Расчет погрешности полученного результата

Определим погрешность полученной величины

Для этого необходимо вычислить производную функции

Данная задача не является слишком сложной, но требует внимательности и аккуратности. Давайте рассмотрим процесс взятия производной.

Математические преобразования:

Исходная формула:

$$\frac{(x+2y)^2}{\ln(x+\sqrt{y})} = \frac{(12+2\cdot 5.6)^2}{\ln(12+\sqrt{5.6})} = 201.974$$

Вычислим производную функции по переменной x

Вбивая в WolframAlpha, получаем производную

$$\sqrt{y}$$

равную

$$(\frac{1}{2\cdot(\sqrt{y})})\cdot 0$$

Преобразуя производную функции

$$x+\sqrt{y}$$

получаем

$$1+(\frac{1}{2\cdot(\sqrt{y})})\cdot 0$$

Заметим, что производная фунцкции

$$\ln(x+\sqrt{y})$$

равна

$$(\frac{1}{x+\sqrt{y}}) \cdot (1 + (\frac{1}{2\cdot(\sqrt{y})}) \cdot 0)$$

Легко заметить производную

$$2y$$

равную

$$0y + 2 \cdot 0$$

Преобразуя производную функции

$$x + 2y$$

получаем

$$1 + 0y + 2 \cdot 0$$

Опуская несложные выкладки, получим производную нижеуказанной функции,

$$\ln(x + 2y)$$

равную

$$(\frac{1}{x+2y}) \cdot (1 + 0y + 2 \cdot 0)$$

Заметим, что производная фунцкции

$$2 \cdot (\ln(x + 2y))$$

равна

$$0 \cdot (\ln(x + 2y)) + 2 \cdot ((\frac{1}{x+2y}) \cdot (1 + 0y + 2 \cdot 0))$$

Легко заметить производную

$$(x + 2y)^2$$

равную

$$((x + 2y)^2) \cdot (0 \cdot (\ln(x + 2y)) + 2 \cdot ((\frac{1}{x+2y}) \cdot (1 + 0y + 2 \cdot 0)))$$

Очевидно, что производная

$$\frac{(x+2y)^2}{\ln(x+\sqrt{y})}$$

равна

$$\frac{(((x+2y)^2)\cdot(0\cdot(\ln(x+2y))+2\cdot((\frac{1}{x+2y})\cdot(1+0y+2\cdot0))))\cdot(\ln(x+\sqrt{y}))-((x+2y)^2)\cdot((\frac{1}{x+\sqrt{y}})\cdot(1+(\frac{1}{2\cdot(\sqrt{y})})\cdot0))}{(\ln(x+\sqrt{y}))^2}$$

Упростим полученную производную.

Итак, производная функции равна

$$\frac{d(\frac{(x+2y)^2}{\ln(x+\sqrt{y})})}{dx}=\frac{(((x+2y)^2)\cdot(2\cdot(\frac{1}{x+2y})))\cdot(\ln(x+\sqrt{y}))-((x+2y)^2)\cdot(\frac{1}{x+\sqrt{y}})}{(\ln(x+\sqrt{y}))^2}$$

Вычислим конкретное значение по полученной формуле

$$\frac{(((12+2\cdot5.6)^2)\cdot(2\cdot(\frac{1}{12+2\cdot5.6})))\cdot(\ln(12+\sqrt{5.6}))-((12+2\cdot5.6)^2)\cdot(\frac{1}{12+\sqrt{5.6}})}{(\ln(12+\sqrt{5.6}))^2}=12.136$$

Вычислим производную функции по переменной y

Совершенно ясно, что производная

$$\sqrt{y}$$

равна

$$(\frac{1}{2\cdot(\sqrt{y})})\cdot1$$

Несложно заметить, что производная

$$x+\sqrt{y}$$

равна

$$0+(\frac{1}{2\cdot(\sqrt{y})})\cdot1$$

Нетрудно видеть, что производная

$$\ln(x+\sqrt{y})$$

равна

$$(\frac{1}{x+\sqrt{y}})\cdot(0+(\frac{1}{2\cdot(\sqrt{y})})\cdot1)$$

Ясно, что производная этой функции

$$2y$$

равна

$$0y + 2 \cdot 1$$

Опуская несложные выкладки, получим производную нижеуказанной функции,

$$x + 2y$$

равную

$$0 + 0y + 2 \cdot 1$$

Опуская несложные выкладки, получим производную нижеуказанной функции,

$$\ln(x + 2y)$$

равную

$$(\tfrac{1}{x+2y}) \cdot (0 + 0y + 2 \cdot 1)$$

Опуская несложные выкладки, получим производную нижеуказанной функции,

$$2 \cdot (\ln(x + 2y))$$

равную

$$0 \cdot (\ln(x + 2y)) + 2 \cdot ((\tfrac{1}{x+2y}) \cdot (0 + 0y + 2 \cdot 1))$$

Легко заметить производную

$$(x + 2y)^2$$

равную

$$((x + 2y)^2) \cdot (0 \cdot (\ln(x + 2y)) + 2 \cdot ((\tfrac{1}{x+2y}) \cdot (0 + 0y + 2 \cdot 1)))$$

Вбивая в WolframAlpha, получаем производную

$$\tfrac{(x+2y)^2}{\ln(x+\sqrt{y})}$$

равную

$$\frac{(((x+2y)^2)\cdot(0\cdot(\ln(x+2y))+2\cdot((\frac{1}{x+2y})\cdot(0+0y+2\cdot1))))\cdot(\ln(x+\sqrt{y}))-((x+2y)^2)\cdot((\frac{1}{x+\sqrt{y}})\cdot(0+(\frac{1}{2\cdot(\sqrt{y})})\cdot1))}{(\ln(x+\sqrt{y}))^2}$$

Упростим полученную производную.

Итак, производная функции равна

$$\frac{d(\frac{(x+2y)^2}{\ln(x+\sqrt{y})})}{dy}=\frac{(((x+2y)^2)\cdot(2\cdot((\frac{1}{x+2y})\cdot2)))\cdot(\ln(x+\sqrt{y}))-((x+2y)^2)\cdot((\frac{1}{x+\sqrt{y}})\cdot(\frac{1}{2\cdot(\sqrt{y})}))}{(\ln(x+\sqrt{y}))^2}$$

Вычислим конкретное значение по полученной формуле

$$\frac{(((12+2\cdot5.6)^2)\cdot(2\cdot((\frac{1}{12+2\cdot5.6})\cdot2)))\cdot(\ln(12+\sqrt{5.6}))-((12+2\cdot5.6)^2)\cdot((\frac{1}{12+\sqrt{5.6}})\cdot(\frac{1}{2\cdot(\sqrt{5.6})}))}{(\ln(12+\sqrt{5.6}))^2}=33.7085$$

Вычислим погрешность значения исходной формулы

$$\Delta(\frac{(x+2y)^2}{\ln(x+\sqrt{y})})=\sqrt{(\frac{d(\frac{(x+2y)^2}{\ln(x+\sqrt{y})})}{dx}\cdot\Delta(x))^2+(\frac{d(\frac{(x+2y)^2}{\ln(x+\sqrt{y})})}{dy}\cdot\Delta(y))^2}=$$
$$\sqrt{(12.136\cdot1)^2+(33.7085\cdot0.2)^2}=13.8829$$

Таким образом получаем, что

$$\frac{(x+2y)^2}{\ln(x+\sqrt{y})}=201.974\pm(13.8829)$$

Т.е полученная величина известна нам с ошикой в не более чем 6.87358%

Список использованной литературы:

1. Иванов Г.Е. Лекции по математическому анализу. Часть 1. (МФТИ - 2004г.)

2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (Первое издание 1948 г.)

Спасибо за внимание!