



Politechnika Warszawska
Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Instytut Mikroelektroniki i Optoelektroniki

Pracownia Podstaw Nanoelektroniki i Nanofotoniki

Ćwiczenie DT:

Diody tunelowe z ujemną rezystancją różniczkową

Opracowanie:

dr inż. Andrzej Mazurak

prof. dr hab. Bogdan Majkusiak

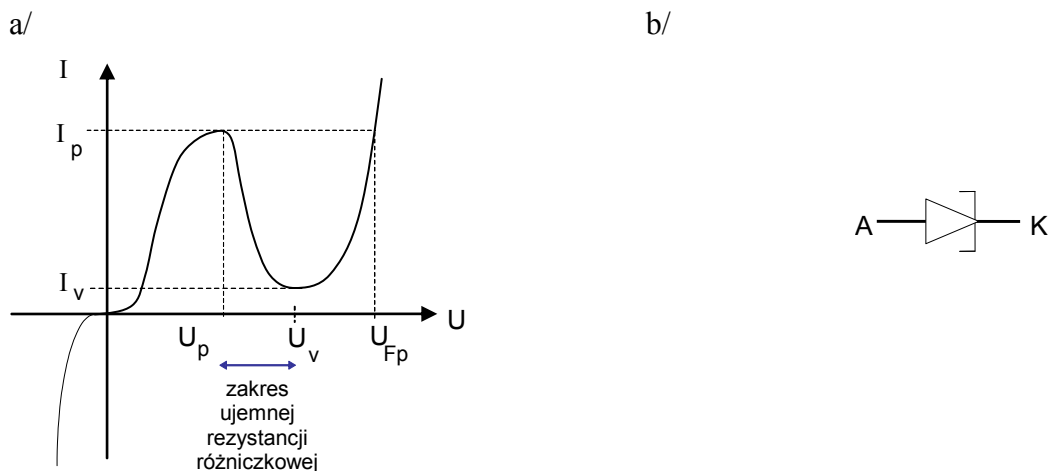
Warszawa, 2019 r.

WSTĘP

W ćwiczeniu rozważone zostaną dwa rodzaje diod tunelowych: dioda złączowa (dioda *Esakiego*) i tunelowa dioda rezonansowa (*RTD- resonant tunneling diode*). Charakterystyczną cechą obu tych przyrządów jest występowanie ujemnej rezystancji różniczkowej (*NDR – negative differential resistance*) w pewnym zakresie charakterystyki prądowo-napięciowej. W przypadku diody Esakiego kluczowym dla opisu działania przyrządu jest tunelowanie międzypasmowe, natomiast w przypadku tunelowej diody rezonansowej tunelowanie rezonansowe pomiędzy zewnętrznymi obszarami struktury.

Dioda Esakiego

Dioda Esakiego, nazywana powszechnie po prostu diodą tunelową, jest złączem *p-n*, w którym w obszarach typu *p* oraz *n* istnieją bardzo duże koncentracje domieszek. Kluczowym procesem dla działania przyrządu jest tunelowanie nośników przez złącze. Od zwykłych (tj. niskodomieszkowanych) złącz różni się przede wszystkim przebiegiem charakterystyki statycznej $I(U)$ w kierunku przewodzenia, gdzie w początkowym zakresie napięć występuje zakres ujemnej rezystancji różniczkowej (rys. 1a) charakteryzujący się zmniejszaniem prądu przy wzroście napięcia. Ta właściwość umożliwia korzystanie z tego rodzaju złącza do odtłumienia obwodów rezonansowych, wzmacniania i generacji bardzo wielkich częstotliwości.



Rys 1. Charakterystyka prądowo-napięciowa i symbol diody tunelowej.

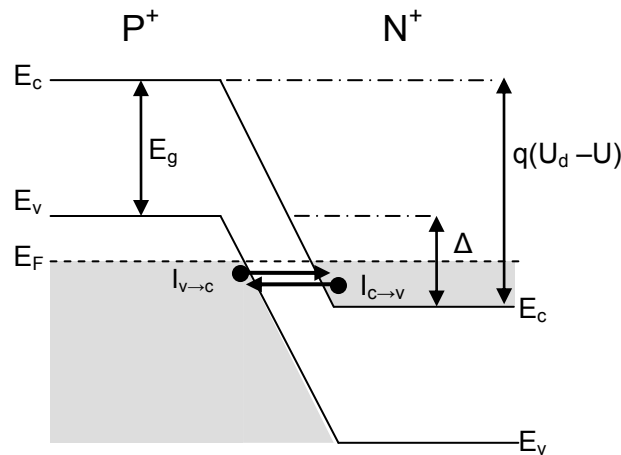
Właściwości diod tunelowych są opisywane różnymi parametrami technicznymi. Odcinek charakterystyki $I(U)$ diody tunelowej o ujemnej rezystancji różniczkowej jest charakteryzowany przez współrzędne piku I_p , U_p i doliny I_v , U_v . Podaje się również wartość napięcia U_{FP} odpowiadającą zrównaniu się prądu gałęzi wznoszącej z prądem I_p .

W przypadku diod tunelowych koncentracje domieszek są rzędu 10^{19} cm^{-3} , co odpowiada silnemu zdegenerowaniu pasm nośników większościowych - poziom Fermiego znajduje się w paśmie przewodnictwa w półprzewodniku typu *n* i w paśmie podstawowym w półprzewodniku typu *p*. W związku z bardzo dużymi koncentracjami domieszek w obu obszarach złącza grubości warstw zaporowych tych złącz są bardzo małe - rzędu setnych części mikrometra, podczas gdy w

zwykłych złączach grubości te są rzędu kilku i więcej mikrometrów. W tak cienkich warstwach zaporowych występuje bardzo duże pole elektryczne o natężeniu rzędu 10^6 V/cm, nawet przy zerowym napięciu polaryzacji diody ze względu na istnienie wbudowanego pola elektrycznego i napięcia U_d (napięcia dyfuzyjnego). Dużym natężeniom pola elektrycznego w warstwie zaporowej złącza odpowiada duże nachylenie pasm energetycznych w modelu pasmowym $F_e = (1/q)dE_C/dx$. W tym przypadku poziomy elektronów znajdujących się na brzegach pasm podstawowego i przewodnictwa mogą się zrównać i możliwe jest tunelowe przechodzenie elektronów między pasmem podstawowym i pasmem przewodnictwa (rys. 2) dzięki dużemu prawdopodobieństwu tunelowania przez barierę potencjału o szerokości zależnej od natężenia pola elektrycznego $x_t = E_g/(qF_e)$. Dla tunelowania przez trójkątną barierę potencjału o wysokości E_g i nachyleniu określonym przez natężenia pola elektrycznego F_e prawdopodobieństwo tunelowania można w przybliżeniu wyrazić następująco:

$$P_{tun}(E) \approx \exp\left(-\frac{4}{3}\sqrt{\frac{2m_r}{\hbar^2}}\frac{E_g^{3/2}}{qF_e}\right) \quad (1)$$

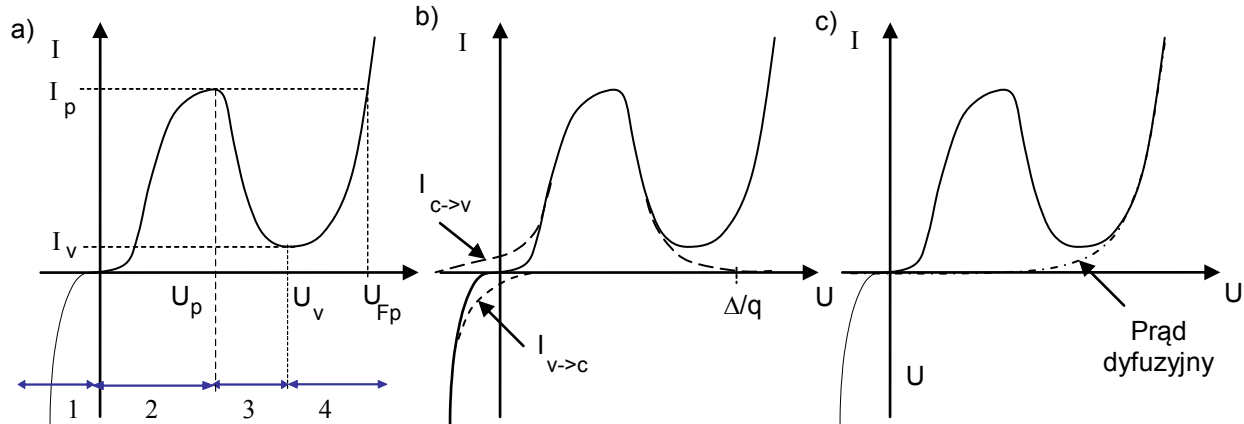
Przez Δ oznaczony został na rysunku energetyczny zakres „zachodzenia” pasm po przeciwnych stronach złącza.



Rys 2. Model pasmowy diody tunelowej przy braku polaryzacji zewnętrznej ($U = 0$).

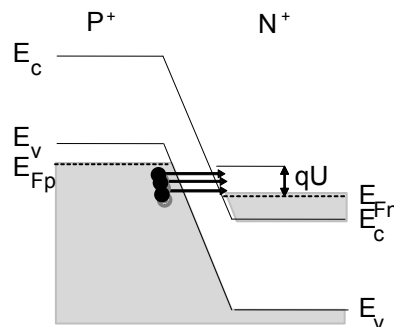
Zatem w silnie domieszkowanym złączu nawet bez polaryzacji zewnętrznej mogą istnieć prądy tunelowe: prąd tunelowy elektronów z pasma podstawowego do pasma przewodnictwa $I_{v \rightarrow c}$ (prąd ten wykryto znacznie wcześniej w zwykłych złączach przy polaryzacji zaporowej i nazwano go prądem *Zenera*) oraz prąd tunelowy elektronów z pasma przewodnictwa do pasma podstawowego $I_{c \rightarrow v}$ (prąd ten nazywany jest prądem *Esakiego*). Omawiane prądy tunelowe zaznaczono schematycznie na przedstawionym na rys. 2 modelu pasmowym silnie domieszkowanego złącza. Prądy tunelowe $I_{v \rightarrow c}$ oraz $I_{c \rightarrow v}$ przy zerowym zewnętrznym napięciu polaryzacji są sobie równe i przeciwnie skierowane.

Przebieg charakterystyki $I(U)$ silnie domieszkowanego złącza jest wypadkową prądów tunelowych $I_{v \rightarrow c}$, $I_{c \rightarrow v}$ oraz, tak jak w typowym złączu $p-n$, prądów dyfuzji i generacji-rekombinacji złączowej (rys. 3).



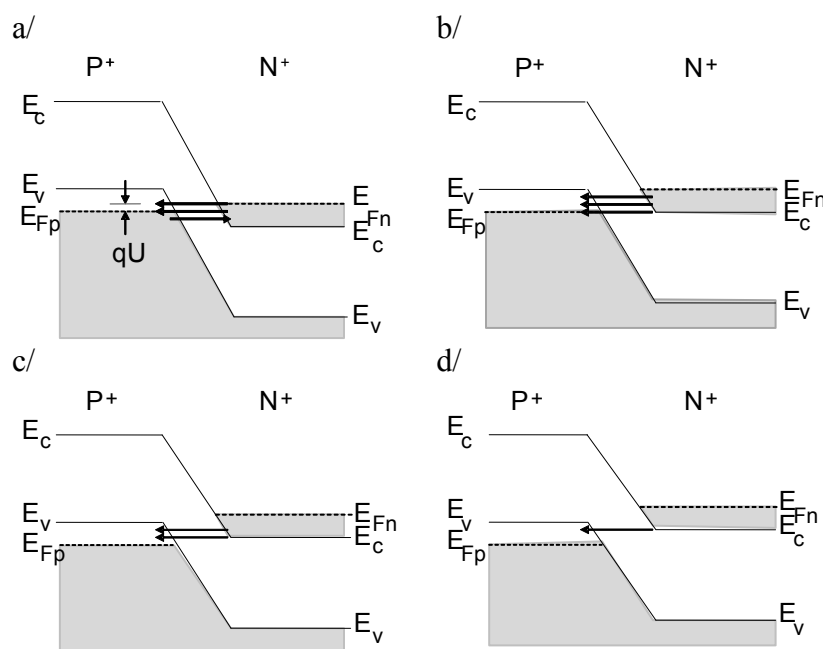
Rys 3. Charakterystyka I-V diody tunelowej (a), prądy tunelowe (b), prąd dyfuzyjny (c).

W przypadku diod tunelowych domieszkowanie jest tak silne, że dla polaryzacji zaporowej przebiecie Zenera występuje już dla napięć bliskich 0V (zakres 1 na rys. 3a). Prąd tunelowy $I_{v \rightarrow c}$ (prąd Zenera) rośnie w miarę wzrostu napięcia polaryzującego złącze w kierunku zaporowym, gdyż coraz więcej wolnych poziomów w paśmie przewodnictwa pojawia się naprzeciwko obsadzonych elektronami poziomów pasma podstawowego (rys. 4).



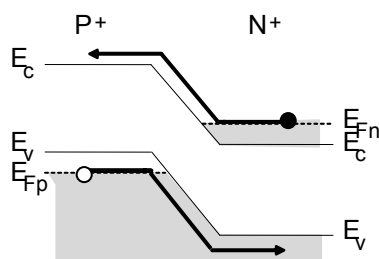
Rys 4. Model pasmowy diody tunelowej dla polaryzacji zaporowej.

Dla małych napięć polaryzujących diodę w kierunku przewodzenia, prąd dyfuzji jest pomijalnie mały w porównaniu z prądem tunelowym Esakiego $I_{c \rightarrow v}$, który decyduje o kształcie charakterystyki prądowo-napięciowej w tym zakresie (rys. 3c). Przy napięciu polaryzującym złącze w kierunku przewodzenia pasma w modelu pasmowym tego złącza przesuwają się względem siebie o qU , jak pokazano na rys. 5(a). Gdy napięcie polaryzujące jest małe, wówczas rozsuniecie pasm jest również niewielkie i elektrony z obsadzonych poziomów w paśmie przewodnictwa mają naprzeciw siebie wolne, nieobsadzone poziomy w paśmie podstawowym. Prąd tunelowy $I_{c \rightarrow v}$ (zakres 2 na rys. 3a) rośnie i zaczyna dominować nad prądem tunelowania w kierunku przeciwnym $I_{v \rightarrow c}$, który wraz ze wzrostem napięcia maleje, bo elektrony w paśmie podstawowym 'widzą' po przeciwnej stronie złącza coraz mniej wolnych stanów w paśmie przewodnictwa. W punkcie (U_p, I_p) prąd $I_{c \rightarrow v}$ osiąga maksymalną wartość (rys. 5b).



Rys 5. Model pasmowy diody tunelowej dla polaryzacji przewodzącej (zakresy 2,3 na rys.3).

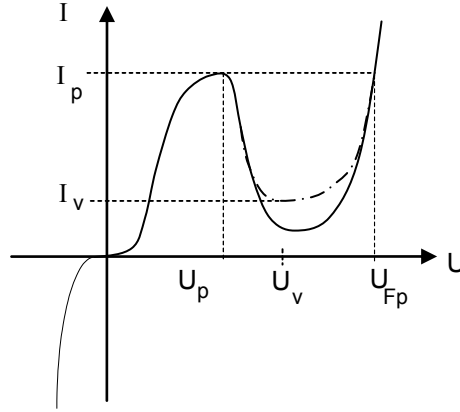
Przy dalszym wzroście napięcia w kierunku przewodzenia (*zakres 3* na rys. 3a) prąd tunelowy elektronów z pasma przewodnictwa do pasma podstawowego $I_{c \rightarrow v}$ szybko maleje, gdyż na skutek większego rozsunięcia pasm coraz więcej obsadzonych elektronami poziomów w paśmie przewodnictwa leży naprzeciw pasma zabronionego, a coraz mniej naprzeciw wolnych poziomów w paśmie podstawowym (rys.5c,d). Przy dostatecznie dużym napięciu w kierunku przewodzenia (*zakres 4* na rys. 3a) prąd $I_{c \rightarrow v}$ przestaje płynąć, bo elektrony z pasma przewodnictwa półprzewodnika typu *n* nie ‘widzą’ po przeciwnej stronie złącza stanów energetycznych w paśmie podstawowym. Jednocześnie z omawianym tu prądem $I_{c \rightarrow v}$, przy polaryzacji złącza w kierunku przewodzenia płynie prąd dyfuzyjny, wykładniczo narastający z napięciem wskutek zmniejszania wysokości bariery potencjału $q(U_d - U)$. Prąd ten, pomijalnie mały w porównaniu z $I_{c \rightarrow v}$ w zakresie małych napięć w kierunku przewodzenia, staje się dominujący w zakresie 4 charakterystyk na rys. 3a.



Rys 6. Model pasmowy diody tunelowej dla polaryzacji przewodzącej (zakres 4 na rys.3a).

W obszarze doliny prąd rzeczywisty jest nieco większy niż prąd wynikający z przedstawionej powyżej analizy (rys. 7). Przepływ tzw. prądu nadmiarowego jest spowodowany dwoma zjawiskami:

- rozmyciem krawędzi pasma zabronionego w półprzewodniku silnie domieszkowanym wskutek rozszczepienia poziomego energetycznego domieszki w pasmo energetyczne,
- tunelowaniem pośrednim przez centra generacyjno-rekombinacyjne, znajdujące się w warstwie zaporowej.



Rys 7. Prąd nadmiarowy.

Koncepcję złączowej diody tunelowej zaproponował Leo Esaki w roku 1957. Wyprowadził on przy pewnych założeniach upraszczających równania opisujące charakterystykę prądowo-napięciową silnie domieszkowanego złącza dla niewielkich napięć polaryzacji. Prąd tunelowy elektronów z pasma przewodnictwa do pasma podstawowego na poziomie energetycznym E powinien być proporcjonalny do koncentracji elektronów w paśmie przewodnictwa wyrażonym przez iloczyn gęstości stanów $N_c(E)$ i prawdopodobieństwo ich obsadzenia $f_c(E)$, proporcjonalny do koncentracji nieobsadzonych poziomów w paśmie podstawowym po przeciwnej stronie bariery $N_v[1-f(E)]$ i zależny od prawdopodobieństwa tunelowania $P_{tun}(E)$:

$$I_{c \rightarrow v} = A \int_{E_c}^{E_v} N_c(E) f_c(E) P_{tun}(E) N_v(E) [1 - f_v(E)] dE \quad (2)$$

Analogicznie, prąd tunelowy elektronów z pasma podstawowego do pasma przewodnictwa na poziomie energetycznym E powinien być proporcjonalny do koncentracji elektronów w paśmie podstawowym wyrażonym przez iloczyn gęstości stanów $N_v(E)$ i prawdopodobieństwo ich obsadzenia $f_v(E)$, proporcjonalny do koncentracji nieobsadzonych poziomów w paśmie przewodnictwa po przeciwnej stronie bariery $N_c[1-f_c(E)]$ i zależny od prawdopodobieństwa tunelowania $P_{tun}(E)$:

$$I_{v \rightarrow c} = A \int_{E_c}^{E_v} N_v(E) f_v(E) P_{tun}(E) N_c(E) [1 - f_c(E)] dE \quad (3)$$

Stąd, równanie opisujące wypadkowy prąd tunelowy płynący przez diodę można zapisać następująco:

$$I = I_{c \rightarrow v} - I_{v \rightarrow c} = A \int_{E_c}^{E_v} P_{tun}(E) [f_c(E) - f_v(E)] N_c(E) N_v(E) dE \quad (4)$$

Przez A oznaczono powierzchnię warstwy zaporowej złącza. Funkcje $f_c(E)$ oraz $f_v(E)$, oznaczające prawdopodobieństwa obsadzenia przez elektron poziomu o energii E w paśmie przewodnictwa i podstawowym, zgodnie ze statystyką Fermiego są określone wyrażeniami:

$$f_c(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_{Fc}}{kT}\right)} \quad (5)$$

$$f_v(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_{Fv}}{kT}\right)} \quad (6)$$

gdzie E_{Fc} oraz E_{Fv} oznaczają położenia odpowiednich quasi-poziomów Fermiego w złączu $p-n$. Różnica między quasi-poziomami Fermiego w złączu $p-n$ jest równa napięciu doprowadzonemu z zewnątrz, pomnożonemu przez ładunek-elementarny.

$$E_{Fc} - E_{Fv} = qU \quad (7)$$

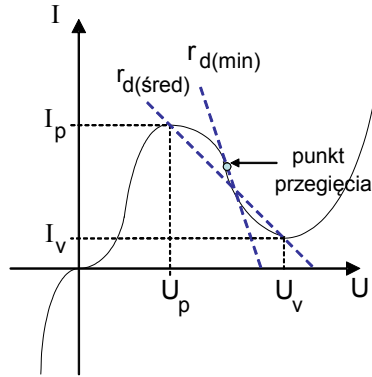
Występujące w równaniu funkcje $N_c(E)$ oraz $N_v(E)$ wyrażają gęstość stanów odpowiednio w paśmie przewodnictwa i paśmie podstawowym:

$$N_c(E) = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{\frac{3}{2}} (E - E_c) \quad (8)$$

$$N_v(E) = \frac{4\pi}{h^3} (2m_h^*)^{\frac{3}{2}} (E_v - E) \quad (9)$$

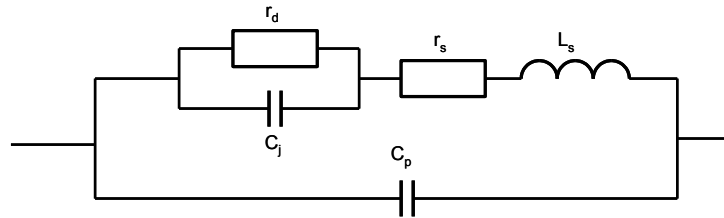
gdzie $m_{e/h}^*$ oznaczają odpowiednio masy efektywne elektronów i dziur, a $E_{c/v}$ energetyczne położenie krawędzi pasm przewodnictwa i walencyjnego.

Dla diod tunelowych wykonanych z określonego rodzaju półprzewodnika zakres napięciowy wyznaczony przez różnicę $U_v - U_p$ jest, praktycznie biorąc stały, stąd dużego znaczenia nabiera stosunek I_p/I_v , który decyduje o nachyleniu odcinka charakterystyk z ujemną rezystancją. Rezystancja ujemna (r_d) diod tunelowych może być wyznaczona z nachylenia opadającego odcinka charakterystyki statycznej w danym punkcie pracy diody i nie zależy praktycznie biorąc od częstotliwości (rys. 8).



Rys.8 Wyznaczanie rezystancji dynamicznej

Ponieważ czas tunelowego przejścia elektronów w diodzie tunelowej między pasmami podstawowym i przewodnictwa jest rzędu 10^{-13} s, a przepływ prądu w obszarach przyłączowych polega na relaksacji nośników większościowych z szybkością określoną przez czas relaksacji dielektrycznej również rzędu 10^{-13} s, stąd charakterystyka diody w zakresie ujemnej rezystancji nie zależy praktycznie biorąc od częstotliwości, aż do częstotliwości rzędu 10^{11} - 10^{12} Hz. Ograniczenia częstotliwościowe pracy w tym zakresie wynikają z istnienia elementów pasożytniczych, takich jak rezystancja szeregową r_s , pojemność warstwy zaporowej C_j (zwykle jest ona znacznie większa od pojemności oprawki diody C_p i stąd tę ostatnią często się pomija), indukcyjność doprowadzeń L_s . Na rys. 9 przedstawiono elektryczny układ zastępczy diody tunelowej dla małych sygnałów.



Rys.9 Elektryczny układ zastępczy diody tunelowej dla małych sygnałów.

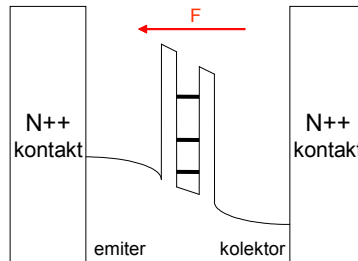
Pojemność warstwy zaporowej (C_j) diod tunelowych jest, względnie biorąc, dość duża (zwykle rzędu kilku pikofaradów). Mimo, że złącza p - n tych diod wykonuje się o specjalnie małych powierzchniach - w niektórych diodach tunelowych powierzchnie te są rzędu 10^{-4} mm² - dość znaczna pojemność C_j jest wynikiem tego, że grubości warstw zaporowych są bardzo małe. Pojemność warstwy zaporowej liczona na jednostkę powierzchni jest rzędu 5×10^4 pF/mm². Rezystancja szeregową r_s diod tunelowych zależy głównie od rezystancji poszczególnych obszarów złącza p - n i od rezystancji doprowadzeń. W typowych diodach tunelowych jest ona rzędu pojedynczych omów. Indukcyjność doprowadzeń L_s diod tunelowych zależy głównie od konstrukcji oprawki diody. W typowych konstrukcjach indukcyjność ta jest rzędu kilku nanohenrów.

Instrukcja wykonawcza - dioda Esakiego

- 1.1/ Wyprowadzić wzór na impedancję układu zastępczego diody tunelowej przedstawionego na rys. 9 z pominięciem pojemności oprawki.
- 1.2/ Korzystając ze wzoru wyprowadzonego w poprzednim punkcie wyprowadzić wzór na częstotliwość odcięcia rezystywnego f_r (maksymalną wartość częstotliwości od tłumiania). Jest to graniczna wartość częstotliwości, przy której część rzeczywista impedancji zmienia znak z wartości ujemnej na dodatnią.
- 1.3/ Dla katalogowych wartości r_d , C_j , L_s i r_s obliczyć wartość f_r i porównać ją z danymi katalogowymi (zob. Dodatek).
- 1.4/ Zmierzyć i wykreślić charakterystykę prądowo-napięciową diody tunelowej.
- 1.5/ Dokonać ekstrakcji parametrów I_p , U_p , I_v , U_v , U_{FP} .
- 1.6/ Obliczyć: stosunek I_p/I_v , $r_{d\dot{s}r}$.
- 1.7/ Porównać otrzymane wyniki z danymi katalogowymi (zob. Dodatek).
- 1.8/ Dla $r_{d\dot{s}r}$ obliczonego w zad. 1.6 i katalogowych wartości C_j , L_s i r_s obliczyć wartość f_r i porównać ją z danymi katalogowymi.

Rezonansowa dioda tunelowa

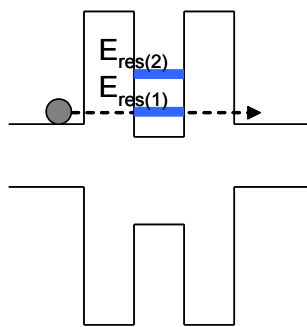
Rezonansowa dioda tunelowa jest przyrządem, w którym przepływ prądu wynika z tunelowego przejścia elektronów przez co najmniej dwie bariery. Schematyczny opis budowy takiej diody został przedstawiony na rys. 10. Obszary zewnętrznych elektrod rozdzielone są dwoma warstwami barierowymi, pomiędzy którymi znajduje się warstwa półprzewodnika. W międzybarierowym obszarze półprzewodnika powstaje studnia kwantowa.



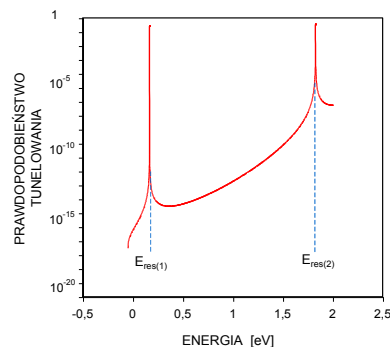
Rys. 10 Rezonansowa dioda tunelowa.

Kluczowym dla działania przyrządu jest udział w procesie tunelowania pomiędzy zewnętrznymi elektrodami energetycznych poziomów własnych w międzybarierowej studni potencjału (rys. 11a). Prawdopodobieństwo takiego przejścia tunelowego jest wyraźnie wyższe dla nośników o energii odpowiadającej energetycznym stanom własnym w studni potencjału i w przypadku struktur symetrycznych dąży ono do jedności (rys. 11b). Energetyczne poziomy własne wewnątrz studni potencjału nazywane są poziomami rezonansowymi, a tunelowanie z ich udziałem nazywane jest tunelowaniem rezonansowym.

a/



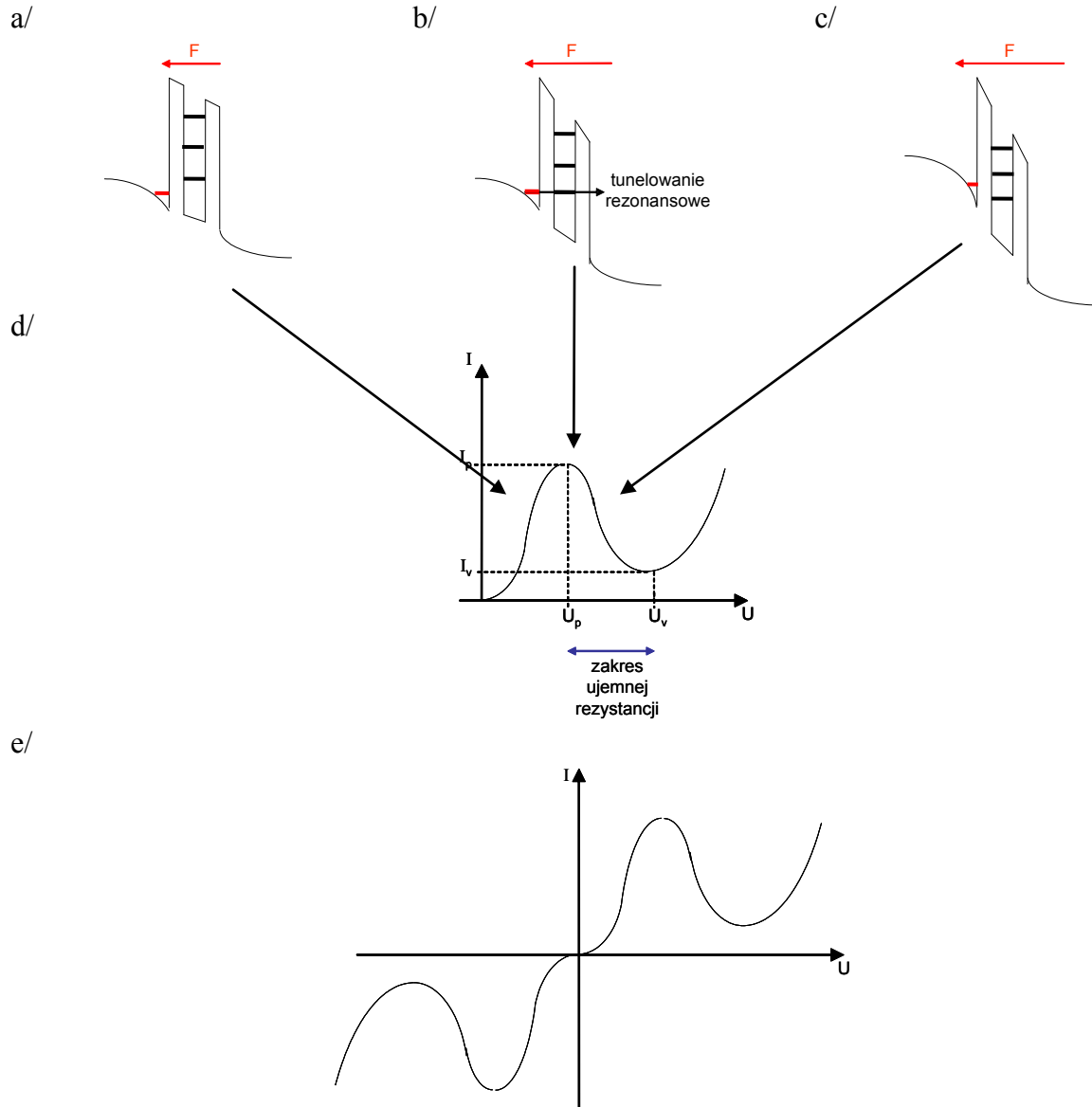
b/



Rys. 11 Energetyczny rozkład prawdopodobieństwa tunelowania.

W przypadku braku polaryzacji diody zewnętrznym napięciem, w przypadku struktury o symetrycznych obszarach zewnętrznych i idealnych, pozbawionych ładunków elektrycznych powierzchniach granicznych, pasma energetyczne we wszystkich obszarach struktury przebiegają płasko. Wraz ze wzrostem przyłożonego do zewnętrznych elektrod napięcia następuje zaginaenie pasm energetycznych, głównie w pozbawionych swobodnych nośników warstwach barierowych. Na skutek zagięcia pasm energetycznych, w obszarze emitera powstaje studnia potencjału dla elektronów. Wraz ze wzrostem napięcia coraz więcej elektronów zgromadzonych w emiterze ma energię odpowiadającą energii rezonansowej wewnątrz studni potencjału, dla której

prawdopodobieństwo tunelowego przejścia pomiędzy zewnętrznymi elektrodami jest duże, rośnie więc prąd tunelowy, osiągając dla pewnego napięcia maksimum (punkt I_p , U_p na rys. 12). Dalszy wzrost napięcia spowoduje, że liczba elektronów o energii odpowiadającej energii rezonansowej zacznie maleć, co spowoduje spadek wartości prądu. Po przekroczeniu wartości oznaczonej na rys. 12 jako U_v , nastąpi ponowny wzrost prądu wynikający z obniżania się kolejnego poziomu rezonansowego w pobliże poziomów energetycznych w emiterze, efektywnie zajmowanych przez elektrony. Liczba pików na charakterystyce prądowo-napięciowej odpowiada liczbie poziomów rezonansowych wewnątrz studni międzybarierowej. W przypadku symetrycznej struktury diody rezonansowej, charakterystyka prądowo-napięciowa dla dodatnich i ujemnych napięć jest symetryczna (rys. 13e), inaczej niż w przypadku diody Esakiego.



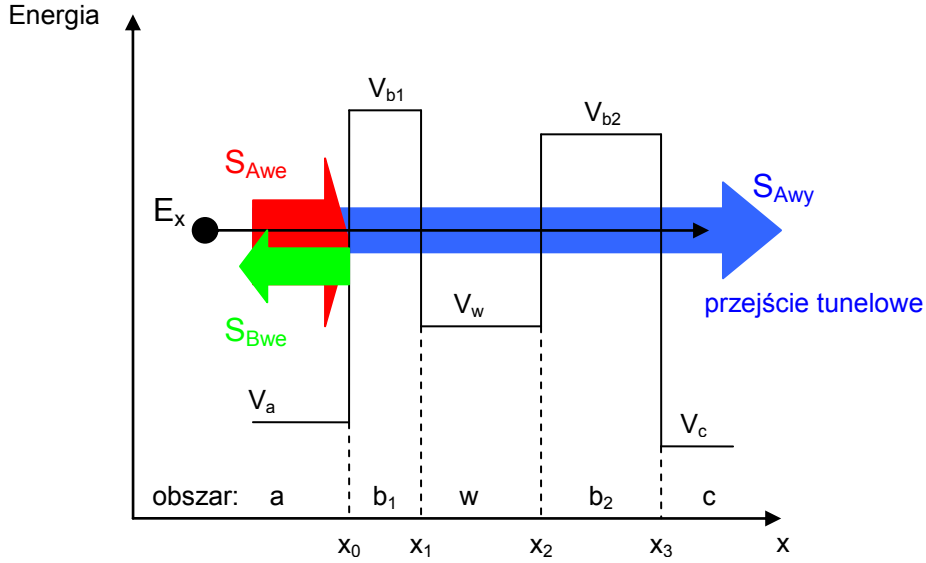
Rys.12 Modele pasmowe (a÷c) oraz charakterystyka prądowo-napięciowa rezonansowej diody tunelowej dla polaryzacja przewodzącej (d); charakterystyka prądowo-napięciowa diody rezonansowej o konstrukcji symetrycznej (e).

Przepływ nośników w mechanice kwantowej wyrażany jest przez prąd prawdopodobieństwa S – jest to ilość prawdopodobieństwa przepływającego przez jednostkę powierzchni w jednostce czasu. Jeśli rozważamy elektron padający na barierę potencjału z lewej strony jak na rys. 13, prąd prawdopodobieństwa przed barierą można wyrazić jako sumę prądów „w przód” S_{Awe} i „wstecz” S_{Bwe} , natomiast po przeciwnej stronie rozpatrywanej struktury dwubarierowej istnieje tylko składowa „w przód” S_{Awy} . Prawdopodobieństwo przejścia nośnika pomiędzy zewnętrznymi obszarami struktury wyrażone jest stosunkiem:

$$P = \frac{S_{Awy}}{S_{Awe}} = \frac{\frac{k_c}{m_c} \left| \frac{F_c}{F_a} \right|^2}{\frac{k_a}{m_a} \left| \frac{F_a}{F_a} \right|^2} \quad (10)$$

natomiast prawdopodobieństwo odbicia od bariery b_1 wyrażona jest stosunkiem:

$$R = \frac{S_{Bwe}}{S_{Awe}} \quad (11)$$



Rys. 13 Tunelowanie elektronu przez podwójną barierę potencjału.

Prawdopodobieństwo przejścia elektronu określone wzorem (10) można wyznaczyć poprzez sformułowanie warunków ciągłości funkcji falowej i jej pochodnej (z uwzględnieniem różnic mas efektywnych)

$$\begin{cases} \varphi_i(x_i) = \varphi_{i+1}(x_i) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{m_i} \frac{d\varphi_i(x)}{dx} \Big|_{x_i} = \frac{1}{m_{i+1}} \frac{d\varphi_{i+1}(x)}{dx} \Big|_{x_i} \end{cases} \quad \text{dla } i=0 \div 3 \quad (13)$$

i rozwiązaniu tak powstałego układu równań ze względu na współczynnik F_c względem stałej F_a . Dla przypadku nienachylonych pasm energetycznych we wszystkich obszarach struktury wyrażenie na prawdopodobieństwo tunelowania przyjmuje postać:

$$P = \frac{k_c / m_c}{k_a / m_a} \left| \frac{F_c}{F_a} \right|^2 = \quad (14)$$

$$= \frac{2^8 \frac{k_a}{m_a} \left(\frac{\kappa_{b1}}{m_{b1}} \right)^2 \left(\frac{k_w}{m_w} \right)^2 \left(\frac{\kappa_{b2}}{m_{b2}} \right)^2 \frac{k_c}{m_c}}{\left[\left(\frac{k_a}{m_a} \right)^2 + \left(\frac{\kappa_{b1}}{m_{b1}} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{\kappa_{b1}}{m_{b1}} \right)^2 + \left(\frac{k_w}{m_w} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{k_w}{m_w} \right)^2 + \left(\frac{\kappa_{b2}}{m_{b2}} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{\kappa_{b2}}{m_{b2}} \right)^2 + \left(\frac{k_c}{m_c} \right)^2 \right]} \frac{1}{4M}$$

gdzie: (15)

$$\begin{aligned} M = & e^{2\kappa_{b1}b_1 + 2\kappa_{b2}b_2} \sin^2(k_w w - \phi_2 - \phi_3) + e^{2\kappa_{b1}b_1 - 2\kappa_{b2}b_2} \sin^2(k_w w - \phi_2 + \phi_3) \\ & + e^{-2\kappa_{b1}b_1 + 2\kappa_{b2}b_2} \sin^2(k_w w + \phi_2 - \phi_3) + e^{-2\kappa_{b1}b_1 - 2\kappa_{b2}b_2} \sin^2(k_w w + \phi_2 + \phi_3) \\ & - 2e^{2\kappa_{b1}b_1} \sin(k_w w - \phi_2 - \phi_3) \sin(k_w w - \phi_2 + \phi_3) \cos(2\phi_1) \\ & - 2e^{2\kappa_{b2}b_2} \sin(k_w w - \phi_2 - \phi_3) \sin(k_w w + \phi_2 - \phi_3) \cos(2\phi_4) \\ & - 2e^{-2\kappa_{b1}b_1} \sin(k_w w + \phi_2 + \phi_3) \sin(k_w w + \phi_2 - \phi_3) \cos(2\phi_1) \\ & - 2e^{-2\kappa_{b2}b_2} \sin(k_w w + \phi_2 + \phi_3) \sin(k_w w - \phi_2 + \phi_3) \cos(2\phi_4) \\ & + 2 \sin(k_w w + \phi_2 + \phi_3) \sin(k_w w - \phi_2 - \phi_3) \cos[2(\phi_1 + \phi_4)] \\ & + 2 \sin(k_w w - \phi_2 + \phi_3) \sin(k_w w + \phi_2 - \phi_3) \cos[2(\phi_1 - \phi_4)] \end{aligned}$$

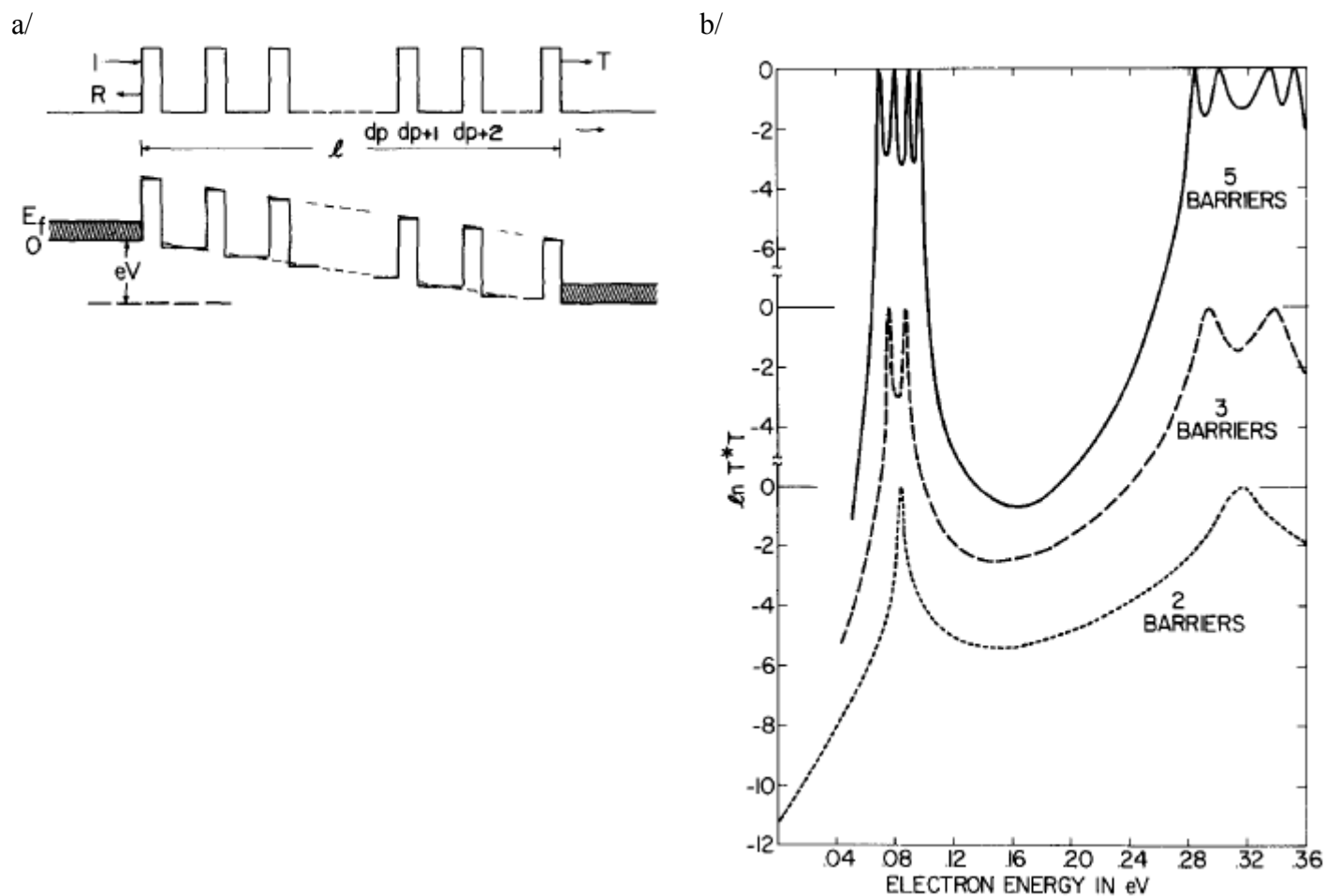
$$k_a = \sqrt{\frac{2m_a}{\hbar^2}(E_x - V_a)}, \quad k_w = \sqrt{\frac{2m_w}{\hbar^2}(E_x - V_w)}, \quad k_c = \sqrt{\frac{2m_c}{\hbar^2}(E_x - V_c)}$$

$$\kappa_{b1} = \sqrt{\frac{2m_{b1}}{\hbar^2}(V_{b1} - E_x)}, \quad \kappa_{b2} = \sqrt{\frac{2m_{b2}}{\hbar^2}(V_{b2} - E_x)}$$

$$\phi_1 = \arctg\left(\frac{\kappa_{b1}/m_{b1}}{k_a/m_a}\right), \quad \phi_2 = \arctg\left(\frac{\kappa_{b1}/m_{b1}}{k_w/m_w}\right)$$

$$\phi_3 = \arctg\left(\frac{\kappa_{b2}/m_{b2}}{k_w/m_w}\right), \quad \phi_4 = \arctg\left(\frac{\kappa_{b2}/m_{b2}}{k_c/m_c}\right)$$

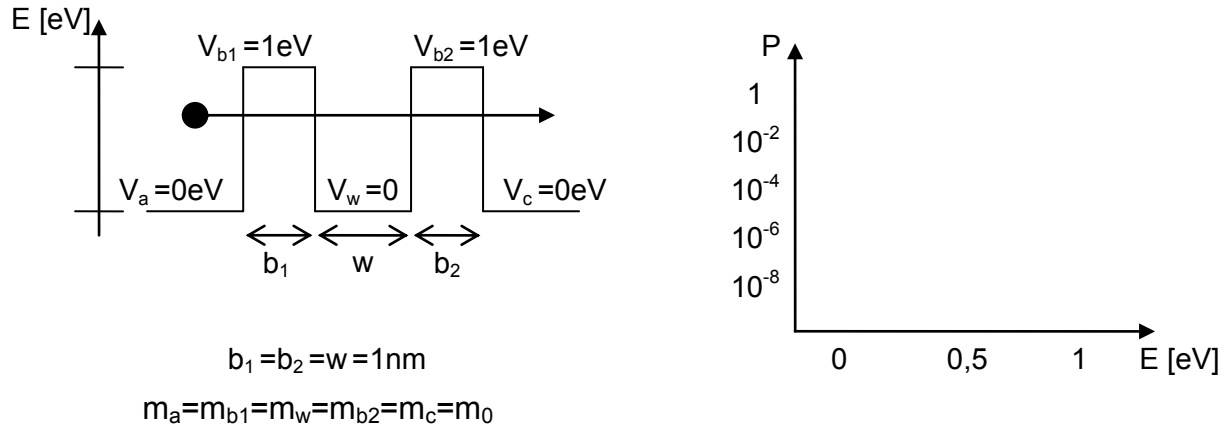
Przedstawiona powyżej struktura dwubarierowa jest szczególnym przypadkiem supersieci, będących periodycznymi sieciami potencjału składającymi się z $N > 1$ jednakowych barier potencjału rozdzielonych $(N-1)$ jednakowymi studniami kwantowymi. Poziomy transport rezonansowego w takich sieciach układają się w pasma, gromadzące tyle poziomów, ile jest wewnętrznych studni potencjału (rys. 14).



Rys. 14 Supersieć: a/ model pasmowy, b/ energetyczny rozkład prawdopodobieństwa tunelowania rezonansowego [R. Tsu and L. Esaki, Tunneling in a finite superlattice, *Appl. Phys. Lett.*, vol. 22, No. 11, 1 1973.]

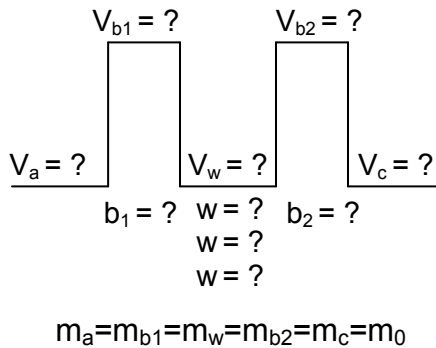
Instrukcja wykonawcza - tunelowa dioda rezonansowa

2.1/ Dla struktury dwubarierowej przedstawionej poniżej, korzystając ze wzoru (14), obliczyć i wykreślić energetyczny rozkład prawdopodobieństwa tunelowania rezonansowego.

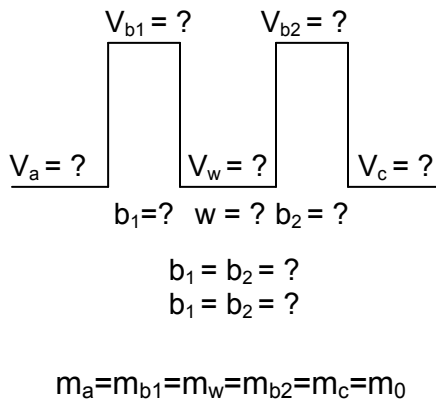


2.2/ Dla zadanych parametrów struktury dwubarierowej, korzystając ze wzoru (14), obliczyć i wykreślić energetyczne rozkłady prawdopodobieństwa tunelowania rezonansowego. Należy wykreślić cztery rodziny krzywych:

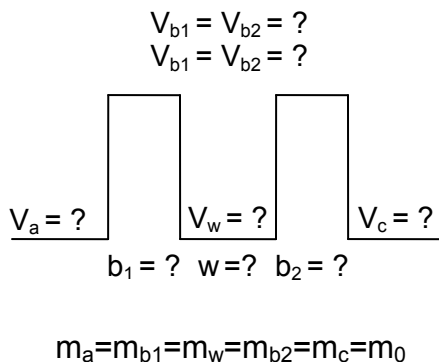
a/ parametrem jest szerokość studni kwantowej w :



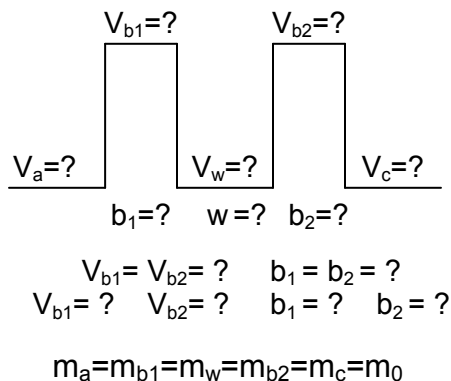
b/ parametrem jest szerokość barier potencjału (bariery są jednakowe):



c/ parametrem jest wysokość barier potencjału $V_{b1} = V_{b2}$ (bariery są jednakowe):



d/ parametrem jest niesymetria barier potencjału $\kappa_{b1}b_1, \kappa_{b2}b_2$:



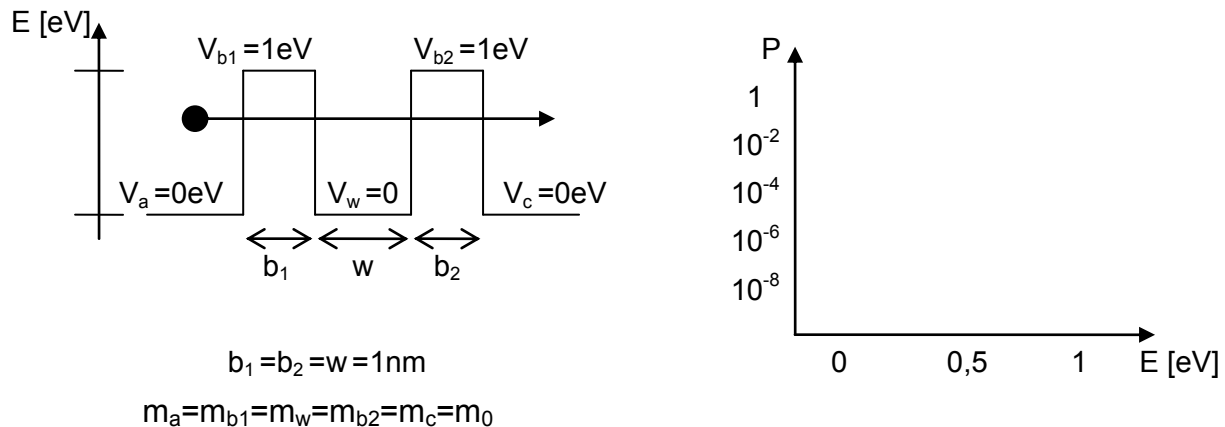
2.3/ Dla każdego przypadku przeanalizuj wyniki i wyciągnij wnioski na temat spodziewanego wpływu geometrii układu barier potencjału na kształt charakterystyk prądowo-napięciowych rezonansowych diod tunelowych.

Literatura:

- B. Majkusiak „Podstawy Nanoelektroniki i Nanofotoniki” - materiały z wykładu,
- B. Majkusiak „Podstawy Fizyczne Nanoelektroniki” - materiały z wykładu,
- M. Marciniak „Przyrządy półprzewodnikowe i układy scalone”, WNT.

Załącznik

- 1.1/ Wyprowadzić wzór na impedancję układu zastępczego diody tunelowej przedstawionego na rys. 9 z pominięciem pojemności oprawki.
 - 1.2/ Korzystając ze wzoru wyprowadzonego w poprzednim punkcie wyprowadzić wzór na częstotliwość odcięcia rezystywnego f_r (maksymalną wartość częstotliwości odtłumiania). Jest to graniczna wartość częstotliwości, przy której część rzeczywista impedancji zmienia znak z wartości ujemnej na dodatnią.
 - 1.3/ Dla katalogowych wartości r_d , C_j , L_s i r_s obliczyć wartość f_r i porównać ją z danymi katalogowymi (zob. Dodatek, parametry dla diody 1N3717).
- 2.1/ Dla struktury dwubarierowej przedstawionej poniżej, korzystając ze wzoru (14), obliczyć i wykreślić energetyczny rozkład prawdopodobieństwa tunelowania rezonansowego.



wskazówki:

masa spoczynkowa elektronu $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$

stała Plancka $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$, stąd $\hbar = h/2\pi = 1,0546 \cdot 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$

arcus tangens (ar tg) zwraca liczby w radianach w zakresie $(-\pi/2; +\pi/2)$

Dodatek: Karta katalogowa diody 1N3717

TUNNEL DIODES

PACKAGES



APPLICATIONS

UHF Oscillator Level Detector Peak Sensing Frequency Divider Converter High Speed Logic Sampling Circuits	Detectors Mixers Limiters Compressors Power Monitors	Fast rise time pulse generators Amplitude Discriminator Sampling Circuits Fast threshold detectors Ultra High Speed Logic Level Sensing	Amplifiers and self oscillating mixers through X band Phase array radar Frequency converters Low level digital phase shifters Pulse position modulators	Doppler mixers Detectors Limiters Compressors
---	--	---	--	--

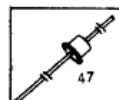
TYPES AVAILABLE

65				TD400 Tunnel Diodes Microwave	BD400 Back Diodes Microwave
40					
20					
3.4		TD260 Tunnel Diodes Ultra High Speed Switch			
DC	1N3712 Tunnel Diodes General Purpose	BD1 Back Diodes General Purpose			

FEATURES

<ul style="list-style-type: none"> Low Cost Hermetically Sealed Electrically & Mechanically Rugged Mil. Versions Available 	<ul style="list-style-type: none"> Low Cost Hermetically Sealed Electrically & Mechanically Rugged 	<ul style="list-style-type: none"> Very fast switching. Very stable at elevated operating temperatures. Low functional cost. 	<ul style="list-style-type: none"> Controlled negative conductance Controlled cutoff frequencies Low noise Low package inductance Stable at elevated operating temperatures 	<ul style="list-style-type: none"> Low capacitance Low inductance Low "on" voltage Very high frequency capability Low 1/F noise ratio
--	---	---	--	--

TUNNEL DIODES GENERAL PURPOSE



±100°C Operation TD-1	I _p Peak Point Current (mA)	I _v Valley Point Current Max. (mA)	C Capacitance Max. (pF)	V _p Peak Voltage Typ. (mV)	V _v Valley Voltage Typ. (mV)	V _{pp} Forward Peak Voltage Typ. (mV)	R _s Series Resist. Max. (Ohms)	-G Negative Conductance (mhos × 10 ⁻⁴)	f _{RO} Resistive Cutoff Frequency Typical (GHz)
1N3712	1.0 ± 10%	0.18	10	65	350	500	4.0	8 Typ.	2.3
1N3713 ¹	1.0 ± 2.5%	0.14	5	65	350	510	4.0	8.5 ± 1	3.2
1N3714	2.2 ± 10%	0.48	25	65	350	500	3.0	18 Typ.	3.2
1N3715 ¹	2.2 ± 2.5%	0.31	10	65	350	510	3.0	19 ± 3	3.0
1N3716	4.7 ± 10%	1.04	50	65	350	500	2.0	40 Typ.	1.8
1N3717 ¹	4.7 ± 2.5%	0.60	25	65	350	510	2.0	41 ± 5	3.4
1N3718	10.0 ± 10%	2.20	90	65	350	500	1.5	80 Typ.	1.6
1N3719 ¹	10.0 ± 2.5%	1.40	50	65	350	510	1.5	85 ± 10	2.8
1N3720	22.0 ± 10%	4.80	150	65	350	500	1.0	180 Typ.	1.4
1N3721 ¹	22.0 ± 2.5%	3.10	100	65	350	510	1.0	190 ± 30	2.6
TD-9	0.5 ± 10%	0.10	5	60	—	—	6.0	4.0 Typ.	1.3

¹ Mil. Versions Available.

Germanium Diodes



The General Electric 1N3712 through 1N3720 and 1N3713 through 1N3721 are Germanium Tunnel Diodes offering peak currents of 1.0, 2.2, 4.7, 10, and 22 ma. These devices, which make use of the quantum mechanical tunneling phenomenon to obtain a negative conductance characteristic, are designed for low level switching and small signal applications at very high frequencies. All 1N3713-1N3721 version parameters are closely controlled for use in critical applications such as level detection, frequency converters, etc. These devices are housed in General Electric's new hermetically sealed subminiature axial package.

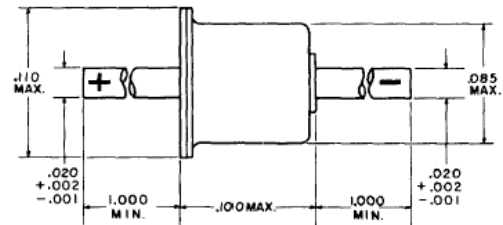
FEATURES:

- V_{FS} Specified for more accurate designing of load lines
- Low capacitance
- Fast speed

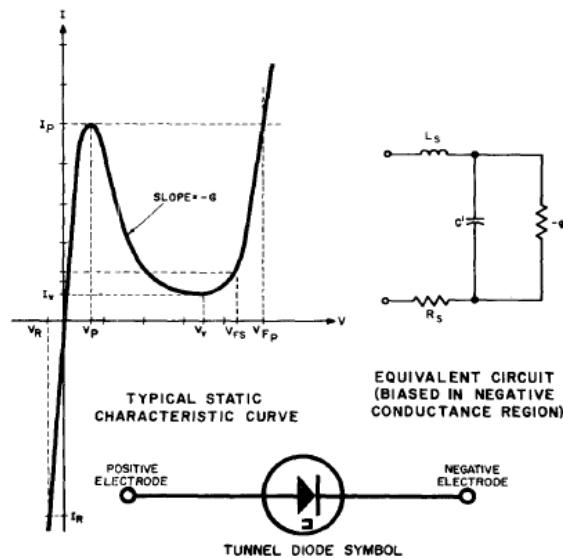
AXIAL DIODE OUTLINE

	1N3712	1N3714	1N3716	1N3718	1N3720
	1N3713	1N3715	1N3717	1N3719	1N3721
Forward Current*	5	10	25	50	100
Reverse Current*	10	20	50	50	100
Storage Temperature	-55 to +100 °C				
Lead Temperature $\frac{1}{16}'' \pm \frac{1}{32}''$ from case for 10 seconds	260 °C				

*Derate maximum currents 1% per °C ambient temperature above 25°C.



ALL DIMENSIONS IN INCHES.
DIMENSIONS ARE REFERENCE UNLESS TOLERANCED.



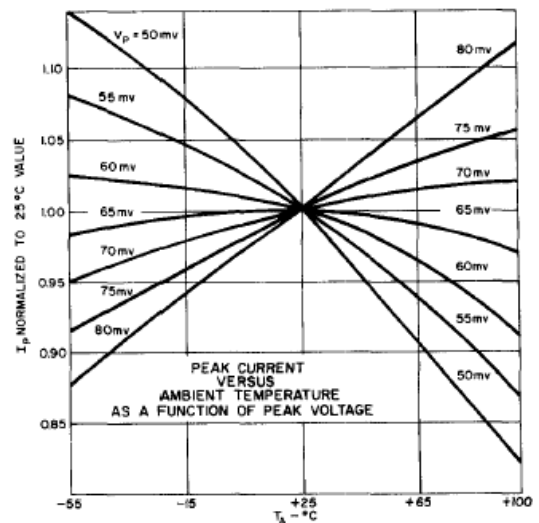
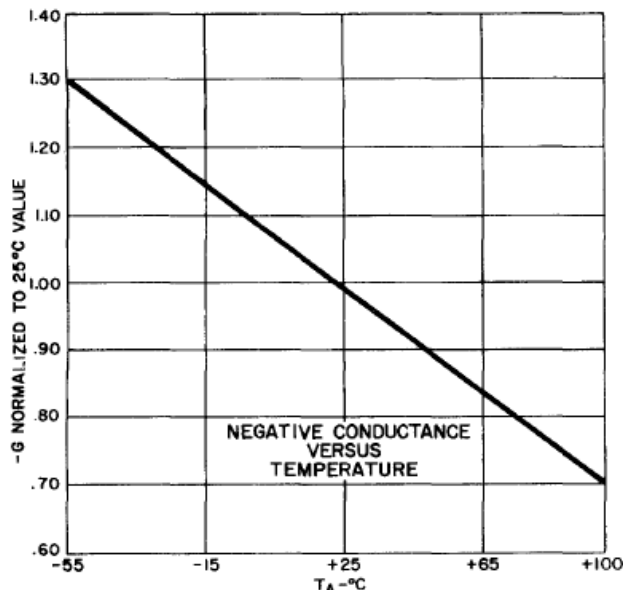
electrical characteristics:

		1N3712			1N3713			1N3714			1N3715		
STATIC CHARACTERISTICS		Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.
Peak Point Current	I_P	0.9	1.0	1.1	0.975	1.000	1.025	2.0	2.2	2.4	2.15	2.20	2.25
Valley Point Current	I_V		0.12	0.18	.075	.095	.140		0.29	0.48	.165	.210	.310
Peak Point Voltage	V_P		65		58	65	72		65		58	65	72
Valley Point Voltage	V_V		350		315	355	395		350		315	355	395
Reverse Voltage ($I_P = I_V$ typ.)	V_R			40		20	40			40		20	40
Forward Voltage ($I_P = I_V$ typ.)	V_{FP}		500		475	510	535		500		475	510	535
► ($I_P = .25 I_P$ typ.)	V_{FS}^*				410	450					410	450	
DYNAMIC CHARACTERISTICS													
Total Series Inductance	L_S		0.5			0.5			0.5			0.5	
Total Series Resistance	R_S		1.5	4.0		1.7	4.0		1.0	3.0		1.1	3.0
► Valley Point Terminal Capacitance	C		5	10		3.5	5.0		10	25		7.0	10.0
Max. Negative Terminal Conductance	$-G$		8		7.5	8.5	9.5		18		16	19	22
Resistive Cutoff Frequency	f_{ro}		2.3			3.2			2.2			3.0	
Self-Resonant Frequency	f_{so}		3.2			3.8			2.2			2.7	
Frequency of Oscillation	F_{osc}^{***}		3.2			3.8			2.2			2.7	
► Rise Time	t_r^{***}					1.7						1.6	

* V_{FS} is defined as the value of forward voltage at a forward current of one quarter the typical peak current.

**The frequency of oscillation (under short circuit conditions) for steady state large signal sinusoidal oscillation is given by equation (3) which is the maximum frequency attainable without capacitance compensation.

***Switching speed with constant current drive. $t_r \approx \frac{V_{FP} - V_P}{I_P - I_V} C$



1N3716			1N3717			1N3718			1N3719			1N3720			1N3721		
Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.	Min.	Typ.	Max.
4.2	4.7	5.2	4.58	4.70	4.82	9.0	10.0	11.0	9.75	10.00	10.25	20	22	24	21.5	22	22.5
			0.60	1.04	.350	.45	.60	1.3	2.2	.75	.95	1.40	2.9	4.8	1.65	2.10	3.10
			65		58	65	72	65		58	65	72	65		58	65	72
			350		315	355	395	350		315	355	395	350		315	355	395
			40		20	40		40		20	40		40		20	40	
			500		475	510	535	500		475	510	535	500		475	510	575
			410		450			410		450			410		450		
			0.5		0.5			0.5		0.5			0.5		0.5		nh
			.50	2.0	.52	2.0	.30	1.5	.36	1.5	.20	1.0	.22	1.0	.22	1.0	ohms
			25	50	13	25	50	90	27	50	90	150	55	100	55	100	pf
			40		36	41	46	80	75	85	95	180	160	190	220	10 ⁻³	mho
			1.8		3.4			1.6		2.8		1.6		2.6			KMC
			1.4		1.9			.97		1.3		.67		.78			KMC
			1.4		2.0			1.0		1.4		.74		.95			KMC
					1.4					1.3				1.2			nsec

$$f_{ro} = \frac{|g'|}{2\pi C'} \sqrt{\frac{1}{R_S |g'|} - 1} \quad (1)$$

$$f_{xo} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_S C'} - \left(\frac{|g'|}{C'}\right)^2} \quad (2)$$

$$f_{osc} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_S C} - \left(\frac{R_T}{L}\right)^2} \quad (3)$$

