Министерство образования и науки РФ  
Новосибирский государственный технический университет  
Кафедра ОФ

Проект виртуальной лаборатории  
По дисциплине «Физика»  
Колебания системы связанных маятников

|  |  |
| --- | --- |
| Факультет: | ПМИ |
| Группа: | ПМ-34 |
| Студенты: | Буняков И. Д., Рогоза А. А., Романов С. А. |
| Преподаватель: | Баранов А.В. |

Новоибирск  
2015 г.

# Физическая и математическая модели

Рассматриваемая система – система связанных пружинных маятников с n степенями свободы (n = 2, 3, 4). Данная система представляет собой несколько соединенных между собой пружинных маятников, положение тел которых зависит от положения других составляющих системы.

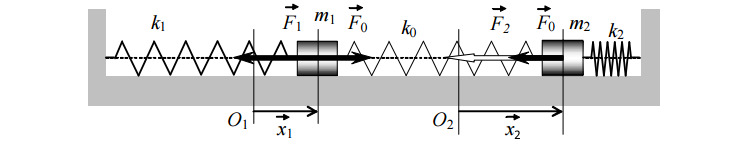


Рис.

На рисунке 1 представлена физическая модель системы двух связанных пружинных маятников.  
Первый маятник состоит из тела массой m1 и пружины жесткостью k1, второй маятник состоит из тела массой m2 и пружины жесткостью k2, соединительная пружина имеет жесткость k0. Положение каждого тела удобно описывать отклонением от его положения равновесия: x1 и x2, соответственно. На первое тело действует сила упругости со стороны пружины k1 и сила упругости со стороны пружины k0. На второе тело действует сила упругости со стороны пружины k2 и сила упругости со стороны пружины k0. При этом ограничимся тем, что k0 = k1 = … = kn = k и   
m1 = m2 = … = mn = m. Согласно второму закону Ньютона, положение тел описывается следующей системой уравнений в векторном и скалярном виде:

или

При введенных ограничениях данная система превращается в следующую:

Чтобы разделить переменные, найдем сумму и разность этих уравнений

В результате получили два независимых уравнения для суммы координат (x1 + x2) и разности координат (x1-x2):

Оба эти уравнения являются уравнения гармонических колебаний с частотами и

соответственно. Следовательно, сумма (x1 + x2) и разность (x1 - x2) изменяются по гармоническому закону:

Значения констант зависят от начальных условий. Множитель 2 введен для удобства дальнейших преобразований.

Складывая и вычитая полученные выражения найдем зависимость от времени координат первого и второго тел

Таким образом, связанные колебания описываются суммой и разностью двух гармонических колебаний с частотами

Зависимость скоростей тел от времени легко получить путем дифференцирования координат

Если в начальный момент времени ( первое тело имело координату и скорость , а второе тело – координату и скорость , тогда из уравнений.

можно получить константы

В случае, когда в начальный момент времени скорости обоих тел равны нулю (тела вывели из положения равновесия и отпустили без начальной скорости), начальные обоих колебаний равны нулю , а амплитуды зависят от начального положения тел: