Mercados Eléctricos
Despacho
Subastas
Contratos

PAULO M. DE OLIVEIRA-DE JESUS

Sesión 1 (PARTE 2) - 1 de diciembre de 2025

Agenda

Introducción a la optimización matemática en Mercados Eléctricos

Instalar Solver de Microsoft Excel

https://www.youtube.com/watch?v=PhtRyq_CMdE

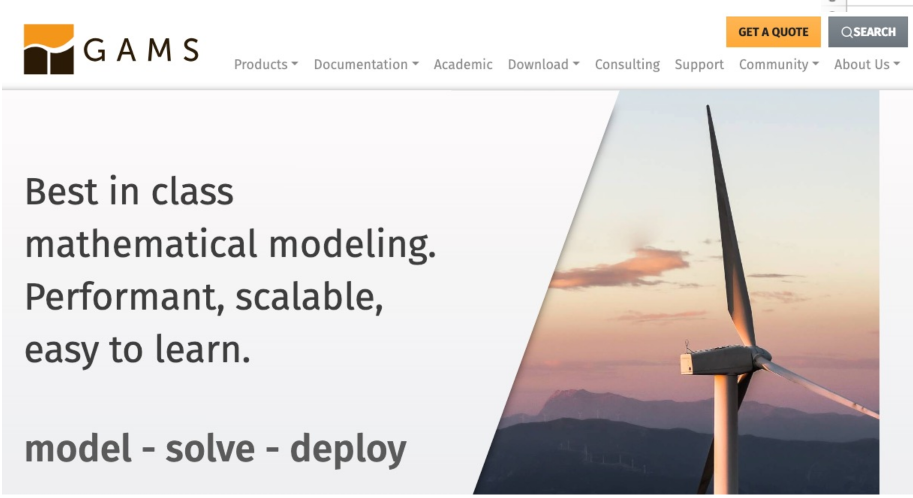
Instalar GAMS

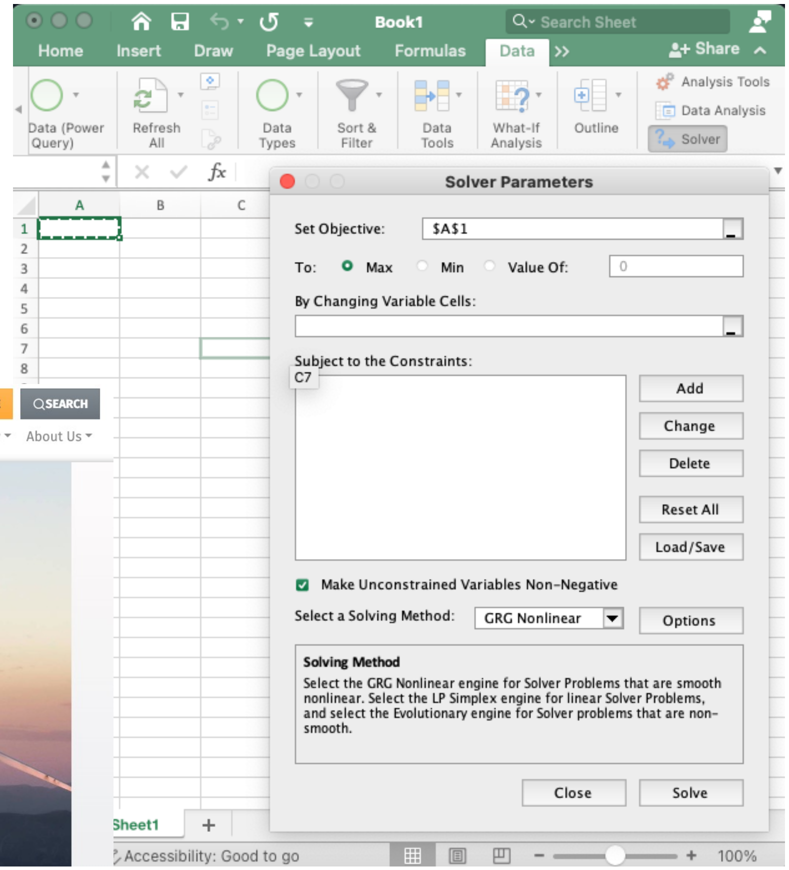
https://gams.com/download/

Instalar Python

https://anaconda.org/channels/anaconda/packages/conda/overview

```
conda install spyder
```


GAMS
GET A QUOTE
SEARCH
Products
Documentation
Academic
Download
Consulting
Support
Community
About Us
Best in class mathematical modeling. Performant, scalable, easy to learn.
model - solve - deploy


Book1
Search Sheet
Home
Insert
Draw
Page Layout
Formulas
Data
Share
Data (Power Query)
Refresh All
Data Types
Sort & Filter
Data Tools
What-If Analysis
Outline
Analysis Tools
Data Analysis
Solver
Solver Parameters
Set Objective:
A1
To:
Max
Min
Value Of:
0
By Changing Variable Cells:
Subject to the Constraints:
Add
Change
Delete
Reset All
Load/Save
Make Unconstrained Variables Non-Negative
Select a Solving Method:
GRG Nonlinear
Options
Solving Method
Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth.
Close
Solve
Sheet1
Accessibility: Good to go
100%

1. Introducción a la Optimización Matemática

En este módulo tiene como objetivo conocer o repasar los modelos matemáticos de optimización matemática requeridos para la gestión integral de proyectos energéticos sostenibles.

Se estudiarán dos formulaciones que dependiendo de su naturaleza podrán ser lineales (LP) o no lineales-cuadráticos (NLP):

- Programación Lineal LP
- Programación No Lineal Cuadrática NLP/QP

El repositorio de software utilizado en esta guía de estudio se encuentra en la siguiente página GitHub.

https://github.com/pmdeoliveiradejesus/ME/tree/main/M1_Optimization

1.1. Competencias del módulo

Al finalizar este módulo el estudiante habrá desarrollado las siguientes competencias específicas:

- Conocer la importancia de la optimización económica en la gestión integral de proyectos energéticos sostenibles.
- Conocer/repasar los fundamentos para el planteamiento y solución de problemas de optimización matemática.
- Resolver problemas de de programación lineal y no lineal implementados en plataformas avanzadas de optimización
- Utilizar modelos de optimización existentes implementados en plataformas avanzadas de optimización para la creación de nuevo conocimiento. (

Maximizar la función objetivo:

$$f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \tag{1}$$

Sujeto a las siguientes restricciones de igualdad (=) y desigualdad ($\leq$, $\geq$):

$$A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \ldots + A_{1n}x_n = b_1 \tag{2}$$
$$A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + \ldots + A_{2n}x_n \leq b_2 \tag{3}$$
$$\vdots$$
$$A_{m1}x_1 + A_{m2}x_2 + \ldots + A_{mn}x_n \geq b_m \tag{4}$$

Donde:

$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$ son las variables de decisión, en color azul

$c_1, c_2, \ldots, c_n$ son los coeficientes de la función objetivo

A_{ij} son los coeficientes de las restricciones

$b_1, b_2, \ldots, b_m$ son los coeficientes independientes de las restricciones

El problema primal establecido en las Ecs. 1-4 pueden escribirse de forma compacta (matricial) de la siguiente forma:

$$
\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\
\text{sujeto a} \quad & \mathbf{A}\mathbf{x} \leqslant \mathbf{b} \\
& \mathbf{x} \geqslant \mathbf{0}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

La correspondiente formulación dual se escribe de la siguiente forma:

$$
\begin{aligned}
\text{maximizar} \quad & \boldsymbol{\lambda}^T\mathbf{b} \\
\text{sujeto a} \quad & \boldsymbol{\lambda}^T\mathbf{A} \leqslant \mathbf{c}^T \\
& \boldsymbol{\lambda} \leqslant \mathbf{0}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

2.1. Ejemplo 1 - LP

A continuación se presenta un ejemplo ilustrativo de la solución de un problema LP:

$$\text{Maximizar} \quad Z = 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 \tag{7}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 10, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &\leq 15, \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0. \end{aligned}$$

Este problema está subdeterminado ($n > m$) por cuanto tiene tres incógnitas (n=3) con solo dos restricciones (m=2). Existen infinitas soluciones que satisfacen ambas restricciones, pero solo una solución que cumple con el objetivo establecido.

Solución óptima primal es (x_1, x_2, x_3) = (6.667, 1.6667, 0) con Z = 28.33.

Resultados en: https://github.com/pmdeoliveiradejesus/ME/tree/main/M1_Optimization

Ejemplo ilustrativo:

Maximizar $Z = 3x_1 + 5x_2 + 2x_3$

Sujeto a:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10,$$
$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 15,$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

max	Z	=	3	1	+ 5	1	+ 2	1	=	10		
Sujeto a:												
			1	1	+ 2	1	+ 1	1	=	4	<=	10
			2	1	+ 1	1	+ 3	1	=	6	<=	15

Probamos con $x_1=1$ $x_2=1$ $x_3=1$ se cumplen holgadamente las restricciones con Z=10

Ejemplo ilustrativo:

Maximizar $Z = 3x_1 + 5x_2 + 2x_3$

Sujeto a:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10,$$
$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 15,$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

max	Z	=	3	4	+ 5	3	+ 2	1	=	29		
Sujeto a:												
			1	4	+ 2	3	+ 1	1	=	11	<=	10
			2	4	+ 1	3	+ 3	1	=	14	<=	15

Probamos con $x_1=4$ $x_2=3$ $x_3=1$
no se cumple la restricción 1 por 1
se cumple la restricción 2 por -1
con Z=29

Ejemplo ilustrativo:

Maximizar $Z = 3x_1 + 5x_2 + 2x_3$

Sujeto a:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10,$$
$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 15,$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

max	Z	=	3	5	+ 5	2	+ 2	1	=	27		
Sujeto a:												
			1	5	+ 2	2	+ 1	1	=	10	<=	10
			2	5	+ 1	2	+ 3	1	=	15	<=	15

Probamos con $x_1=5$ $x_2=2$ $x_3=1$
se cumple la restricción 1 por 0
se cumple la restricción 2 por 0
con Z=27

Ejemplo ilustrativo:

Maximizar $Z = 3x_1 + 5x_2 + 2x_3$

Sujeto a:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10,$$
$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 15,$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

max	Z	=	3	6.667	+ 5	1.667	+ 2	0	=	28.33		
Sujeto a:												
			1	6.667	+ 2	1.667	+ 1	0	=	10	<=	10
			2	6.667	+ 1	1.667	+ 3	0	=	15	<=	15

Probamos con $x_1=6.66$ $x_2=1.66$ $x_3=0$
se cumple la restricción 1 por 0
se cumple la restricción 2 por 0
con Z=28.33 (óptimo)

El planteamiento dual es:

$$\text{Minimizar} \quad W = 10y_1 + 15y_2 \tag{8}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} y_1 + 2y_2 &\geq 3, \\ 2y_1 + y_2 &\geq 5, \\ y_1 + 3y_2 &\geq 2, \\ y_1, y_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

Solución dual es $(y_1,\ y_2) = (2.333,\ 0.333)$ con $W = 28.333$

Resultados en: https://github.com/pmdeoliveiradejesus/ME/tree/main/M1_Optimization

3. Programación Cuadrática

El objetivo de la programación cuadrática es encontrar un vector x de dimensión n que minimice la función de costo:

$$f(x) = \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \tag{9}$$

sujeto a restricciones lineales y/o no-lineales cuadráticas:

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \preceq \boldsymbol{b} \tag{10}$$

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{Q}_r\boldsymbol{x} + \boldsymbol{d}^T\boldsymbol{x} \tag{11}$$

donde x^T denota la transposición vectorial de x, y $\preceq$ representa la desigualdad por componentes (es decir, cada entrada del vector (Ax) es menor o igual que la entrada correspondiente del vector b. $\boldsymbol{d}$ es un vector real de dimensión n. $\boldsymbol{Q}_r$ es una matriz simétrica real de dimensión $(n \times n)$.

3.1. Ejemplo 2 - NLP/QP

Ejemplo ilustrativo de la solución de un problema NLP-QP:

$$\text{Minimizar} \quad Z = 2{x_1}^2 + x_1x_2 + {x_2}^2 + \frac{3}{2}{x_3}^2 + x_1 - 2x_2 \tag{13}$$

$$Z = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \tag{14}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} {x_1}^2 + {x_2}^2 + {x_3}^2 &= 4 \\ (x_1 - 1)^2 + {x_2}^2 &\leq 1 \end{aligned}$$

Las ecuaciones 16-21 constituyen un sistema de 5 ecuaciones no-lineales con 5 incógnitas.
La solución óptima es:
x_1=0.344, x_2= 0.754, x_3=1.820, λ=-1.500, ψ=0.000, μ=1.598 con Z = 4.868.

Resultados en: https://github.com/pmdeoliveiradejesus/ME/tree/main/M1_Optimization