Estatística Aplicada

Rita Gaio
Departamento de Matemática - FCUP
argaio@fc.up.pt

November 5, 2020

Homepage

Página de Rosto

Índice Geral

Página 1 de 20

Voltar

Full Screen

Fechar

Desistir

Homepage

Página de Rosto

Índice Geral

Página 2 de 20

Voltar

Full Screen

Fechar

Desistir

Índice Geral

Homepage

Página de Rosto

Índice Geral

Página 3 de 20

Voltar

Full Screen

Fechar

Desistir

Chapter 1

Testes de hipóteses não paramétricos: independência e homogeneidade

1.1. Teste de independência entre dois factores

Um **factor** é uma v.a. discreta que toma um número finito de valores.

- 1 população, 2 factores (A e B)
- R níveis distintos para o factor A
  C níveis distintos para o factor B
- $O_{i,j}$ = # indivíduos da população com factor A no nível i e factor B no nível j

	Factor B					
Factor A	1	2	$\cdots$	$\cdots$	C	**Total**
1	$O_{1,1}$	$O_{1,2}$	$\cdots$	$\cdots$	$O_{1,C}$	N_1
2	$O_{2,1}$	$O_{2,2}$	$\cdots$	$\cdots$	$O_{2,C}$	N_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
R	$O_{R,1}$	$O_{R,2}$	$\cdots$	$\cdots$	$O_{R,C}$	N_R
Total	M_1	M_2	$\cdots$	$\cdots$	M_C	n

Sejam

- N_i = # ind. observados com factor A no nível i
- M_j = # ind. observados com factor B no nível j
- $n = \sum_{i=1}^{R} N_i = \sum_{j=1}^{C} M_j$
  = # total de indivíduos observados
- $E_{i,j}$ = # indivíduos esperados na célula (i,j).

Tem-se:

- $p_{i,j} = P(A = i \wedge B = j) \approx \widehat{p}_{i,j} = O_{i,j}/n$
- $p_i = P(A = i) = \sum_{j=1}^{C} p_{i,j} \approx \hat{p}_i = N_i/n$
- $q_j = P(B = j) = \sum_{i=1}^{R} p_{i,j} \approx \hat{q}_j = M_j/n$

- H_0: factor A independente do factor B, isto é, $E_{ij} = \frac{N_i M_j}{n}$.
  H_1: Os dois factores não são independentes.
- **Estatística de teste**: sob H_0,
  (a) se todas as contagens esperadas $E_{i,j}$ são ≥ 5,
  $$U = \sum_{i,j} \frac{(O_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}} \approx \chi^2((R-1)(C-1))$$
  (b) caso contrário, realizar um **teste exacto de Fisher**.
- **Decisão**: Rejeitar H_0 com nível de significancia α se $u > \chi^2_{1-\alpha}((R-1)(C-1))$

Devido à estatística de teste usada, este teste é muitas vezes designado por **teste χ^2 de Pearson** (para dados numeráveis).

Notas:

(a) A rejeição da hipótese nula implica que, para o nível de significância considerado, os dois factores em causa não são independentes e portanto podem ou não ter correlação não nula.

(b) A estatística de teste U é invariante por troca dos factores A e B na tabela.

Instruções em **R**:

```
> chisq.test(x, ...)
```

onde x é a <u>matriz</u> correspondente à tabela em causa. A matriz x pode ser construída:

- através da indicação do número de indivíduos em cada célula (quando os dados são apresentados em forma de tabela)

  ```
  > x=matrix(c(...), nrow=..., ncol=...))
  ```

  Aqui as entradas da matriz devem introduzir-se <u>por colunas</u>, e nrow, ncol referem-se, respectivamente, ao número de linhas e ao número de colunas da matriz.

- através da instrução

  ```
  > x=table(var1, var2)
  ```

  onde var1, var2 são as duas variáveis em causa (quando se tem acesso às observações para cada indivíduo relativamente às variáveis em causa).

O comando chisq.test(x, ...) efectua uma correcção de continuidade sempre que a tabela em causa for do tipo 2×2. Caso não se pretenda essa correcção de continuidade, deve-se dar essa indicação fazendo

```
> chisq.test(x, correct=FALSE)
```

Sempre que os dados não se adaptam bem ao teste do qui-quadrado (por terem frequências esperadas *muito baixas*), o **R** dá essa indicação sob a forma de aviso a seguir ao resultado do teste.

No caso do **teste exacto de Fisher**, a instrução em **R** é

```
> fisher.test(x)
```

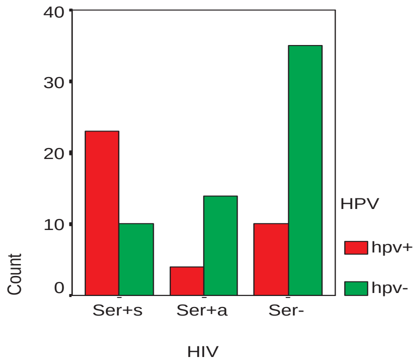
onde x é matriz correspondente à tabela em causa. Na situação particular de matrizes 2×2, a instrução fornece também um intervalo de confiança para o *odds ratio* (em que *sucesso/doente* correspondem à primeira coluna da tabela).

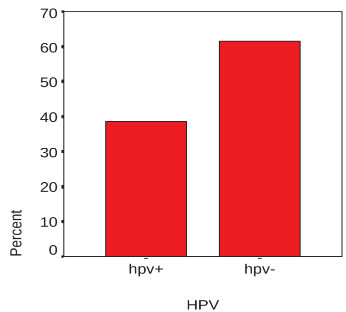
O teste exacto de Fisher pressupõe que as margens da tabela são fixas e, sob a hipótese nula de independência entre os factores, isso conduz à distribuição hipergeométrica dos números das células da tabela.
Cálculos à mão são possíveis apenas para tabelas 2×2 e são muito demorados.

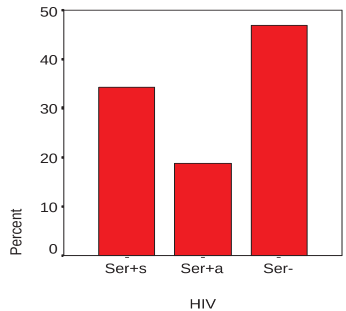
1.1.1. Teste de independência entre dois factores: Exemplo 1

Vermund et al. (1991) pretenderam estudar a hipótese de que as mulheres infectadas com HIV e que também estavam infectadas com o HPV (papilomamovirus humano), detectado por hibridização molecular, eram mais propensas a ter anomalias citológicas cervicais do que as mulheres que tinham apenas um ou nenhum daqueles vírus. Os dados utilizados por aqueles investigadores encontram-se resumidos na seguinte tabela:

HPV	HIV			**Total**
	Ser(+) sint.	Ser(+) assint.	Ser(-)	
Positivo	23	4	10	37
Negativo	10	14	35	59
Total	33	18	45	96







Problema: Com um nível de significância de 0.005, pretende-se testar a hipótese nula de que os dois vírus são factores independentes na causa de anomalia citológica cervical.

Homepage
Página de Rosto
Índice Geral
Página 8 de 20
Voltar
Full Screen
Fechar
Desistir

Dados:

- 1 população
- 2 factores (A e B)
- R níveis distintos do factor A
  C níveis distintos do factor B
- $O_{i,j}$ = # indivíduos observados com factor A no nível i e factor B no nível j.

Teste de independência entre dois factores

- H_0: factor A independente do factor B
  H_1 : os dois factores não são independentes.
- Estatística de teste: sob H_0,
  $U = \sum_{i,j} \frac{(O_{i,j}-E_{i,j})^2}{E_{i,j}} \approx \chi^2(2)$
  (se $E_{ij} \geq 5, \forall i, j$)
- Decisão: Rejeitar H_0 com nível de significancia α se $u > \chi^2_{1-\alpha}(2)$

Observação: Sob H_0, a proporção de indivíduos com HPV positivo e HIV Ser(+) sint. é

$$\frac{37}{96} \times \frac{33}{96} = 0.1325$$

pelo que o número de indivíduos esperados para este subgrupo é

$$0.1325 \times 96 = 12.72.$$

Para os outros grupos seguiu-se um raciocínio análogo.

	HIV			
HPV	Ser(+) sint.	Ser(+) assint.	Ser(-)	**Total**
Positivo	23	4	10	37
(sob H_0)	12.72	6.94	17.34	
Negativo	10	14	35	59
(sob H_0)	20.28	11.06	25.66	
Total	33	18	45	96
	$U = 20.6$	$\nu = 2$	$\chi^2_{.995}(2) = 10.597$	$p < 0.005$

Resposta: Com um nível de significância de .005 deve-se rejeitar H_0 e concluir que os dois vírus (HPV e HIV) não são factores independentes na causa de anomalia citológica cervical.

Instruções em R:

```
> x <- as.table(rbind(c(23,4,10), c(10,14,35)))
# ou
# x <- matrix(c(23,10,4,14,10,35),
              nrow=2, ncol=3)

> x
   A  B  C
A 23  4 10
B 10 14 35

> chisq.test(x)

        Pearson's Chi-squared test

data:  x
X-squared = 20.6062, df = 2, p-value = 3.353e-05
```

A instrução **rbind** significa *row bind* portanto a tabela é constituída agrupando por linhas os vectores definidos na instrução.

Nota: Em cima definiu-se a tabela supondo que os dados foram unicamente apresentados em formato de tabela. Na situação em que temos acesso às observações para cada um indivíduos em relação às duas variáveis em causa (e a todo o *data frame*), a tabela obtem-se fazendo

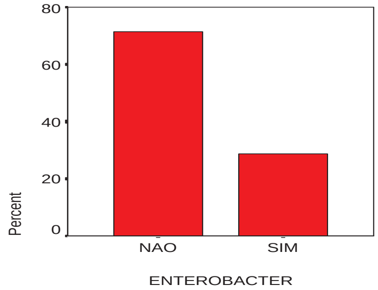
```
> table(variable1, variable2)
```

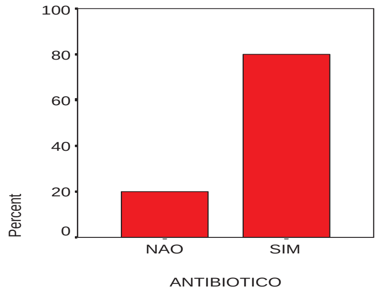
1.1.2. Teste de independência entre dois factores: Exemplo 2

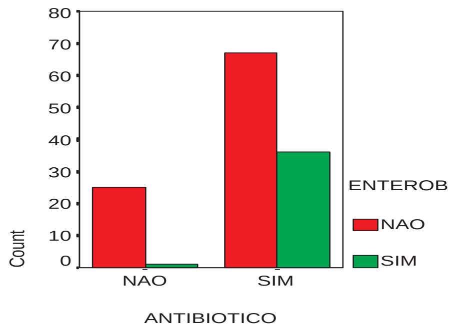
De acordo com uns estudos realizados por Chow *et al.* (1991), a espécie *Enterobacter* é uma das principais causas de infecções bacterianas nosocomiais. Esta espécie possui uma grande capacidade de resistência aos antibióticos administrados. Chow e os restantes investigadores estudaram a infecção bacteriana por *Enterobacter* para determinar as condições clínicas em que se desenvolve, o efeito de antibióticos previamente recebidos na resistência oferecida pela bactéria, o efeito da resistência aos antibióticos na mortalidade, a incidência e mecanismos de resistência emergentes face a uma terapia por antibióticos, e a eficácia de uma terapia combinada face a uma monoterapia. Deste estudo constaram 129 indivíduos e os dados obtidos foram os que a seguir se apresentam.

Antibiótico na última semana	*Enterobacter*		
	Sim	Não	**Total**
Sim	36	67	103
Não	1	25	26
Total	37	92	129

Problema: Para o nível de significância usual, consegue afirmar que a infeção por *Enterobacter* é independente da toma de antibiótico na última semana?







Dados:

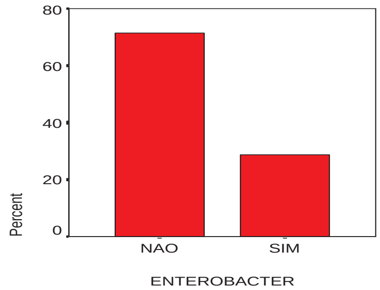
- 1 população
- 2 factores (A e B)
- R níveis distintos de A e C níveis distintos de B
- $O_{i,j} = \#$ indivíduos observados com factor A no nível i e factor B no nível j.

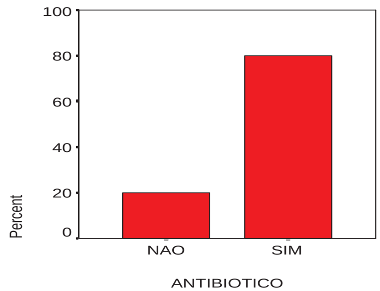
Teste de independência entre dois factores

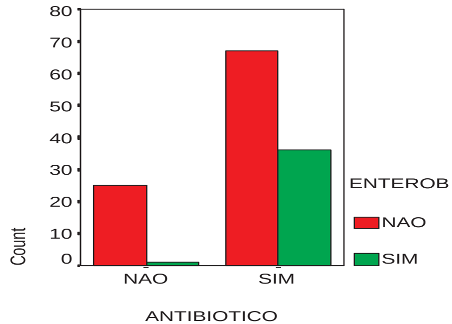
- H_0: factor A independente do factor B
  H_1 : os dois factores não são independentes.
- Estatística de teste: sob H_0,
  $U = \sum_{i,j} \frac{(O_{i,j}-E_{i,j})^2}{E_{i,j}} \approx \chi^2(1)$
  (se $E_{ij} \geq 5$, $\forall i, j$)
- Decisão: Rejeitar H_0 com nível de significancia α se $u > \chi^2_{1-\alpha}(1)$

Antibiótico na última quinzena	*Enterobacter* Sim	Não	**Total**
Sim	36	67	103
(sob H_0)	29.5	73.5	
Não	1	25	26
(sob H_0)	7.5	18.5	
Total	37	92)	129
	$u = 9.819$	$\nu = 1$	$p < 0.005$

Resposta: Para um nível de significância de 0.05, pode-se rejeitar H_0 e concluir que os dois factores não são independentes.







Homepage
Página de Rosto
Índice Geral
Página 12 de 20
Voltar
Full Screen
Fechar
Desistir

Instruções em **R**:

Os dados formam uma tabela de contingência 2×2. Nestes casos, a instrução por omissão para o teste do χ^2 usa a correcção de continuidade de Yates.

```
> x<-as.table(rbind(c(36,67),c(1,25)))
# ou x<-matrix( c(36,1,67,25) , nrow=2)

> x
   A  B
A 36 67
B  1 25

> chisq.test(x)

  Pearson's Chi-squared test
  with Yates' continuity correction

data:  x
X-squared = 8.3575, df = 1, p-value = 0.003841
```

(A correcção de continuidade é mais usada nas situações em que a amostra é pequena)

O valor do teste χ^2 sem a correcção de continuidade obtém-se através da instrução

```
> chisq.test(x, correct=FALSE)

    Pearson's Chi-squared test

data:  x
X-squared = 9.8193, df = 1, p-value = 0.001727
```

A correção de continuidade aparece implementada na instrução do R, por omissão, apenas quando a tabela tem dimensão 2×2.

Homepage

Página de Rosto

Índice Geral

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Voltar

Full Screen

Fechar

Desistir

1.2. Teste de independência entre dois factores: Teste exacto de Fisher

Foi realizado um estudo retrospectivo com o objectivo de perceber a relação entre o consumo de sal e morte por doença cardiovascular (DCV). Os indivíduos estudados foram homens de uma determinada comunidade, com idades compreendidas entre os 50 e os 54 anos, dos quais 35 morreram por DCV e 25 por uma outra causa. Os dados conseguidos relativamente às dietas desses indivíduos foram os seguintes:

Causa de morte	Tipo de dieta: Rica em sal	Pobre em sal	Total
DCV	5	30	35
Outra	2	23	25
Total	7	53	60

Problema: A partir dos dados recolhidos, consegue afirmar que os fatores estudados não são independentes?

- H_0: factor A independente do factor B

  H_1 : os dois factores não são independentes.

- Estatística de teste:

  teste exacto de Fisher [a]

[a] O **SPSS** (pacote normal) só permite efecuar este teste em tabelas de contingência do tipo 2×2; o **R** permite efecuar este teste em tabelas de contingência de qualquer ordem.

Causa de morte	Tipo de dieta: Rica em sal	Pobre em sal	Total
DCV	5	30	35
(sob H_0)	2.92	22.08	
Outra	2	23	25
(sob H_0)	4.08	30.92	
Total	7	53	60

Há várias células com contagens esperadas inferiores a 5 portanto temos de realizar um teste exacto de Fisher.

```
> y <- as.table(rbind(c(5,30),c(2,23)))
> y
   A  B
A  5 30
B  2 23

> fisher.test(y)

        Fisher's Exact Test for Count Data

data:  y
p-value = 0.6882
alternative hypothesis: true odds ratio
                        is not equal to 1
95 percent confidence interval:
  0.278957 21.620483
sample estimates:
odds ratio
  1.897126
```

Resposta: O teste não é estatisticamente significativo ($p = 0.688$); não existe evidência factual para rejeitar a hipótese nula de que os dois factores são independentes.

1.3. Teste de homogeneidade de proporções

- R populações (grupos)
- 1 factor com C níveis distintos
- $O_{i,j} = \#$ elementos da população i com factor no nível j

	Nível do factor					
Grupo	1	2	$\cdots$	$\cdots$	C	**Total**
1	$O_{1,1}$	$O_{1,2}$	$\cdots$	$\cdots$	$O_{1,C}$	N_1
2	$O_{2,1}$	$O_{2,2}$	$\cdots$	$\cdots$	$O_{2,C}$	N_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
R	$O_{R,1}$	$O_{R,2}$	$\cdots$	$\cdots$	$O_{R,C}$	N_R
Total	M_1	M_2	$\cdots$	$\cdots$	M_C	N

Hipóteses principais:

- $N_i = \#$ indivíduos observados dentro da população i (fixado à priori pelo plano de experiências)
- $\text{Grupo}_i \sim \text{Mult}(N_i, p_{i,1}, \ldots, p_{i,C})$
- Grupo_i independente de Grupo_l, $\quad i \neq l$

Portanto

- $O_{i,j} \simeq N_{i,j} \sim Bin(N_i, p_{i,j})$
- $E_{i,j} = E(N_{i,j})$
- $Var(N_{i,j}) = N_i p_{i,j}(1 - p_{i,j})$
- $Cov(N_{i,j}, N_{i,k}) = -N_i p_{i,j} p_{i,k}$

Teste de homogeneidade de proporções entre os grupos

- $H_0 : p_{1,j} = p_{2,j} = \cdots = p_{R,j}$, para todo o j

  $H_1 : H_0$ não é verdadeira, *i.e.* existem i_1, i_2, j tais que $p_{i_1,j} \neq p_{i_2,j}$

- **Estatística de teste**: sob H_0 e se $E_{i,j} \geq 5$,

$$U = \sum_{i,j} \frac{(O_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}} \sim \chi^2((R-1)(C-1)) \quad \text{onde } E_{i,j} = N_i \frac{M_j}{N}$$

- **Decisão**: Rejeitar H_0 com nível de significância α se $u > \chi^2_{1-\alpha}((R-1)(C-1))$

Instruções em R:

```
> chisq.test(x, ...)
```

onde x é a <u>matriz</u> correspondente à tabela em causa.

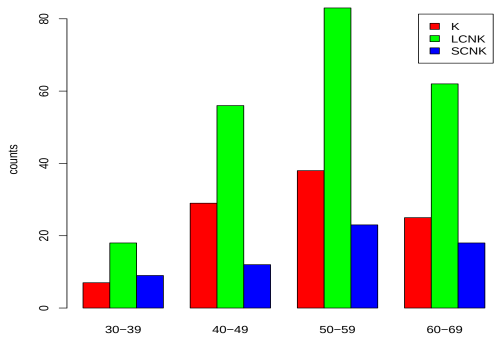
1.3.1. Teste de homogeneidade de proporções: Exemplo 1

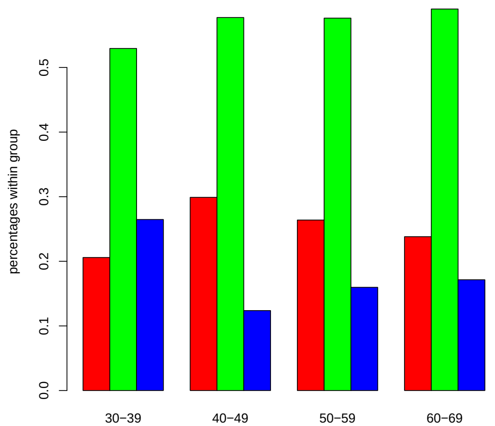
Kodama *et al.* estudaram a relação entre a idade e vários factores de prognóstico da existência de células epiteliais do carcinoma do colo do útero. De entre os dados coleccionados fazia parte a seguinte tabela com as frequências do tipo citológico das células e grupo etário. A notação usada na tabela é a seguinte:

LCNK	=	células não queratinizadas grandes
K	=	células queratinizadas
SCNK	=	células não queratinizadas pequenas

	Tipo de célula			
Grupo etário	LCNK	K	SCNK	# pacientes
30-39	18 53%	7 21%	9 26%	34
40-49	56 58%	29 30%	12 12%	97
50-59	83 58%	38 26%	23 16%	144
60-69	62 59%	25 24%	18 17%	105
Total	219	99	62	380

Problema: Testar a hipótese nula de que as populações dos quatro grupos etários são homogéneas em relação ao tipo citológico das células, com um nível de significância de 0.1.





Homepage
Página de Rosto
Índice Geral
Página 16 de 20
Voltar
Full Screen
Fechar
Desistir

Dados:

- R populações
- 1 factor com C níveis distintos
- $O_{i,j} = \#$ elementos da população i com factor no nível j.

Hipóteses principais

- $N_i = \#$ indivíduos observados dentro da população i (fixado à priori)
- $\text{Grupo}_i \sim \text{Mult}(N_i, p_{i,1}, \ldots, p_{i,C})$
- Grupo_i independente de Grupo_l, $\quad i \neq l$

Teste de homogeneidade de proporções entre os grupos

- $H_0 : p_{1,j} = p_{2,j} = \cdots = p_{R,j}$, para todo o j
  $H_1 : H_0$ não é verdadeira, *i.e.* existem i_1, i_2, j tais que $p_{i_1,j} \neq p_{i_2,j}$
- Estatística de teste: sob H_0 e se $E_{i,j} \geq 5$, $U = \sum_{i,j} \frac{(O_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}} \sim \chi^2((R-1)(C-1))$
- Decisão: Rejeitar H_0 com nível de significancia α se $u > \chi^2_{1-\alpha}((R-1)(C-1))$

	Tipo de célula			
Grupo etário	LCNK	K	SCNK	**Total**
30-39	18 (53%)	7 (21%)	9 (26%)	34 (100%)
(sob H_0)	19.59 (58%)	8.86 (26%)	5.55 (16%)	34 (100%)
40-49	56 (58%)	29 (30%)	12 (12%)	97 (100%)
(sob H_0)	55.90 (58%)	25.27 (26%)	15.83 (16%)	97 (100%)
50-59	83 (58%)	38 (26%)	23 (16%)	144 (100%)
(sob H_0)	82.99 (58%)	37.52 (26%)	23.49 (16%)	144 (100%)
60-69	62 (59%)	25 (24%)	18 (17%)	105 (100%)
(sob H_0)	60.51 (58%)	27.36 (26%)	17.13 (16%)	105 (100%)
Total	219 (58%)	99 (26%)	62 (16%)	380 (100%)
	$u = 4.444$	$\nu = 6$	$\chi^2_{.90} = 10.645$	$p = .617$

Por exemplo as células LCNK aparecem em toda a população numa proporção de $\frac{219}{380} \approx 0.58$. Para que esta proporção se mantenha em cada grupo etário teremos de ter:

- em 30-39:
  $\frac{219}{380}(\#$ indiv. em 30-39$)$
  $= \frac{219}{380} \times 34$
  ≈ 19.59
- em 40-49:
  $\frac{219}{380}(\#$ indiv. em 40-49$)$
  $= \frac{219}{380} \times 97$
  ≈ 55.90
- ...

Resposta: Não rejeitar H_0 com um nível de significância de 0.1. Isto significa que, para este nível de significância, não podemos afirmar que as populações dos quatro grupos etários não são homogéneas em relação ao tipo citológico das células.

Homepage
Página de Rosto
Índice Geral
Página 17 de 20
Voltar
Full Screen
Fechar
Desistir

Instruções em **R**:

```
> x = matrix( c(18,56,83,62,
      7,29,38,25,9,12,23,18),
      nrow=4, ncol=3)
> x
     [,1] [,2] [,3]
[1,]   18    7    9
[2,]   56   29   12
[3,]   83   38   23
[4,]   62   25   18

> chisq.test(x)

        Pearson's Chi-squared test

data:  x
X-squared = 4.4439, df = 6,
p-value = 0.6168
```

Homepage

Página de Rosto

Índice Geral

Página 18 de 20

Voltar

Full Screen

Fechar

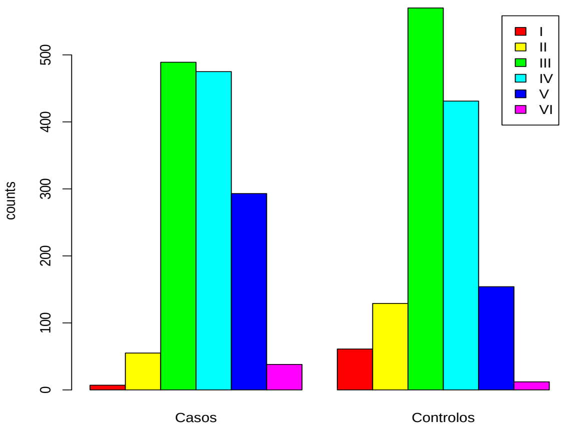
Desistir

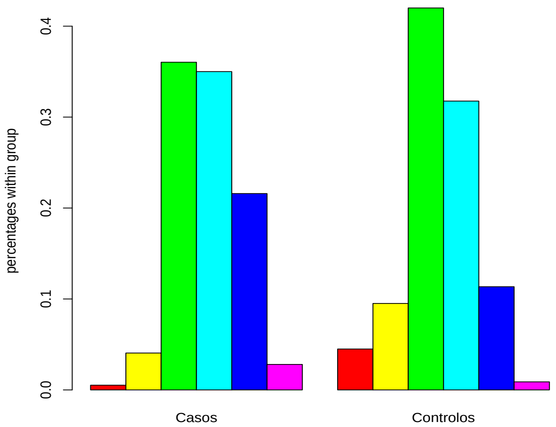
1.3.2. Teste de homogeneidade de proporções: Exemplo 2

Doll e Hill (1952) fizeram uma avaliação retrospectiva dos hábitos tabágicos diários de um grupo de pacientes que acabaram por contrair cancro do pulmão e de um grupo de controlo sem cancro do pulmão. Os dados utilizados foram os seguintes:

	Número de cigarros						
Grupo	0	<5	$5-14$	$15-24$	$25-49$	>50	Total
Controlo	61 4.5%	129 9.5%	570 42%	431 31.8%	154 11.3%	12 0.9%	1357
Cancro	7 0.5%	55 4.1%	489 36%	475 35%	293 21.6%	38 2.8%	1357
Total	68	184	1059	906	447	50	2714

Problema: Pretende-se testar a hipótese de que os hábitos de consumo de tabaco entre os indivíduos que contrairam cancro do pulmão e os indivíduos do grupo de controlo são os mesmos, com um nível de significância de 0.05.





Dados:

- R populações
- 1 factor com C níveis distintos
- $O_{i,j} = \#$ elementos da população i com factor no nível j.

Hipóteses principais

- $N_i = \#$ indivíduos observados dentro da população i (fixado à priori)
- $\text{Grupo}_i \sim \text{Mult}(N_i, p_{i,1}, \ldots, p_{i,C})$
- Grupo_i independente de Grupo_l, $\quad i \neq l$

Teste de homogeneidade de proporções entre os grupos

- $H_0 : p_{1,j} = p_{2,j} = \cdots = p_{R,j}$, $\quad$ para todo o j

  $H_1 : H_0$ não é verdadeira, *i.e.* existem i_1, i_2, j tais que $p_{i_1,j} \neq p_{i_2,j}$
- Estatística de teste: sob H_0 e se $E_{i,j} \geq 5$, $\quad U = \sum_{i,j} \frac{(O_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}} \sim \chi^2((R-1)(C-1))$
- Decisão: Rejeitar H_0 com nível de significancia α se $u > \chi^2_{1-\alpha}((R-1)(C-1))$

	Número de cigarros						
Grupo	0	< 5	$5-14$	$15-24$	$25-49$	> 50	**Total**
Controlo	61 (4.5%)	129 (9.5%)	570 (42%)	431 (31.8%)	154 (11.3%)	12 (0.9%)	1357 (100%)
(sob H_0)	34 (2.5%)	92 (6.8%)	529.5 (39.0%)	453 (33.4%)	223.5 (16.5%)	25 (1.8%)	1357 (100%)
Cancro	7 (0.5%)	55 (4.1%)	489 (36%)	475 (35%)	293 (21.6%)	38 (2.8%)	1357 (100%)
(sob H_0)	34 (2.5%)	92 (6.8%)	529.5 (39.0%)	453 (33.4%)	223.5 (16.5%)	25 (1.8%)	1357 (100%)
Total	68 (2.5%)	184 (6.8%)	1059 (39.0%)	906 (33.4%)	447 (16.5%)	50 (1.8%)	2714

	u	ν	$\chi^2_{.9}(\nu)$	$\chi^2_{.95}(\nu)$	$\chi^2_{.999}(\nu)$	p
	137.7	5	9.236	11.070	15.086	$< .001$

Resposta: Com um nível de significância de .05, pode-se rejeitar H_0 e concluir que os hábitos de consumo de tabaco entre os ind. que contrairam cancro do pulmão e os ind. do grupo de controlo não são os mesmos.

Instruções em **R**:

```
> x<-matrix(c(61,7,129,55,570,489,431,475,154,293,12,38), nrow=2, ncol=6)
> x
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
[1,]   61  129  570  431  154   12
[2,]    7   55  489  475  293   38

> chisq.test(x)
        Pearson's Chi-squared test
data:  x
X-squared = 137.7193, df = 5, p-value < 2.2e-16
```