

## В начало

Элтех. Экзамен.

**ВНИМАНИЕ! Некоторые вопросы расписаны на две страницы! АТЕНШН!**

Модуль 1:

1. Законы Ома и Кирхгофа для электрической цепи.
2. Активные и пассивные элементы цепи.
3. Согласованный режим работы источника электрической энергии.
4. Анализ цепи с помощью метода контурных токов (узловых потенциалов).
5. Суть метода суперпозиции при анализе электрической цепи и есть ли ограничения на его использование?
6. Матричное представление методов контурных токов и узловых потенциалов.
7. Суть методов взаимности и компенсации и их использование при анализе электрических цепей.
8. Зависимые источники тока и напряжений.
9. Методы эквивалентных преобразований электрических цепей.

Модуль 2:

1. Закон Ома для реактивных компонентов цепи.
2. Анализ электрической цепи методом комплексных амплитуд.
3. Мощность в электрической цепи синусоидального тока. Баланс мощностей.
4. Комплексная передаточная функция электрической цепи. Какую информацию из нее можно получить?
5. Связь между током и напряжением в последовательно резонансном контуре. Влияние сопротивления потерь на его свойства.
6. Связь между током и напряжением в параллельно резонансном контуре. Влияние сопротивления потерь на его свойства.
7. Фильтры верхних частот. Связь между полосой пропускания и параметрами деталей фильтра.
8. Фильтры низких частот. Связь между полосой пропускания и параметрами деталей фильтра.
9. Четырехполюсники. Способы формирования описания поведения четырехполюсника. Система параметров.

Модуль 3:

1. Классический метод анализа переходных процессов в электрических цепях.
2. Характеристическое уравнение электрической цепи и метод его получения.
3. Операторная схема замещения электрических цепей при нулевых и ненулевых начальных условиях.
4. Этапы анализа цепи электрической цепи операторным методом.
5. Связь между операторной передаточной функцией цепи и её переходной характеристикой.
6. Прямое и обратное преобразование Лапласа и их применения для анализа электрических цепей.
7. Анализ переходных процессов в нелинейных электрических цепях.
8. Длинные линии.
9. Анализ электрических цепей на основе метода переменных состояний.

**Если нет вашего вопроса!**

**Возможные билеты!**

## В начало

### 1. Законы Ома и Кирхгофа для электрической цепи.

Закон Ома - закон, устанавливающий связь между падениями напряжения  $U$  на любом неразветвленном участке электрической цепи и величиной тока  $I$ , протекающим по этому участку.

$$I = \frac{U}{R} \text{ или } I = gU, \text{ где } R - \text{сопротивление } [Om], \text{ а } g - \text{проводимость } [Om^{-1}]$$

Закон Ома в комплексной форме: 
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}}$$

$$\begin{cases} \dot{I} = Ie^{i\varphi} \\ \dot{U} = Ue^{i\varphi} \end{cases} \Rightarrow \dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I} e^{i(\varphi_u - \varphi_i)} = ze^{\pm j\varphi} = z \cos \varphi \pm iz \sin \varphi = r + iX$$

$$\varphi = \arctan \frac{X}{r} - \text{сдвиг по фазе между током и напряжением, где } X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

Первый закон Кирхгофа:

В любом узле электрической цепи алгебраическая сумма токов равна нулю == Сумма входящих в узел токов равна сумме выходящих токов.

$$\sum_{k=1}^m I_k = 0, \text{ где } m - \text{число ветвей подключенных к узлу.}$$

Второй закон Кирхгофа:

В любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма падений напряжений на всех его участках равна сумме ЭДС.

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m R_k I_k, \text{ где } n - \text{число ЭДС, } m - \text{число элементов с сопротивлением } R_k$$

В начало

В начало

## 2. Активные и пассивные элементы цепи.

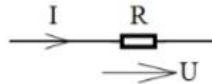
Активные элементы электрической цепи - такие элементы, которые генерируют энергию (преобразует различные виды энергии (тепловую, механическую) в электрическую):

Источники тока и ЭДС.

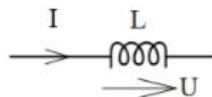
Пассивные компоненты электрической цепи - такие элементы, которые потребляют энергию (преобразуют электрическую энергию в другие виды энергии (механическую, тепловую, магнитного поля, электрического поля)):

Резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, иногда даже источники тока и ЭДС, если стоят

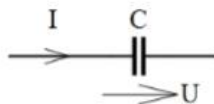
- **Резистивное сопротивление** — элемент цепи, обладающий свойствами необратимого рассеивания энергии.



- **Индуктивный элемент** — элемент цепи, обладающий свойством накопления им энергии магнитного поля.

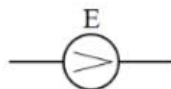


- **Ёмкостной элемент** — элемент цепи, обладающий свойством накопления энергии электрического поля.

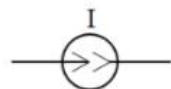


### Активные:

- **Источник напряжения** — элемент цепи, напряжение на зажимах которого не зависит от протекающего через него тока.



- **Источник тока** — элемент цепи, ток которого не зависит от напряжения на его зажимах.



против течения тока.

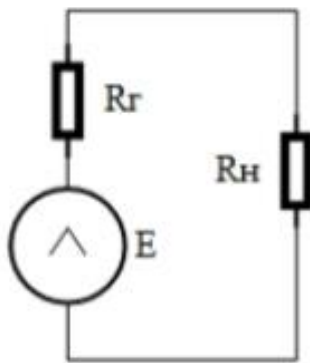
**3. Согласованный режим работы источника электрической энергии.**

Режим работы источника, при котором на сопротивление нагрузки развивается максимальная мощность.

Достигается при  $R_{\text{генератора}} = R_{\text{нагрузки}}$  ( $R_r = R_H$ )

При том, что мощность  $P = I^2 R$  докажем это:

Доказательство:



$$I = \frac{E}{R_r + R_H};$$

$$P_H = I^2 R_H = \frac{E^2 R_H}{(R_r + R_H)^2};$$

$$\frac{dP_H}{dR_H} = 0;$$

$$\frac{dP_H}{dR_H} = E^2 \left( \frac{(R_r + R_H)^2 - R_r \cdot 2(R_H + R_r)}{(R_H + R_r)^2} \right) = 0;$$

$$R_r^2 + 2R_r R_H + R_H^2 - 2R_H(R_r + R_H) = 0;$$

$$R_r^2 + 2R_r R_H + R_H^2 - 2R_r R_H - 2R_H^2 = 0;$$

$$R_r^2 = R_H^2 \Rightarrow R_r = R_H;$$

**4. Анализ цепи с помощью метода контурных токов (узловых потенциалов).**

Метод контурных токов:

- 1) Выбираем направление действующих токов в ветвях.
- 2) Выбираем независимые замкнутые контуры в цепи и направления токов в них (по часовой / против часовой). В каждом контуре будет циркулировать собственный ток, а ток в каждой ветви будет равен алгебраической сумме токов в контурах, в которые она входит (с учётом направлений).
- 3) Для каждого контура составим уравнение по 2-ому закону Кирхгофа. Получится  $(b - y + 1 - \text{ист})$  уравнений, где  $b$  - количество ветвей в цепи,  $y$  - количество узлов,  $\text{ист}$  - количество ветвей с источниками тока.
- 4) Из полученной системы найдём токи для каждого контура.
- 5) Ток в каждой ветви выразим как алгебраическую сумму токов контуров, в которые она входит (с учётом направлений).
- 6) Из полученной системы найдём все токи.

Метод узловых потенциалов:

- 1) Пронумеруем узлы в цепи. Потенциал одного из них примем равным нулю.
- 2) По 1-ому закону Кирхгофа составим  $(y - u - 1)$  уравнений, где  $y$  - количество узлов,  $u$  - количество источников напряжения, замыкающих узлы.
- 3) Решим полученную систему.
- 4) Зная потенциалы всех узлов, по закону Ома выразим токи в ветвях и найдём их.

В начало

В начало

**5. Суть метода суперпозиции при анализе электрической цепи и есть ли ограничения на его использование?**

Метод суперпозиции:

- 1) Выделим из исходной схемы  $n$  частных схем ( $n$  - к-во источников энергии), каждая из которых получается из исходной путём исключения (поочерёдно) всех источников, кроме одного.
- 2) Для каждой частной схемы находим токи в ветвях.
- 3) Вернёмся к исходной цепи и для каждой ветви найдём алгебраическую сумму всех протекающих по ней частных токов (с учётом направления). Эта сумма и будет результирующим током, протекающим в ветви.

Метод суперпозиции применим только к линейным цепям.

Линейной называется цепь, параметры элементов которой не зависят от действующих на них токов или напряжений (параметры RLC не являются  $f(u,i)$ ).

В начало

В начало

**6. Матричное представление методов контурных токов и узловых потенциалов.**

Метод контурных токов:

$$KZK^T I_K = K(E - ZJ), \text{ где:}$$

- $K$  — матрица контуров размером  $n \times p$  ( $n$  - количество независимых контуров,  $p$  - количество ветвей), причём:
    - $K(i,j) = 0$ , если ветвь  $j$  не входит в контур  $i$ ,
    - $K(i,j) = 1$ , если направление тока в  $j$  совпадает с направлением обхода в контуре  $i$ ,
    - $K(i,j) = -1$ , если противоположно;
  - $Z$  — матрица сопротивлений (диагональная) размером  $p \times p$ , на главной диагонали которой расположены сопротивления всех ветвей;
  - $I_K$  — столбец контурных токов размером  $n \times 1$ ;
  - $E$  — столбец ЭДС в ветвях размером  $p \times 1$ ;
- Элементы столбца равны по значению ЭДС в контуре с учётом направления или нулю, если в ветви нет источников ЭДС;
- $J$  — столбец источников тока в ветвях размером  $p \times 1$ . Аналогично столбцу  $E$ .

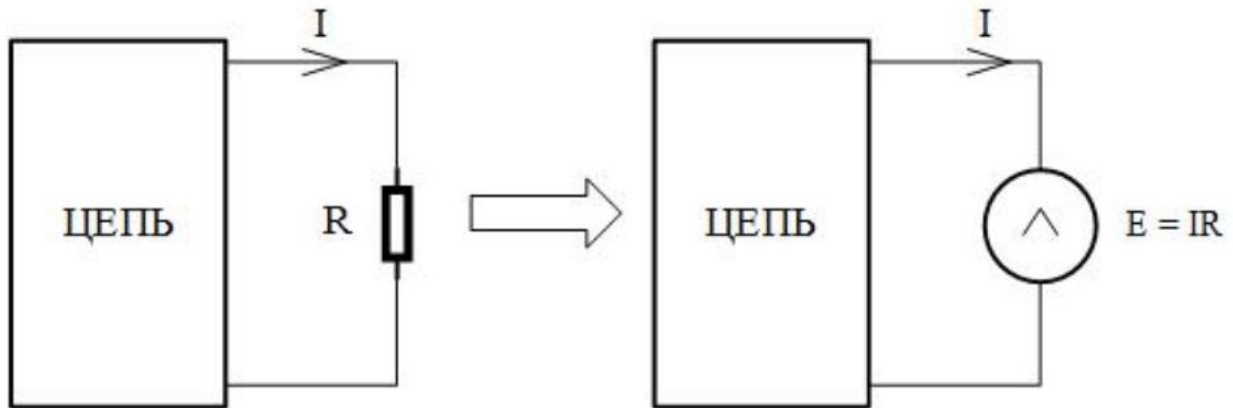
Метод узловых потенциалов:

$$AGA^T \varphi = -A(GE - J), \text{ где:}$$

- $A$  — матрица соединений размером  $(q - 1) \times p$  ( $q$  - количество узлов,  $p$  - количество ветвей), причём:
  - $A(i,j) = 0$ , если ветвь  $j$  не присоединяется к узлу  $i$ ,
  - $A(i,j) = 1$ , если ветвь  $j$  присоединяется к узлу  $i$  и ток в ней направлен от узла,
  - $A(i,j) = -1$ , если ветвь  $j$  присоединяется к узлу  $i$  и ток в ней направлен в узел;
- $G$  — диагональная матрица проводимостей размером  $p \times p$ ;
- $\varphi$  — столбец потенциалов относительно нулевого размером  $(q - 1) \times 1$ ;

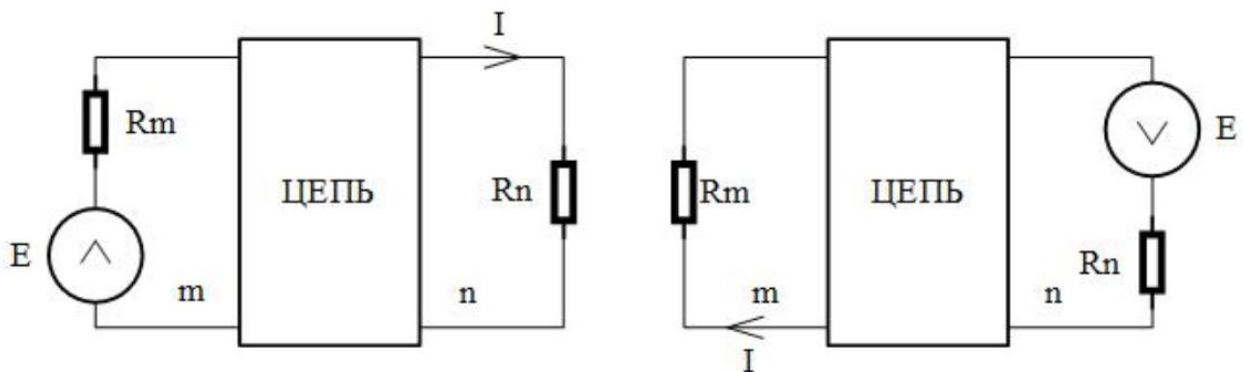
В начало

7. Суть методов взаимности и компенсации и их использование при анализе электрических цепей.



Теорема о взаимности:

Выделим из сложной схемы две произвольные ветви  $m$  и  $n$ , в одну из которых включён источник ЭДС. Если источник ЭДС, включённый в ветви  $m$ , вызывает в ветви  $n$  частичный ток  $I$ , то такой же источник, включенный в ветвь  $n$ , вызывает в ветви  $m$  такой же частичный ток  $I$ . Данный принцип применяется при анализе цепей методом суперпозиции при необходимости найти ток в одной из ветвей.



Теорема о компенсации:

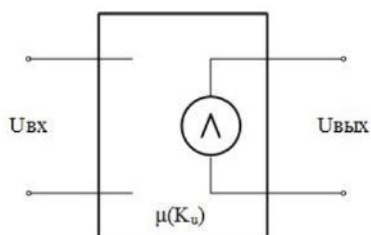
Любое сопротивление в цепи можно заменить источником с ЭДС, численно равной падению напряжения на данном сопротивлении и направленной против тока в данном сопротивлении.



## 8. Зависимые источники тока и напряжений.

Источник напряжения/тока называется зависимым (управляемым), если величина его напряжения/тока зависит от напряжения/тока на другом участке цепи.

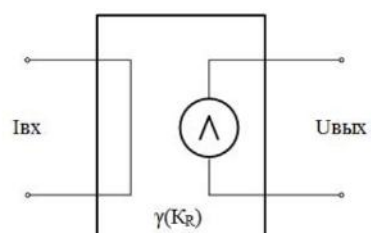
Источник напряжения, управляемый напряжением (ИНУН):



$\mu$  (или  $K_U$ ) — коэффициент усиления напряжения.

$$U_{ВХ} \xrightarrow{\mu} U_{ВЫХ}$$

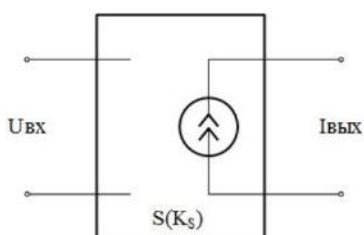
Источник напряжения, управляемый током (ИНУТ):



$\gamma$  (или  $K_R$ ) — передаточное сопротивление.

$$I_{ВХ} \xrightarrow{\gamma} U_{ВЫХ}$$

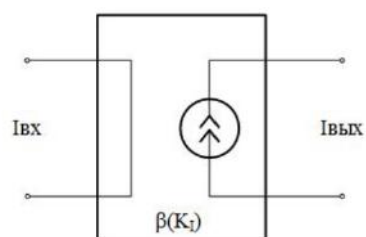
Источник тока, управляемый напряжением (ИТУН):



$S$  (или  $K_S$ ) — передаточная проводимость.

$$U_{ВХ} \xrightarrow{S} I_{ВЫХ}$$

Источник тока, управляемый током (ИТУТ):

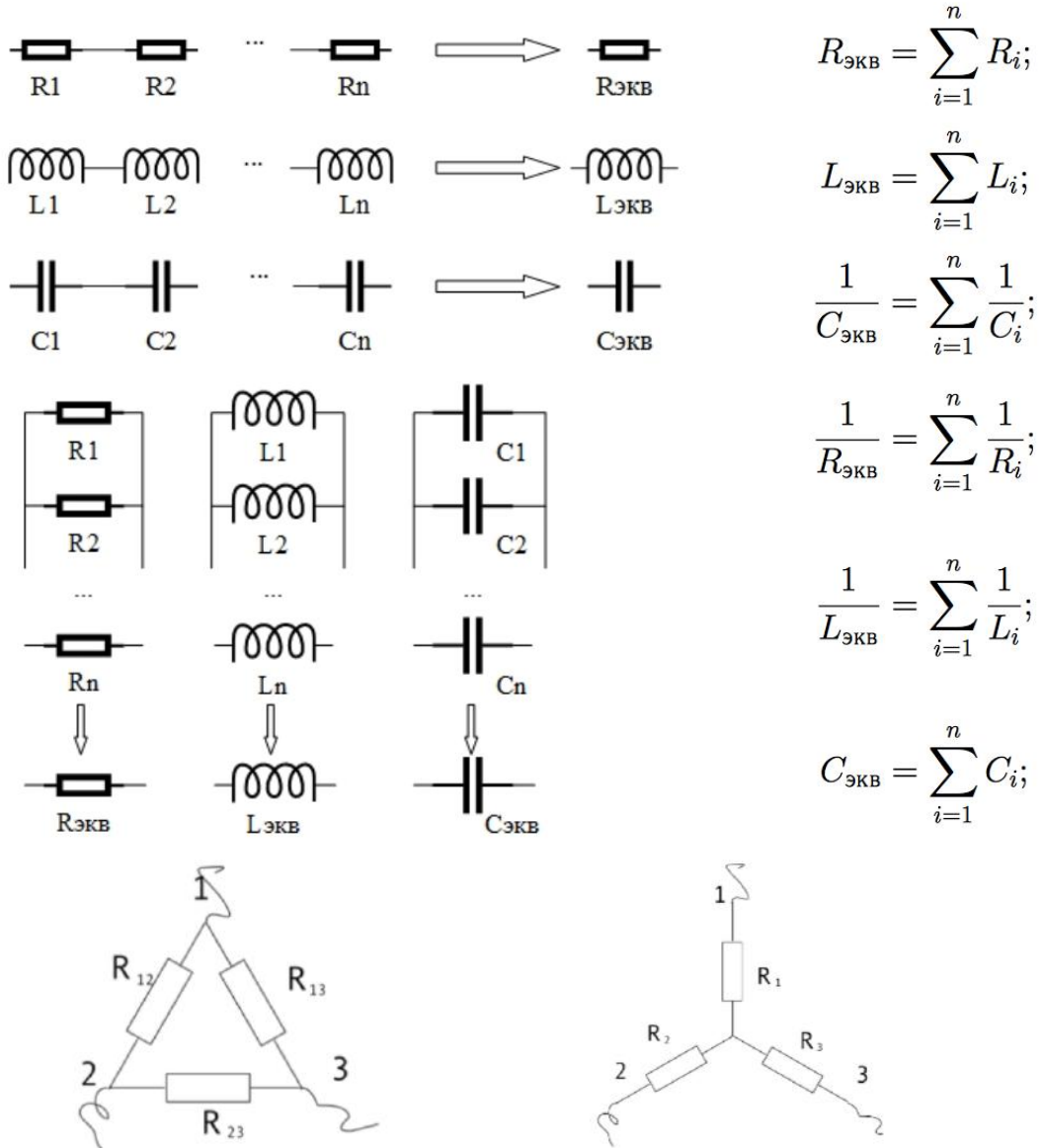


$\beta$  (или  $K_I$ ) — коэффициент усиления тока.

$$I_{ВХ} \xrightarrow{\beta} I_{ВЫХ}$$

## 9. Методы эквивалентных преобразований электрических цепей.

Принцип эквивалентного преобразования состоит в сведении сложной цепи к более простой путём замены нескольких элементов одним с сопротивлением (индуктивностью, ёмкостью), определяемым правилами соединений этих элементов.



**1. Закон Ома для реактивных компонентов цепи.**

**Реактивный элемент** - электрический элемент, способный накопить энергию электрического или магнитного поля, подведённую к нему в виде напряжения или тока от генератора, и затем отдать её в нагрузку.

Если ток является синусоидальным с циклической частотой  $\omega$ , а цепь содержит не только активные компоненты, но и реактивные (ёмкости, индуктивности), то **закон Ома** обобщается.

Величины, входящие в него, становятся комплексными:

$$\dot{U} = \dot{I} \dot{Z}, \text{ где}$$

$$\dot{U} = U_0 e^{j\varphi} - \text{напряжение на участке цепи,}$$

$$\dot{I} = I_0 e^{j\varphi} - \text{ток ветви, причем:}$$

$$U_0, I_0 - \text{амплитудные значения напряжения и тока,}$$

$$\varphi = \omega t + \varphi_0 - \text{фаза, } \varphi_0 - \text{начальная фаза,}$$

$$\dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

$$\vec{j} - \text{вектор плотности тока,}$$

$$\sigma - \text{удельная проводимость,}$$

$$\vec{E} - \text{вектор напряжённости электрического поля.}$$

2. Анализ электрической цепи методом комплексных амплитуд.

Метод комплексных амплитуд:

1. Заменяем все реактивные элементы их импедансами (полными сопротивлениями), а все токи и напряжения рассматриваем в виде комплексных амплитуд:

$$\dot{Z}_R = R; \quad \dot{Z}_L = j\omega L; \quad \dot{Z}_C = -\frac{j}{\omega C};$$
$$\dot{U} = U_0 e^{j\varphi}; \quad \dot{I} = I_0 e^{j\varphi};$$

2. Импедансы трактуем как обычные сопротивления, а комплексные амплитуды как обычные токи и напряжения, чем сводим задачу к расчёту цепи при постоянном напряжении.
3. Составив систему уравнений для комплексных амплитуд в соответствии с любым методом анализа резистивных цепей, решаем её и находим комплексные величины искомых токов и напряжений.

В начало

3. **Мощность в электрической цепи синусоидального тока. Баланс мощностей.**

Мгновенная и активная мощность:

**Мгновенная мощность** — значение мощности в момент времени  $t$ :

$$p(t) = i(t) \cdot u(t),$$

где  $i(t)$  и  $u(t)$  - мгновенные значения тока и напряжения в момент времени  $t$ .

**Активная мощность** — среднее за период  $T$  значение мгновенной мощности:

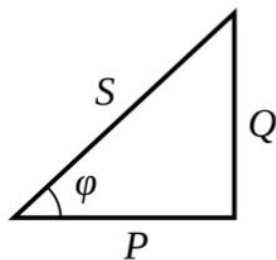
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_0 \sin(\omega t) \cdot I_0 \sin(\omega t - \varphi) dt =$$

Продолжение на некст стр.

$$= \frac{U_0 I_0}{2T} \int_0^T (\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)) dt = \frac{U_0 I_0}{2} \cos \varphi = UI \cos \varphi,$$

где

- $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$  и  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$  — действующие значения напряжения и тока,
- $\cos \varphi$  — коэффициент мощности.



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI;$$

$$[S] = \text{вольт-ампер (ва)}.$$

#### Баланс мощностей:

Баланс мощностей является следствием закона сохранения энергии: суммарная мощность, вырабатываемая источниками электрической энергии равна сумме мощностей, потребляемой в цепи.

Действующее значение:

**Действующим значением** переменного тока/напряжения называют такой постоянный ток/напряжение, который за время равное периоду ( $T$ ) выделяет в сопротивление  $R$ , такую же энергию, что и переменный ток.

$$\int_0^T i^2(t) R dt = I^2 R T \Rightarrow I = \frac{I_0}{\sqrt{2}};$$

Реактивная мощность:

**Реактивной** называется мощность, которая потребляется и затем возвращается нагрузкой из-за её реактивных свойств:

$$Q = UI \sin \varphi;$$

Единица измерения реактивной мощности – вольт-ампер реактивный:  $[Q] = \text{вар}$ .

Полная мощность:

Значение полной мощности  $S$  определяется с помощью треугольника мощностей:

4. **Комплексная передаточная функция** электрической цепи. Какую информацию из нее можно получить?

**Комплексная передаточная функция** (коэффициент передачи) определяет реакцию цепи на внешнее воздействие и равна отношению выходной величины (напряжение, ток) к входной (напряжение, ток), выраженной в комплексной форме.

Различают 4 вида передаточных функций:

- по напряжению:  $\dot{K}_U = \frac{\dot{U}_{\text{вых}}}{\dot{U}_{\text{вх}}}$ ;
- по току:  $\dot{K}_I = \frac{\dot{I}_{\text{вых}}}{\dot{I}_{\text{вх}}}$ ;
- передаточное сопротивление:  $\dot{K}_R = \frac{\dot{U}_{\text{вых}}}{\dot{I}_{\text{вх}}}$ ;

$$|\dot{K}(j\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2[\dot{K}(j\omega)] + \text{Im}^2[\dot{K}(j\omega)]};$$

Из передаточной функции можно получить:

- АЧХ (амплитудно-частотную характеристику) — зависимость модуля передаточной функции  $\dot{K}(\omega)$  от частоты:

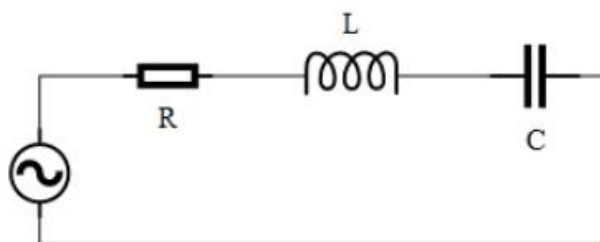
$$\varphi(\omega) = \arctg \left( \frac{\text{Im}[\dot{K}(j\omega)]}{\text{Re}[\dot{K}(j\omega)]} \right);$$

В начало

В начало



5. Связь между током и напряжением в последовательно резонансном контуре. Влияние сопротивления потерь на его свойства.



Резонанс напряжений в последовательном колебательном контуре:

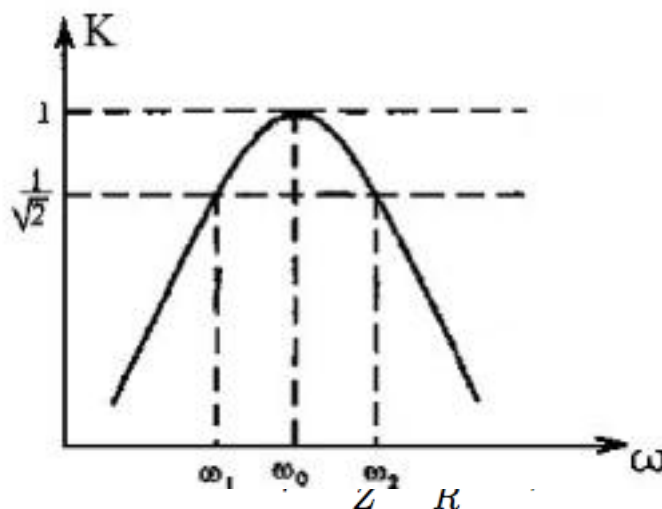
1. Полное сопротивление электрической цепи переменного тока принимает минимальное значение и оказывается равным её активному сопротивлению:

$$X_L = X_C \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R;$$

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega_n L = \frac{1}{\omega_n C} \Rightarrow \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} - \text{резонансная частота.}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

2. При неизм. напряжен



1st) при резонансе  
ия:

3. Коэффициент

т.е. принимает наибольшее значение, которому соответствует угол  $\varphi = 0$ . Это означает, что вектор тока  $\dot{I}$  и вектор напряжения  $\dot{U}$  при этом совпадают по направлению.

4. Активная мощность при резонансе  $P = RI^2$  имеет наибольшее значение, равное полной мощности  $S$ , а реактивная мощность  $Q$  цепи равна нулю.
5. Напряжения на ёмкости и индуктивности оказываются равными:

$$U_C = U_L = X_C I = X_L I;$$

Напряжение на активном сопротивлении оказывается равным напряжению питающей сети:

$$U_R = U;$$

Добротность:

**Добротность** — параметр колебательной системы, определяющий ширину резонанса и характеризующий, во сколько раз запасы энергии в системе больше, чем потери энергии за время изменения фазы на 1 радиан.

Добротность последовательного колебательного контура:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R};$$

Добротность регулирует ширину полосы пропускания колебательного контура.

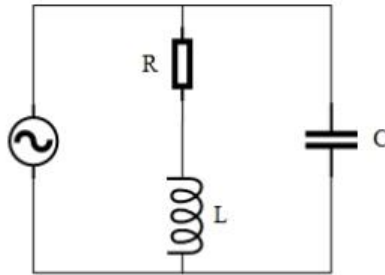
**Полоса пропускания** — диапазон частот, в пределах которого амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) колебательного контура достаточно равномерна для того, чтобы обеспечить передачу сигнала без существенного искажения его формы.

Ширина полосы пропускания:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q};$$

В начало

6. Связь между током и напряжением в параллельно резонансном контуре. Влияние сопротивления потерь на его свойства.



Резонанс токов в параллельном колебательном контуре:

1. При резонансе токов полная проводимость всей электрической цепи приобретает минимальное значение и становится равной её активной составляющей:

$$B_L = B_C \Rightarrow Y = \sqrt{G^2 + (B_L^2 - B_C^2)} = G;$$

$$B_L = B_C \Rightarrow \frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} - \text{резонансная частота.}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} - \text{волновое сопротивление.}$$

2. Минимальное значение проводимости обуславливает минимальное значение тока цепи:

$$I = YU = GU;$$

3. Ёмкостной ток  $I_C$  и индуктивная составляющая тока  $I_L$  катушки оказываются при этом равными по величине, а активная составляющая тока катушки  $I_a$  становится равной току  $I$ , потребляемому из сети:

$$I_L = B_L U = B_C U = I_C;$$

$$I_a = GU = YU = I;$$

4. Реактивная составляющая полной мощности цепи при  $B_L = B_C$  оказывается равно нулю:

$$Q = B_L U^2 - B_C U^2 = Q_L - Q_C = 0;$$

5. Полная мощность цепи при резонансе равна её активной составляющей:

$$S = YU^2 = GU^2 = P;$$

6. Коэффициент мощности всей цепи при резонансе:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{GU^2}{YU^2} = 1;$$

Напряжение и ток электрической цепи при резонансе совпадают по фазе.

Добротность:

**Добротность** — параметр колебательной системы, определяющий ширину резонанса и характеризующий, во сколько раз запасы энергии в системе больше, чем потери энергии за время изменения фазы на 1 радиан.

Добротность параллельного колебательного контура:

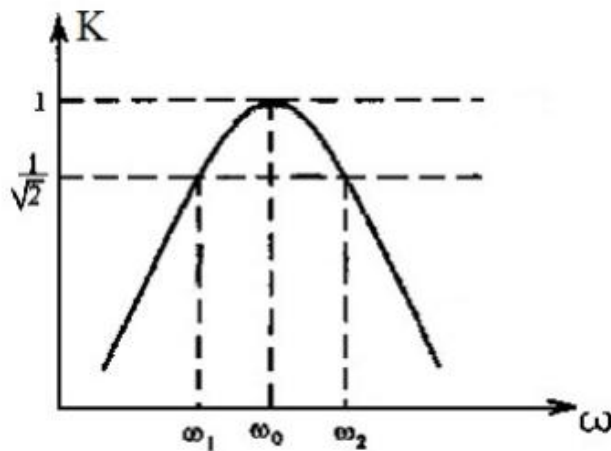
$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 C R;$$

Добротность регулирует ширину полосы пропускания колебательного контура.

**Полоса пропускания** — диапазон частот, в пределах которого амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) колебательного контура достаточно равномерна для того, чтобы обеспечить передачу сигнала без существенного искажения его формы.

Ширина полосы пропускания:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q};$$



**7. Фильтры верхних частот. Связь между полосой пропускания и параметрами деталей фильтра.**

Фильтры представляю собой четырехполюсники, устанавливаемые между источником питания и нагрузкой, назначение которых заключается в том, что они пропускают без затухания или с малым затуханием токи одних частот, и не пропускают, или пропускают с большим затуханием токи других частот.

Диапазон частот, пропускаемых без затухания, называется полосой пропускания.

Фильтр верхних частот пропускает только высокие частоты и задерживает низкие.

Простейший электронный фильтр верхних частот состоит из последовательно соединённых конденсатора и резистора.

Фильтр может быть реализован, например, из последовательно соединенных катушки и резистора, где напряжение снимается с катушки.

Определим частоту среза.

$$\dot{K} = \frac{i \omega L}{R + i \omega L} \quad (54)$$

$$|K| = \sqrt{\frac{\omega^2 L^2 R^2}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2} + \frac{\omega^4 L^4}{(R^2 + \omega^2 L^2)^2}} \quad (55)$$

$$|K| = \frac{|\omega| |L|}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = \sqrt{2} \quad (56)$$

$$\omega = \frac{R}{L} \quad (57)$$

В начало

**8. Фильтры низких частот. Связь между полосой пропускания и параметрами деталей фильтра.**

Пропускает низкие частоты, не пропускает верхние.

Фильтр может быть реализован, например, из последовательно соединенных конденсатора и резистора, где напряжение снимается с конденсатора.

Определим частоту среза.

$$\dot{K} = -\frac{i}{\omega C \left(R - \frac{i}{\omega C}\right)} \quad (58)$$

$$|K| = \sqrt{\frac{R^2}{\omega^2 C^2 \left(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}\right)^2} + \frac{1}{\omega^4 C^4 \left(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}\right)^2}} \quad (59)$$

$$|K| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}} = \sqrt{2} \quad (60)$$

$$\omega = \frac{1}{CR} \quad (61)$$

В начало

В начало



## 9. Четырехполюсники. Способы формирования описания поведения четырехполюсника. Система параметров.

Четырехполюсником называется часть электрической цепи или схемы, содержащая два входных вывода (полюса) для подключения источника энергии и два выходных вывода для подключения нагрузки. К четырехполюсникам можно отнести различные по назначению технические устройства: двухпроводную линию, двухобмоточный трансформатор, фильтры частот, усилители сигналов и др. Теория четырехполюсников устанавливает связь между режимными параметрами на входе ( $U_1, I_1$ ) и режимными параметрами на его выходе ( $U_2, I_2$ ), при этом процессы, происходящие внутри четырехполюсника, не рассматриваются. Таким образом, единая теория четырехполюсника позволяет анализировать различные по структуре и назначению электрические цепи, которые могут быть отнесены к классу четырехполюсников.

Если четырехполюсник не содержит внутри себя источников энергии, то он **называется пассивным** (обозначается буквой П), если внутри четырехполюсника имеются источники, то он называется **активным** (обозначается буквой А).

Установим связь между параметрами режима входа ( $U_1, I_1$ ) и выхода ( $U_2, I_2$ ). Для этой цели согласно теореме о компенсации заменим нагрузку  $Z_2$  источником ЭДС  $E_2 = U_2 = I_2 Z_2$  и найдем токи по методу наложения от каждого источника в отдельности (рис. 75.2 а, б):

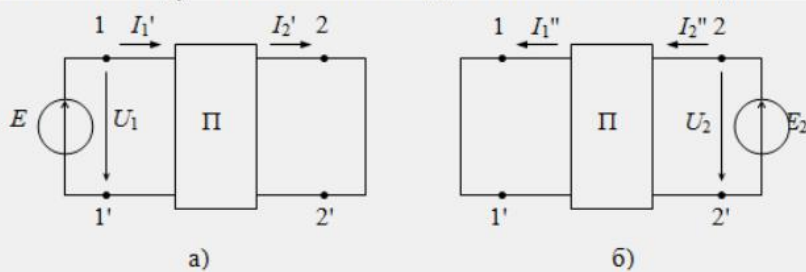


Рис. 75.2

$$\begin{cases} I_1 = I_1' - I_1'' = U_1 Y_{11} - U_2 Y_{21} \\ I_2 = I_2' - I_2'' = U_1 Y_{12} - U_2 Y_{22}, \end{cases}$$

где  $Y_{11}, Y_{22}$  – входные проводимости входа и выхода,  $Y_{12} = Y_{21}$  – взаимная проводимость между входом и выходом.

Установим связь между параметрами режима входа ( $U_1, I_1$ ) и выхода ( $U_2, I_2$ ). Для этой цели согласно теореме о компенсации заменим нагрузку  $Z_2$  источником ЭДС  $E_2 = U_2 = I_2 Z_2$  и найдем токи по методу наложения от каждого источника в отдельности (рис. 75.2 а, б):

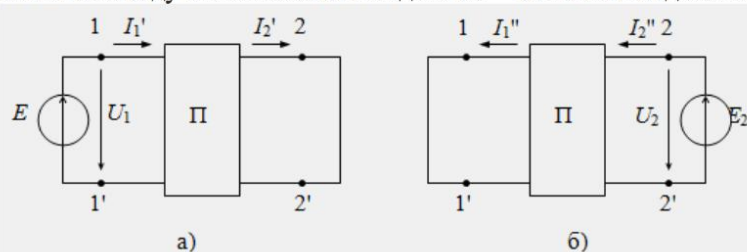


Рис. 75.2

$$\begin{cases} I_1 = I_1' - I_1'' = U_1 Y_{11} - U_2 Y_{21} \\ I_2 = I_2' - I_2'' = U_1 Y_{12} - U_2 Y_{22}, \end{cases}$$

где  $Y_{11}, Y_{22}$  – входные проводимости входа и выхода,  $Y_{12} = Y_{21}$  – взаимная проводимость между входом и выходом.

## В начало

Выразим из полученных уравнений режимные параметры на входе:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{12}} + \underline{I}_2 \frac{1}{\underline{Y}_{12}} = \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2$$

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_2 \left( \frac{\underline{Y}_{11} \underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{12}} - \underline{Y}_{21} \right) + \underline{I}_2 \frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{12}} = \underline{C} \cdot \underline{U}_2 + \underline{D} \cdot \underline{I}_2,$$

$$\text{где } \underline{A} = \frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}} [-]; \underline{B} = \frac{1}{\underline{Y}_{12}} [\text{Ом}]; \underline{C} = \frac{\underline{Y}_{11} \cdot \underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{12}} - \underline{Y}_{21} [\text{См}]; \underline{D} = \frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{12}} [-]$$

– комплексные коэффициенты четырехполюсника.

С учетом принятых обозначений система основных уравнений четырехполюсника получит вид:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 &= \underline{C} \cdot \underline{U}_2 + \underline{D} \cdot \underline{I}_2 \end{aligned} \quad \text{– система основных уравнений четырехполюсника формы А.}$$

Уравнения четырехполюсника часто записывают в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = [\underline{A}] \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix},$$

$$\text{где } [\underline{A}] = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \text{ – матрица коэффициентов формы А.}$$

Выразим соотношение между коэффициентами четырехполюсника:

$$\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = \frac{\underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{21}} \cdot \frac{\underline{Y}_{11}}{\underline{Y}_{12}} - \frac{1}{\underline{Y}_{12}} \cdot \left( \frac{\underline{Y}_{11} \underline{Y}_{22}}{\underline{Y}_{12}} - \underline{Y}_{21} \right) = 1$$

$\underline{A} \cdot \underline{D} - \underline{B} \cdot \underline{C} = 1$  – уравнение связи между коэффициентами. Уравнение связи показывает, что независимыми являются только три из четырех коэффициентов четырехполюсника.

Четырехполюсник называется симметричным, если перемена местами входных и выходных выводов не влияет на режим остальной цепи, частью которой является четырёхполюсник. Для симметричного четырёхполюсника выполняются следующие условия:

$$\dot{A} = \dot{D} \quad \dot{A}^2 - \dot{B} \dot{C} = 1$$

В начало



## В начало

### **1. Классический метод анализа переходных процессов в электрических цепях.**

Классический метод заключается в интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитное состояние цепи. Решение дифференциального уравнения представляет собой сумму принужденной и свободной составляющих. В общем случае методика расчета переходных процессов классическим методом включает следующие этапы:

1. Запись выражения для искомой переменной в виде:

$$(1) \quad x(t) = x_{\text{пр}} + x_{\text{св}}$$

2. Нахождение принужденной составляющей общего решения на основании расчета установившегося режима послекоммутационной цепи.

3. Составление характеристического уравнения и определение его корней. Запись выражения свободной составляющей в форме, определяемой типом найденных корней.

$$x_{\text{св}} = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$$

4. Подстановка полученных выражений принужденной и свободной составляющих в соотношение (1).

5. Определение начальных условий и на их основе – постоянных интегрирования.

В начало

**2. Характеристическое уравнение электрической цепи и метод его получения.**

Дифференциальное уравнение:

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = 0$$

Характеристическое уравнение:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0$$

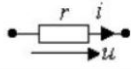
Методы получения характеристического уравнения:

1. Непосредственно на основе д.у.;
  2. Приравнивание нулю главного определителя системы уравнений Кирхгофа для свободных составляющих переменных;
  3. Приравнивание нулю входного операторного сопротивления схемы относительно любой ее ветви.
- Корни характеристического уравнения характеризуют свободный переходной процесс в схеме без источников энергии. Такой процесс протекает с потерями энергии и поэтому затухает во времени. Из этого следует, что корни характеристического уравнения должны быть отрицательными или иметь отрицательную действительную часть.

В начало

### 3. Операторная схема замещения электрических цепей при нулевых и ненулевых начальных условиях.

Начальными условиями называют значения действующих токов в индуктивностях и напряжений на емкостях, т.е. те величины, которые в момент коммутации ( $t=0$ ) не изменяются скачком.

Исходные цепи	Операторные представления
	
	
	

Если начальные условия нулевые, операторные схемы замещения ёмкостного и индуктивного элементов упрощаются: из них исключаются источники ЭДС.

В начало

В начало

В начало

**4. Этапы анализа цепи электрической цепи операторным методом.**

- 1) Исходную цепь заменить на её операторное представление с учётом начальных условий;
- 2) Выразить в операторном виде необходимую величину;
- 3) Перейти от операторного выражения к оригиналу при помощи обратного преобразования Лапласа:

Операторное выражение:

$$F(p) = \frac{M(p)}{N(p)}$$

Оригинал:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{M(p_k)}{N'(p_k)} e^{p_k t}$$

где  $p_k$  —  $k$ -ый корень уравнения

$$N(p) = 0$$

В начало

В начало

В начало

5. Связь между операторной передаточной функцией цепи и её переходной характеристикой.

**Операторная передаточная функция** — характеристика переходного процесса в цепи при данных начальных условиях:

$$K(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)};$$

**Переходная характеристика** — характеристика переходного процесса, равная отношению реакции цепи на ступенчатое воздействие к величине этого воздействия при нулевых начальных условиях

$$h(t) = \frac{U_{\text{вых}}(t)}{U}$$
$$K(p) = \frac{L[U_{\text{вых}}(t)]}{L[U]} = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{\frac{U}{p}} = p \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U} = p h(p) \Rightarrow h(p) = \frac{K(p)}{p};$$

В начало

В начало

В начало

**6. Прямое и обратное преобразование Лапласа и их применения для анализа электрических цепей.**

Оригинал — функция  $f(t)$  от вещественной переменной времени  $t$ .

Изображение — функция  $F(p)$  от комплексной переменной  $p$ .

Переход от  $f(t)$  к  $F(p)$  (прямое преобразование):

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

Переход от  $F(p)$  к  $f(t)$  (обратное преобразование):

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(p) e^{pt} dp$$

Таблица прямого и обратного преобразования:

$f(t)$	$A$	$e^{\pm \alpha t}$	$\sin(\omega t)$	$\cos(\omega t)$	$\dots$
$F(p)$	$\frac{A}{p}$	$\frac{1}{p \mp \alpha}$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\dots$

В начало

В начало

**7. Анализ переходных процессов в нелинейных электрических цепях.**

Переходные процессы в нелинейных электрических цепях описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, общих методов интегрирования которых не существует. На нелинейные цепи не распространяется принцип суперпозиции, поэтому основанные на нем методы, в частности классический, для расчета данных цепей не применимы.

Переходный процесс в нелинейной цепи может характеризоваться переменной скоростью его протекания в различные интервалы времени. Поэтому понятие постоянной времени в общем случае не применимо для оценки интенсивности протекания динамического режима.

Отсутствие общности подхода к интегрированию нелинейных дифференциальных уравнений обусловило наличие в математике большого числа разнообразных методов их решения, нацеленных на различные типы уравнений. Применительно к задачам электротехники все методы расчета по своей сущности могут быть разделены на три группы:

- аналитические методы – графические методы
- численные методы, основанные на замене дифференциальных уравнений алгебраическими для приращений переменных за соответствующие интервалы времени.

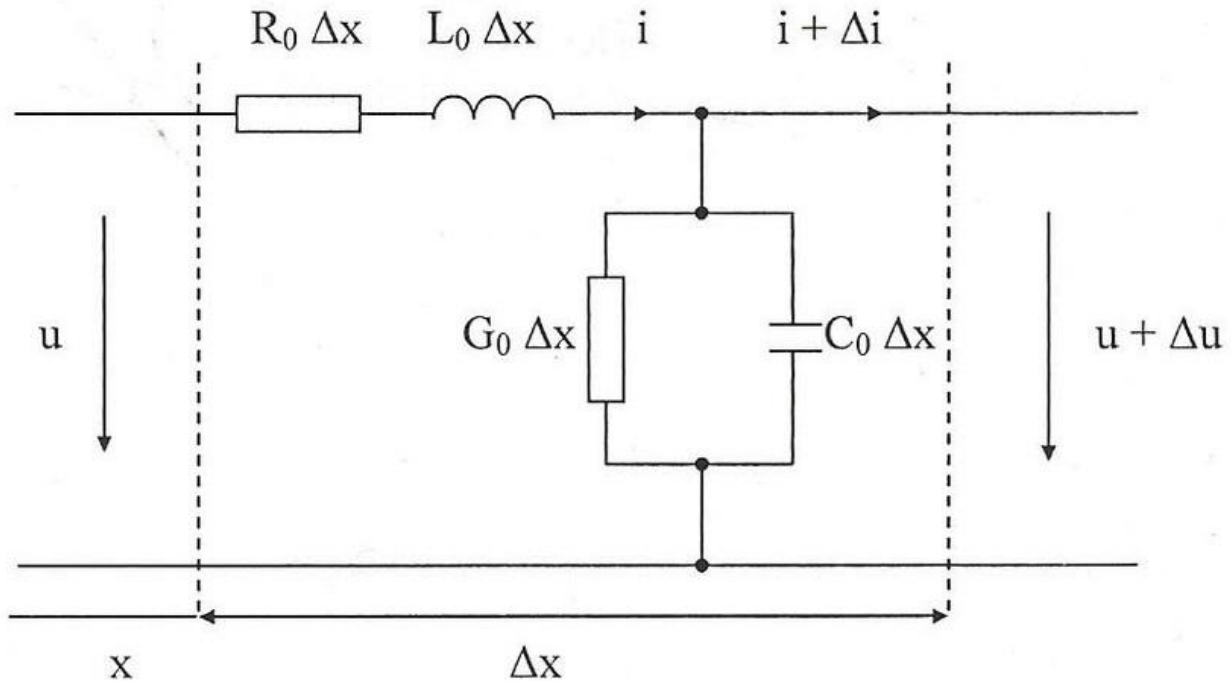
В начало

## 8. Длинные линии.

Линия передачи — устройство, ограничивающее область распространения электромагнитных колебаний и направляющее поток электромагнитной энергии в заданном направлении.

Длинная линия — модель линии передачи, продольный размер (длина) которой превышает длину волны, распространяющейся в ней (либо сравнима с длиной волны), а поперечные размеры значительно меньше длины волны.

Элементарный участок длинной линии:



Свойства:

Длинная линия относится к четырехполюсникам. Характерной особенностью длинной линии является проявление интерференции двух волн, распространяющихся навстречу друг другу. Одна из этих волн создается подключенным ко входу линии генератором электромагнитных колебаний и называется падающей. Другая волна называется отражённой и возникает из-за частичного отражения падающей волны от нагрузки, подключенной к выходу линии.

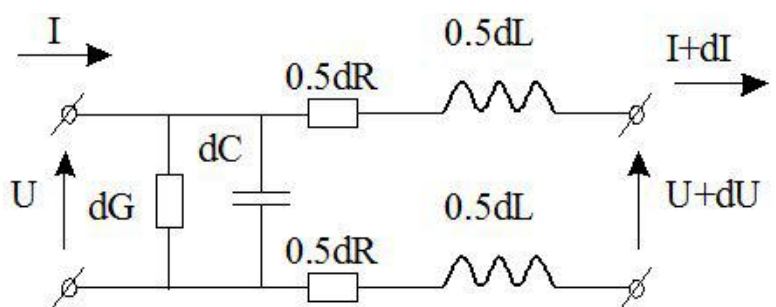
Первичные параметры длинной линии:

Сопротивление единицы длины линии  $R_0$  [Ом/м];

Индуктивность единицы длины линии  $L_0$  [Гн/м];

Емкость единицы длины линии  $C_0$  [Ф/м];

$$\begin{cases} dR = R_0 dz \\ dG = G_0 dz \\ dL = L_0 dz \\ dC = C_0 dz \end{cases}$$





### В начало

Проводимость единицы длины линии  $G_0$  [1/Ом\*м].

Стрелками обозначены направления отсчета напряжения  $U$  и тока  $I$  в линии;  $dU$  и  $dI$  — приращения напряжения и тока в линии на элементе длины  $dz$ .

Это вторичные параметры длинной линии.

Коэффициент распространения, то есть характеристическая мера передачи длинной линии:

$$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$$

$\alpha$  — коэффициент затухания волны

$\beta$  — коэффициент фазы

Волновое сопротивление, то есть характеристическое сопротивление однородной длинной линии:

$$W = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}}$$

Коэффициент отражения определяет отношение отраженной волны к падающей в конце длинной линии:

$$N = U_{отр}/U_{пад} = I_{отр}/I_{пад} = (Z_H - Z_B) / (Z_H + Z_B)$$

где  $Z_H$  — сопротивление нагрузки длинной линии;  $Z_B$  — волновое сопротивление.

### В начало

## **9. Анализ электрических цепей на основе метода переменных состояний.**

### Метод переменных состояния

Уравнения электромагнитного состояния – это система уравнений, определяющих режим работы (состояние) электрической цепи.

Метод переменных состояния основывается на упорядоченном составлении и решении системы дифференциальных уравнений первого порядка, которые разрешены относительно производных, т.е. записаны в виде, наиболее удобном для применения численных методов интегрирования, реализуемых средствами вычислительной техники.

Количество переменных состояния, а следовательно, число уравнений состояния равно числу независимых накопителей энергии.

К уравнениям состояния выдвигаются два основных требования:

- независимость уравнений;
- возможность восстановления на основе переменных состояния (переменных, относительно которых записаны уравнения состояния) любых других переменных.

Последовательность расчета переходного процесса методом переменных состояния выглядит так:

1. Производится расчет схемы в установившемся режиме до коммутации и определяются независимые начальные условия  $i_L(0)$  и  $u_C(0)$ .
2. Составляется система дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа для схемы после коммутации.
3. Методом исключения "лишних" переменных система уравнений Кирхгофа преобразуется в систему уравнений Коши, составляются матрицы коэффициентов.
4. Выбирается расчетное время (продолжительность переходного процесса) и число шагов интегрирования  $N$ .
5. Решение задачи выполняется на ЭВМ по стандартной программе. Выходную функцию получают в виде графической диаграммы  $x=f(t)$  или в виде таблицы координат функций для заданных моментов времени.

В начало

**Еще возможные вопросы:**

1. Преобразование передаточной операторной функции в оригинал при различных видах корней характеристического уравнения.
2. Трансформаторы. Основные характеристики и уравнения. Свойства.
3. Интегральные и диф. RC цепи. При каких условиях измерения этих цепей будет минимальная погрешность?
4. Интегрирующие и дифференцирующие RL-цепи. При каком условии изменение сигнала будет с минимальными погрешностями?
5. По характеру графика в последовательных RL,RC-цепях с ненулевыми начальными условиями определить постоянную времени.
6. Теорема об эквивалентном генераторе. От чего зависят характеристики эквивалентного генератора?
7. Набегающие и отраженные волны в длинной линии. Коэффициенты отражения по току и напряжению.
8. Чем определяется порядок и характер переходных процессов?
9. Свободная и принужденная составляющая переходных процессов. С какой скоростью протекают? Как определить эту скорость?
10. Доказать с физической точки зрения присутствие в RLC-цепи переходных процессов.
11. Какова частота и вид возбужденных в последовательной RLC-цепи колебаний? В течение какого времени они происходят?
12. Нелинейные цепи
13. Преобразования Фурье

В начало

1. Преобразование передаточной операторной функции в оригинал при различных видах корней характеристического уравнения.

Также здесь

Операторное выражение:

$$F(p) = \frac{M(p)}{N(p)}$$

Передаточная операция:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{M(p_k)}{N'(p_k)} e^{-p_k t}$$

Корни  $p$  нужно находить из уравнения  $N(p) = 0$

1. Два действительных неравных отрицательных корня:

$$y_{\text{св}}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

где

- $A_1$  и  $A_2$  - постоянные интегрирования;
- $p_1$  и  $p_2$  - корни характеристического уравнения.

2. Два действительных равных отрицательных корня:

$$p_1 = p_2 = p < 0;$$

$$y_{\text{св}}(t) = (A_1 + A_2 t) e^{pt};$$

Характер переходного процесса при равных корнях характеристического уравнения получил название **критического**. Критический характер переходного процесса является граничным между затухающим и колебательным и по форме ничем не отличается от затухающего.

3. Два комплексно-сопряжённых корня:

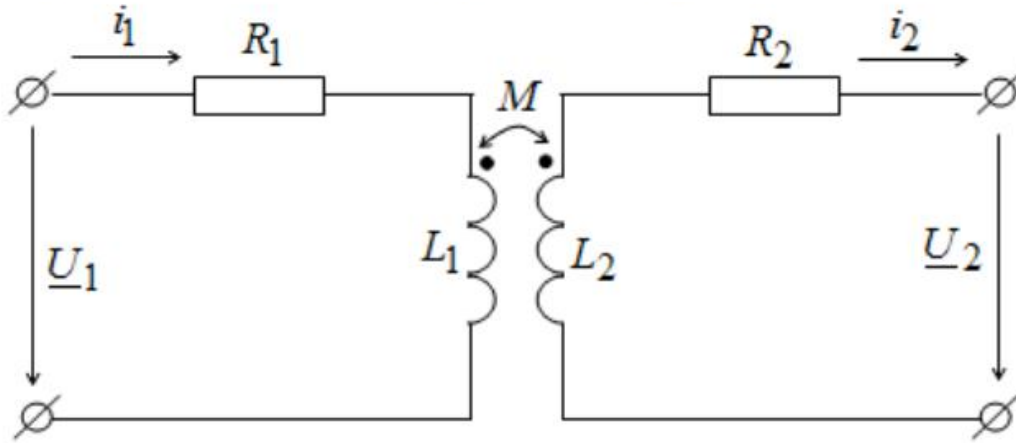
$$p_1 = -\delta + j\omega_0; \quad p_2 = -\delta - j\omega_0; \quad \delta > 0;$$

$$y_{\text{св}}(t) = A e^{-\delta t} \sin(\omega_0 t);$$

В результате будут наблюдаться синусоидальные колебания с амплитудой, уменьшающейся по экспоненциальному закону, то есть процесс будет **затухающим**.

## 2. Трансформаторы. Основные характеристики и уравнения. Свойства.

Трансформатор представляет собой аппарат, передающий энергию из одной цепи в другую посредством электромагнитной индукции. Он применяется для различных целей, но чаще всего предназначается для преобразования величин переменных напряжений и токов. Трансформатор состоит из двух или нескольких индуктивно связанных обмоток, насаженных на общий сердечник. На рисунке активные сопротивления обмоток условно вынесены и изображены отдельно. Обмотка трансформатора, присоединяемая к источнику питания, называется первичной, а обмотка, к которой подключается нагрузка – вторичной.



Уравнения:

$$\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \\ -u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

В комплексной форме:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 \end{cases}$$

Важным свойством трансформатора, используемым в устройствах автоматики и радиоэлектроники, является сопротивление нагрузки. Если к источнику переменного тока подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  трансформации  $n$ , то для цепи источника

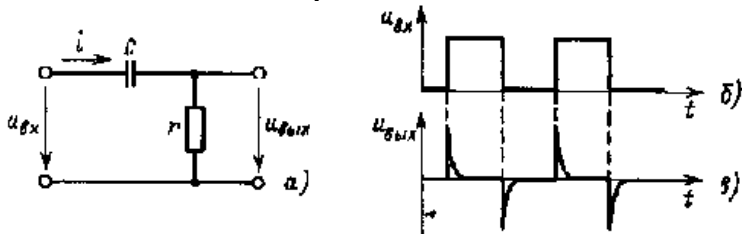
$$R = \frac{P_1}{I_1^2} \approx \frac{P_2}{I_1^2} \approx \frac{I_2^2 R}{I_1^2} \approx n^2 R$$

где:  $P_1$  – мощность, потребляемая трансформатором от источника переменного тока, Вт;

Отношение ЭДС  $E_{vn}$  обмотки высшего напряжения к ЭДС  $E_{nn}$  обмотки низшего напряжения (или отношени коэффициентом трансформации

$$n = \frac{E_{vn}}{E_{nn}} = \frac{W_{vn}}{W_{nn}}$$

3. Интегральные и диф. RC цепи. При каких условиях измерения этих цепей будет минимальная погрешность?



Дифференцирующей цепью называют линейный четырехполюсник, у которого выходное напряжение пропорционально производной входного напряжения. Принципиальная схема дифференцирующей  $rC$ -цепи. Выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  снимается с резистора  $r$ . По второму закону Кирхгофа:

Заметим, что дифференцирование будет тем точнее, чем меньше  $\tau$ , но при уменьшении  $r$  снижается выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$ .

$$u_{\text{вх}} = u_r + u_C = ri + \frac{1}{C} \int i dt. \quad (5.2)$$

Так как  $u_{\text{вых}} = u_r$ , то  $u_{\text{вх}} = u_{\text{вых}} + \frac{1}{rC} \int u_{\text{вых}} dt$ , или

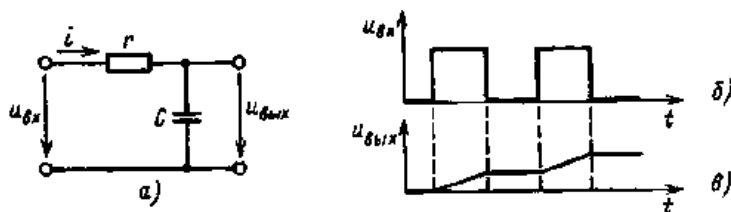
$$\frac{du_{\text{вх}}}{dt} = \frac{du_{\text{вых}}}{dt} + \frac{1}{rC} u_{\text{вых}}.$$

Параметры  $rC$ -цепи выбираются так, чтобы ее постоянная времени  $\tau = Cr$  была достаточно мала. В этом случае

$$\frac{du_{\text{вх}}}{dt} \ll \frac{1}{rC} u_{\text{вых}}, \quad \frac{du_{\text{вх}}}{dt} \approx \frac{1}{rC} u_{\text{вых}},$$

а следовательно,

$$u_{\text{вых}} = rC \frac{du_{\text{вх}}}{dt}.$$



Интегрирующей цепью называют линейный четырехполюсник, выходное напряжение которого пропорционально интегралу входного напряжения.

Выходное напряжение снимается с конденсатора  $C$ . Исходным остается уравнение (5.2).

уравнение (5.2). Однако в этом случае  $u_{\text{вх}} = \frac{1}{C} \int i dt$ , а так как  $i = C du_{\text{вых}} / dt$ , то

$$u_{\text{вх}} = rC \frac{du_{\text{вых}}}{dt} + u_{\text{вых}}.$$

Параметры  $rC$ -цепи подобраны так, что  $rC du_{\text{вых}} / dt \gg u_{\text{вых}}$ , а следовательно,

$$u_{\text{вх}} \approx rC du_{\text{вых}} / dt,$$

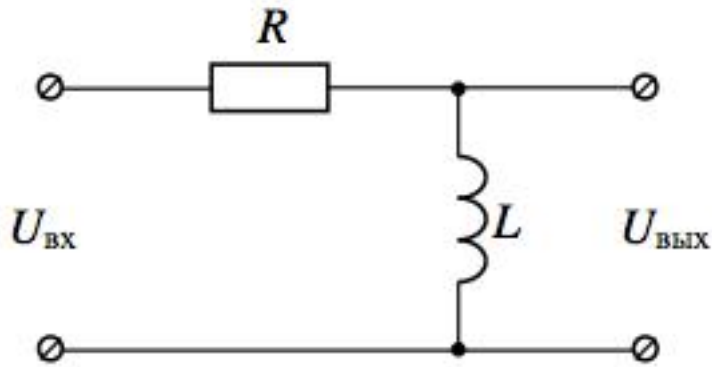
или

$$u_{\text{вых}} = \frac{1}{rC} \int u_{\text{вх}} dt.$$

Заметим, как и при дифференцировании, что чем точнее проводится интегрирование, тем меньше выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$ .

В начало

4. Интегрирующие и дифференцирующие RL-цепи. При каком условии изменение сигнала будет с минимальными погрешностями?



Дифференцирующей цепью называют линейный четырехполюсник, у которого выходное напряжение пропорционально интегралу входного напряжения. Принципиальная схема дифференцирующей  $RL$ -цепи приведена на рис. Выходное напряжение  $u_{ВЫХ}$  снимается с катушки  $L$ . По второму закону Кирхгофа

Handwritten mathematical derivation on grid paper:

$$u_{ВЫХ} = L \frac{dI}{dt} \Rightarrow I = \frac{1}{L} \int \frac{u_{ВЫХ}}{dt}$$
$$u_{ВХ} = \frac{R}{L} \int \frac{u_{ВЫХ}}{dt} + u_{ВЫХ}$$

Параметр  $\frac{R}{L}$  - чем подобранны так, что  $\frac{R}{L} \int \frac{u_{ВЫХ}}{dt} \gg u_{ВЫХ} \Rightarrow$

$$\Rightarrow u_{ВХ} \approx \frac{R}{L} \int \frac{u_{ВЫХ}}{dt}$$
$$\text{или } u_{ВЫХ} = \frac{L}{R} \cdot \frac{d u_{ВХ}}{dt}$$

Диф-ая  $RL$  цепь.

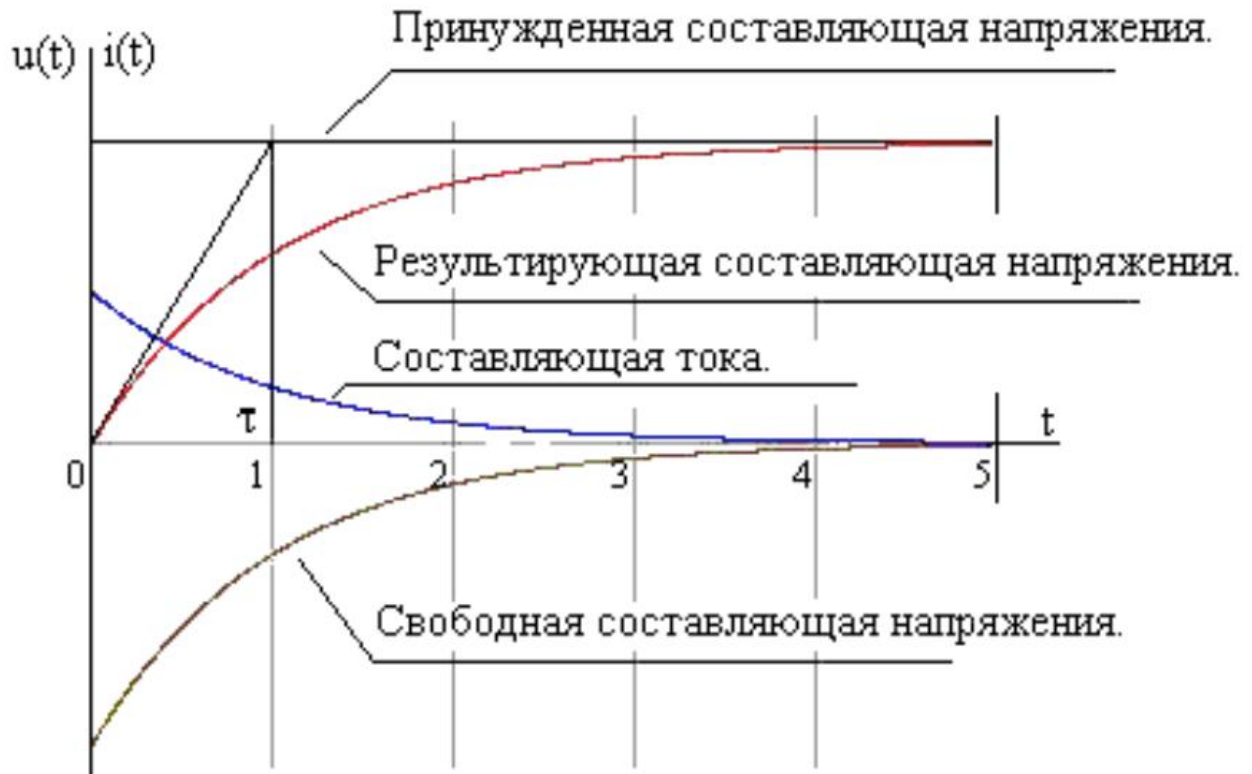
Заметим, что дифференцирование будет тем точнее, чем меньше  $\tau$ , но при уменьшении  $R$  снижается выходное напряжение  $u_{ВЫХ}$ .

В начало

В начало

5. По характеру графика в последовательных RL, RC-цепях с не нулевыми начальными условиями определить постоянную времени.

Постоянную  $\tau$  можно определить графически. Для этого проведем касательную к началу функции  $U(t)$  до её пересечения и принужденной составляющей. Проекция точки пересечения на ось времени дает численное значение  $\tau$



В начало

В начало



**6. Теорема об эквивалентном генераторе. От чего зависят характеристики эквивалентного генератора?**

Метод эквивалентного генератора, основанный на теореме об активном двухполюснике (называемой также теоремой Гельмгольца-Тевенена), позволяет достаточно просто определить ток в одной (представляющей интерес при анализе) ветви сложной линейной схемы, не находя токи в остальных ветвях. Применение данного метода особенно эффективно, когда требуется определить значения тока в некоторой ветви для различных значений сопротивления в этой ветви в то время, как в остальной схеме сопротивления, а также ЭДС и токи источников постоянны.

Теорема об активном двухполюснике формулируется следующим образом: если активную цепь, к которой присоединена некоторая ветвь, заменить источником с ЭДС, равной напряжению на зажимах разомкнутой ветви, и сопротивлением, равным входному сопротивлению активной цепи, то ток в этой ветви не изменится.

Таким образом, в соответствии с данной теоремой схему на рис. 2,а, где относительно ветви, ток в которой требуется определить, выделен активный двухполюсник А со структурой любой степени сложности, можно трансформировать в схему на рис. 2,б.

Отсюда ток  $\dot{I}$  находится так:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_{ekv}}{\dot{Z}_{ekv} + \dot{Z}} = \frac{\dot{U}_{xxab}}{\dot{Z}_{ekv} + \dot{Z}}, \text{ где } \dot{U}_{xxab} - \text{напряжение на разомкнутых зажимах а-б.}$$

На основании замеров:

$$R_{ekv} = \frac{U_{xxab}}{I_{kz}}$$

При теоретическом определении параметров эквивалентного генератора их расчет осуществляется в два этапа:

1. Любым из известных методов расчета линейных электрических цепей определяют напряжение на зажимах а-б активного двухполюсника при разомкнутой исследуемой ветви.
2. При разомкнутой исследуемой ветви определяется входное сопротивление активного двухполюсника, **заменяемого при этом пассивным**. Данная замена осуществляется путем устранения из структуры активного двухполюсника всех источников энергии, но при сохранении на их месте их собственных (внутренних) сопротивлений. В случае идеальных источников это соответствует закорачиванию всех источников ЭДС и размыканию всех ветвей с источниками тока.

В начало

## 7. Набегающие и отраженные волны в длинной линии. Коэффициенты отражения по току и напряжению.

**Падающей электромагнитной волной** (рис. 5.4) называют процесс перемещения электромагнитного состояния (электромагнитной волны) от источника энергии к приемнику, т.е. в нашем случае в направлении увеличения координаты  $x$ . Электромагнитное состояние определяется совокупностью электрического и магнитного полей. Падающая волна, распространяясь от источника энергии к приемнику, несет энергию, заключенную в ее электрическом и магнитном полях.

**Отраженной электромагнитной волной** (рис. 5.5) называют процесс перемещения электромагнитного состояния (электромагнитной волны) от приемника к источнику энергии, т.е. в нашем случае в сторону уменьшения координаты  $x$ . Каждая компонента падающей волны (волна напряжения или волна тока) представляет собой синусоидальное колебание, амплитуда которого уменьшается по мере роста  $x$  (множитель  $e^{-\alpha x}$ ), а аргумент является функцией времени и координаты  $x$ .

Каждая компонента отраженной электромагнитной волны затухает по мере продвижения волны от конца линии к началу (множитель  $e^{\alpha x}$ ).

Физически эффект уменьшения амплитуд падающей и отраженной волн по мере их продвижения по

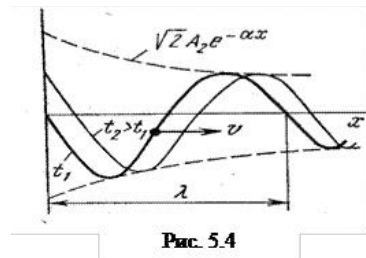


Рис. 5.4

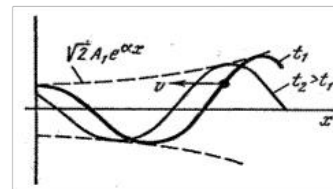


Рис. 5.5

линии объясняется наличием потерь в линии.

На рис. 5.4 изображены графики распределения падающей волны напряжения вдоль линии (в функции  $x$ ) для двух смежных моментов времени:  $t_1$  и  $t_2 > t_1$ . Падающая волна распространяется слева направо. При построении принято  $\omega t_1 + \varphi_0 = 0$ .

На рис. 5.5 представлены графики распределения отраженной волны напряжения для двух смежных моментов времени:  $t_1$  и  $t_2 > t_1$

Отраженная волна распространяется справа налево.

Коэффициенты отражения волн. Определим условия, которые характеризуют отражение волн тока и напряжения на конце линии. Для этого введем понятие коэффициентов отражения волн напряжения и тока:

Продолжение на некст стр.

В начало

$$\underline{K}_{отр(u)} = \frac{\underline{U}_{отр}}{\underline{U}_{пр}}; \quad (7.21)$$

$$\underline{K}_{отр(i)} = \frac{\underline{I}_{отр}}{\underline{I}_{пр}}. \quad (7.22)$$

Ранее имели, что в общем случае в линии имеется прямая  $\underline{U}_{пр}$  и отраженная  $\underline{U}_{отр}$  волны. Если линия с волновым сопротивлением  $Z_0$  нагружена на сопротивление  $Z_n$ , то напряжение на нагрузке равно сумме прямой и отраженной волн:

$$\underline{U}_n = \underline{U}_{пр} + \underline{U}_{отр} \quad (7.23)$$

По аналогии будем иметь для тока:

$$\underline{I}_n = \underline{I}_{пр} + \underline{I}_{отр} \quad (7.24)$$

$$\underline{I}_{пр} = \frac{\underline{U}_{пр}}{Z_0}; \quad \underline{I}_{отр} = -\frac{\underline{U}_{отр}}{Z_0}; \quad \underline{I}_n = \frac{\underline{U}_n}{Z_n},$$

Так как

$$\underline{U}_{пр} + \underline{U}_{отр} = \underline{I}_n Z_n; \quad \underline{U}_{пр} - \underline{U}_{отр} = \underline{I}_n Z_0,$$

то

$$\underline{U}_{пр} = \frac{\underline{I}_n Z_n}{2(Z_n + Z_0)};$$

$$\underline{U}_{отр} = \frac{\underline{I}_n Z_n}{2(Z_n - Z_0)}.$$

откуда

После подстановки выражения (7.25) в (7.21) получим:

$$\underline{K}_{отр(u)} = \frac{\underline{U}_{отр}}{\underline{U}_{пр}} = \frac{Z_n - Z_0}{Z_n + Z_0} \quad (7.26)$$

Рассуждая аналогичным образом и учитывая выражения (7.22) и (7.24), получим:

$$\underline{K}_{отр(i)} = \frac{\underline{I}_{отр}}{\underline{I}_{пр}} = \frac{Z_0 - Z_n}{Z_0 + Z_n} \quad (7.27)$$

В общем случае коэффициенты отражения напряжения и тока являются комплексными величинами и, как видно из (7.26) и (7.27), они зависят от характера нагрузки ( $Z_n$ ).

В начало

В начало

В начало

**8. Чем определяется порядок и характер переходных процессов.**

Определяется корнями характеристического уравнения:

См здесь

См здесь

См здесь

В начало

В начало

9. Свободная и принужденная составляющая переходных процессов. С какой скоростью протекают? Как определить эту скорость?

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = f(t)$$

где  $x$  - напряжение на емкостном элементе или ток в индуктивном элементе.

Решение диф. уравнения может быть представлено в виде суммы принужденной  $x_{пр}$  и свободной  $x_{св}$  составляющей переходного процесса, т.е.

$$x(t) = x_{пр} + x_{св}.$$

Принужденная составляющая представляет собой частное решение уравнения (1) и определяет значение интересующей нас переменной в новом установившемся режиме. Этот режим называют принужденными, поскольку установившиеся токи и напряжения в этом режиме изменяются с той же частотой, что и действующие в цепи принуждающие ЭДС или токи. Так если в цепи имеются только источники постоянного напряжения или тока, то  $x_{пр} = \text{Const}$ . Если напряжения или токи источников меняются по синусоидальному закону ( $f(t) = A_m \sin \omega t$ ), то принужденная составляющая представляет собой синусоидальную функцию времени той же частоты

$$x_{пр} = B_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Свободная составляющая процесса  $x_{св}$  определяется общим решением диф. уравнения (1).

Физически эта составляющая определяет закон рассеяния энергии, первоначально запасенной в накопителях энергии (индуктивных и (или) емкостных) в цепи свободной от источников энергии. Именно эта составляющая определяет характер и время переходного процесса.

$$\vartheta = \ln \Delta = \frac{\pi \delta}{\omega} = \frac{2\pi \delta}{\sqrt{4 - \delta^2}}$$

Как и следовало ожидать, скорость изменения свободных составляющих в колебательном переходном процессе зависит только от затухания электрической цепи.

$\tau = -\frac{1}{p} = RC$  - постоянная времени, характеризующая скорость затухания свободной составляющей, а следовательно - скорость затухания переходного процесса.

В начало

**10. Доказать с физической точки зрения присутствие в RLC-цепи переходных процессов.**

Процессы, возникающие в ЭЦ при переходе от одного установившегося режима к другому называются переходными процессами (или режимами). В переходных режимах (в отличие от установившихся) токи и напряжения ветвей меняются непериодически.

Переход от одного установившегося режима к другому происходит мгновенно лишь в цепях, не содержащих накопителей энергии. Этот переход в цепях, содержащих индуктивные и емкостные элементы происходит за конечное время в связи с тем, что энергия электрического или магнитного поля, запасенная в соответствующем элементе при коммутации не может измениться скачком.

Возникновение П.П. объясняется тем что в индуктивностях и емкостях энергия не может меняться мгновенно, то мощность необходимая для этого равно  $P=dW/dt=\infty$  а в природе источников с такой мощностью не существует. Цепи, где отсутствуют реактивные элементы, не содержат переходных процессов.

В начало

В начало

**11. Какова частота и вид возбужденных в последовательной RLC-цепи колебаний? В течение какого времени они происходят?**

Рассчитаем силу тока в RLC-контуре, подключенном к источнику ЭДС, изменяющейся по закону (1), и включающем дополнительно к индуктивности L и емкости C еще и сопротивление R (рис. 3).

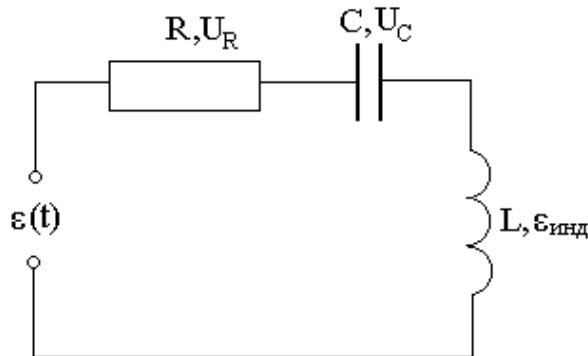


Рис. 3. Контур RLC

Воспользуемся вторым законом Кирхгофа: сумма всех ЭДС в контуре равна сумме падений

напряжений в нем  $\varepsilon(t) + \varepsilon_{\text{инд}} = U_R + U_C$  (7)

$$\text{Где } U_C = \frac{q(t)}{C}$$

$$U_R = I(t)R = R \frac{dq(t)}{dt} \quad (8)$$

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -L \frac{dI}{dt} = -L \frac{d^2 q}{dt^2} \quad \text{Подставляя (8) в (7), имеем после деления на L}$$

$$\frac{d^2 q(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{LC} q(t) = \frac{\varepsilon_{\text{ен}}(t)}{L} \quad (9)$$

Свободные электромагнитные колебания совершаются при отсутствии в контуре источника ЭДС,

т.е. при условии  $\varepsilon(t) = 0$  Тогда

$$\frac{d^2 q(t)}{dt^2} + 2\delta \frac{dq(t)}{dt} + \omega_0^2 q(t) = 0 \quad (10)$$

Продолжение на некст стр.

В начало

Здесь  $\delta = \frac{R}{2L}$  – коэффициент затухания колебаний. Общее решение однородного линейного дифференциального уравнения второй степени (10) различно для двух разных случаев.

В случае  $\omega_0^2 > \delta^2$  имеем решение, описывающее затухающие колебания заряда:

$$q(t) = q_0 e^{-\delta t} \cos \omega_c t = q_0(t, \delta) \cos \omega_c t$$

Соответственно для напряжения на обкладках конденсатора имеем представленные графически на рис. 4 затухающие колебания

$$U_c(t) = \frac{q(t)}{C} = U_0 e^{-\delta t} \cos \omega_c t = U_0(t, \delta) \cos \omega_c t$$

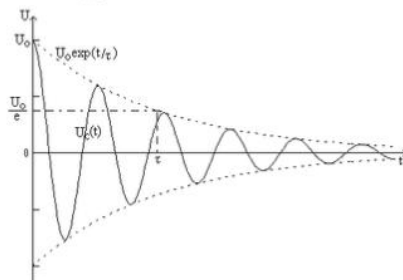


Рис. 4. Затухающие колебания в RLC-контуре

$$\omega_{своб} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

-Таким образом, в RLC-контуре наблюдаются свободные затухающие колебания с частотой.

При  $E(t) = E_0/L \cos(\omega t)$  в RLC цепи наблюдаются вынужденные колебания.

В установившемся режиме (через  $t=5\tau_{au}$ ) заряд конденсатора будет  $q(t)=q_m \cos(\omega t + \phi)$  Фи-начальная фаза вын. колебаний.

Сила тока в цепи при установившихся вын. колебаниях:  $I(t)=I_m \cos(\omega t + \phi)$ .

Напряжение на конденсаторе в цепи колеб. контура:  $U_c(t)=U_{cm} \cos(\omega t + \phi)$ .

В начало

В начало



## 12. Нелинейные цепи

Если цепь содержит элементы, ВАХ которых отлична от линейной функции, то такая цепь называется нелинейной.

С линейной частью нелинейной цепи можно осуществлять любые, справедливые для обычных линейных цепей, преобразования.

Статическая характеристика есть

$$R_{stat} = U/I \quad (23)$$

при неизменных  $U, I$ ;

Дифференциальная характеристика есть

$$R_{dif} = \frac{dU}{dI} \quad (24)$$

Дифференциальная характеристика в общем случае не равна статической.

Для расчета цепей могут применяться методы двух узлов и эквивалентного генератора. Законы Кирхгофа так же справедливы.

В начало

### 13. Преобразование Фурье

Любую периодическую функцию  $f(x)$  с периодом  $2\pi$ , удовлетворяющую условиям Дирихле, можно разложить в ряд Фурье. Переменная величина  $x$  связана со временем  $t$  соотношением

$$x = \omega t = 2\pi t/T$$

, где  $T$  - период ф-ции во времени. Для такой функции ряд Фурье записывают так:

$$f(x) = A_0 + A'_1 \sin(x) + A'_2 \sin(2x) + \dots + A''_1 \cos(x) + A''_2 \cos(2x) + \dots$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx \\ A'_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(kx) dx \\ A''_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(kx) dx \end{aligned}$$

пользуясь формулой сложения, получаем

$$f(x) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(kx + \psi_k) \quad (38)$$

Обозначим период функции  $T$ , основную частоту  $\omega_0 = 2\pi/T$ . Тогда ряд Фурье можно записать двумя способами:

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(k\omega_0 t + \psi_k)$$

или

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A'_k \sin(k\omega_0 t) + A''_k \cos(k\omega_0 t)$$

Здесь  $A'_k = A_k \cos(\psi_k)$ ;  $A''_k = A_k \sin(\psi_k)$

Выражения для нахождения коэффициентов:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt \\ A_k \cos(\psi_k) &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(k\omega_0 t) dt \\ A_k \sin(\psi_k) &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(k\omega_0 t) dt \end{aligned}$$

Представив  $\sin$  в комплексной форме по Эйлеру, получаем:

$$f(t) = A_0 + \frac{1}{2j} \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} A_k e^{jk\omega_0 t} \quad (39)$$

Продолжение на некст стр.

## В начало

,где

$$\dot{A}_k = A_k e^{j\psi_k} = A_k \cos(\psi_k) + j A_k \sin(\psi_k) = A'_k + j A''_k \quad (40)$$

Тогда

$$\dot{A}_k = \frac{2j}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (41)$$

С учетом последней формулы,

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} e^{jk\omega_0 t} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (42)$$

Под **интегралом Фурье** понимают тригонометрический ряд, представляющий непериодическую функцию суммой бесконечно большого числа синусоид, амплитуды которых бесконечно малы, а аргументы соседних синусоид отличаются на бесконечно малые значения.

Формулу для интеграла Фурье получают из формулы для ряда Фурье (см. предыдущую формулу) предельным переходом, а именно  $T \rightarrow \infty$ . При этом на функцию накладывается обязательное условие сходимости  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt$

Нетрудно заметить, что  $A_0 \rightarrow 0$

Выполним преобразование интеграла, стоящего под знаком суммы:

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

С этой целью положим  $\omega = k\omega_0$  ( $\omega$  есть текущая, изменяющаяся частота). В ряде Фурье разность двух смежных частот  $\Delta\omega = \omega_0 = 2\pi/T \Rightarrow 1/T = \Delta\omega/(2\pi)$ . Т.к.  $T$  велико, можно заменить  $\Delta\omega$  на  $d\omega$ , получаем:

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt = \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (43)$$

Функция

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (44)$$

есть спектр амплитуд при непрерывном преобразовании Фурье. Называется также **Прямым преобразованием Фурье**

Т.к. функция  $S(j\omega)$  комплексная, то выделяют отдельно амплитудный спектр  $|S(j\omega)|$  и фазовый спектр  $\phi(j\omega) = \arg(S(j\omega))$

Тогда обратное преобразование Фурье будет представлять из себя интеграл по спектру.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) e^{jk\omega_0 t} d\omega \quad (45)$$

Последняя формула представляет собой запись **интеграла Фурье**.

## В начало

В начало

**Возможные варианты:**

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14 нет

15

16 нет

17 нет

18 нет

19 нет

20 нет

21

22 нет

23

24

В начало

В начало

1

- 1) Законы Ома и Кирхгофа в электрической цепи.
- 2) Преобразование передаточной операторной функции в оригинал при различных видах корней характеристического уравнения.

**2**

- 1) Активные и пассивные элементы цепи.
- 2) Трансформаторы. Основные характеристики и уравнения. Свойства.

**3**

- 1) Согласованный режим в цепях переменного и постоянного тока (Просит вывести законы)
- 2) Собственная и принужденная составляющая переходного процесса. С какой скоростью протекают? Как её определить?(Посмотрел только вывод свободной составляющей)

4

- 1) Алгоритм анализа цепи с помощью метода контурных токов + пример
- 2) RC и RL фильтры низких частот. АЧХ и переходные процессы в них. Какие выводы можно сделать по переходным процессам в них?



5

- 1) Метод узловых потенциалов на примере
- 2) Интегральные и диф. RC цепи. При каких условиях измерения этих цепей будет минимальная погрешность?

6

- 1) Суть принципа суперпозиции при анализе электрической цепи и есть ли ограничения?(Спрашивал про ограничения и про ВАХ линейных цепей)
- 2) Какова частота и вид возбужденных в последовательной RLC-цепи колебаний? В течение какого времени они происходят?(Спрашивал когда возникают колебания в цепи и всё

7

- 1) Суть методов взаимности и компенсации и их использование при анализе электрических цепей.
- 2) Фильтры верхних частот. Связь между полосой пропускания и параметрами деталей фильтра.

**8**

- 1) Зависимые источники тока и напряжения.
- 2) Мощность в цепях синусоидального тока. Баланс мощностей.

**9**

- 1) Закон Ома для реактивностей в алгебраической и дифференциальной формах.
- 2) Интегрирующие и дифференцирующие RL-цепи. При каком условии изменение сигнала будет с минимальными погрешностями?

**10**

- 1) Анализ цепи методом комплексных амплитуд.
- 2) По характеру графика в последовательных RL, RC-цепях с ненулевыми начальными условиями определить постоянную времени.

**11**

- 1) Комплексные передаточные функции. Какую пользу можно из них извлечь?
- 2) Четырехполюсники. Способы формирования описания поведения четырехполюсника. Система параметров.

**12**

- 1) Теорема об эквивалентном генераторе. От чего зависят характеристики эквивалентного генератора?
- 2) Операторная схема замещения элементов электрической цепи для нулевых и ненулевых начальных условий.



**13**

- 1) Характеристическое уравнение для электронной цепи. Методы его составления.
- 2) Набегающие и отраженные волны в длинной линии. Коэффициенты отражения по току и напряжению.

**15**

- 1) Преобразования Лапласа. Их смысл и применение при анализе электрических цепей.
- 2) Чем определяется порядок и характер переходных процессов?

**21**

- 1) Свободная и принужденная составляющая переходных процессов. С какой скоростью протекают? Как определить эту скорость?
- 2) Дифференцирующая и интегрирующая RL-цепь.

**23**

- 1) Алгоритм анализа цепи с помощью метода узловых потенциалов +пример.
- 2) Чем определяется порядок и характер переходных процессов?

**24**

- 1) Методы эквивалентных преобразований электрических цепей.
- 2) Доказать с физической точки зрения присутствие в RLC-цепи переходных процессов.