

Emile BOREL (1871-1956), « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire », *Conférence faite le 3 mars 1904 au musée pédagogique et publié dans la Revue générale des sciences*, 1904 (10), p. 431-440.

... pour amener, non seulement les élèves, mais aussi les professeurs, mais surtout l'esprit public à une notion plus exacte de ce que sont les Mathématiques et du rôle qu'elles jouent réellement dans la vie moderne, il sera nécessaire de faire plus et de créer de vrais *laboratoires de Mathématiques*. Je crois que cette question est très importante et doit être étudiée tout à fait sérieusement ; nous pourrions, si vous le voulez bien, commencer ensemble cette étude, tout en nous attendant à ce qu'elle n'ait guère de sanctions pratiques immédiates. Nous savons, en effet, combien l'Administration manque d'argent pour des besoins encore plus urgents, combien les laboratoires de Physique et de Chimie sont pauvres ; il y a là des nécessités devant lesquelles nous sommes prêts à nous incliner avec patience – pendant quelque temps du moins. [...]

10 Quelle conception pouvons-nous donc avoir d'un laboratoire de Mathématiques ? Tout d'abord, il ne doit pas coûter cher ; les appareils coûteux et encombrants n'y sont pas à leur place. Sans doute, si l'on peut, sans aucun frais, montrer à des élèves un théodolite de précision ou une lunette astronomique d'observatoire, il n'y a pas d'inconvénient à le faire. Mais il ne faut pas s'exagérer le profit qu'ils en retireront ; il leur sera autrement utile d'avoir entre les mains des appareils plus simples, dont ils puissent se servir seuls, sans crainte de les abîmer.

15 De même, les modèles de Géométrie plus ou moins compliqués, comme on en vend surtout en Allemagne, comme on en voit au Conservatoire des Arts-et-Métiers, ne doivent pas être détruits quand on les possède, car ils peuvent rendre quelques services ; mais des modèles simples, construits par les élèves eux-mêmes, avec du bois, du carton, du fil, de la ficelle, etc., les instruiront bien davantage. Toutes ces constructions doivent être d'ailleurs l'occasion de calculs numériques, très simples, avec très peu de décimales, mais dont l'erreur finale ne dépasse pas les erreurs de mesure.

20 25 On a déjà deviné quel pourrait être, à mon sens, l'idéal du laboratoire de Mathématiques : ce serait, par exemple, un atelier de menuiserie ; le préparateur serait un ouvrier menuisier qui, dans les petits établissements, viendrait seulement quelques heures par semaine, tandis que, dans les grands lycées, il serait présent presque constamment. Sous la haute direction du professeur de Mathématiques, et suivant ses instructions, les élèves, aidés et conseillés par l'ouvrier préparateur, travailleraient par petits groupes à la confection de modèles et d'appareils simples. Si l'on possédait un tour, ils pourraient construire des surfaces de révolution ; avec des poulies et des ficelles, ils feraient les expériences de Mécanique que nous décrivait M. Henri Poincaré, vérifieraient d'une manière concrète le parallélogramme des forces, etc. Il y aurait dans un coin une balance d'épicier ; de l'eau et quelques récipients permettraient, par exemple, de faire faire aux élèves, sur des données concrètes, les problèmes classiques sur les bassins que l'on remplit à l'aide d'un robinet et que l'on vide en même temps à l'aide d'un autre robinet, etc.

30 35 Mais je ne peux pas ici tracer le programme complet de ce qui pourrait se faire ; je préfère chercher à répondre à quelques objections que peut soulever le principe même de l'institution des laboratoires de Mathématiques.

40 45 Il y a tout d'abord une question de rivalité professionnelle, si l'on peut dire, entre les Mathématiques et la Physique, sur laquelle je voudrais m'expliquer en toute liberté. Les physiciens ne vont-ils pas trouver que nous empiétons sur leur domaine ? Ne sont-ils pas les seuls à avoir le droit de se servir d'une balance ou de posséder une machine d'Atwood ? Devrons-nous engager avec eux une lutte rappelant les interminables procès entre corporations dont nous parlent les historiens des siècles passés ?

Il peut paraître superflu de soulever ces questions, auxquelles la réponse est trop évidente ; j'ai cependant entendu parler de discussions analogues qui se sont élevées entre les professeurs

d'une même Faculté des Sciences (il ne s'agit pas de celle de Paris) ; je vois aussi, dans les programmes même, des traces de cette tendance aux luttes corporatives. Les éléments de la Mécanique sont enseignés deux fois aux élèves des sections C et D; d'abord, en seconde, par le professeur de Physique ; ensuite, en première, par le professeur de Mathématiques. Chacun d'eux peut ignorer l'existence de son collègue ; aucun accord n'est prévu entre eux. Et j'entends d'ici un dialogue entre deux intransigeants des deux partis : « Je suis bien obligé d'enseigner la Mécanique vraie à mes élèves, dit le physicien ; pour mon collègue de Mathématiques, elle n'est qu'un prétexte à développer des formules algébriques et à enseigner la théorie géométrique des vecteurs. » — « Il faut bien que je revienne sur l'enseignement de Mécanique donné par mon collègue de Physique, répond le mathématicien ; il n'a aucun souci de la rigueur des raisonnements et se borne, d'ailleurs, aux quelques notions qui lui sont indispensables ».

Heureusement les intransigeants sont rares ; en fait, il y a de plus en plus accord entre mathématiciens et physiciens pour enseigner de la même manière les mêmes choses ; il est à souhaiter que cet accord devienne encore plus grand. Il serait désirable que les élèves sachent que le frottement existe, comprennent pourquoi on peut placer une échelle contre un mur vertical, etc.

Si la création de laboratoires en partie communs, se prêtant des appareils, utilisant même, dans un petit établissement, les mêmes outils, pouvait avoir pour résultat de rapprocher les physiciens et les mathématiciens, ce serait déjà une raison suffisante pour les créer. Je crois que les physiciens s'accorderont assez généralement pour céder aux mathématiciens l'enseignement des éléments de la Mécanique, mais à une condition évidente : c'est que ces éléments seront enseignés d'une manière expérimentale et non pas purement abstraite. Les étiquettes ont, d'ailleurs, peu d'importance et si, dans tel établissement, le laboratoire de Mathématiques n'est qu'un coin du laboratoire de Physique ; si c'est le professeur de Physique qui y dirige les exercices pratiques de Mécanique et même de Géométrie, de Cosmographie et d'Arpentage, nous n'y verrons aucun inconvénient. Les organisations les plus souples sont les meilleures et l'on ne saurait trop multiplier les occasions de mettre en évidence l'unité de la science. Evidemment, il est inévitable qu'il se produise parfois des difficultés personnelles, des heurts, des rivalités ; il peut s'en produire partout où se trouve plus d'un être humain ; nous ne prétendons pas réformer la nature humaine.

Mais, avec la bonne volonté qui existe dans notre corps enseignant, bonne volonté à laquelle tous rendent hommage, avec la largeur d'esprit et la hauteur d'idées qui y règnent, on peut être convaincu que ces difficultés seront très rares, aussi peu nombreuses que celles qui pourraient surgir actuellement entre plusieurs professeurs de Physique usant d'un même laboratoire. [...]

Cette orientation nouvelle de l'enseignement des Mathématiques dans nos lycées et collèges, dont nous venons d'esquisser les grandes lignes, exercerait la plus heureuse influence sur les idées philosophiques de la classe instruite, idées qui dirigent en réalité l'évolution du pays. On va trouver peut-être que j'exagère vraiment trop l'importance de mon sujet et qu'il est absolument disproportionné de vouloir faire dépendre la vie d'une nation d'un calcul numérique ou d'un dessin au trait. Je voudrais ne pas donner lieu au reproche d'exagération ; cependant, s'il est vrai que c'est le rayonnement de la pensée grecque qui a assuré la prédominance de notre race sur le Globe et si, aux débuts de ce développement de la Grèce, une influence prédominante a été exercée par les philosophes géomètres, depuis Thalès de Milet jusqu'à Platon, on pensera sans doute qu'on ne saurait exagérer l'importance de la valeur des Mathématiques dans l'éducation de l'humanité.¹

¹ Voir le très intéressant livre de M. Gaston Milhaud : *Les philosophes géomètres de la Grèce. Platon et ses prédecesseurs*. Paris, Alcan.

Mais, si les Grecs ont été nos premiers éducateurs, si nous leur devons une reconnaissance éternelle pour avoir, les premiers, proclamé les droits de la raison humaine et compris que le monde n'est pas gouverné par les Dieux ni par le hasard, nous savons aussi qu'ils ne se sont pas toujours exactement rendu compte des limites imposées à la raison par l'expérience, au possible par le réel. Dans le premier essor de son affranchissement, la raison a cru pouvoir, à elle seule, construire *a priori* le Monde, et de là sont nés les systèmes idéalistes où des esprits supérieurs, depuis Platon jusqu'à Hegel, ont montré à quelles aberrations peut aboutir l'intelligence humaine lorsqu'elle veut planer au-dessus et en dehors des réalités.

On reproche, d'ailleurs, souvent aux mathématiciens ces tendances idéalistes ; c'est une opinion très courante (ce qui ne veut pas dire qu'elle soit toujours justifiée) que les ingénieurs trop forts en Mathématiques s'absorbent dans la théorie aux dépens de la pratique ; d'autre part, il y a certainement, parmi les mathématiciens, une plus grande proportion de mystiques que parmi les naturalistes, par exemple.

Ne doit-on pas chercher la cause de tous ces faits dans la séparation trop grande entre la théorie et la pratique ; le mathématicien qui s'absorbe dans son rêve est un peu dans la situation de l'élève pour qui les francs des problèmes ne sont pas des francs réels, servant à acheter des objets ; il vit dans un monde à part, construction de son esprit, en ayant le sentiment que ce monde n'a souvent aucun rapport avec le monde réel.

Il se produit alors le plus souvent l'une des deux éventualités suivantes : ou bien le mathématicien construit *a priori* un monde réel, adéquat à son monde d'idées ; il aboutit alors à un système métaphysique ne reposant sur rien ; ou bien il établit une démarcation absolue entre sa vie théorique et sa vie pratique, et sa science ne lui sert de rien pour comprendre le monde ; il accepte, sans presque y réfléchir, les croyances du milieu dans lequel il vit.

Nous venons de parler des mathématiciens ; l'éducation mathématique actuellement donnée dans les lycées a certainement une influence analogue sur les esprits qui ne poussent pas leurs études scientifiques plus loin que le baccalauréat : ou bien cette éducation mathématique ne réagit pas sur l'idée qu'ils se font du monde (et c'est sans doute le cas le plus fréquent), ou bien elle a une influence que nous serons d'accord, je pense, pour regarder comme fâcheuse : elle leur donne une tendance à trancher les questions par des raisonnements *a priori*, composés le plus souvent de mots vides de sens ou tout au moins mal définis : telle la fameuse preuve dite ontologique de l'existence de Dieu.

Au contraire, une éducation mathématique à la fois théorique et pratique, comme nous avons cherché à la concevoir, peut exercer la plus heureuse influence sur la formation de l'esprit. Nous pouvons espérer ainsi former des hommes ayant foi dans la raison, et sachant qu'il ne faut pas chercher à biaiser en face d'un raisonnement juste : on n'a qu'à s'incliner. Ils auront aperçu, sur des exemples multiples, le déterminisme des phénomènes naturels et seront préparés à comprendre la notion de loi physique. Mais, en même temps, ils se défieront de tout raisonnement en l'air, sans bases dans le réel, portant sur des mots mal définis, de tout calcul effectué sur des nombres abstraits dont la signification concrète n'est pas précisée ; ils chercheront toujours à voir l'objet tangible derrière le symbole.

En un mot, nous contribuerons à former des hommes libres, dont la raison ne s'incline que devant le fait ; nous ferons tout au moins tous nos efforts pour nous rapprocher le plus possible de cet idéal.

Le mode dogmatique, supposant, au contraire, que tous ces travaux particuliers ont été refondus en un système général, pour être présentés suivant un ordre logique plus naturel, n'est applicable qu'à une science déjà parvenue à un assez haut degré de développement. Mais à mesure que la science fait des progrès, l'ordre historique d'exposition devient de plus en plus impraticable, par la trop longue suite d'intermédiaires qu'il obligerait l'esprit à parcourir; tandis que l'ordre *dogmatique* devient de plus en plus possible, en même temps que nécessaire, parce que de nouvelles conceptions permettent de présenter les découvertes antérieures sous un point de vue plus direct.

C'est ainsi, par exemple, que l'éducation d'un géomètre de l'Antiquité consistait simplement dans l'étude successive du très petit nombre de traités originaux produits jusqu'alors sur les diverses parties de la géométrie, ce qui se réduisait essentiellement aux écrits d'Archimède et d'Apollonius; tandis qu'au contraire, un géomètre moderne a communément terminé son éducation, sans avoir lu un seul ouvrage original, excepté relativement aux découvertes les plus récentes, qu'on ne peut connaître que par ce moyen.

La tendance constante de l'esprit humain, quant à l'exposition des connaissances, est donc de substituer de plus en plus à l'ordre historique l'ordre dogmatique, qui peut seul convenir à l'état perfectionné de notre intelligence.

Le problème général de l'éducation intellectuelle consiste à faire parvenir, en peu d'années, un seul entendement, le plus souvent médiocre, au même point de développement qui a été atteint, dans une longue suite de siècles par un grand nombre de génies supérieurs appliquant successivement, pendant leur vie entière, toutes leurs forces à l'étude d'un même sujet. Il est clair, d'après cela, que, quoiqu'il soit infiniment plus facile et plus court d'apprendre que d'inventer, il serait certainement impossible d'atteindre le but proposé si l'on voulait assujettir chaque esprit individuel à passer successivement par les mêmes intermédiaires

qu'a dû suivre nécessairement le génie collectif de l'espèce humaine. De là l'indispensable besoin de l'ordre dogmatique, qui est surtout si sensible aujourd'hui pour les sciences les plus avancées, dont le mode ordinaire d'exposition ne présente plus presque aucune trace de la filiation effective de leurs détails.

Il faut néanmoins ajouter, pour prévenir toute exagération, que tout mode réel d'exposition est, inévitablement, une certaine combinaison de l'ordre dogmatique avec l'ordre historique, dans laquelle seulement le premier doit dominer constamment et de plus en plus. L'ordre dogmatique ne peut, en effet, être suivi d'une manière tout à fait rigoureuse; car, par cela même qu'il exige une nouvelle élaboration des connaissances acquises, il n'est point applicable, à chaque époque de la science, aux parties récemment formées dont l'étude ne comporte qu'un ordre essentiellement historique, lequel ne présente pas d'ailleurs, dans ce cas, les inconvénients principaux qu'il fournit toujours en général.

La seule imperfection fondamentale qu'on pourrait reprocher au mode dogmatique, c'est de laisser ignorer la manière dont se sont formées les diverses connaissances humaines ce qui, quoique distinct de l'acquisition même de ces connaissances, est, en soi du plus haut intérêt pour tout esprit philosophique. Cette considération aurait à mes yeux, beaucoup de poids, si elle était réellement un motif en faveur de l'ordre historique. Mais il est aisé de voir qu'il n'y a qu'une relation apparente entre étudier une science en suivant le mode dit *historique*, et connaître véritablement l'histoire effective de cette science.

En effet, non seulement les diverses parties de chaque science, qu'on est conduit à séparer dans l'ordre *dogmatique*, se sont, en réalité, développées simultanément et sous l'influence les unes des autres, ce qui tendrait à faire préférer l'ordre *historique*; mais en considérant, dans son ensemble, le développement effectif de l'esprit humain, on voit de plus que les différentes sciences ont été, dans le fait, perfectionnées en même temps et mutuellement; on voit même que les progrès des sciences et ceux des arts ont dépendu

les uns des autres, par d'innombrables influences réciproques, et enfin que tous ont été étroitement liés au développement général de la société humaine. Ce vaste enchaînement est tellement réel, que souvent, pour concevoir la génération effective d'une théorie scientifique, l'esprit est conduit à considérer le perfectionnement de quelque art qui n'a avec elle aucune liaison rationnelle, ou même quelque progrès particulier dans l'organisation sociale, sans lequel cette découverte n'eut pu avoir lieu. Nous en verrons dans la suite de nombreux exemples. Il résulte donc de là que l'on ne peut connaître la véritable histoire de chaque science, c'est-à-dire la formation réelle des découvertes dont elle se compose, qu'en étudiant, d'une manière générale et directe, l'histoire de l'humanité. C'est pourquoi tous les documents recueillis jusqu'ici sur l'histoire des mathématiques, de l'astronomie, de la médecine, etc., quelque précieux qu'ils soient, ne peuvent être regardés que comme des matériaux.

Le préfendu ordre *historique* d'exposition, même quand il pourrait être suivi rigoureusement pour les détails de chaque science en particulier, serait déjà purement hypothétique et abstrait sous le rapport le plus important, en ce qu'il considérerait le développement de cette science comme isolé. Bien loin de mettre en évidence la véritable histoire de la science, il tendrait à en faire concevoir une opinion très fausse.

Ainsi, nous sommes certainement convaincus que la connaissance de l'histoire des sciences est de la plus haute importance. Je pense même qu'on ne connaît pas complètement une science tant qu'on n'en sait pas l'histoire. Mais cette étude doit être conçue comme entièrement séparée de l'étude propre et dogmatique de la science, sans laquelle même cette histoire ne serait pas intelligible. Nous considérerons donc avec beaucoup de soin l'histoire réelle des sciences fondamentales qui vont être le sujet de nos méditations; mais ce sera seulement dans la dernière partie de ce cours, celle relative à l'étude des phénomènes sociaux, en traitant du développement général de l'humanité, dont l'histoire

des sciences constitue la partie la plus importante, quoique jusqu'ici la plus négligée. Dans l'étude de chaque science les considérations historiques incidentes qui pourront se présenter auront un caractère nettement distinct, de manière à ne pas altérer la nature propre de notre travail principal.