

Práctica 1

Fecha de entrega: 6/12/2016

El siguiente sistema de ecuaciones modela un apocalipsis zombie:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta SZ \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SZ - \rho I \\ \frac{dZ}{dt} &= \rho I + \zeta R - \alpha SZ \\ \frac{dR}{dt} &= \alpha SZ - \zeta R,\end{aligned}$$

donde S es el número de personas sanas, I el de personas infectadas, Z el de zombies, R el de muertos susceptibles de zombificación y α , ρ , β y ζ son constantes positivas. De modo que las personas pueden convertirse en I's al ser atacados por Z's (término βSZ), que los Z's pueden convertirse en R's si un S destruye su cerebro (término αSZ), que los I's pasan a Z's y que pueden aparecer nuevos Z's desde la clase de los R's (término ζR).

(1) (5 puntos) Programar un método de Adams-Moulton de 2 pasos y un método de Euler para resolver el sistema. Realizar una simulación del apocalipsis de 10 días, con al menos 1000 nodos, con datos iniciales, $S(0) = 500$, $I(0)=0$, $Z(0) = 2$ y $R(0) = 0$ y parámetros $\alpha = 0.005$, $\rho = 3$, $\beta = 0.0095$, $\zeta = 0.0001$.

Presentar en una misma gráfica la evolución de los S's y los Z's con respecto al tiempo.

Cuál es el destino de la humanidad?. Cómo debería variar el número total de S's + I's + Z's + R's? Respetan los métodos esta variación de forma exacta o aproximada? por qué?

(2) (5 puntos) Los $S's$ se organizan y crean patrullas que al anochecer atacan a los Z's. El efecto sobre nuestro modelo será que justo antes del inicio de cada día la población zombie se ve reducida a la tercera parte (estos zombies pasan a ser R's) y $1/9$ de las personas sanas pasan a ser infectados. Qué puede esperar en este caso la humanidad? Utilizar el método de Adams-Moulton y el de Euler para descubrirlo.

Presentar en una misma gráfica la evolución de los S's y los Z's con respecto al tiempo.

Hay que entregar las gráficas, responder de forma breve a las preguntas y presentar los códigos.

Un comentario: la función f del modelo es localmente Lipschitz pero no globalmente Lipschitz. Aún así todo lo que hemos visto en teoría puede aplicarse. Esto lo explicaré en clase.