Despacho Económico Clásico/Básico

Operación Económica de Sistemas Eléctricos de Potencia
MOOC - Transición Energética y Sistemas Eléctricos de Potencia

Paulo M. De Oliveira-De Jesus*

Departamento de Ingeniería Eléctrica & Electrónica

Facultad de Ingeniería de la Universidad de los Andes

Abril 2022

*pm.deoliveiradejes@uniandes.edu.co, https://power.uniandes.edu.co/pdeoliveira

Resumen

En este documento se describe el problema de despacho económico básico de centrales eléctricas (termicas y renovables no convencionales) en el contexto de un sistema de potencia operando en régimen estable, con demandas inelásticas en condiciones apropiadas de confiabilidad, suficiencia y seguridad. El problema de despacho se plantea considerando completitud de información en mercados eléctricos basados en costo (cost-based). En los mercados basados en costo un planificador/operador benevolente tiene la potestad de ordenar la producción sin sesgo alguno, atendiendo solamente criterios de eficiencia económica.

Índice

1. Introducción

En este documento se describe el problema de despacho económico básico de centrales eléctricas térmicas en el contexto de un sistema de potencia operando en régimen estable en condiciones de confiabilidad aceptable para perturbaciones creíbles, suficiente y seguro.

Se entiende cómo despacho básico el hecho que las demandas son consideradas inelásticas, es decir no modifican su patrón de consumo ante los cambios en los precios.

Se utilizará la teoría de la variaciones, incremental o marginal (Lagrange y Teorema de Karush-Kuhn-Tucker [1]) para la determinación de las asignaciones óptimas y los precios correspondientes. En este documento los términos marginal e incremental son equivalentes y se utilizan indistintamente.

El despacho se aplica en el ámbito de los mercados basados en costo (cost-based) en el que un planificador/operador benevolente tiene información completa de los agentes y la potestad de ordenar la producción sin sesgo alguno, atendiendo solamente criterios de eficiencia económica. Tambien es un planteamiento útil para áreas de operación definidas por control de frecuencia (AGC) en las que una sola firma detenta varios los activos de generación de distintas tecnologías.

Este documento se organiza de la siguiente forma. La sección 2 describe el despacho económico básico uninodal, sin red y sin restricción alguna. El método tiene un ejemplo resuelto en detalle en MSExcel, ejemplo tomado del texto de Gómez-Expósito [2].

El repositorio de software utilizado se encuentra en la siguiente página dede GitHub.

2. Despacho económico clásico

En esta sección se resuelve el problema de despacho económico clásico de centrales eléctricas. En la Figura 1 se muestra un sistema uninodal en el que varios generadores alimentan una demanda. El objetivo del despacho óptimo es determinar la producción de cada generador para satisfacer la demanda a mínimo costo.

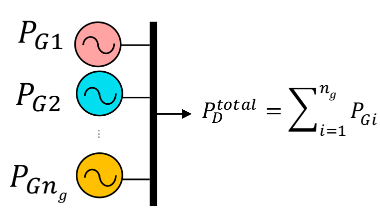

Figura 1: Despacho económico uninodal

2.1. Suposiciones

Se asume que:

1. Operación segura en régimen estable
2. El generador 1 una posee tecnología FNCER (Fuente No Convencional de Energía Renovable) como lo puede ser la energía solar, eólica, hidrógeno o biomasa.
3. El generador 2 es térmico, es decir, quema algún tipo de combustible (carbón, gas, diesel o biomasa) en calderas, turbinas o en motores de combustión interna.
4. No hay red. Todos los generadores y demandas están conectados en el mismo nodo.
5. Los generadores no tienen limites mínimos ni máximos de producción.
6. Las demandas corresponden a cargas base y son inelásticas, no responden al cambio en el precio marginal del sistema.

2.2. Formulación del problema

El problema de optimización económica consiste encontrar el despacho de potencia activa en n_g generadores $\boldsymbol{P}_G$=$[P_{G1}, \ldots, P_{Gn_g}]^T$ tal que satisfaga la demanda $P_{\mathrm{D}}^{\mathrm{total}}$ a mínimo costo de producción:

$$\min_{\boldsymbol{P}_G} C\left(P_{\mathrm{G}}\right) = \sum_{i=1}^{n_g} C_i\left(P_{\mathrm{G}i}\right) \tag{1}$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{n_g} P_{\mathrm{G}i} = P_{\mathrm{D}}^{\mathrm{total}} \tag{2}$$

La función de costo de producción de cada generador i es:

$$C_i\left(P_{\mathrm{G}i}\right) = C_{0i} + a_i P_{\mathrm{Gi}} + \frac{1}{2} b_i P_{\mathrm{Gi}}^2 \tag{3}$$

donde C_0, a y b son coeficientes de la función de costo dada en la Ec. 3. Los parámetros dependen de la tecnología de generación utilizada.

Una vez obtenido las soluciones del despacho óptimo P_{Gi} para i=1,...,n_g y el precio marginal del sistema λ conviene definir las siguientes entidades económicas.

Se define como ingreso en $/h la remuneración de los productores por venta de energía:

$$I_i = P_{Gi}\lambda, \quad I = \sum_{i=1}^{n_g} I_i \tag{4}$$

Se define como lucro de los productores en \$/h el beneficio o utilidad de los productores por venta de energía:

$$L_i = P_{Gi}\lambda - C_i(P_{Gi}), \quad L = \sum_{i=1}^{n_g} L_i \tag{5}$$

Se define el pago de la demanda en \$/h la erogación por concepto de energía de los consumidores:

$$L_i = P_D\lambda \tag{6}$$

2.3. Solución del problema

En caso que el parámetro b en la Ec. 3 sea nulo, la formulación del problema es lineal susceptible de ser resuelta mediante *Programación Lineal*. Por ejemplo, Simplex [3]. La función objetivo tambien se puede linearizar por trozos. De este modo, problema también se vuelve lineal y resoluble usando programación cuadrática secuencial. En estos casos la formulación dual del problema provee el precio marginal de equilibrio para el cual se minimizan los costos.

En su formulación estándar el problema de despacho económico básico debe ser resuelto mediante técnicas de *Programación Nolineal*. En este caso utilizaremos el método de multiplicadores de Lagrange [4] que permite reducir el problema de optimización a un sistema de ecuaciones lineales de fácil resolución.

El Lagrangiano posee la siguiente estructura:

$$\mathcal{L}\left(\boldsymbol{P}_{\mathrm{G}}, \lambda\right) = \sum_{i=1}^{n_g} C_i\left(P_{\mathrm{G}i}\right) + \lambda\left(P_{\mathrm{D}}^{\text{total}} - \sum_{i=1}^{n_g} P_{\mathrm{G}i}\right) \tag{7}$$

Las condiciones necesarias de primer-orden de optimalidad son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\cdot)}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{n} P_{\mathrm{G}i} - P_{\mathrm{D}}^{\text{total}} = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\cdot)}{\partial P_{\mathrm{G}i}} = IC_i\left(P_{\mathrm{G}i}\right) - \lambda = 0; \quad i = 1, \ldots, n_g \tag{9}$$

donde el costo incremental de cada generador i es

$$IC_i\left(P_{\mathrm{G}i}\right) = \frac{\mathrm{d}C_i\left(P_{\mathrm{G}i}\right)}{\mathrm{d}P_{\mathrm{G}i}} = a_i + b_i P_{\mathrm{Gi}} \tag{10}$$

Las ecuaciones 8 y 9 constituyen un sistema de n_g+1 ecuaciones lineales con n_g+1 incógnitas cuya solución es directa.

2.3.1. Solución del problema

En [2] se plantea una solución elegante al problema. Especificando los datos conocidos como vectores:

$$\boldsymbol{C}_0 = \left[C_{01}, \ldots, C_{0n_g}\right]^{\mathrm{T}} \text{ en \$/h} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{a} = \left[a_1, \ldots, a_{n_g}\right]^{\mathrm{T}} \text{ en \$/MWh} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{B} = diag(\left[b_1, \ldots, b_{n_g}\right]^{\mathrm{T}}) \text{ en \$/MWh}^2 \tag{13}$$

$$\boldsymbol{e} = [1, \ldots, 1]^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

El costo incremental del sistema y despacho resultante es:

$$\lambda = \frac{P_{\mathrm{D}}^{\mathrm{total}} + \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{e}} \text{ en \$/MWh} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{P}_{\mathrm{G}} = \frac{\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{e}} P_D^{total} + \frac{\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{e}\left(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{a}\right)}{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{e}} - \boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{a} \text{ en MW} \tag{16}$$

Nótese que el costo fijo $\boldsymbol{C}_0$ no está incluido en la solución. Esto tiene sentido por cuanto el costo fijo es una constante que desaparece en el análisis incremental.

2.3.2. Solución compacta

Una estrategia de solución más compacta se indica a continuación. Se define el vector de incógnitas: despacho óptimo y precio marginal del sistema $\boldsymbol{x} = [P_{G1}, \ldots, P_{Gn_g}, \lambda]^T$:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\beta}^{-1}\boldsymbol{\alpha} \tag{17}$$

donde para la i-ésima posición se dispone de la siguiente estructura:

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} b_i & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\alpha} = [-a_i, P_D^{total}]^T \tag{18}$$

La dimensión de $\boldsymbol{\beta}$ es n_g+1 $\times$ n_g+1. La dimensión de $\boldsymbol{\alpha}$ es n_g+1 $\times$ 1.

2.4. Interpretación económica de λ

Para un despacho óptimo dado ($[P_{G1},\ldots,P_{Gn_g}]^T$), La relación entre el precio marginal del sistema (λ) y los costos incrementales de cada generador ($IC_i(P_{Gi})$) viene dado por la siguiente expresión:

$$IC_i\left(P_{\mathrm{G}i}\right)=\frac{\mathrm{d}C_i\left(P_{\mathrm{G}i}\right)}{\mathrm{d}P_{\mathrm{G}i}}=a_i+b_iP_{\mathrm{G}i}=\lambda,\forall i=1,\ldots,n_g \tag{19}$$

En el punto de equilibrio (especificación o despacho de cada P_{Gi} que produce el mínimo costo total $C=\sum_{i=1}^{n_g}C_i$) todos los costos incrementales IC_i coinciden con el precio marginal del sistema λ.

2.5. Ejemplo 1 - Caso de Estudio 1

Consideremos el problema de despacho económico uninodal en el caso de estudio 1[1]. La solución de despacho óptimo para la condición de demanda máxima (P_D^{total}=600 MW) se muestra en la Tabla 1. Para hallar la solución se aplicó la aproximación compacta (Ec. 17). En este caso las matrices $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ son:

$$\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix} b_1 & 0 & -1\\ 0 & b_1 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{\alpha}=[-a_1,-a_2,P_D^{total}]^T \tag{20}$$

La solución es directa:

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix} P_{G1}\\ P_{G2}\\ \lambda\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} b_1 & 0 & -1\\ 0 & b_1 & -1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} -a_1\\ -a_2\\ P_D^{total}\end{bmatrix} \tag{21}$$

El procedimiento de solución puede encontrase en la siguiente hoja de MSExcel.

Estudio	Esc.	P_D^{total} MW	P_{G1} (FNCER) MW	P_{G2} (Térmico) MW	Precio λ \$/MWh	Costo \$/h
Básico	**max**	600	433.3	166.7	41.67	19217
Básico	**min**	250	200	50	30.00	6675

Tabla 1: Solución despacho uninodal básico

Discusión acerca de los resultados:

[1] Revisar documento Caso de Estudio 1 aquí

- Puede observarse que en la condición de demanda máxima (cuando P_D^{total}=600 MW) ambos generadores poseen ingresos superiores a sus costos de producción: $I(P_{G1})=P_{G1}\cdot\lambda$=18055.6 \$/h, $C(P_{G1})$=13461.1 \$/h. $I(P_{G2})=P_{G2}\cdot\lambda$=6944.4 \$/h, $C(P_{G2})$=5755.6 \$/h. Es decir, ambos generadores tienen lucro: R_{G1}=4594.4 \$/h, R_{G2}=1188.9 \$/h. El lucro total para la generación del área 1 (suponiendo que ambos generadores pertenecen a la misma firma) es 5783.3 \$/h. ¿ocurre lo mismo en la condición de mínima demanda (cuando P_D^{total}=250 MW)?
- La proporción del despacho entre G1 (FNCER) y G2 (Térmico) es distinta para las condiciones de máxima y mínima demanda, 2.58:1 a 4:1, respectivamente. El generador 1 (renovable) es despachado de forma predominante (por mérito en primer instancia) ya que su costo marginal es inferior al del generador 2 (térmico). El generador 2 (que resulta mas costoso y ineficiente) tiene una mayor participación en el despacho a medida que la demanda aumenta de 250 a 600MW. Esto provoca un aumento del costo precio marginal de la energía de 30 a 41.66 \$/MWh para las condiciones de demanda mínima y máxima, respectivamente.

Referencias

[1] H Kuhn and A Tucker, "Nonlinear programming, second berkeley sym-posium of math. statistics and probability", *University of California Press, Berkeley*, vol. 13, pp. 481–492, 1951.

[2] Antonio Gómez-Expósito, Antonio J Conejo, and Claudio Cañizares, *Electric energy systems: analysis and operation*, CRC press, 2018.

[3] George B Dantzig, "Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities", *Activity analysis of production and allocation*, vol. 13, pp. 339–347, 1951.

[4] Mokhtar S Bazaraa, Hanif D Sherali, and Chitharanjan M Shetty, *Nonlinear programming: theory and algorithms*, John Wiley & Sons, 2013.