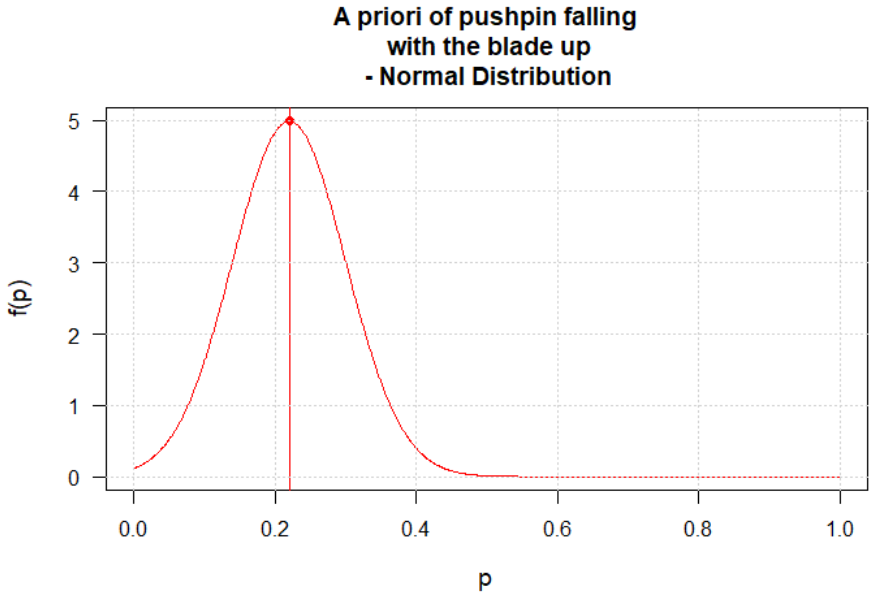
MWS LAB2

Piotr Mikołajczyk

10.05.2021

Zad1

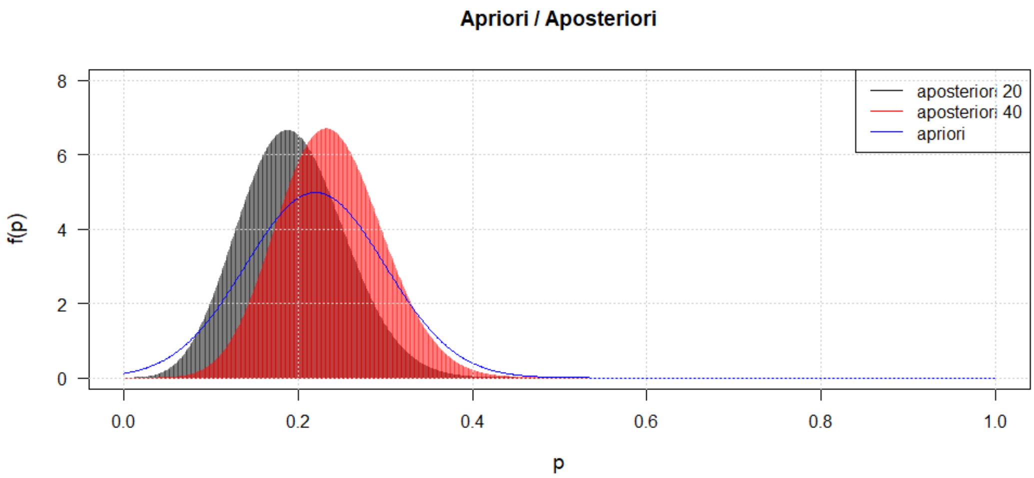
a) Zaproponuj rozkład a priori prawdopodobieństwa p tego, że pinezka upadnie ostrzem do góry.



Rys.1 *– Rozkład prawdopodobieństwa apriori zaproponowany dla pinezki upadającej ostrzem do góry*

b) Rzuć pinezki 20 razy (zanotuj wyniki kolejnych rzutów) i na tej podstawie wyznacz rozkład a posteriori parametru p oraz bayesowski estymator ^p.

c) Rzuć pinezkį jeszcze 20 razy i zanotuj wyniki. Wyznacz rozkład a posteriori oparty na wszystkich 40 rzutach i porównaj go z rozkładem uzyskanym po pierwszych 20 rzutach.



Rys.2 *– Rozkład prawdopodobieństwa apriori zaproponowany dla pinezki upadającej ostrzem do góry, rozkład aposteriori dla 20 rzutów (czarny) oraz aposteriori dla kolejnych 20 rzutów (czerwony)*

Wartość Estymatora Bayesowkiego dla aposteriori 20 rzutów : 0.2103463

Oraz 40 rzutów : 0.2096507

Zad2

a) Narysuj fgp a priori i wyznacz jej parametry takie jak wartość oczekiwana, moda,

odchylenie standardowe; zinterpretuj.

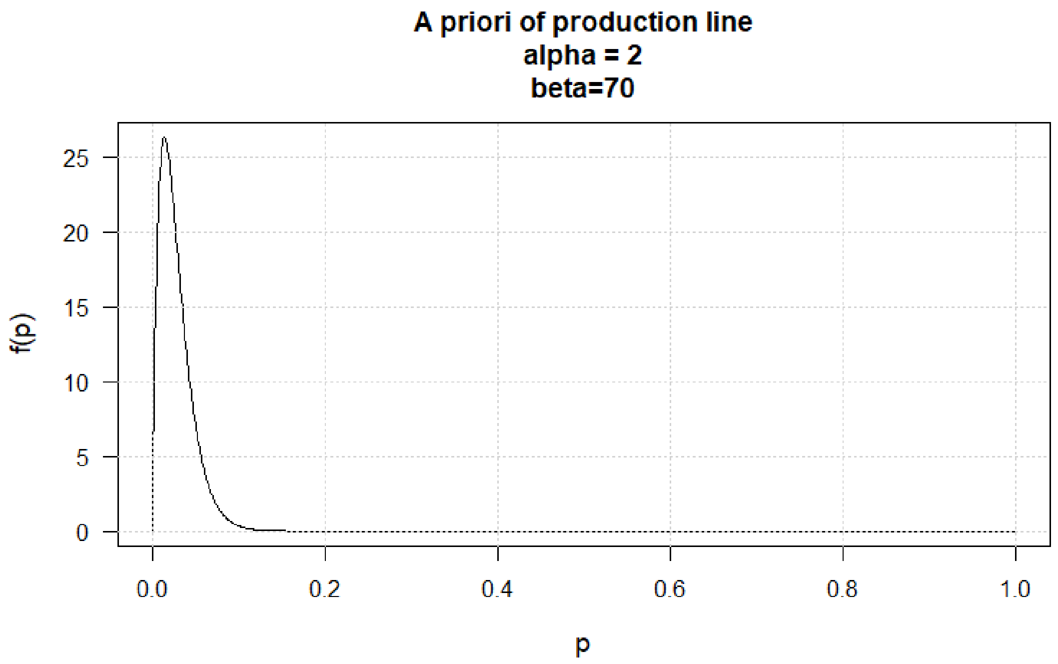
Dane:

N = 100 ; alfa = 2, beta = 70 ; x = 0

Tabela 1 – Parametry fgp apriori rozkładu Beta o wartościach alfa = 2 oraz beta 70

Estymator	Wartość Estymatora
Dominanta	0
Odchylenie standardowe	4.123868
Średnia	0.9985873

Moda wynosi 0 ponieważ jest wartością najczęstszą w rozkładzie od 0 do 1. Średnia powinna wynosić +-1 (całka więc +C).



***Rys.3** – Rozkład apriori dla zadanych wartości danych*

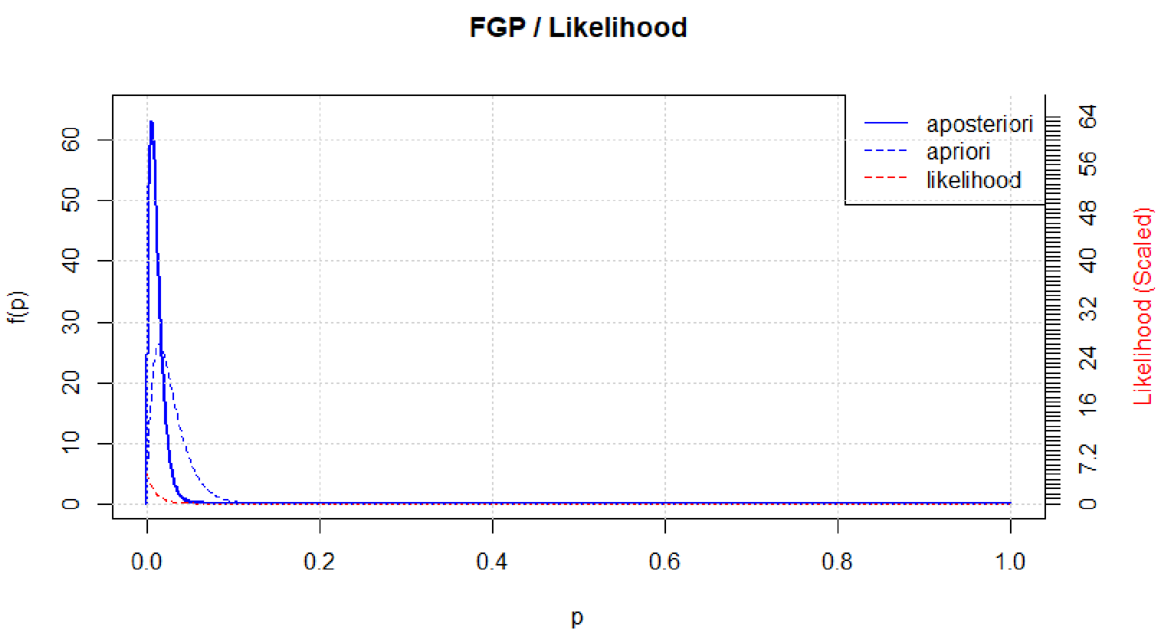
b) Wyznacz analitycznie estymator największej wiarygodności ^thetaML (Maximum Likeli-hood) i oblicz jego wartość dla podanych n; x.

n = trials

x = succes

```
dx = 0.001

prob = seq(0,1,dx)

likelihood = function(success,trials,prob)

{

 # probability mass function for the binomial distribution

 Eq_part1 = factorial(trials)/(factorial(success)*factorial((trials-success)))

 Eq_part2 = (prob^success)*(1-prob)^(trials-success)

 LL = Eq_part1 * Eq_part2

 #LL = dbinom(success,trials,prob)

 return(LL)

}

Maxlikelihood = sum(likelihood(success,trials,prob))

Maxlikelihood = 0
```

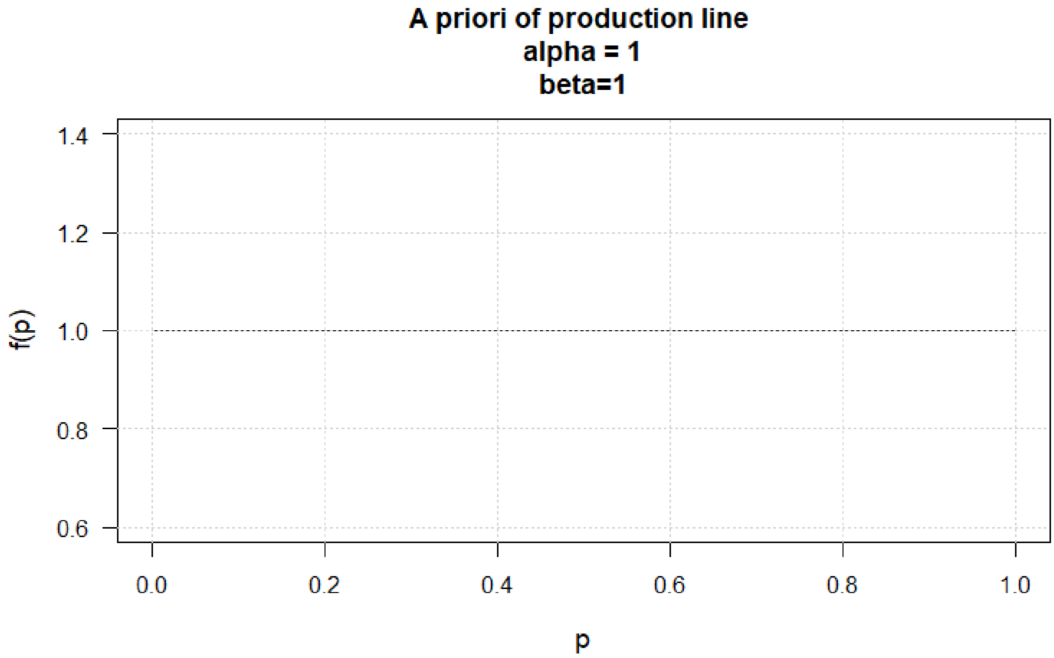
c) Wyznacz fgp a posteriori i estymator bayesowski ^thetaMAP (MAP = Maximum A Poste-riori). W interpretacji odnieś się do ^thetaML.



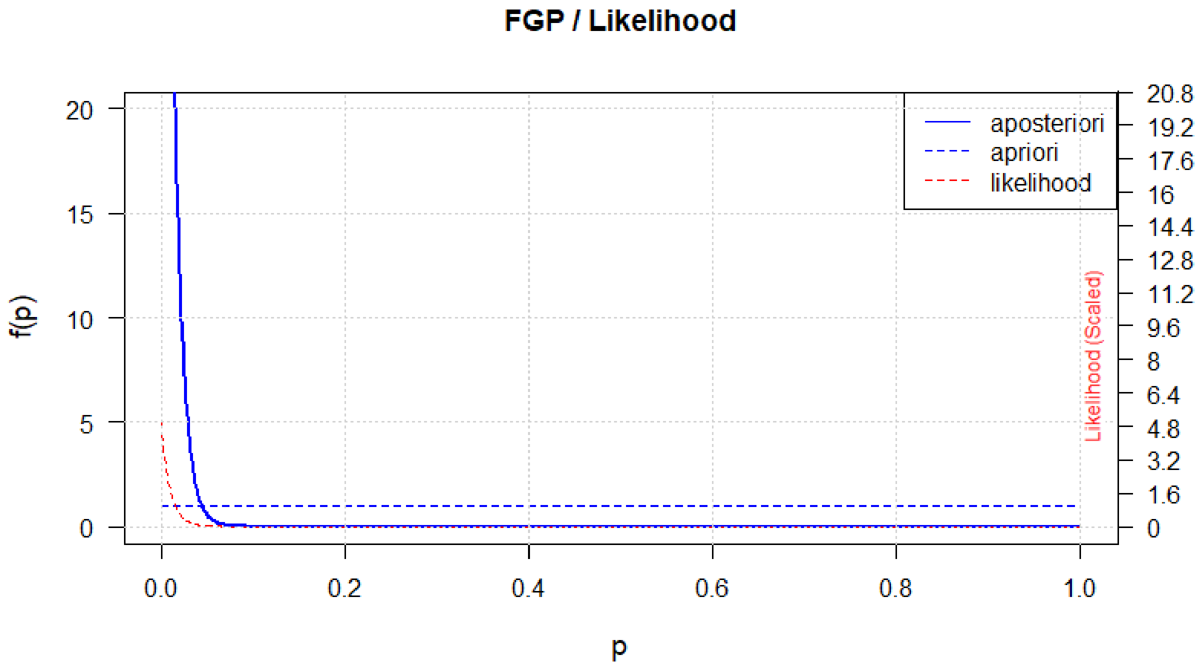
Rys.4 – FGP apriori i aposteriori oraz Likelihood dla przedstawionych danych

MaxAPosteriori = 0.02309803 => Punkt w którym znajduje się max rozkładu (dla p) jak na rys. 4

d) Zmien parametry rozkladu a priori na alfa = 1 beta = 1 i powtórz obliczenia przywiazujac szczególna uwage do interpretacji.



Rys.5 *– Rozkład apriori dla zadanych wartości danych*



Rys.6 - *FGP apriori i aposteriori oraz Likelihood dla przedstawionych danych dla parametrów rozkładu beta apriori -> alfa = 1 oraz beta = 1*

Wartość f(p) aposteriori dla rys. 6 osiąga wartość ok. 100 przy wartości p = 0

Tabela 2 – Parametry fgp apriori rozkładu Beta o wartościach alfa = 1 oraz beta 1

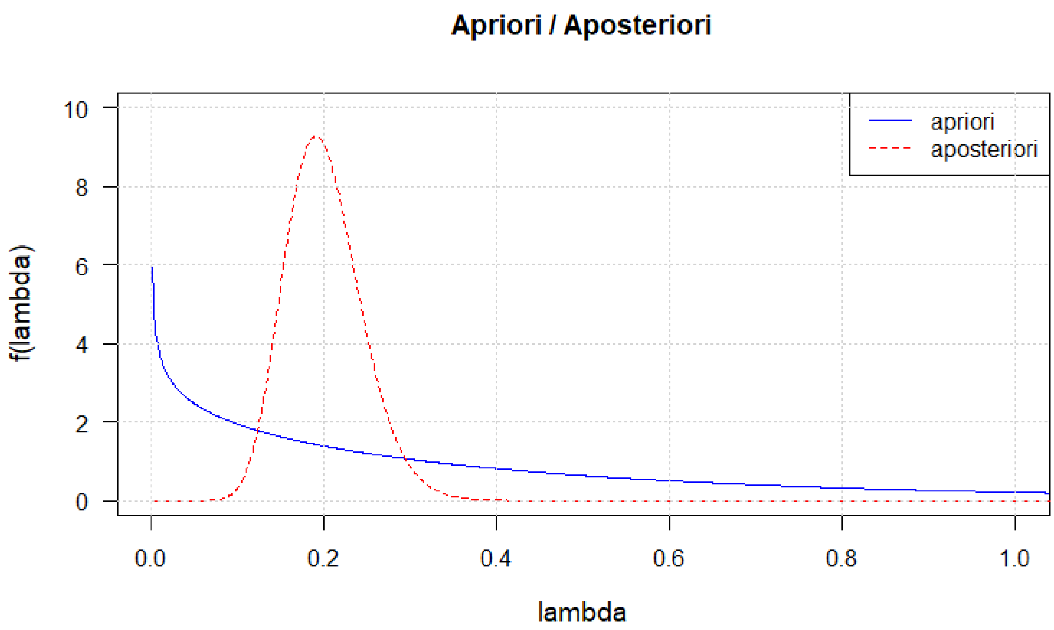
Estymator	Wartość Estymatora
Dominanta	1
Odchylenie standardowe	0
Średnia	1

MaxAPosteriori = 0.0196912 => => Punkt w którym znajduje się max rozkładu (dla p) jak na rys. 6

Niezależnie od początkowego fgp apriori (rys. 3 oraz 5) , aposteriori jest podobne dla obydwu przypadków. Rozkład równomierny słabiej działa na aposteriori niż fgp nierównomiernego.

Zad3

Załóż, ze czas oczekiwania na obsługę w pewnej kolejce jest modelowany rozkładem wykładniczym z nieznanym parametrem lambda. Rozważ następujący rozkład a priori parametru lambda: rozkład gamma ze średnia 0.4 i wariancja 0.2. Wyznacz numerycznie (przy pomocy reguły Bayesa, bez wykorzystywania rozkładów sprzężonych) i narysuj funkcje gęstości rozkładu a posteriori uzyskanego po zaobserwowaniu, ze średni czas oczekiwania w rozważanej kolejce, wyliczony dla losowo wybranych 20 osób, wynosi 5.1 minuty.



***Rys.7 –** Apriori i aposteriori dla alfy = 0.8 oraz bety = 0.5 dla rozkładu gamma oraz*

Max estymatora Lambda: 0.199967

Średnia Estymatora = 5.000825

Pola powierzchni zarówno pod jedną jak i drugą funkcją są równe.

Bibliografia:

[1] Slajdy wykładowe do przedmiotu MWS, Rafał Rytel-Andrianik