1	-1	0	0	1	0	1
	2	0	-1	0	-1	1	0
	3	0	0	-1	0	-1	-1

**Теория 2**

Прямое преобразование Лапласа:  $F(p) = \int_0^\infty f(t)e^{-pt} dt$ , где  $p = a + jb$  – некоторое комплексное число, являющееся переменной функцией  $F(p)$

Функция времени  $f(t)$  называется **оригиналом**, а функция комплексной переменной  $F(p)$  – её **изображением**.

Обратный переход от изображения к оригиналу может быть осуществлен с помощью обратного преобразования

Лапласа:  $f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(p)e^{pt} dp$

Применение:  $U_{\text{вхх}} = K(p) * U_{\text{вх}}$

$U_{\text{вхх}} = R(p) * U_{\text{вх}}$

$(p + a) * U_{\text{вх}} = U_{\text{вх}}$

$\left(\frac{d}{dt} + a\right) * U_{\text{вх}} = U_{\text{вх}}$

$U_{\text{вх}}(p) = p * U_{\text{вхх}}(p) - U_{\text{вхх}}(0) + a * U_{\text{вхх}}(p)$

$K = \frac{R(p)}{Q(p)}$

$p = \frac{d}{dt}$

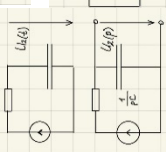
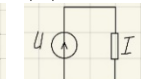
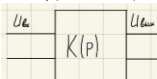
$U_{\text{вхх}} = \frac{U_{\text{вхх}}(p) * U_{\text{вх}}(0)}{p + a}$

Пример:  $F(p) = \int_0^\infty f(t)e^{-pt} dt$

$H(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{p^2 R C + 1}$

$U_2(p) = \frac{E}{p^2 R C + 1}$

$U_2(t) = E * \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$



**Билет22**

**Теория 1**

В модели длинной линии при расчёте нельзя не учитывать длину этой линии.

Цепи с распределёнными параметрами – это такие электрические цепи, в которых напряжения и токи на различных участках даже неразветвленной цепи отличаются друг от друга, т.е. являются функциями двух независимых переменных: времени  $t$  и пространственной координаты  $x$ . У цепи данного класса каждый элемент их длины характеризуется сопротивлением, индуктивностью, а между проводниками – соответственно ёмкостью и проводимостью.

$U(x, t) = U(z + dz) + R_1 dz \cdot i(z + dz) + L_1 dz \cdot \frac{\partial i(z + dz)}{\partial t}$

$I(z, t) = I(z + dz, t) + G_1 dz U(z, t) + C_1 dz \frac{\partial U(z, t)}{\partial t}$

$\frac{U(z + dz, t) - U(z, t)}{dz} = -R_1 I(z + dz, t) - L_1 \frac{\partial I(z + dz, t)}{\partial t}$

$\frac{I(z + dz, t) - I(z, t)}{dz} = -G_1 U(z, t) - C_1 \frac{\partial U(z, t)}{\partial t}$

$\frac{\partial U}{\partial z} = -R_1 I - L_1 \frac{\partial I}{\partial t}$

$\frac{\partial I}{\partial z} = -G_1 U - C_1 \frac{\partial U}{\partial t}$

Из можно легко получить уравнение Гельмгольца относительно  $U$  или  $I$ , если обе части одного из уравнений продифференцировать по  $z$ , а потом второе уравнение подставить в полученное выражение. Тогда получим:

$\frac{d^2 U}{dz^2} - R_1 G_1 U = 0$

$C_1 = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln(b/a)}$  – погонная ёмкость

$L_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(b/a)$  – погонная индуктивность

$Z_B = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$  – волновое сопротивление

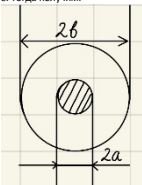
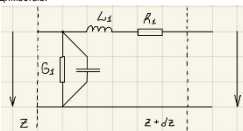
Коэффициент пропорциональности между напряжением и током в бегущей волне.

$Z_B = \frac{120\pi h}{\sqrt{\epsilon}}$

где  $b$  – ширина дорожки,  $h$  – толщина диэлектрика

$\frac{\partial U}{\partial z} = Z_1 I, Z_1 = R + i\omega L_1$  – погонное сопротивление

$\frac{\partial I}{\partial z} = -Y_1 I, Y_1 = G_1 + i\omega C_1$  – погонная проводимость



**Теория 2**

Операторный метод - это метод расчёта переходных процессов в электрических цепях, основанный на переносе расчёта переходного процесса из области функций действительной переменной (времени  $t$ ) в область функций комплексной переменной (либо операторной переменной), в которой дифференциальные уравнения преобразуются в алгебраические.

Расчет переходных процессов в сложных цепях классическим методом очень часто затруднен нахождением постоянных интегрирования. В связи с этим был разработан операторный метод расчета, основанный на понятии изображения функций времени. Операторный метод расчета сводится к четырем последовательным этапам: 1. От искомой функции  $f(t)$ , называемой оригиналом, переходят с помощью преобразования Лапласа к функции комплексного переменного  $p$ . Новую функцию обозначают через  $F(p)$  и называют изображением функции  $f(t)$ . 2. Систему уравнений Кирхгофа для оригиналов, согласно правилам преобразования функций, их производных и интегралов преобразуют в операторные алгебраические уравнения для изображений. 3. Полученные операторные уравнения решают относительно  $F(p)$ . 4. От найденного изображения  $F(p)$  переходят к оригиналу  $f(t)$ , который и является искомой функцией.

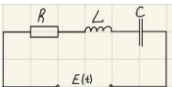
Элементарными цепями будем называть цепи, состоящие из одного источника питания и одного пассивного элемента (параметра)  $r$ , или  $L$ , или  $C$ .

$\frac{d^2}{dt^2} * U_C + \frac{R}{L} * \frac{d}{dt} * U_C + \frac{1}{LC} * U_C = f(t)$

По Хвизидату:  $p^{-1} * p * f(t) = f(t)$

$U_C = \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_1}$

$U_{\text{вхх}} = \frac{1}{p - a} * U_{\text{вх}}$



**Билет 23**

**Теория 1**

Цепи с распределенными параметрами — это такие электрические цепи, в которых напряжения и токи на различных участках даже неразветвленной цепи отличаются друг от друга, т.е. являются функциями двух независимых переменных: времени  $t$  и пространственной координаты  $x$ . У цепи данного класса каждый элемент их длины характеризуется сопротивлением, индуктивностью, а между проводниками — соответственно емкостью и проводимостью.

Вывод волновых уравнений линии без потерь. Рассмотрим бесконечно малый отрезок  $dx$  длиной линии без потерь.

Приращение напряжения и тока на отрезке  $dx$  можно представить в виде дифференциалов:  $du = -(L_0 dx) \frac{di}{dt}$  разделим на  $dx$

$$\frac{du}{dx} = -L_0 \frac{di}{dt}$$
$$\frac{di}{dx} = -C_0 \frac{du}{dt}$$

Решения волновых уравнений зависят от начальных и граничных условий. Решением волнового уравнения является любая функция вида:  $u = F(t \pm \frac{x}{v})$ , где  $F$  — дважды дифференцируемая функция. Возьмем первую и вторую производные от  $F$

$$\frac{du}{dx} = \pm \frac{1}{v} F'(t \pm \frac{x}{v}) \quad \frac{du}{dt} = F'(t \pm \frac{x}{v})$$

по  $x$  и по  $t$ :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} F''(t \pm \frac{x}{v}) \rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = F''(t \pm \frac{x}{v})$$

Подставим производные в волновое уравнение для напряжения:  $\frac{1}{v^2} F''(t \pm \frac{x}{v}) = F''(t \pm \frac{x}{v})$

Уравнение обращается в тождество. Значит функция  $F(t \pm \frac{x}{v})$  является решением волнового уравнения для напряжения.

Решением волнового уравнения для тока будет функция  $i = \Phi(t \pm \frac{x}{v})$

$$u = F_1(t - \frac{x}{v}) + F_2(t + \frac{x}{v})$$
$$i = \Phi_1(t - \frac{x}{v}) + \Phi_2(t + \frac{x}{v})$$

Функции  $\Phi_1$  связана с функцией  $F_1$  следующим соотношением:  $\Phi_1(t - \frac{x}{v}) = \frac{1}{Z_0} F_1(t - \frac{x}{v})$ , где  $Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$  — волновое сопротивление линии. Для линии без потерь волновое сопротивление равно отношению  $\frac{L_0}{C_0} = Z_0$

Коэффициент фазы:  $\beta = \omega \cdot \sqrt{L_0 \cdot C_0}$ , где  $\omega = 2\pi \cdot f$  Фазовая скорость:  $v = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{v_{фаз}^2}}}$ , где  $\omega_{20}$  — критическая частота

Групповая скорость или скорость распространения энергии волны ни при каких обстоятельствах не может превышать скорость света. Время задержки — называют время между передачей цифрового сигнала на входе элемента/схемы и вызванным им переносом сигнала на выход. Гармонические колебания:  $z(t, x) = A \cdot \cos(\omega t \pm \beta x + \varphi_0)$

где  $A$  — амплитуда,  $\omega$  — круговая частота,  $\beta$  — волновое число,  $\varphi_0$  — постоянный сдвиг фазы,  $v = \omega / \beta$  — скорость распространения

**Теория 2**

Операторный метод - это метод расчёта переходных процессов в электрических цепях, основанный на переносе расчёта переходного процесса из области функций действительной переменной (времени  $t$ ) в область функций комплексной переменной (либо операторной переменной), в которой дифференциальные уравнения преобразуются в алгебраические.

$$k(p) = \frac{Q(p)}{R(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}$$
$$k(p) = \frac{A_1}{p - \alpha_1} + \frac{A_2}{p - \alpha_2} + \dots + \frac{A_m}{p - \alpha_m}$$

Связь передаточной функции и дифференциального уравнения обеспечивают преобразования Лапласа. Готовые преобразования:

Заменяя в передаточной функции оператор  $p$  на  $j\omega$ , вновь получим комплексную передаточную функцию

$$H(j\omega) = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$
$$H(\omega) = \sqrt{\frac{(a_0 - b_2^2 \omega^2 + \dots)^2 + (a_1 \omega - b_2 b_3 \omega^3 + \dots)^2}{(b_0 - b_2^2 \omega^2 + \dots)^2 + (b_1 \omega - b_2 b_3 \omega^3 + \dots)^2}}$$

где АЧХ цепи:  $H(\omega) = \sqrt{\frac{(a_0 - b_2^2 \omega^2 + \dots)^2 + (a_1 \omega - b_2 b_3 \omega^3 + \dots)^2}{(b_0 - b_2^2 \omega^2 + \dots)^2 + (b_1 \omega - b_2 b_3 \omega^3 + \dots)^2}}$

ФЧХ цепи:  $\varphi(\omega) = \arctg g \left( \frac{a_1 \omega - b_2 b_3 \omega^3 + \dots}{a_0 - b_2^2 \omega^2 + \dots} \right) - \arctg g \left( \frac{b_1 \omega - b_2 b_3 \omega^3 + \dots}{b_0 - b_2^2 \omega^2 + \dots} \right)$

Первый закон Кирхгофа в операторной форме:  $I_1(p) + I_2(p) + \dots + I_n(p) = \sum_{k=1}^n I_k(p) = 0$

Второй закон Кирхгофа:  $\sum_{k=1}^n Z_k(p) \cdot I_k(p) = \sum_{k=1}^n [E_k(p) + L_k \cdot I_k(0) - u_{ck}(0)]$

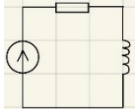
Закон Ома:  $I(p) = \frac{U_{mn}(p) + L \cdot I(0) - u_{ck}(0)}{Z(p)}$

Пример:

Найдем изображения:  $i \rightarrow I; U \rightarrow \frac{U}{p}; i \cdot R \rightarrow I \cdot R \quad L \cdot \frac{di}{dt} = p \cdot I \cdot L, \text{ т.е.}$

$$I = \frac{U}{p(R + pL)} - \text{изображение тока}$$
$$\frac{U}{p(R + pL)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{R + pL}; A \cdot R = U$$

$$AE + B = 0 \quad I = \frac{U}{R} \cdot \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{R/L + p} \right) - \text{оригинал изображения}$$



**Билет 24**

**Теория 1**

Цепи с распределенными параметрами — это такие электрические цепи, в которых напряжения и токи на различных участках даже неразветвленной цепи отличаются друг от друга, т.е. являются функциями двух независимых переменных: времени  $t$  и пространственной координаты  $x$ . У цепи данного класса каждый элемент их длины характеризуется сопротивлением, индуктивностью, а между проводниками — соответственно емкостью и проводимостью.

Токи и напряжения в линии описываются системой телеграфных уравнений:  $-\frac{du(x,t)}{dx} = R_0 \cdot i(x,t) + L_0 \cdot \frac{di(x,t)}{dt}$

$$-\frac{di(x,t)}{dx} = G_0 \cdot u(x,t) + C_0 \cdot \frac{du(x,t)}{dt}$$

Бегущая волна - волна, которая при распространении в среде переносит энергию (в отличие от стоячей волны). Стоячие волны — волны, образующиеся при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу, с одинаковыми частотами и амплитудами.

Падающей электромагнитной волной называют процесс перемещения электромагнитного состояния (электромагнитной волны) от источника энергии к приемнику, т.е. в направлении увеличения координаты  $x$ . Отраженной электромагнитной волной называют процесс перемещения электромагнитного состояния (электромагнитной волны) от приемника к источнику энергии, т.е. в сторону уменьшения координаты  $x$ .

При наличии потерь в линии амплитуды падающих волн уменьшаются по экспоненциальному закону с увеличением расстояния от начала линии, у отраженных амплитуда возрастает по экспоненциальному закону.

$$U_{пад} = \frac{U_1 + I_1 \cdot Z_0}{2}; U_{отр} = \frac{U_1 - I_1 \cdot Z_0}{2} \quad I_{пад} = \frac{U_1 + I_1 \cdot Z_0}{2 \cdot Z_0}; I_{отр} = \frac{U_1 - I_1 \cdot Z_0}{2 \cdot Z_0}$$

Коэффициент отражения по напряжению определяется как отношение амплитуды напряжения отраженной волны к падающей в конце линии:  $R_U = \frac{U_{отр}(a)}{U_{пад}(a)} = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}$

Аналогично и для коэффициента отражения по току. Важнейшие режимы работы длинной линии с распределенными параметрами в случае линии без потерь.

1. При согласованном режиме  $Z_2 = Z_0$ ;  $R_U = 0$ ;  $R_I = 0$ ; есть только прямая волна, полностью поглощаемая нагрузкой — нет отражения, т.к. согласованная нагрузка. Энергия волны передается через линию без потерь. Уравнения для мгновенных значений напряжения и тока:  $U(x,t) = U_2 \cdot \sin(\omega t + kx)$ ;  $I(x,t) = I_2 \cdot \sin(\omega t + kx)$  Этот режим также называется режимом бегущей волны. Уравнения описывают падающие волны, распространяющиеся в линии слева направо.
2. В режиме короткого замыкания в линии без потерь, напряжение на конце линии равно 0, а ток удвоенный и имеет максимальное значение. Поглощение энергии в таком сопротивлении отсутствует, и падающая волна полностью отражается. Волна напряжения отражается с инверсией, тока без инверсии.
3. В режиме холостого хода в линии без потерь, ток на конце линии равен 0, а напряжение удвоенное и имеет максимальное значение. Поглощение энергии в таком сопротивлении отсутствует, и падающая волна полностью отражается. Волна напряжения отражается без инверсии, тока с инверсией.

**Теория 2**

Классический метод расчета переходных процессов заключается в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих изменения токов и напряжений на участках цепи в переходном процессе.

В общем случае при использовании классического метода расчета составляются уравнения электромагнитного состояния цепи по законам Ома и Кирхгофа для мгновенных значений напряжений и токов.

Свободные колебания - колебания, происходящие под действием внутренних сил (затухающие).

Вынужденные колебания - колебания в цепи под действием внешней периодически изменяющейся электродвижущей силы

(не затухающие).

$$\text{Пример: } \frac{dU_{\text{емк}}}{dt} = \frac{i}{C} \rightarrow I = C \cdot \frac{dU_{\text{емк}}}{dt} \quad R \cdot I + U_C = e(t)$$

$$R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} + U_C = e(t) \quad \frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{R \cdot C} = \frac{e(t)}{R \cdot C}; \tau = R \cdot C$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{\tau} U_C = \frac{e(t)}{\tau} \quad U_{C \text{ об}} = U_{C \text{ оо}} + U_{C \text{ чн}}$$

$$U_{C \text{ оо}} = A \cdot e^{-t/\tau} \quad U_{C \text{ чн}} = E_0 \quad U_{C \text{ об}} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E_0$$

$$U_{C \text{ об}}(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

