Módulo 5 - Operaciones de Mercado (Subasta Simple)

Paulo M. De Oliveira-De Jesus

Diciembre de 2025

Resumen

En este documento se describe la estructura de un problema de optimización asociado a la operación de mercado del tipo *Pay-as-Clear* simple con demanda elástica. Se plantean los modelos matemáticos y las estrategias de solución utilizando diferentes herramientas computacionales tanto de software libre como propietario.

Índice

1. Introducción

Generalmente, se considera que las ofertas de los productores son monótonamente crecientes, mientras que las pujas de los consumidores son monótonamente decrecientes. A continuación se consideran tres subastas: la subasta de un solo período, la subasta multiperíodo y la subasta multiperíodo con restricciones de red.

2. Subasta simple

En la subasta simple, se considera un único período de tiempo, por lo que se ignora (o se simplifica excesivamente) el acoplamiento intertemporal. Este supuesto puede resultar en inviabilidades operativas tanto para productores como para consumidores.

El operador del mercado recopila las ofertas generadoras (de precio creciente) de los productores y las ofertas de carga (de precio decreciente) de los consumidores, y equilibra el mercado maximizando el bienestar social.

Una subasta simple puede formularse de la siguiente forma:

Siendo conocidas las

1) ofertas de precio $\lambda_{\mathrm{D}jk}$ para N_D consumidores en N_{D1},...,N_{Dk},..., N_{Dj} bloques de demanda.

2) cantidades de potencia $P_{\mathrm{D}jk}$ para N_D consumidores en N_{D1},...,N_{Dk},..., N_{Dj} bloques de demanda.

3) ofertas de precio $\lambda_{\mathrm{G}ib}$ para N_G productores en N_{G1},...,N_{Gb},..., N_{Gi} bloques de demanda.

4) cantidades de potencia $P_{\mathrm{G}ib}$ para N_G consumidores en N_{G1},...,N_{Gb},..., N_{Gi} bloques de demanda.

El problema consiste en hallar las potencias a despachar en consumidores y productores, $P_{\mathrm{D}jk}, \forall j, k; P_{\mathrm{G}ib}, \forall i, b$, tal que se maximice el bienestar social:

$$\text{maximizar}_{P_{\mathrm{D}jk},\forall j,k; P_{\mathrm{G}ib},\forall i,b} \quad SW^{\mathrm{S}} = \sum_{j=1}^{N_{\mathrm{D}}} \sum_{k=1}^{N_{\mathrm{D}j}} \lambda_{\mathrm{D}jk} P_{\mathrm{D}jk} - \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{G}}} \sum_{b=1}^{N_{\mathrm{G}i}} \lambda_{\mathrm{G}ib} P_{\mathrm{G}ib} \tag{1}$$

$$\begin{gathered} \text{subject to} \\ 0 \leq P_{\mathrm{D}jk} \leq P_{\mathrm{D}jk}^{\text{máx}} \quad \forall j, k \\ 0 \leq P_{\mathrm{G}ib} \leq P_{\mathrm{G}ib}^{\text{máx}} \quad \forall i, b \\ \sum_{j=1}^{N_{\mathrm{D}}} \sum_{k=1}^{N_{\mathrm{D}j}} P_{\mathrm{D}jk} = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{G}}} \sum_{b=1}^{N_{\mathrm{G}i}} P_{\mathrm{G}ib} \end{gathered} \tag{2}$$

Los subindices tienen el siguiente significado

j indica el número de consumidores, cuyo valor máximo es N_D,

k indica el número de ofertas de demanda por bloque, cuyo valor máximo es N_{Dj},

i indica el número de productores/generadores, cuyo valor máximo es N_G,

b indica el número de ofertas de generación por bloque, cuyo valor máximo es N_{Gi},

Donde SW^S es el bienestar social de un solo período o el bienestar social declarado (función objetivo), P_{Djk} es el bloque de potencia k ofertado por la demanda j (variable incógnita), P_{Gib} es el bloque de potencia b ofrecido por la unidad generadora i (variable incógnita), P_{Djk}^{max} es el tamaño en MW del bloque k ofertado por la demanda j (constante conocida), P_{Gib}^{max} es el tamaño en MW del bloque b ofrecido por la unidad generadora i (constante conocida), λ_{Djk} es el precio (\$/MWh) del bloque k ofertado por la demanda j (constante conocida), λ_{Gib} es el precio (\$/MWh) del bloque b ofrecido por la unidad generadora i (constante conocida), N_{Dj} es el número de bloques ofertados por la demanda j, N_{Gi} es el número de bloques ofrecidos por la unidad generadora i, N_D es el número de demandas y N_G es el número de unidades generadoras.

2.1. Ejemplo de una subasta simple

Considere un mercado de i=1,..,N_G = 3 generadores y j=1,...,N_D = 2 consumidores.

Cada generador presenta tres bloques de ofertas crecientes (potencia, cantidad). Entonces b=1,...,N_{G1}=N_{G2}=N_{G3}=3.

Oferta	Unidad i=1			Unidad i=2			Unidad i=3		
Bloque	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Potencia $P_{Gib}^{\max}$ (MW)	5	12	13	8	8	9	10	10	5
Precio λ_{Gib} (\$/MWh)	1	3	3.5	4.5	5	6	8	9	10

Cada consumidor presenta 4 bloques de ofertas decrecientes (potencia, cantidad). Entonces k=1,...,N_{D1}=N_{D2}=4.

El problema de adjudicación óptimo se plantea de la siguiente formas

Dadas las ofertas de los generadores:

$$\boldsymbol{P_G^{max}} = \begin{bmatrix} 5 & 12 & 13 \\ 8 & 8 & 9 \\ 10 & 10 & 5 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\lambda_G} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3{,}5 \\ 4{,}5 & 5 & 6 \\ 8 & 9 & 10 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Dadas las ofertas de los consumidores:

$$\boldsymbol{P_D^{max}} = \begin{bmatrix} 8 & 5 & 5 & 3 \\ 7 & 4 & 4 & 3 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\lambda_D} = \begin{bmatrix} 20 & 15 & 7 & 4 \\ 18 & 16 & 11 & 3 \end{bmatrix} \tag{4}$$

determine el despacho de generación:

$$\boldsymbol{P_G} = \begin{bmatrix} P_{G11} & P_{G12} & P_{G13} \\ P_{G21} & P_{G32} & P_{G23} \\ P_{G31} & P_{G32} & P_{G33} \end{bmatrix} \tag{5}$$

y demanda:

$$\boldsymbol{P_D} = \begin{bmatrix} P_{D11} & P_{D12} & P_{D13} & P_{D14} \\ P_{D21} & P_{D22} & P_{D23} & P_{D24} \end{bmatrix} \tag{6}$$

Oferta	Demanda j=1				Demanda j=2			
Bloque	1	2	3	4	1	2	3	4
Potencia $P_{Djk}^{\max}$ (MW)	8	5	5	3	7	4	4	3
Precio λ_{Djk} (\$/MWh)	20	15	7	4	18	16	11	3

tal que se maximice el bienestar social:

$$\text{máx}\, SW^S = \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{4} \lambda_{Djk} P_{Djk} - \sum_{i=1}^{3} \sum_{b=1}^{3} \lambda_{Gib} P_{Gib} \tag{7}$$

$$0 \leqslant P_{Djk} \leqslant P_{Djk}^{\max} \forall_{jk} \tag{8}$$

$$0 \leqslant P_{Gib} \leqslant P_{Gib} \forall_{i,b} \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{4} P_{Djk} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{b=1}^{3} P_{Gib} \tag{10}$$

La solución de este problema LP es:

$$\boldsymbol{P_G} = \begin{bmatrix} 5 & 12 & 13 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{P_D} = \begin{bmatrix} 8 & 5 & 5 & 0 \\ 7 & 4 & 4 & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

La Unidad 1 queda despachada en 5 + 12 +13 = 30 MW
La Unidad 2 queda despachada en 3 + 0 +0 = 3 MW
La Unidad 3 queda despachada en 0 + 0 +0 = 0 MW
La Demanda 1 queda despachada en 8 + 5 + 5 + 0 = 18 MW
La Demanda 2 queda despachada en 7 + 4 + 4 + 0 = 15 MW
El bienestar social SW^S = 404 \$/h (función objetivo)
El balance de potencia ocurre en 33 MW.
El precio sombra asociado al balance de potencia es 4.5 \$/MWh
En la siguiente gráfica se observa la casación de las curvas de demanda y oferta:
Las soluciones se pueden consultar en el repositorio GitHub en las plataformas Excel (Solver), GAMS y Python.
La liquidación de las transacciones de mercado ocurren de la siguiente forma:
Este es un mercado de 148.5 \$/h.
Los ingresos de los generadores son:
Unidad 1 = 30 x 4.5 = 135 \$/h
Unidad 2 = 3 x 4.5 = 13.5 \$/h
Unidad 3 = 0 x 4.5 = 0 \$/h
Los egresos de los consumidores son:
Demanda 1 = 18 x 4.5 = 81 \$/h
Demanda 2 = 15 x 4.5 = 67.5 \$/h
¿Qué sucedería si el mercado se liquida como pay-as-bid?

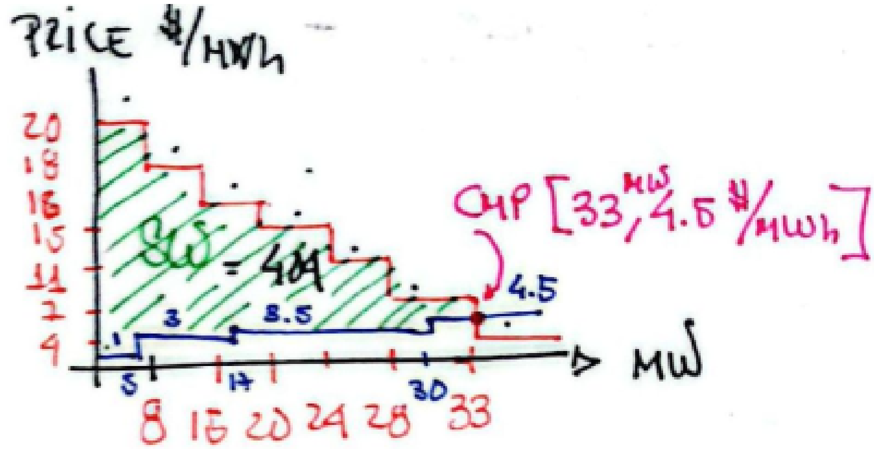

Figura 1: Despacho óptimo subasta simple

Los ingresos de los generadores son:
Unidad 1 = 5 x 1 + 12 x 3 + 13 x 3.5 = 86.5 $/h
Unidad 2 = 3 x 4.5 + 0 x 5 + 0 x 6 = 13.5 $/h
Unidad 3 = 0 x 8 + 0 x 9 + 0 x 10 = 0 $/h
Los egresos de los consumidores son:
Demanda 1 = 8 x 20 + 5 x 15 + 5 x 7 = 270 $/h
Demanda 2 = 7 x 18 +4 x 16 + 4 x 11 = 234 $/h
La liquidación de los generadores se reduce de 148.5 a 100 $/h. No obstante, la liquidación de la demanda sube de 148.5 a 504 $/h.