

UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Informática



Modelación y Simulación
Laboratorio 2

Gustavo Hurtado

Patricia Melo

Profesor: Gonzalo Acuña

Ayudante: Diego Mellis

Santiago – Chile

2020

TABLA DE CONTENIDO

Índice de ilustraciones	v
1 Introducción	1
2 Marco teórico	3
2.1 Matlab	3
2.2 Sistema lineal invariante (SLI)	3
2.3 Función de transferencia	4
2.4 Polos, ceros y ganancia estática	4
2.5 Estabilidad de una Función de Transferencia	5
3 Desarrollo Primera Parte	7
3.1 Pasos para obtener función de transferencia	7
3.2 Ec. diferencial y función de transferencia	8
3.2.1 Ecuación diferencial 1° orden	8
3.2.2 Ecuación diferencial 2° orden	10
3.2.3 Ecuación diferencial 3° orden	13
3.2.4 Comparación ecuación 1° grado y 2° grado lazo abierto	16
4 Desarrollo Segunda Parte	19
4.1 Reducción del diagrama	19
4.1.1 Identificar tipo de conexión	19
4.1.2 Reducción de función de transferencia	21
4.2 Análisis función de transferencia	23
5 Conclusiones	27
Bibliografía	29

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Figura 2.1	Logo Matlab	3
Figura 2.2	Principio de superposición	3
Figura 2.3	Funciones de transferencia	4
Figura 3.1	Función genérica en Laplace ordenada con RESC y RENC	7
Figura 3.2	Gráfico respuesta lazo abierto ecuación 1° grado	9
Figura 3.3	Gráfico respuesta lazo cerrado ecuación 1° grado	10
Figura 3.4	Gráfico respuesta lazo abierto ecuación 2° grado	11
Figura 3.5	Gráfico respuesta lazo cerrado ecuación 2° grado	12
Figura 3.6	Gráfico respuesta lazo abierto ecuación 3° grado	14
Figura 3.7	Gráfico respuesta lazo cerrado ecuación 3° grado	14
Figura 4.1	Diagrama segunda parte	19
Figura 4.2	Conexión en paralelo de $H_1(s)$, $H_2(s)$ y $H_3(s)$	20
Figura 4.3	Conexión de funciones 3, 4, 5 y 6	20
Figura 4.4	Función final $H(s)$	22
Figura 4.5	Respuesta del sistema frente a un escalón	23
Figura 4.6	Función de transferencia	23
Figura 4.7	Ceros del sistema	24
Figura 4.8	Polos del sistema	25

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Esta experiencia se divide en dos partes, en la primera se trabajará con sistemas de primer, segundo y tercer orden, analizando sus funciones de transferencia y el comportamiento que toma cada sistema frente a un escalón como entrada. En la segunda parte se verán los tipos de conexiones que pueden tener las funciones de transferencia dentro de un mismo sistema, en donde se deberán reducir dichas funciones a solo una función de transferencia, permitiendo así realizar el mismo análisis que los otros sistemas de la primera parte.

El objetivo de este laboratorio es analizar el comportamiento de diversos sistemas a través de su función de transferencia $H(s)$. Se utilizará el lenguaje de programación MATLAB y sus herramientas para lograr dicho objetivo.

El informe consta de un marco teórico, donde se verán definiciones bases para entender el desarrollo del laboratorio, además, cuenta del desarrollo de la primera parte, en la que se calcula la función de transferencia para cada sistema (de primer, segundo y tercer orden) creando en cada caso un gráfico que muestre el comportamiento de los sistemas. Mientras que en el desarrollo de la segunda parte se identifica los tipos de conexiones de un sistema dado, se reduce a solo una función de transferencia y se analiza dicho sistema a través de un gráfico que muestra su comportamiento. Finalmente se encuentran las conclusiones de la experiencia y las referencias.

CAPÍTULO 2. MÁRCO TEÓRICO

A continuación se definirán algunos conceptos para tener un mayor entendimiento en el informe.

2.1 MATLAB

Como Juan Pablo Requez (2017) menciona, MATLAB es un programa computacional que ejecuta una gran variedad de operaciones y tareas matemáticas. Trabaja con matrices y vectores, puede resolver varios problemas matemáticos como por ejemplo simples ecuaciones o sistemas de ecuaciones diferenciales, entre otros. Permite graficar funciones y así presentar los resultados de una manera más ilustrativa.

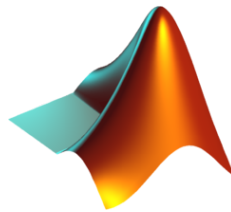


Figura 2.1: Logo Matlab

2.2 SISTEMA LINEAL INVARIANTE (SLI)

Son aquellos sistemas en donde se verifica el principio de superposición en cualquier tiempo t , es decir, la respuesta a una suma de entradas es equivalente a la suma de las respuestas de cada entrada, ver figura 2.2 .

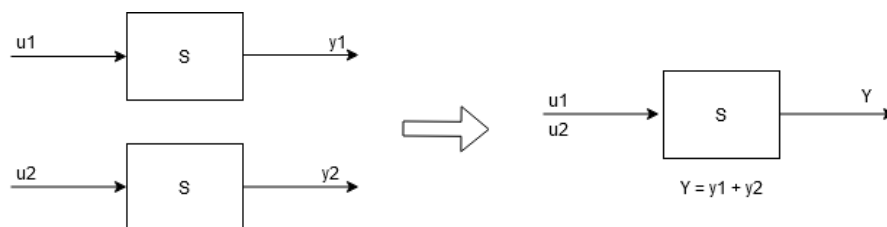


Figura 2.2: Principio de superposición

2.3 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Abreviada como $H(s)$ (en el dominio de Laplace), es una función lineal que permite saber el comportamiento del SLI que se estudia, en otras palabras, ante cualquier entrada se sabe el comportamiento que tendrá el sistema y la salida que dará.

El sistema puede estar compuesto por varias funciones de transferencia y que estas estén conectadas entre si. Las conexiones pueden ser en serie, paralelo o en retroalimentación, como se muestra en la figura 2.3 .

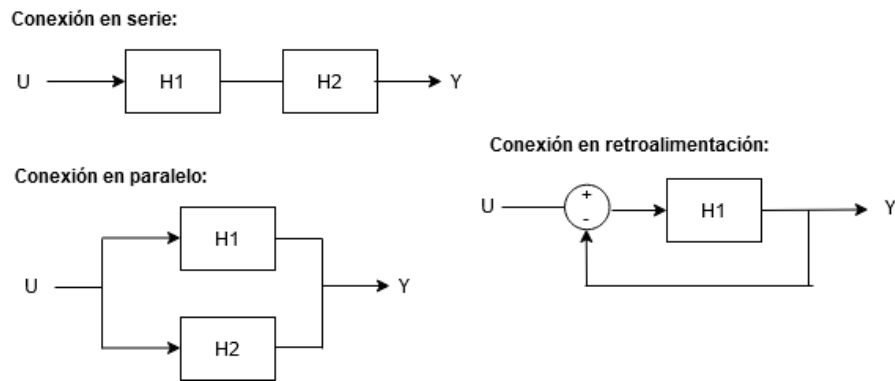


Figura 2.3: Funciones de transferencia

Para poder analizar el comportamiento del SLI es necesario reducir dichas funciones a solo una, esto se puede realizar utilizando la fórmula de Mason.

2.4 POLOS, CEROS Y GANANCIA ESTÁTICA

Considerando la función de transferencia como $H(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$, siendo $N(s)$ el numerador y $D(s)$ el denominador entonces:

- **Polos:** Son las raíces del denominador $D(s)$. Según Castaño (S.F), en matemáticas, el polo de una función hace que su respuesta sea infinito, por lo que en el área de sistemas se podría considerar como los valores en que el sistema se irá al infinito cuando lo medimos en el dominio de la frecuencia.

- **Ceros:** Son las raíces del numerador $N(s)$. como menciona Castaño (S.F), el Cero en el área de control en una función de transferencia de un sistema puede ser interpretado como una “transferencia nula” entre la entrada y la salida del sistema en la frecuencia del propio cero. Esto quiere decir que si se excita el sistema justo en la frecuencia del cero, esta no se verá reflejada en la respuesta del sistema.
- **Ganancia estática (k):** Valor en el cual el sistema se estabiliza. Se suele obtener calculando $H(0)$, es decir, evaluando la función de transferencia en 0.

2.5 ESTABILIDAD DE UNA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Para saber si un sistema será estable o no, se puede hacer uso de los polos del sistema. Se dice que si cada polo se encuentra en el lado estrictamente negativo del plano real, entonces el sistema será estable.

Cuando se habla de estabilidad, se hace referencia a que en algún momento el sistema deja de variar, ya sea yendo a 0, o algún otro valor constante en el tiempo.

CAPÍTULO 3. DESARROLLO PRIMERA PARTE

En este capítulo se explicará y mostrará el comportamiento de 3 diferentes ecuaciones diferenciales de 1°, 2° y 3° orden respectivamente. Se verá el caso en que cada una de ellas esté en un lazo cerrado o en uno abierto, mostrando su gráfico correspondiente. Además, se hará una tabla comparativa con respecto a los ceros, polos y ganancia estática entre la ecuación diferencial de 1° y 2° orden.

3.1 PASOS PARA OBTENER FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

1. **Transformada de Laplace:** Se toma la ecuación respectiva y se aplica transformada de Laplace. Haciendo uso de las propiedades de Laplace con respecto a las derivadas, no es difícil obtener este resultado haciendo el cálculo manualmente.
2. **Despeje de la función $X(s)$:** Al tener toda la ecuación transformada, luego es necesario despejar $X(s)$ para obtener el RENC y RESC de la ecuación diferencial.
3. **Obtener función de transferencia $H(s)$:** Ya estando la función ordenada y despejada, simplemente queda tomar la función de transferencia en una ecuación que se ve como en la Figura 3.1. Siendo $H(s)$ la función de transferencia y $U(s)$ la señal de entrada. Teniendo en cuenta que *RENC* sólo muestra el estado inicial del sistema, el análisis sólo se enfocará en *RESC* y más específicamente de la función de transferencia, la cual permite determinar la estabilidad del sistema.

$$X(s) = \underbrace{\frac{b}{[a_2 s^2 + a_1 s + a_0]}}_{\text{RESC}} U(s) + \underbrace{\frac{+a_2 s x(0) + a_2 x'(0) + a_1 x(0)}{[a_2 s^2 + a_1 s + a_0]}}_{\text{RENC}}$$

$H(s)$

Figura 3.1: Función genérica en Laplace ordenada con RESC y RENC

3.2 EC. DIFERENCIAL Y FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

En esta sección se mostrarán las funciones de transferencia obtenidas aplicando los pasos explicados en la sección anterior a cada una de las ecuaciones diferenciales. Además se mostrará el desarrollo que se realizó en MATLAB para analizar el comportamiento de estas funciones de transferencia.

3.2.1 Ecuación diferencial 1° orden

$$6 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 8 \frac{du(t)}{dt}, y(0) = 3, u(0) = 1 \quad (3.1)$$

De la Ecuación 3.1 se obtiene mediante los pasos de la Sección 3.1 la siguiente ecuación en Laplace:

$$Y(s) = \frac{8 * s}{6s + 2} * U(s) + \frac{10}{6s + 2} \quad (3.2)$$

En la Ecuación 3.2 se puede observar que la función de transferencia es la que se puede apreciar en la Ecuación 3.3.

$$H(s) = \frac{8 * s}{6s + 2} \quad (3.3)$$

Ahora, teniendo la ecuación de transferencia, queda graficar su comportamiento. Esto se hace mediante la función Step en caso de lazo abierto, mientras que para lazo cerrado, se debe pasar antes por la función Cloop y luego por Step para graficarlo.

1. Código para Lazo abierto

```
1 num1 = [8 0];  
2 den1 = [6 2];  
3 figure  
4 step (num1 , den1)
```

En el código de lazo abierto se puede apreciar que *num1* y *den1* son los índices de el numerador y denominador respectivamente de la función de transferencia mostrada en la Ecuación 3.3. Luego la función *step* se encarga de graficar esta función.

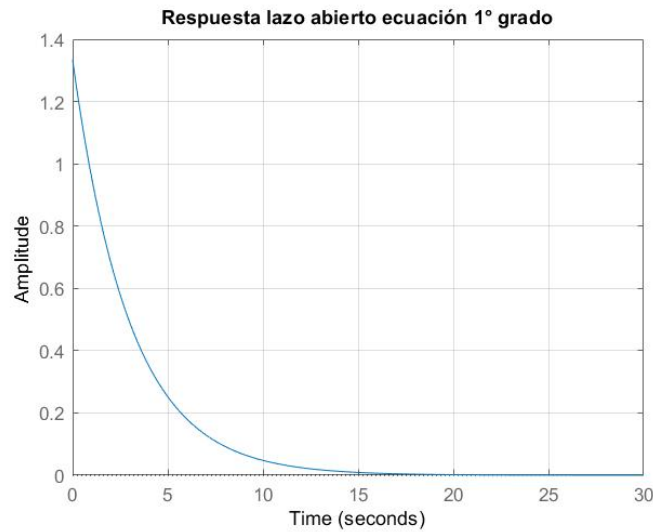


Figura 3.2: Gráfico respuesta lazo abierto ecuación 1° grado

2. Código para Lazo cerrado

```

1   num1 = [8 0];
2   den1 = [6 2];
3   [num2 , den2 ] = cloop (num1 , den1);
4   figure
5   step (num2 , den2)

```

Se puede apreciar que tanto el código para lazo abierto como el de lazo cerrado son muy similares, siendo la única diferencia la línea 3 del código para lazo cerrado, en el que los índices de la función de transferencia son utilizados en la función *cloop*, la cual entrega los nuevos índices para $H(s)$ y estos son graficados con *step*. La respuesta de la función *step* se puede apreciar en la Figura 3.3.

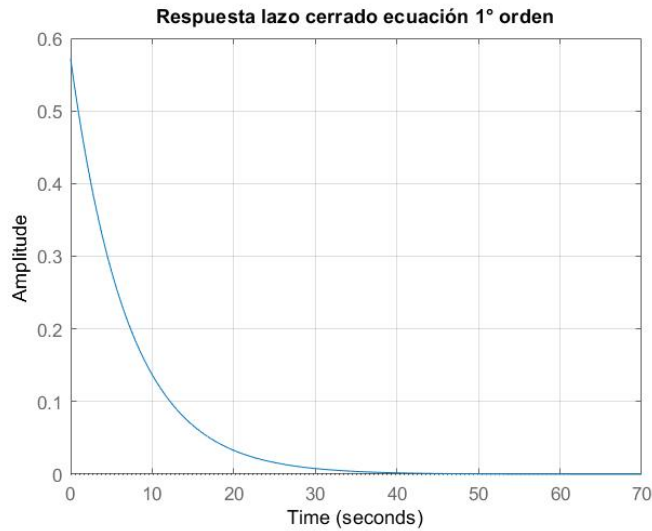


Figura 3.3: Gráfico respuesta lazo cerrado ecuación 1° grado

Las respuestas para lazo abierto y lazo cerrado no difieren mucho en la forma de la curva, sin embargo, cuando se ven los ejes de las figuras 3.2 y 3.3 se puede notar que la amplitud en el caso de lazo abierto es mayor, ya que parte en 1.4 aproximadamente, mientras que en lazo cerrado lo hace alrededor de 0.6. Por otro lado, en el eje del tiempo se puede apreciar que la respuesta de lazo abierto comienza a estabilizarse cerca del segundo 15, mientras que en el de lazo cerrado lo hace alrededor del segundo 40.

Esto tiene sentido, ya que en el caso de la retroalimentación, la función de transferencia se ve modificada, quedando la ecuación del sistema como $Y = \frac{H}{1+H} * U$, por lo que se entiende que la amplitud sea menor y que a la vez, se requiera más tiempo para estabilizar el sistema.

3.2.2 Ecuación diferencial 2° orden

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) - 5\frac{d^2u(t)}{dt^2} - 4\frac{du(t)}{dt} = 0 \quad (3.4)$$

$$y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 0, \frac{du(0)}{dt} = 1, u(0) = 0 \quad (3.5)$$

De la Ecuación 3.4 y los valores iniciales de la Ecuación 3.5, se obtiene mediante los pasos de la Sección 3.1 la siguiente ecuación en Laplace:

$$Y(s) = \frac{5 * s^2 + 7s + 4}{s^2 + 6s + 3} * U(s) - \frac{5}{s^2 + 6s + 3} \quad (3.6)$$

En la Ecuación 3.6 se puede observar que la función de transferencia es la que se encuentra en la Ecuación 3.7.

$$H(s) = \frac{5 * s^2 + 7s + 4}{s^2 + 6s + 3} \quad (3.7)$$

El código es básicamente igual que para la Ecuación de 1° grado, por lo que sólo se mostrará, para evitar las explicaciones repetitivas.

1. Código para Lazo abierto

```
1 num3 = [5 7 4];
2 den3 = [1 6 3];
3 figure
4 step (num3 , den3)
```

En este caso *num3* y *den3* son los índices del numerador y denominador respectivamente en la función de transferencia mostrada en la Ecuación 3.7.

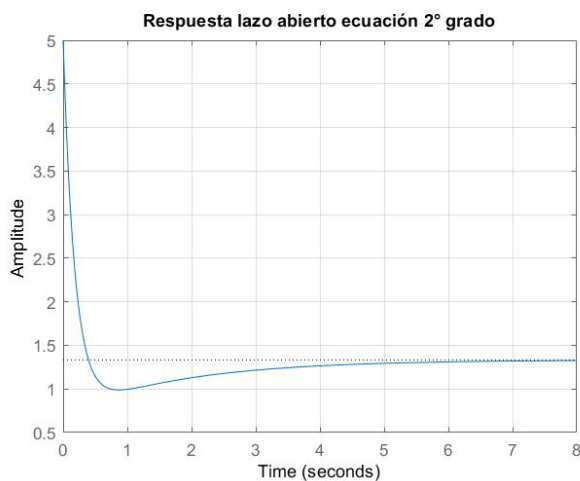


Figura 3.4: Gráfico respuesta lazo abierto ecuación 2° grado

2. Código para Lazo cerrado

```
1 num3 = [5 7 4];  
2 den3 = [1 6 3];  
3 [num4 , den4 ] = cloop (num3 , den3);  
4 figure  
5 step (num4 , den4)
```

Como se mencionó anteriormente, el código tanto para lazo abierto y cerrado sólo difieren en la utilización de *cloop*.

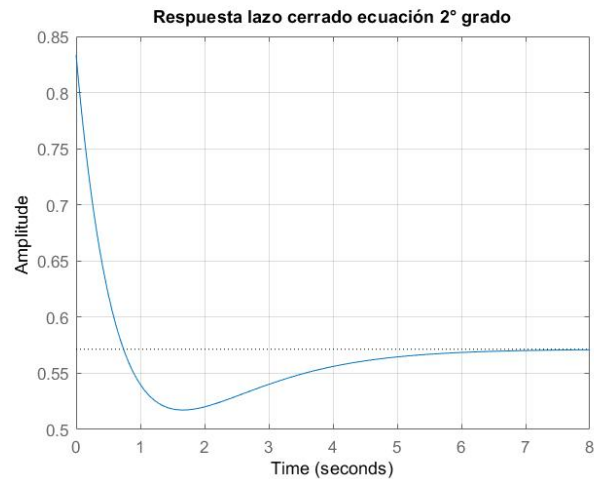


Figura 3.5: Gráfico respuesta lazo cerrado ecuación 2° grado

Las respuestas para lazo abierto y lazo cerrado no difieren mucho en la forma de la curva, sin embargo, cuando se ven los ejes de las figuras 3.4 y 3.5 se puede notar que la amplitud en el caso de lazo abierto es mayor, ya que parte en 5 aproximadamente, mientras que en lazo cerrado lo hace alrededor de 0.85. Por otro lado, en el eje del tiempo se puede apreciar que la respuesta de lazo abierto comienza a estabilizarse cerca del segundo 6, mientras que en el de lazo cerrado lo hace alrededor del segundo 7. La explicación de este fenómeno es la misma que para el caso anterior en la ecuación de 1° orden.

3.2.3 Ecuación diferencial 3° orden

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 4 \frac{dy(t)}{dt} = 2u, \frac{d^2 y(0)}{dt^2} = 1, \frac{dy(0)}{dt} = 2 \quad (3.8)$$

De la Ecuación 3.8 se obtiene mediante los pasos de la Sección 3.1 la siguiente ecuación en Laplace:

$$Y(s) = \frac{2}{s^3 + 4} * U(s) + \frac{2s + 1}{s^2 + 4} \quad (3.9)$$

En la Ecuación 3.9 se puede observar que la función de transferencia es la que se encuentra en la Ecuación 3.10.

$$H(s) = \frac{2}{s^3 + 4} \quad (3.10)$$

El código es básicamente igual que para la Ecuación de 1° grado y 2° grado, por lo que sólo se mostrará, para evitar las explicaciones repetitivas.

1. Código para Lazo abierto

```

1   num5 = [0 0 0 2];
2   den5 = [1 0 0 4];
3   figure
4   step (num5 , den5)
```

En este caso *num5* y *den5* son los índices del numerador y denominador respectivamente en la función de transferencia mostrada en la Ecuación 3.10. Mientras que *step* genera el gráfico de la Figura 3.6.

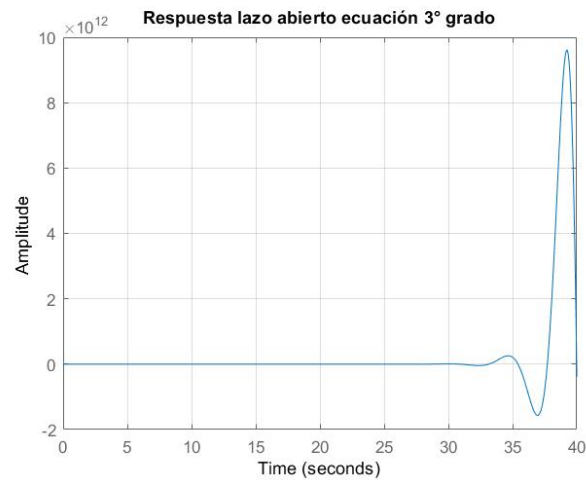


Figura 3.6: Gráfico respuesta lazo abierto ecuación 3° grado

2. Código para Lazo cerrado

```

1   num5 = [0 0 0 2];
2   den5 = [1 0 0 4];
3   [num6 , den6 ] = cloop (num5 , den5);
4   figure
5   step (num6 , den6)

```

Como se mencionó anteriormente, el código tanto para lazo abierto y cerrado sólo difieren en la utilización de *cloop*.

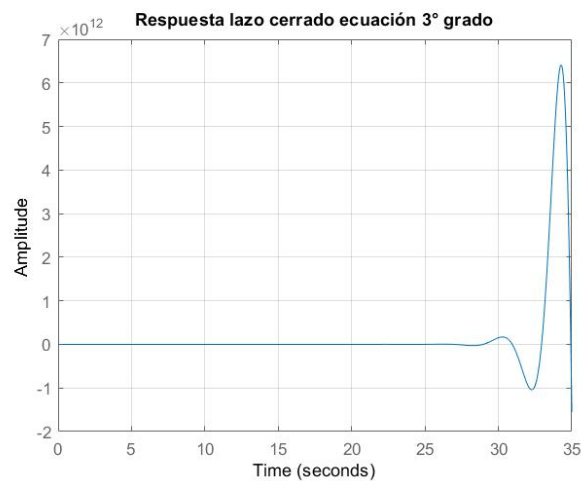


Figura 3.7: Gráfico respuesta lazo cerrado ecuación 3° grado

Para obtener información adicional que permita generar un análisis posterior se utilizó el siguiente código, en el que *tf* genera una función de transferencia juntando el numerador y denominador de una función de transferencia. Luego *stepinfo* entrega información adicional de la respuesta del sistema. Lo que se utilizará en este caso será el tiempo de estabilización. Mientras que la función *tf2zp* con el numerador y denominador de $H(s)$ obtiene sus ceros, polos y ganancia.

```

1   h3 = tf(num5,den5);
2   stepinfo(h3)
3   [zero3,pole3, ganancy3] = tf2zp(num5,den5);

```

En la siguiente lista se muestran los resultados de ese código y un pequeño análisis del sistema.

- No existen ceros.
- Existen tres polos, los cuales son $-2^{(2/3)}$ y $0,7937 \pm 1,3747i$
- Es un sistema estrictamente propio, ya que el grado del numerador de $H(s)$ es menor al del denominador.
- No se puede definir ni como derivador, ni como integrador, dado que no hay ni ceros ni polos en el origen.
- Dado que la parte real de 2 de sus polos se encuentra en el lado positivo, el sistema es inestable, por esto, no tiene sentido hablar de su ganancia estática, aún así matlab indica que $k=2$.

Al igual que en los casos anteriores, la amplitud para el lazo cerrado es menor a la de lazo abierto, sin embargo, acá el tiempo mostrado en el gráfico es mayor para el de lazo abierto, contrario a lo que se vio antes.

Ahora, tal vez realizar este análisis carece de sentido, ya que a diferencia de las ecuaciones de 1° y 2° orden que eran sistemas estables, éste, no lo es. Por lo que nunca se llegará a estabilizar y los tiempos que allí se muestran son sólo parte de un ciclo en el que la

amplitud no para de aumentar. Se hicieron pruebas aumentando el tiempo mostrado por *step* y a medida que se aumenta este tiempo, la amplitud más crece.

3.2.4 Comparación ecuación 1° grado y 2° grado lazo abierto

Considerando las Ecuaciones 3.1 y 3.4, se hará una comparación entre ellas mediante una tabla que muestre las características de estos sistemas.

Los datos de esta tabla fueron obtenidos mediante el siguiente código, que tiene exactamente el mismo funcionamiento que el explicado y utilizado para el análisis de la ecuación de 3° grado.

```

1  %Se obtienen los datos de la ecuación de 1er grado lazo abierto
2  h1 = tf(num1,den1);
3  stepinfo(h1)
4  [zero,pole, ganancy] = tf2zp(num1,den1);
5
6  %Se obtienen los datos de la ecuación de 2do grado lazo abierto
7  h2 = tf(num3,den3);
8  stepinfo(h2)
9  [zero2,pole2, ganancy2] = tf2zp(num3,den3);

```

Tabla 3.1: Tabla comparativa Ecuación 3.1 y 3.4

Características	Ecuación 1° grado	Ecuación 2° grado
Polos	-0.333	-5.449 y -0.551
Ceros	0	$-0,700 \pm 0,557i$
Ganancia	1.333	5
Tiempo estabilización	11.736 [s]	3.866 [s]

Realizando un pequeño análisis al sistema de 1° grado:

- Es un sistema propio, ya que el grado del numerador de $H(s)$ es igual al del denominador.
- Es un sistema derivador, ya que cuenta con un cero en el origen, es decir, es 0.
- Dado que su polo es negativo en su parte real, este sistema es estable.

Por otro lado, para el sistema de 2° grado se tiene:

- Es un sistema propio, ya que el grado del numerador de $H(s)$ es igual al del denominador.
- No se puede definir ni como derivador, ni como integrador, dado que no hay ni ceros ni polos en el origen.
- Dado que sus polos son negativos en su parte real, este sistema es estable.

CAPÍTULO 4. DESARROLLO SEGUNDA PARTE

En este capítulo se abordará el desarrollo de la segunda parte del laboratorio, abarcando paso a paso el análisis y entregando finalmente mediante un gráfico la respuesta al escalón del diagrama que se presenta en la figura 4.1.

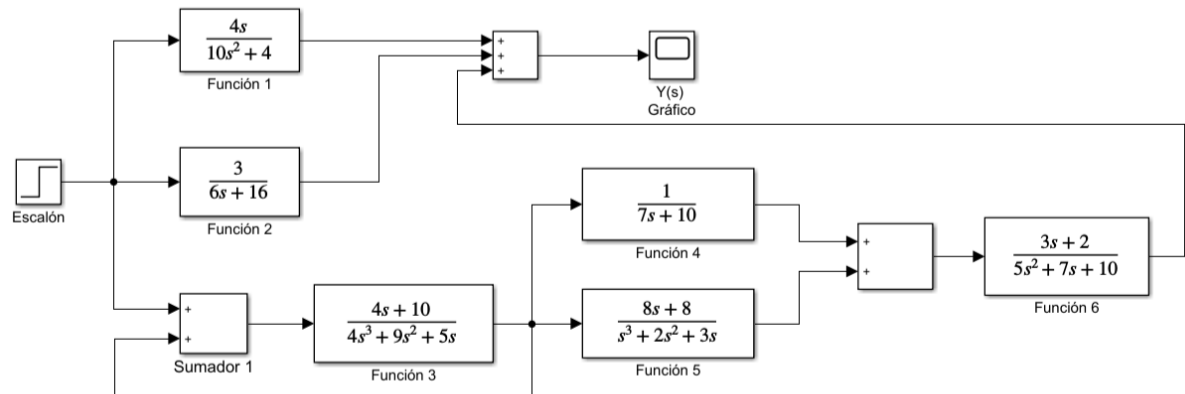


Figura 4.1: Diagrama segunda parte

4.1 REDUCCIÓN DEL DIAGRAMA

Para poder analizar el sistema y ver su comportamiento frente a cualquier entrada es necesario antes reducir todas las funciones que se encuentran en el diagrama a solo una función de transferencia, y que esta represente a todas. Dicho esto, a continuación se presentan los pasos que se siguieron para obtener una única función de transferencia $H(s)$.

4.1.1 Identificar tipo de conexión

Como se expuso en el marco teórico, existen tres tipos de conexiones (en serie, paralelo y retroalimentación), es por ello que se debe identificar cual se está utilizando y en qué momento.

A continuación se analiza por partes el diagrama anteriormente presentado.

- La función 1 y 2 están conectadas en paralelo, y estas a su vez también están en paralelo con la función de transferencia resultante de la conexión de funciones 3, 4, 5 y 6. En la figura 4.2 se muestra la conexión recién mencionada, en donde $H_1(s)$ corresponde a la función 1, $H_2(s)$ a la función 2 y $H_3(s)$ a la conexión de las funciones 3, 4, 5 y 6.

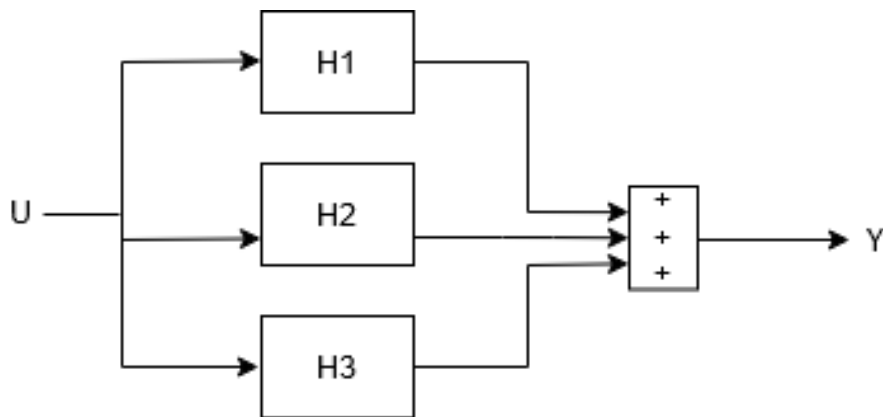


Figura 4.2: Conexión en paralelo de $H_1(s)$, $H_2(s)$ y $H_3(s)$

- Ahondando más en $H_3(s)$, se puede observar que la función 3 está conectada consigo misma en retroalimentación, además, las funciones 4 y 5 tienen una conexión en paralelo, y junto a estas se encuentran unidas en serie las funciones 3 y 6. Estas conexiones se aprecian en la figura 4.3.

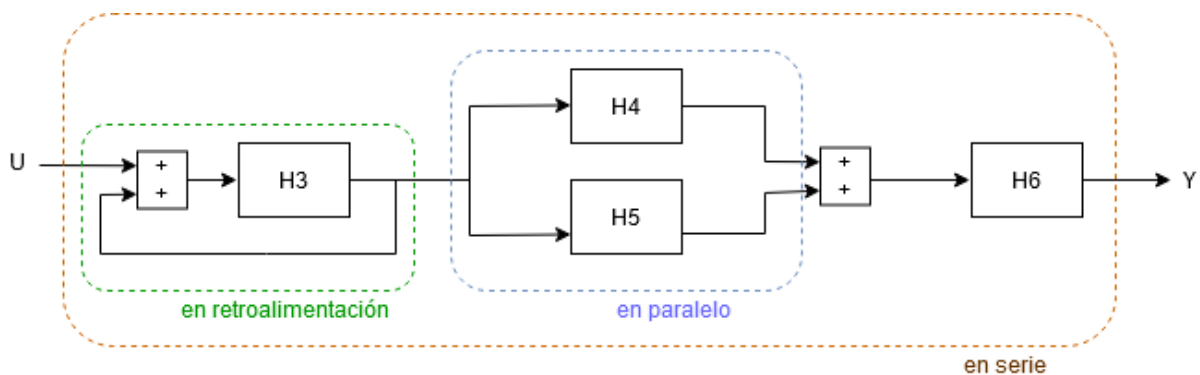


Figura 4.3: Conexión de funciones 3, 4, 5 y 6

4.1.2 Reducción de función de transferencia

Ya identificadas las conexiones entre las funciones del sistema, se procede a unificar. Utilizando el lenguaje de programación MATLAB y las funciones que contiene se puede realizar la reducción, a continuación se presenta la sintaxis utilizada para la representación de las conexiones encontradas en el diagrama inicial (figura 4.1), $H(s)$ resultante y el gráfico que muestra el comportamiento del sistema frente a una entrada escalón.

- En un inicio se define cada función de transferencia, estas se escriben como vectores separando el numerador y denominador de la siguiente forma.

```

1      %Numerador y denominador de la funcion 1
2      n1 = [0 0 4 0];
3      d1 = [0 10 0 4];
4
5      %Numerador y denominador de la funcion 2
6      n2 = [0 0 0 3];
7      d2 = [0 0 6 16];
8
9      %Numerador y denominador de la funcion 3
10     n3 = [0 0 4 10];
11     d3 = [4 9 5 0];
12
13     %Numerador y denominador de la funcion 4
14     n4 = [0 0 0 1];
15     d4 = [0 0 7 10];
16
17     %Numerador y denominador de la funcion 5
18     n5 = [0 0 8 8];
19     d5 = [1 2 3 0];
20
21     %Numerador y denominador de la funcion 6
22     n6 = [0 0 3 2];
23     d6 = [0 5 7 10];

```

- Para realizar las conexiones mostradas en las figuras 4.2 y 4.3 se deben utilizar las funciones *parallel* (en caso de ser paralela), *cloop* (si es con retroalimentación) y *series* (si es conexión

en serie).

- Primero se trabajará con $H_3(s)$, representada en la figura 4.3

```

1      %Funcion 3 con retroalimentacion
2      [num3, den3] = cloop(n3, d3);
3
4      %Funciones 4 y 5 en paralelo
5      [num45,den45] = parallel(n4, d4, n5, d5);
6
7      %Funciones 3, 45 y 6 en serie
8      [num345, den345] = series(num3, den3, num45, den45);
9      [num3456, den3456] = series(num345, den345, n6, d6);

```

- Luego se realiza la conexión presentada en la figura 4.2, uniendo en paralelo $H_1(s)$, $H_2(s)$ y $H_3(s)$ recién calculada.

```

1      %Funciones 1, 2 y H3 en paralelo
2      [num12, den12] = parallel(n1, d1, n2, d2);
3      [num123456, den123456] = parallel(num12, den12, num3456, den3456);

```

Finalmente $num123456$ y $den123456$ contienen el numerador y denominador de la función de transferencia final, respectivamente. Esta función $H(s)$ se ve representada en la figura 4.4, en donde se aprecia que queda un lazo abierto.

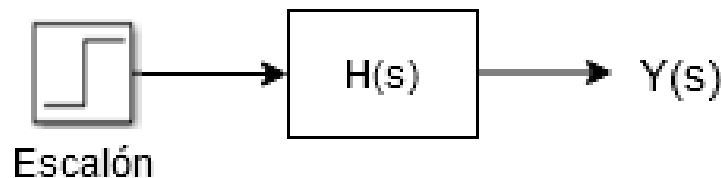


Figura 4.4: Función final $H(s)$

Para conocer el comportamiento del sistema frente a una entrada escalón y siendo $H(s)$ de lazo abierto, se ocupa el siguiente comando.

```

1      step(num123456, den123456, 100)

```

Esto entrega como respuesta un gráfico (ver figura 4.5) que muestra la amplitud que toma el sistema a medida que el tiempo pasa, con un tiempo $t = 100$.

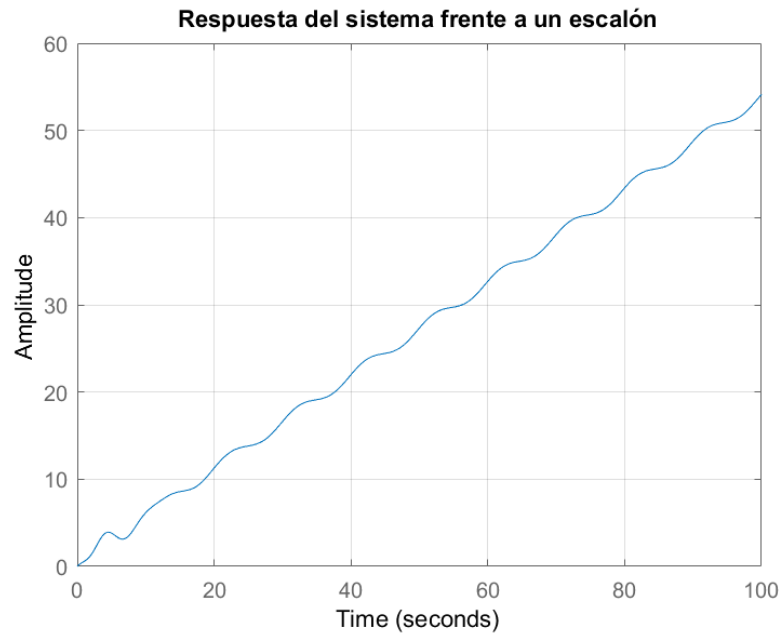


Figura 4.5: Respuesta del sistema frente a un escalón

4.2 ANÁLISIS FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

MATLAB cuenta con la función tf , la cual permite generar la función de transferencia a partir del numerador y denominador de la misma, es así como se obtiene la siguiente ecuación que representa al $H(s)$ final, esta se puede observar en la figura 4.6 .

$$\frac{7560 s^{11} + 62474 s^{10} + 259936 s^9 + 706088 s^8 + 1.407e06 s^7 + 2.3e06 s^6 + 3.176e06 s^5 + 3.325e06 s^4 + 2.366e06 s^3 + 1.168e06 s^2 + 446880 s + 102400}{8400 s^{12} + 81860 s^{11} + 378400 s^{10} + 1.124e06 s^9 + 2.376e06 s^8 + 3.755e06 s^7 + 4.562e06 s^6 + 4.269e06 s^5 + 3.073e06 s^4 + 1.657e06 s^3 + 641600 s^2 + 192000 s}$$

Figura 4.6: Función de transferencia

A partir de la ecuación anterior se pueden obtener los *ceros* y *polos* del sistema, ver su estabilidad, entre otros.

- El sistema es estrictamente propio, esto quiere decir que en $H(s)$ el grado del polinomio

denominador es mayor que el grado del polinomio del numerador.

- Se ingresa la ecuación del numerador a Wolfram Alpha y de esta forma se obtienen los ceros del sistema. Estos valores se observan en un plano complejo, figura 4.7 .

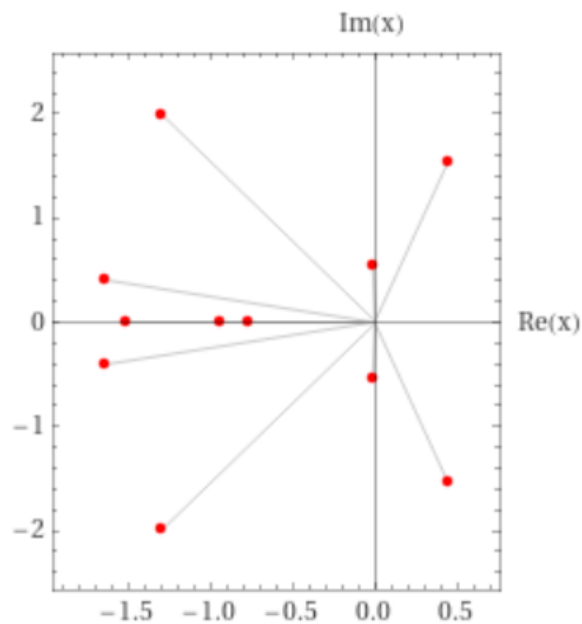


Figura 4.7: Ceros del sistema

Se puede observar que ningún cero se encuentra en el origen, lo que indica que el sistema no es derivador.

- De forma similar a los ceros se buscan los polos del sistema, ingresando la ecuación del denominador a Wolfram Alpha, así se obtienen los valores en el plano complejo presentado en la figura 4.8 .

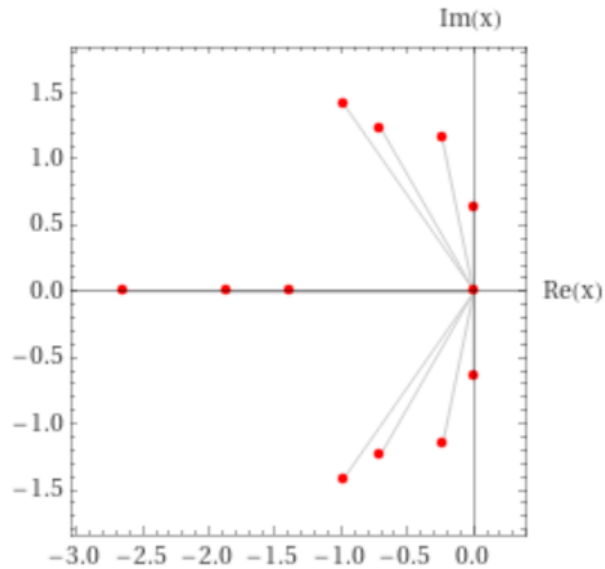


Figura 4.8: Polos del sistema

A partir de este gráfico se puede saber que el sistema es integrador, ya que contiene un polo en el origen; esto tiene sentido si se observa la respuesta del sistema en la figura 4.5, donde a medida que el tiempo pasa, el sistema sigue creciendo. Esto se debe a que la función en el dominio del tiempo de los sistemas integradores es $y(t) = k * t$.

- La estabilidad del sistema se puede conocer a través del valor de los polos, estos deben ser estrictamente negativos en su parte real para que el sistema sea estable. Se puede utilizar el criterio de Routh-Hurwitz para conocer la estabilidad cuando el grado del polinomio es muy elevado, pero en este caso Wolfram Alpha ya entrega la ubicación de los polos en el plano complejo, por lo que se seguirá analizando la figura 4.8 .

Se puede observar que existen tres polos que se ubican en la posición 0 del eje Real, lo que demuestra que el sistema es inestable, ya que la totalidad de sus polos no son estrictamente negativos.

- Con respecto a la ganancia estática, como el sistema es inestable no existe un valor K donde se estabilice el sistema.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

En esta experiencia se logró conocer nuevas funcionalidades que entrega MATLAB para el modelamiento de sistemas, lo que hace de este software una herramienta fundamental en esta área, ya que permite fácilmente obtener, graficar y analizar funciones de transferencia que pertenecen a diferentes sistemas.

En la primera parte de esta experiencia se pudo apreciar cómo es el comportamiento de diferentes sistemas descritos como ecuaciones diferenciales de 1°, 2° e incluso de 3° orden. En un comienzo se debió realizar un procedimiento manual para obtener las funciones de transferencia de estos sistemas a través de transformaciones de Laplace, pero luego mediante MATLAB se logró graficar el comportamiento de estos sistemas. En estos gráficos se podía identificar las ligeras diferencias que existen entre los lazos cerrados y abiertos, que si bien la forma de las respuestas de estos sistemas eran iguales, tanto sus amplitudes como tiempos de estabilización diferían. Por otro lado, era visible que tanto el sistema de primer grado como el de segundo grado eran sistemas estables, sin embargo, el de tercer grado no lo era, ya que a medida que el tiempo avanzaba, su amplitud no dejaba de crecer. Cotejando lo aprendido en cátedra con lo observado, al obtener los ceros y polos de estos sistemas, se podía asegurar que los primeros dos sistemas eran estables, ya que sus polos se encontraban en la parte negativa del sistema coordinado real/imaginario, mientras que el último sistema que contaba con 3 polos diferentes, tenía 2 de ellos en su parte real positiva.

Con respecto a la segunda parte, para poder conocer el comportamiento del sistema entregado, fue necesario primero reducir el diagrama a solo una función de transferencia, aplicando así algunos conceptos vistos en cátedra y utilizando las funciones necesarias que otorga MATLAB. Luego para analizar la función de transferencia del sistema y ver su comportamiento frente a cualquier entrada, se utilizó la función *step* entregando un gráfico con dichos datos. A partir de eso se pudo saber a priori que el sistema era inestable, ya que al aumentar la cantidad de segundos, éste seguía creciendo. Lo anterior mencionado se pudo comprobar con la ubicación de los polos en el plano complejo, en donde nuevamente se aplicaron conceptos vistos en clases.

Finalmente, se puede decir que se cumplieron a cabalidad los objetivos planteados al comienzo de este informe, ya que haciendo uso de MATLAB y las funciones de transferencia de diferentes sistemas, se realizó un análisis completo del comportamiento de ellos, permitiendo entender cómo reaccionan a lo largo del tiempo.

BIBLIOGRAFÍA

Acuña, G. and Mellis, D. (2020). Modelación y simulación laboratorio 2. [Online]

http://www.udesantiagovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F202031%2Fmod_resource%2Fcontent%2F10%2FLab_2_MyS_2020_1_Diurno.pdf.

CASTAÑO, S. (S.F). Cero de una función de transferencia. [Online] [https://](https://controlautomaticoeducacion.com/analisis-de-sistemas/funcion-de-transferencia/)

controlautomaticoeducacion.com/analisis-de-sistemas/funcion-de-transferencia/.

Requez, J. P. (2017). ¿qué es matlab? [Online] [http://acapmi.com/blog/2017/09/18/](http://acapmi.com/blog/2017/09/18/que-es-matlab/)

[que-es-matlab/](http://acapmi.com/blog/2017/09/18/que-es-matlab/).