

## Nhóm 5 - Chủ đề 4

# FINDING SIMILAR ITEMS

Tìm kiếm tương tự

Thành viên nhóm:

Hoàng Hữu Đức	23020046
Lê Minh Tuấn	23020149
Phạm Minh Thông	23020164
Bùi An Huy	23020079
Lê Minh Đạt	23020037

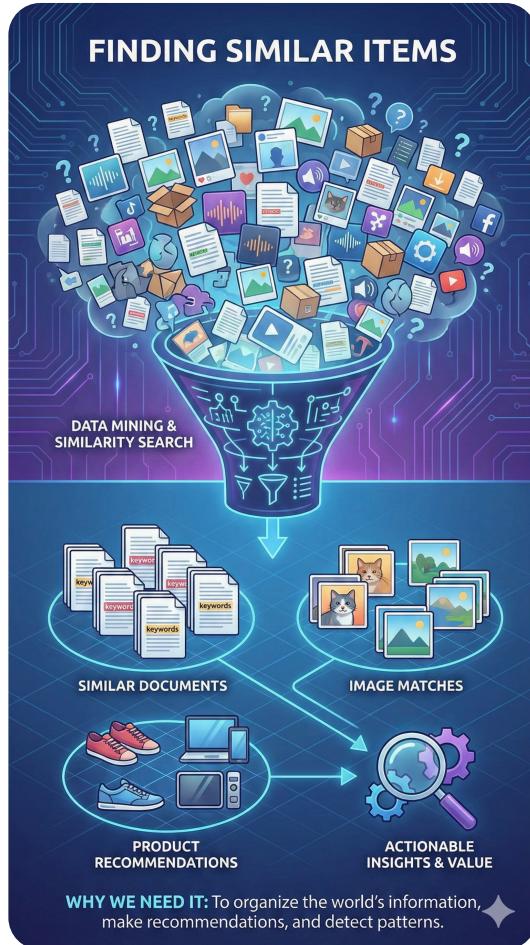
# Mục lục

1. Giới thiệu
2. Ứng dụng thực tế
3. Biểu diễn dữ liệu
4. Các phép đo độ tương đồng
5. Các kỹ thuật tìm cặp tương đồng

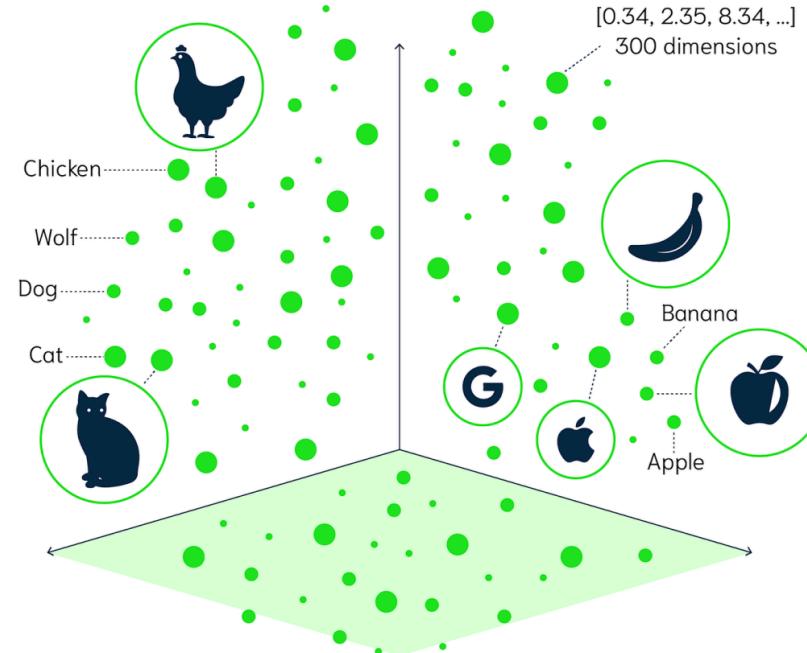
# Mục lục

- 1. Giới thiệu**
2. Ứng dụng thực tế
3. Biểu diễn dữ liệu
4. Các phép đo độ tương đồng
5. Các kỹ thuật tìm cặp tương đồng

# Giới thiệu



Hình 1: For?



Hình 2: Present



Hình 3: Find

# Mục lục

1. Giới thiệu

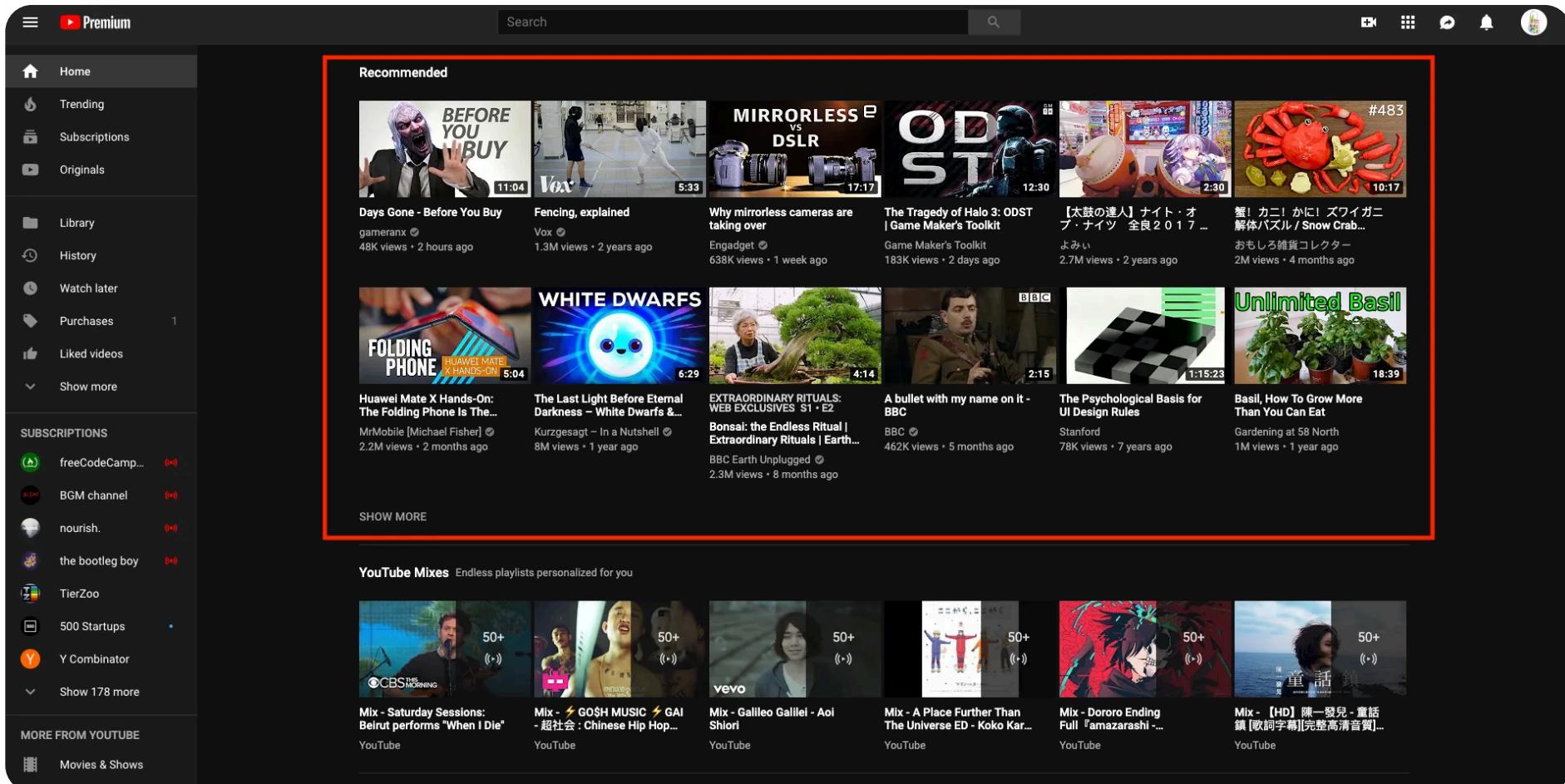
2. Ứng dụng thực tế

3. Biểu diễn dữ liệu

4. Các phép đo độ tương đồng

5. Các kỹ thuật tìm cặp tương đồng

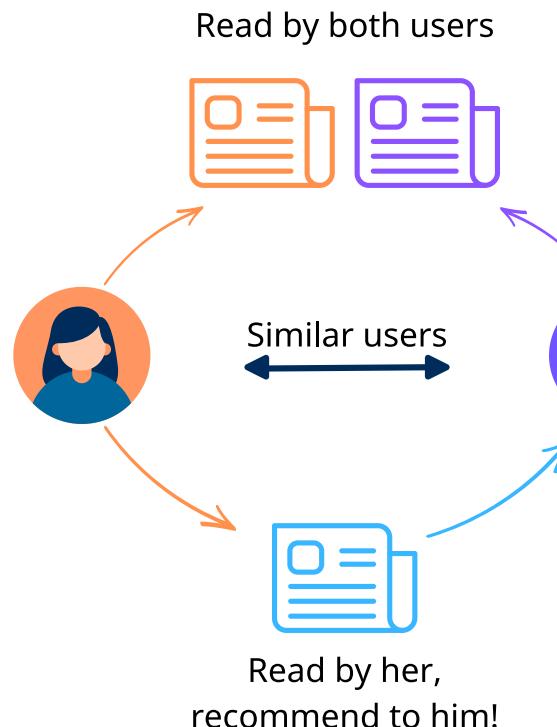
## 2.1. Hệ thống đề xuất



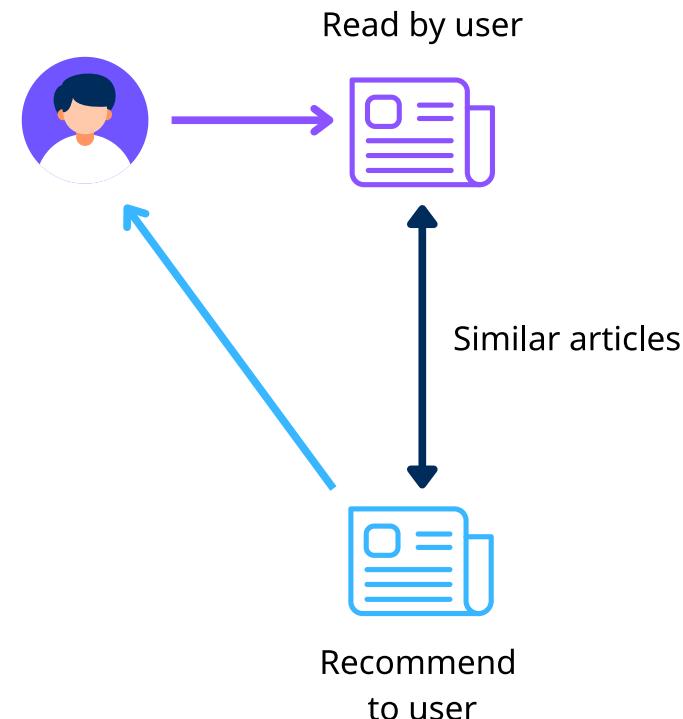
Hình 4: Hệ thống đề xuất trên YouTube

## 2.1. Hệ thống đề xuất

### COLLABORATIVE FILTERING



### CONTENT-BASED FILTERING



Hình 5: Các loại hệ thống đề xuất

## 2.2. Nhận diện trùng lặp văn bản

The screenshot shows the Turnitin software interface. On the left, the document 'Exegesis paper.docx' is open, displaying the first two sections: 'INTRODUCTION' and 'TEXT AND STRUCTURE'. The introduction discusses Romans 8:12-17, mentioning it as one of the most remarkable paragraphs in the New Testament and one of the most often quoted teachings of Paul. The text and structure section is titled 'Translation' and includes Greek text with numbered footnotes 12 through 17, followed by English translations and explanatory notes.

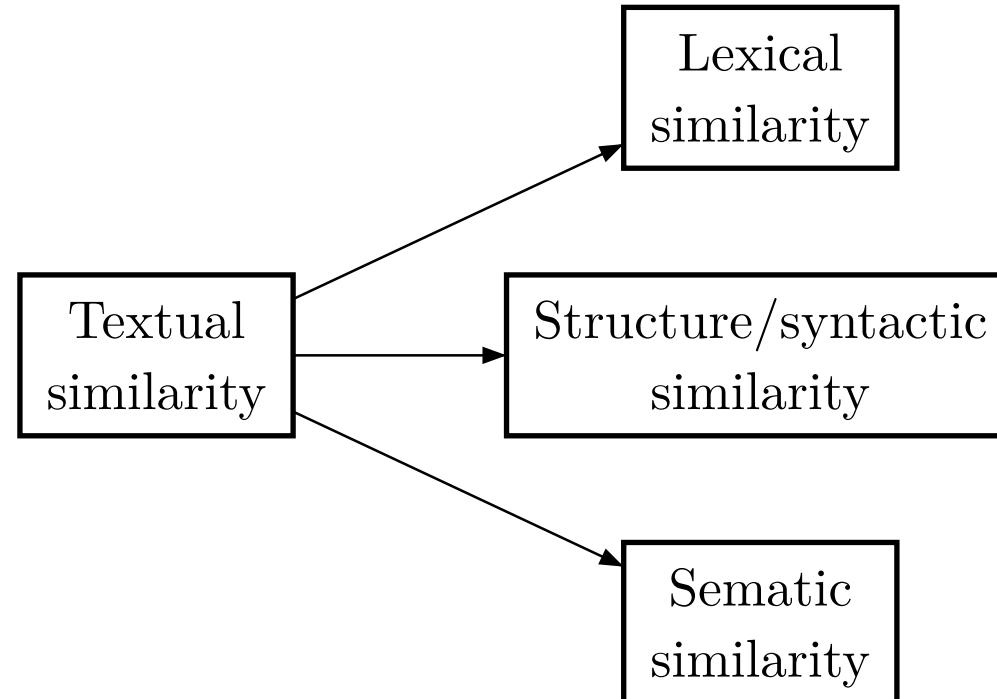
On the right, the 'Submission Details' tab is selected, showing the 'Top sources' report. The overall similarity is 40%. The report lists the top 8 sources contributing to the similarity:

Rank	Source	Similarity (%)
1	dokumen.pub INTERNET	2%
2	ebin.pub INTERNET	2%
3	sbts-wordpress-uploads.s3.amazonaws.com INTERNET	1%
4	bibliotekanauki.pl INTERNET	1%
5	blogs.corban.edu INTERNET	<1%
6	ourarchive.otago.ac.nz INTERNET	<1%
7	repository.sbts.edu INTERNET	<1%
8	dartmouthbible.org INTERNET	<1%

At the bottom of the interface, there are buttons for 'Share', a magnifying glass icon, and a double arrow icon. The page footer indicates 'Page 1 of 26'.

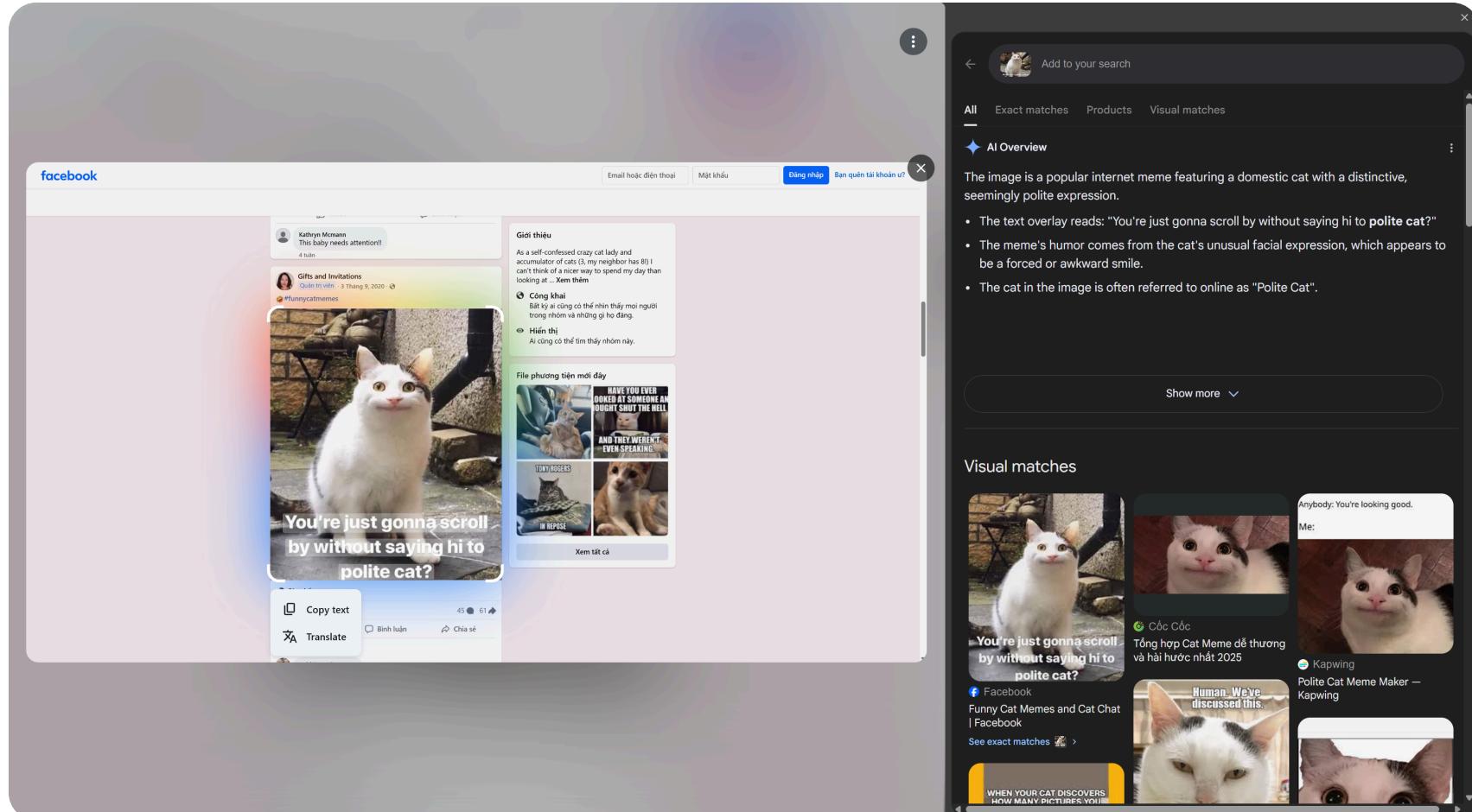
Hình 6: Giao diện phần mềm Turnitin

## 2.2. Nhận diện trùng lặp văn bản



Hình 7: Các loại tương đồng văn bản

## 2.3. Tìm hình ảnh giống nhau

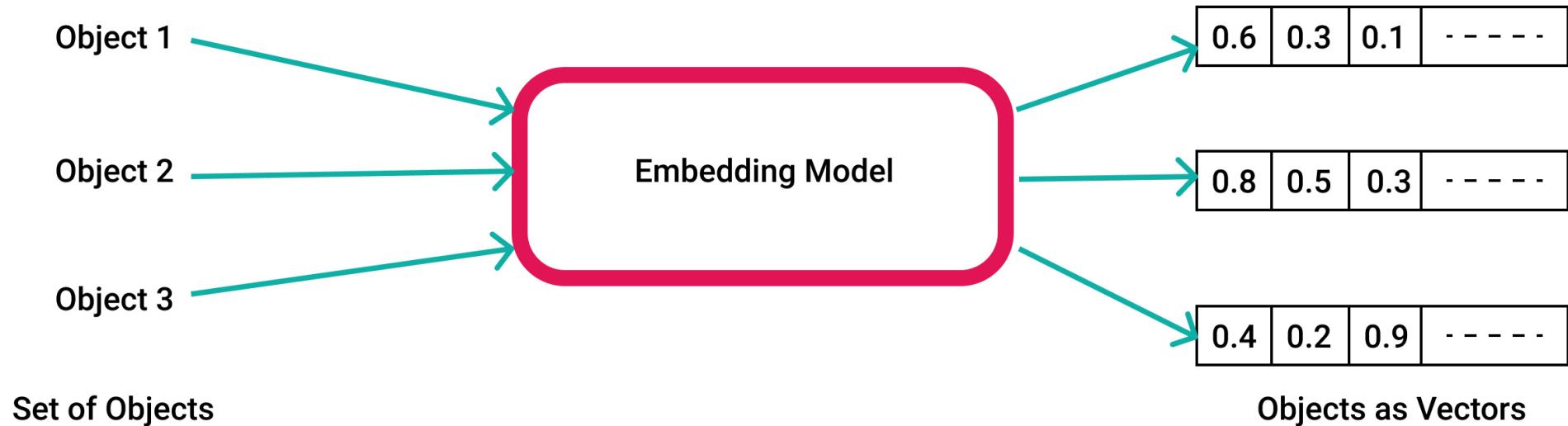


Hình 8: Tìm kiếm hình ảnh tương tự sử dụng Google Lens

# Mục lục

1. Giới thiệu
2. Ứng dụng thực tế
- 3. Biểu diễn dữ liệu**
4. Các phép đo độ tương đồng
5. Các kỹ thuật tìm cặp tương đồng

### 3.1. Vector

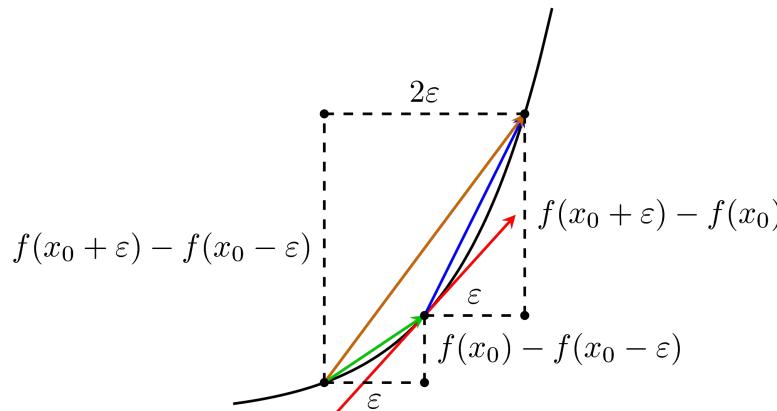


Hình 9: Một ví dụ từ Pinecone

# 3.1. Vector

## KIẾU BIỂU DIỄN PHỐ BIỀN NHẤT

- Các mô hình học máy dựa trên nền tảng của đại số:



Hình 10: Đạo hàm

**a**

$$\begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$$

**b**

$$m_1 = (a_1 + a_4)(b_1 + b_4)$$
$$m_2 = (a_3 + a_4)b_1$$
$$m_3 = a_1(b_2 - b_4)$$
$$m_4 = a_4(b_3 - b_1)$$
$$m_5 = (a_1 + a_2)b_4$$
$$m_6 = (a_3 - a_1)(b_1 + b_2)$$
$$m_7 = (a_2 - a_4)(b_3 + b_4)$$
$$c_1 = m_1 + m_4 - m_5 + m_7$$
$$c_2 = m_3 + m_5$$
$$c_3 = m_2 + m_4$$
$$c_4 = m_1 - m_2 + m_3 + m_6$$

**c**

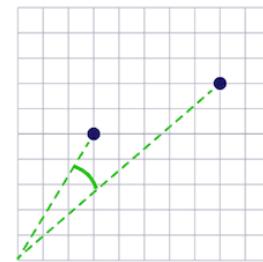
$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Hình 11: Nhân ma trận

### 3.1. Vector

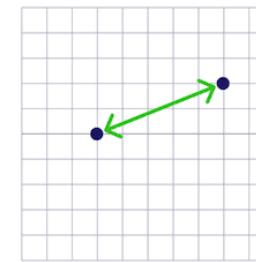
- Có thể đo khoảng cách một cách nhanh chóng và dễ dàng

## Distance Metrics in Vector Search



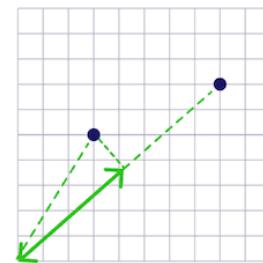
Cosine Distance

$$1 - \frac{A \cdot B}{\|A\| \|B\|}$$



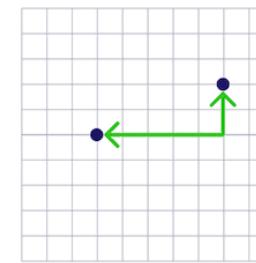
Squared Euclidean  
(L2 Squared)

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$$



Dot Product

$$A \cdot B = \sum_{i=1}^n A_i B_i$$



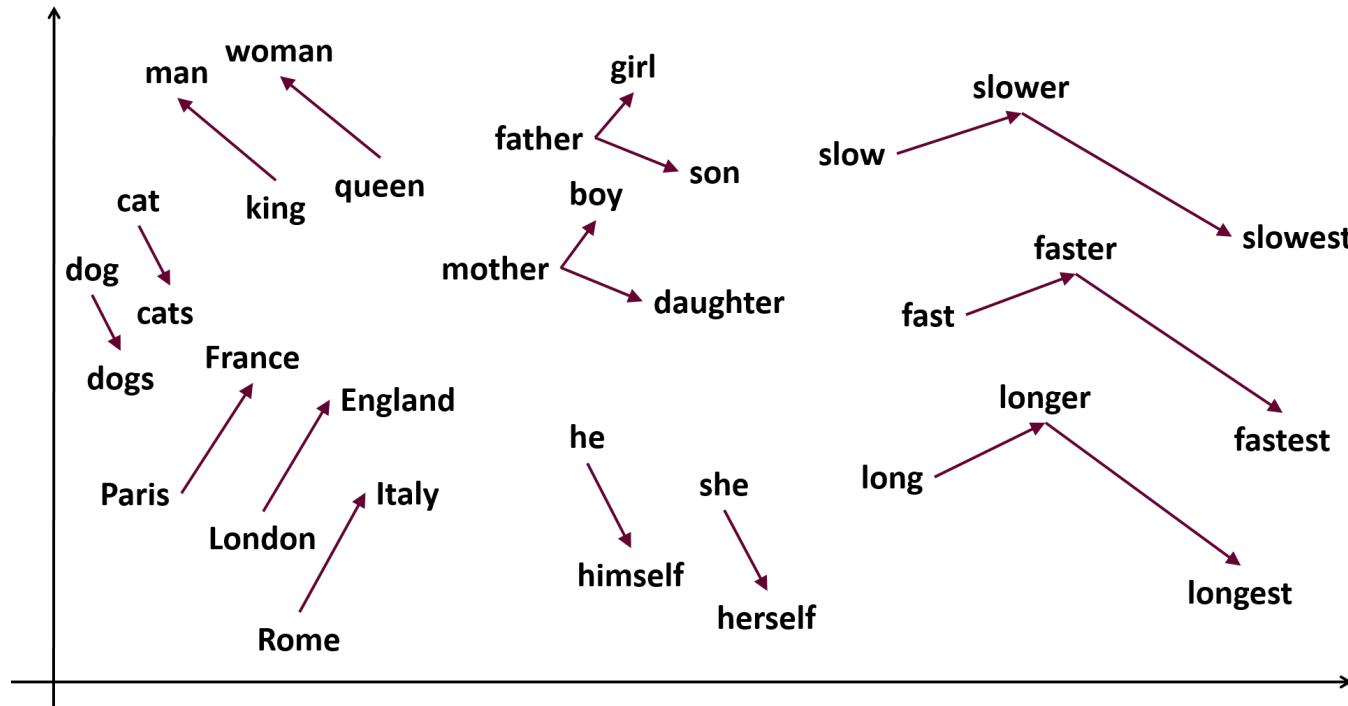
Manhattan (L1)

$$\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

Hình 12: Khoảng cách vector trong không gian

### 3.1. Vector

- Dễ cải tiến tốc độ sử dụng GPU
- Tạo ra không gian vector liên tục giúp mô hình có thể tự hiểu ngữ nghĩa



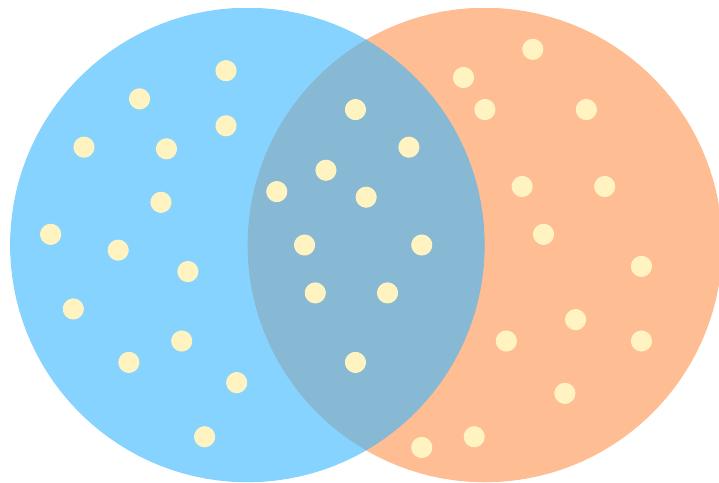
Hình 13: Không gian các từ

## 3.2. Hashing

# Mục lục

1. Giới thiệu
2. Ứng dụng thực tế
3. Biểu diễn dữ liệu
- 4. Các phép đo độ tương đồng**
5. Các kỹ thuật tìm cặp tương đồng

## 4.1. Jaccard Similarity



$$J(A, B) = \frac{A \cap B}{A \cup B}$$

Hình 14: Jaccard Similarity

## 4.2. Phép đo khoảng cách

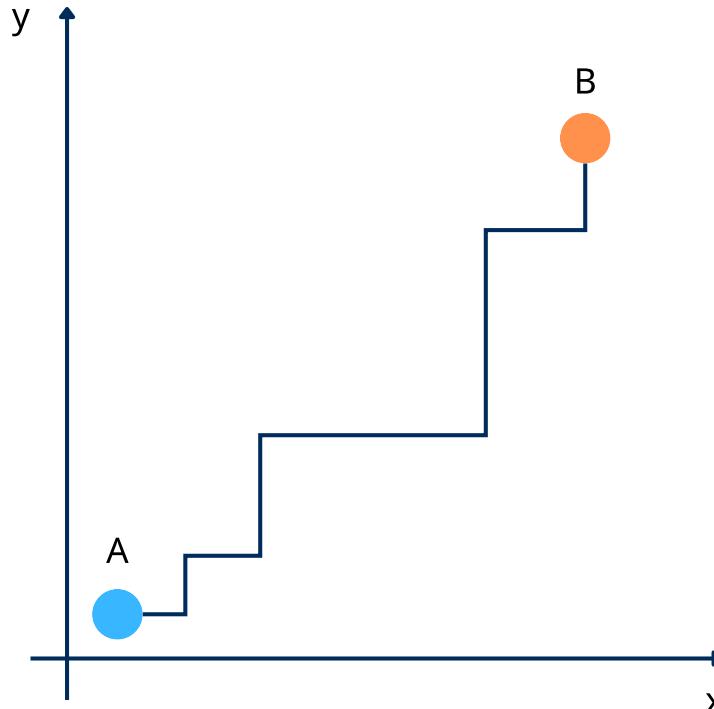
### 4.2.1. $L_p$ norm

Dạng tổng quát:

$$d_p(x, y) = \left( \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

## 4.2. Phép đo khoảng cách

Với  $p = 1$ , ta có khoảng cách Manhattan:

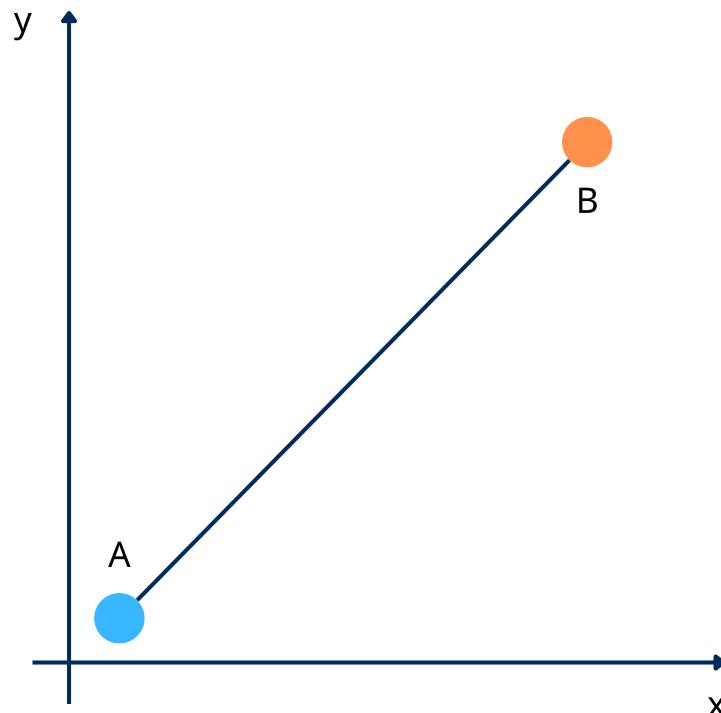


$$d_1(x, y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

Hình 15: Manhattan Distance

## 4.2. Phép đo khoảng cách

Với  $p = 2$ , ta có khoảng cách Euclidean:



$$d_2(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^2}$$

Hình 16: Euclidean Distance

## 4.2. Phép đo khoảng cách

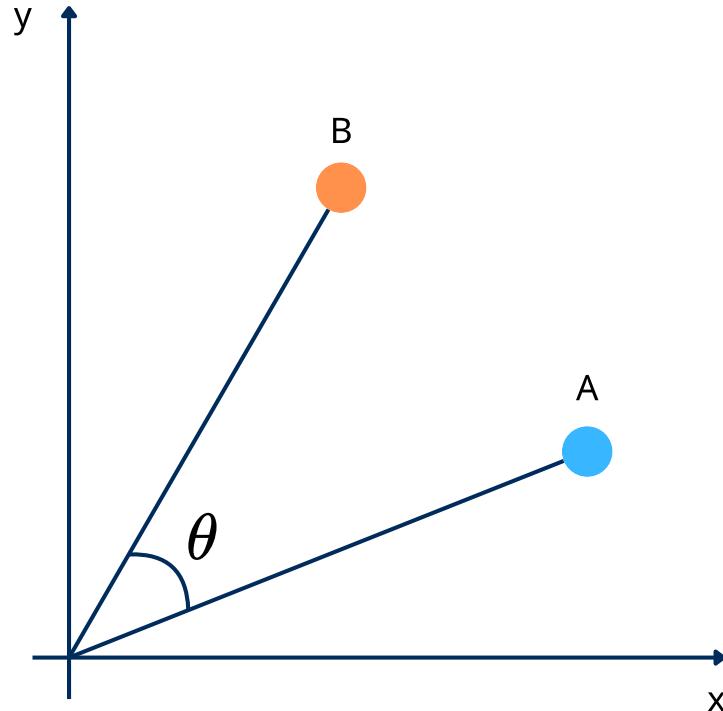
### 4.2.2. Jaccard Distance

$$d_J(A, B) = 1 - J(A, B)$$

Trong đó  $J(A, B)$  là Jaccard Similarity giữa hai tập  $A$  và  $B$ .

## 4.2. Phép đo khoảng cách

### 4.2.3. Cosine Similarity



$$\cos(\theta) = \frac{A \cdot B}{\|A\| * \|B\|}$$

Hình 17: Cosine Similarity

## 4.2. Phép đo khoảng cách

4.2.4. Edit Distance

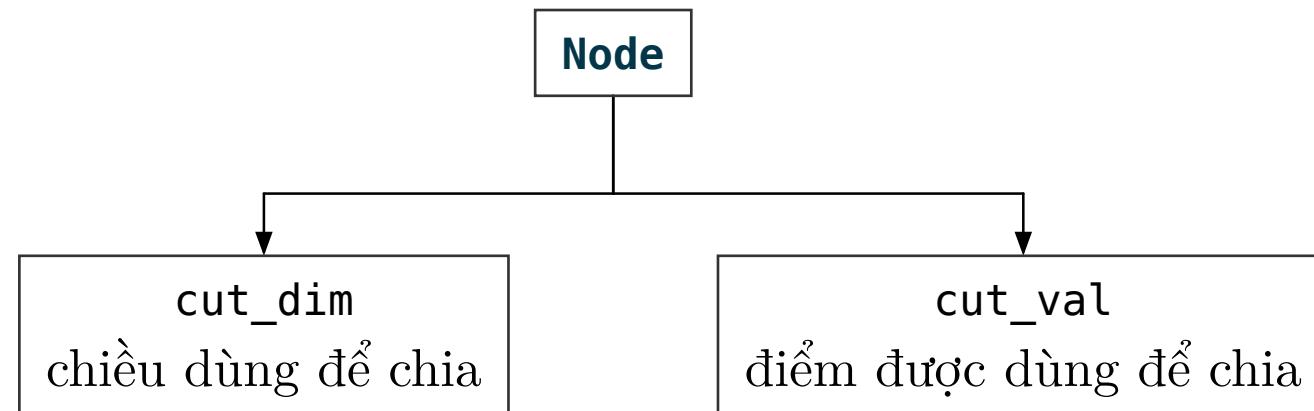
4.2.5. Hamming Distance

## 4.3. So sánh

# Mục lục

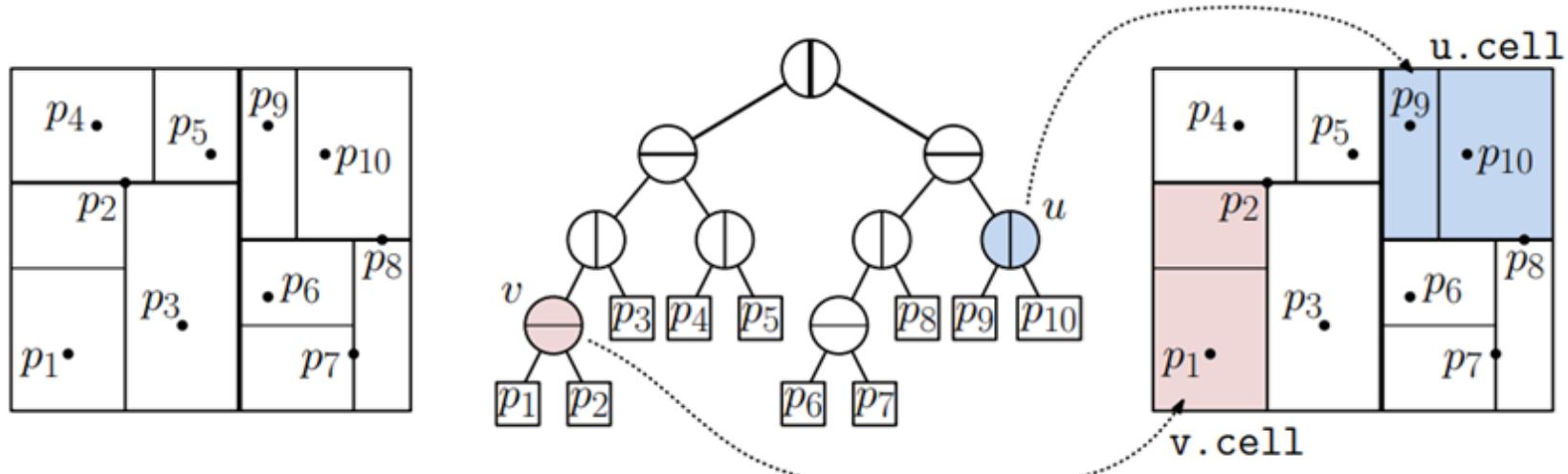
1. Giới thiệu
2. Ứng dụng thực tế
3. Biểu diễn dữ liệu
4. Các phép đo độ tương đồng
5. Các kỹ thuật tìm cặp tương đồng

## 5.1. K-D Tree



Hình 18: Cấu trúc K-d Tree

## 5.1. K-D Tree



Hình 19: Ví dụ cây với một tập điểm 2D

# 5.1. K-D Tree

## Xây dựng cây

---

### Thuật toán 1: Xây dựng cây K-d Tree

---

```
1 function build( $P$ , depth)
2   if  $P$  is empty then
3     return None
4   if  $|P| = 1$  then
5     return Node(depth mod  $k$ ,  $P[0]$ , None, None)
6   mid  $\leftarrow$  midpoint to partition  $P$  into  $P_0$  and  $P_1$  by depth mod  $k$ 
7   left_node  $\leftarrow$  build( $P_0$ , depth + 1)
8   right_node  $\leftarrow$  build( $P_1$ , depth + 1)
9   return Node(depth mod  $k$ , mid, left_node, right_node)
```

---

Độ phức tạp:

- Giả sử ở mỗi bước đệ quy ta chia đôi tập điểm  $\Rightarrow \mathcal{O}(n \log n)$
- Tìm trung vị:
  - Quicksort:  $\mathcal{O}(n \log^2 n)$
  - Median of medians:  $\mathcal{O}(n \log n)$
  - Duy trì  $k$  danh sách sắp xếp theo từng chiều:  $\mathcal{O}(nk \log n)$

# 5.1. K-D Tree

## Chèn

---

**Thuật toán 2:** Chèn điểm vào cây K-d Tree

---

```
1 function insert( $x$ , node, depth)
2   if node is empty then
3      $\sqsubset$  return Node(depth mod  $k$ ,  $x$ , None, None)
4   if  $x == \text{node.data}$  then
5      $\sqsubset$  return error “duplicate”
6   cd  $\leftarrow$  depth mod  $k$ 
7   if  $x[cd] < \text{node.data}[cd]$  then
8      $\sqsubset$  node.left  $\leftarrow$  insert( $x$ , node.left, depth + 1)
9   else
10     $\sqsubset$  node.right  $\leftarrow$  insert( $x$ , node.right, depth + 1)
11  return node
```

---

Độ phức tạp:

- Ngẫu nhiên:  $\mathcal{O}(\log n)$
- Tối đa:  $\mathcal{O}(n)$

## 5.1. K-D Tree

### Tìm điểm có chiều $d$ nhỏ nhất

---

**Thuật toán 3:** Tìm điểm có chiều  $d$  nhỏ nhất

---

```
1 function findMin(root, d)
2   if root is empty then
3     return None
4   if root.cut_dim == d then
5     if root.left is empty then
6       return root
7     return findMin(root.left, d)
8   else
9     left_min ← findMin(root.left, d)
10    right_min ← findMin(root.right, d)
11    res ← root
12    for candidate in [left_min, right_min] do
13      if candidate != None and candidate.point[d] < res.point[d] then
14        res ← candidate
15    return res
```

---

# 5.1. K-D Tree

## Xóa

---

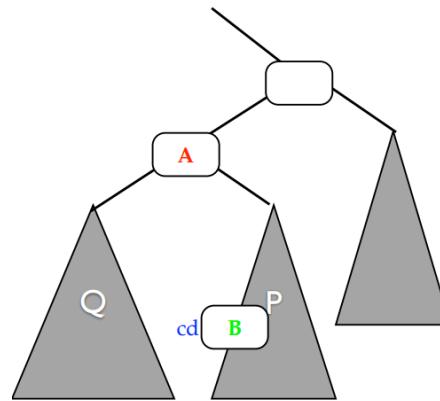
**Thuật toán 4:** Xóa điểm trong cây K-d Tree

---

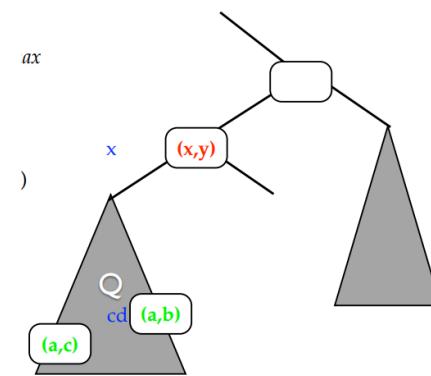
```
1 function delete(root, point, depth)
2   if root is empty then
3     return None
4   if root.point == point then
5     if root.right is not empty then
6       minNode ← findMin(root.right, root.cut_dim)
7       root.point ← minNode.point
8       root.right ← delete(root.right, minNode.point, depth + 1)
9     else if root.left is not empty then
10      minNode ← findMin(root.left, root.cut_dim)
11      root.point ← minNode.point
12      root.right ← delete(root.left, minNode.point, depth + 1)
13      root.left ← None
14    else
15      return None
16    return root
17    axis ← depth mod k
18    if point[axis] < root.point[axis] then
19      root.left ← delete(root.left, point, depth + 1)
20    else
21      root.right ← delete(root.right, point, depth + 1)
22    return root
```

---

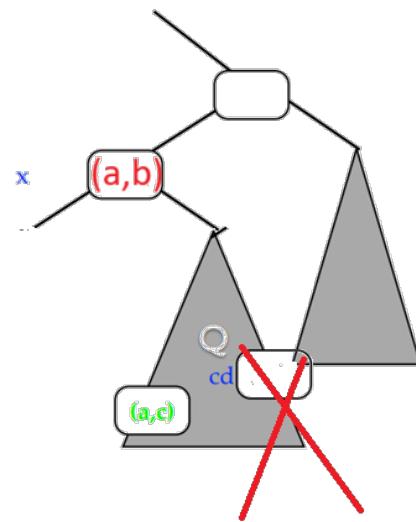
## 5.1. K-D Tree



Hình 20: Tồn tại con bên phải



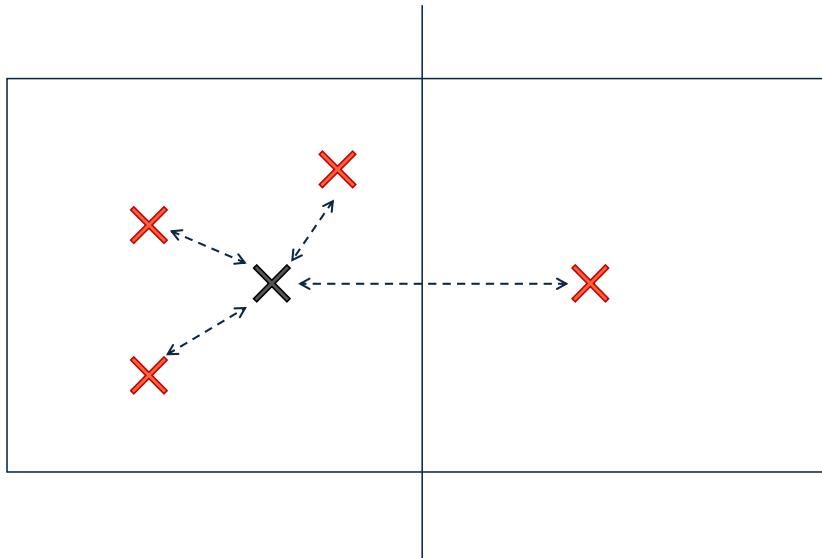
,  
Hình 21: Không tồn tại  
con bên phải



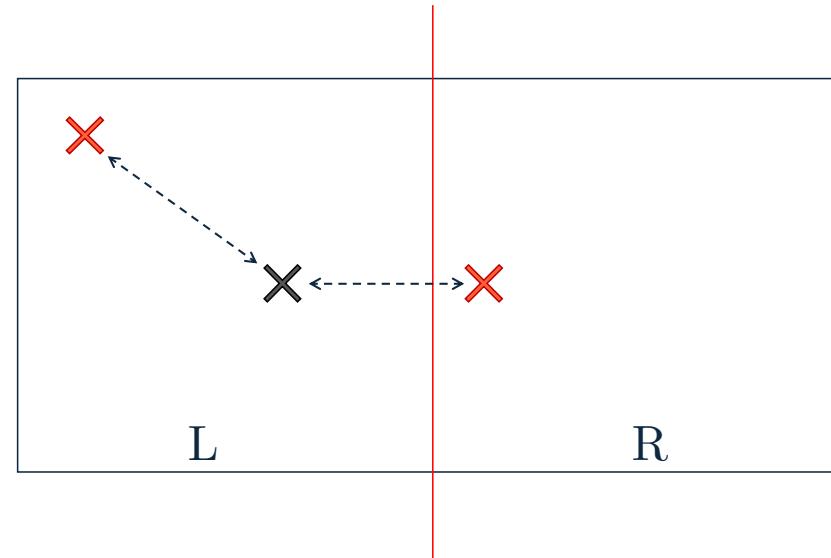
Hình 22: Không tồn tại  
con bên phải

## 5.1. K-D Tree

Tìm  $k$  điểm gần nhất.



Hình 23: Cắt tia giúp giảm số lượng điểm duyệt



Hình 24: Cắt tia không làm giảm số lượng điểm cần duyệt

# 5.1. K-D Tree

---

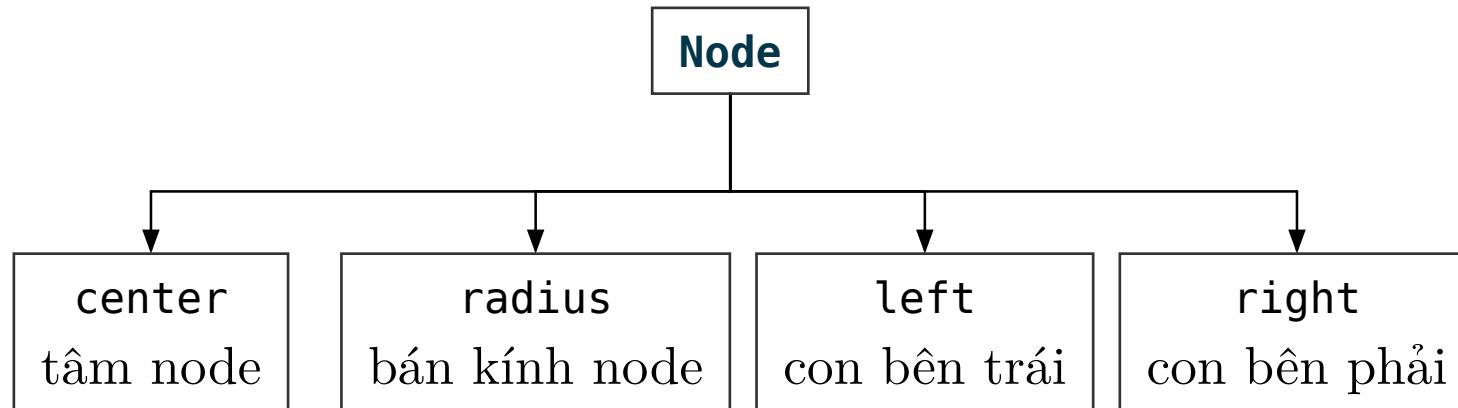
**Thuật toán 5:** Tìm  $k$  điểm gần nhất

---

```
1 function kNearestNeighbor(root, depth, point, k)
2     if root is empty then
3         return
4     cut_dim ← depth mod  $d$ 
5     if point[cut_dim] < root.cut_val[cut_dim] then
6         if root.left is not empty then
7             ↘ kNearestNeighbor(root.left, depth + 1, point, k)
8             estimated_dist ← (point[cut_dim] - root.cut_val[cut_dim])2
9             if estimated_dist ≤ pq.maxDist() or len(pq) < k then
10                if root.right is not empty then
11                    ↘ kNearestNeighbor(root.right, depth + 1, point, k)
12                    pq.add(root.cut_val)
13                else if point[cut_dim] > root.cut_val[cut_dim] then
14                    if root.right is not empty then
15                        ↘ kNearestNeighbor(root.right, depth + 1, point, k)
16                        estimated_dist ← (point[cut_dim] - root.cut_val[cut_dim])2
17                        if estimated_dist ≤ pq.maxDist() or len(pq) < k then
18                            if root.left is not empty then
19                                ↘ kNearestNeighbor(root.left, depth + 1, point, k)
20                                pq.add(root.cut_val)
21                            else
22                                if root.left is not empty then
23                                    ↘ kNearestNeighbor(root.left, depth + 1, point, k)
24                                if root.right is not empty then
25                                    ↘ kNearestNeighbor(root.right, depth + 1, point, k)
26                                pq.add(root.cut_val)
```

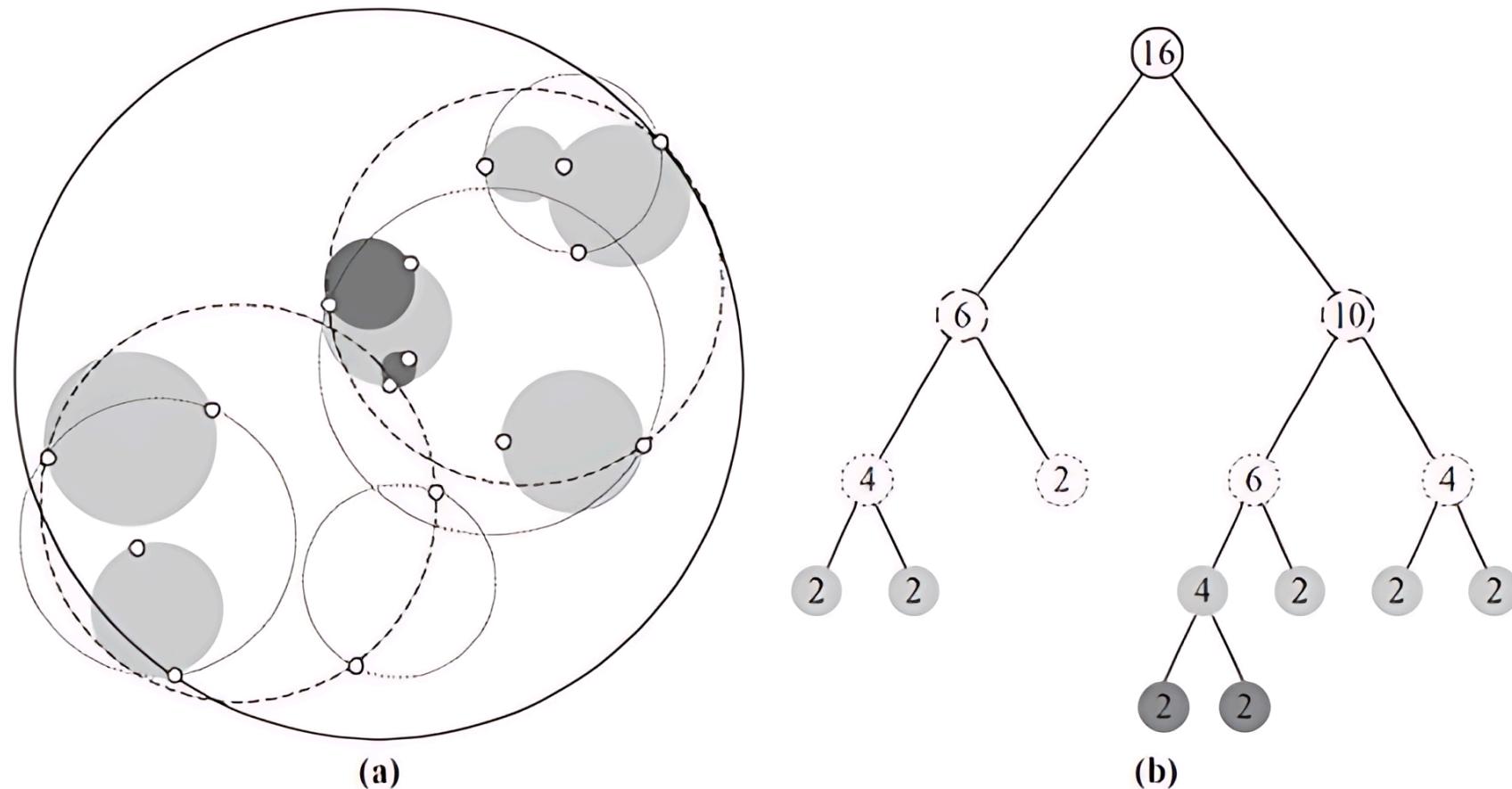
---

## 5.2. Ball Tree



Hình 25: Cấu trúc Ball Tree

## 5.2. Ball Tree



Hình 26: Minh họa Ball Tree

## 5.2. Ball Tree

### Xây dựng cây

---

**Thuật toán 6:** Xây dựng cây Ball Tree

---

```
1 function CONSTRUCT_BALLTREE( $D$ , max_leaf_size)
2    $N = |D|$ 
3   center  $\leftarrow$  CENTROID( $D$ )
4   radius  $\leftarrow \max_{x \in D} \|x - \text{center}\|$ 
5   node  $\leftarrow$  new Node(center=center, radius=radius)
6   if  $N \leq \text{max\_leaf\_size}$  then
7     node.points  $\leftarrow D$ 
8     node.is_leaf  $\leftarrow$  True
9     return node
10  else
11     $p_L \leftarrow \arg \max_{x \in D} \|x - \text{center}\|$ 
12     $p_R \leftarrow \arg \max_{x \in D} \|x - p_L\|$ 
13     $D_{\text{left}} \leftarrow \{x \in D \mid \|x - p_L\| \leq \|x - p_R\|\}$ 
14     $D_{\text{right}} \leftarrow D \setminus D_{\text{left}}$ 
15    node.left  $\leftarrow$  CONSTRUCT_BALLTREE( $D_{\text{left}}$ , max_leaf_size)
16    node.right  $\leftarrow$  CONSTRUCT_BALLTREE( $D_{\text{right}}$ , max_leaf_size)
17    return node
```

---

Độ phức tạp:

- Trung bình:  $\mathcal{O}(Nd \log N)$
- Xấu nhất :  $\mathcal{O}(N^2d)$  khi split rất lệch

## 5.2. Ball Tree

### Chèn

---

**Thuật toán 7:** Chèn điểm vào Ball Tree

---

```
1 function INSERT(node, x)
2     if node.is_leaf then
3         node.points.append(x)
4         if |node.points| > max_leaf_size then
5             ↘ rebuild(node)
6     else
7         if dist(x, node.left.center) < dist(x, node.right.center)
8             then
9                 ↘ INSERT(node.left, x)
10            else
11                ↘ INSERT(node.right, x)
12    update(node.center, node.radius)
```

---

Độ phức tạp:

- Trung bình:  $\mathcal{O}(d \log N)$
- Xấu nhất :  $\mathcal{O}(dN)$

## 5.2. Ball Tree

### Xóa

---

#### Thuật toán 8: Xóa điểm khỏi Ball Tree

---

```
1 function DELETE(node, x)
2   if node.is_leaf then
3     ↘ remove(x, node.points)
4   else
5     if dist(x, node.left.center) < dist(x, node.right.center) then
6       ↘ DELETE(node.left, x)
7     else
8       ↘ DELETE(node.right, x)
9       ↘ update(node.center, node.radius)
```

---

Độ phức tạp:

- Trung bình:  $\mathcal{O}(d \log N)$
- Xấu nhất :  $\mathcal{O}(dN)$

## 5.2. Ball Tree

### Tìm $k$ điểm gần nhất

Thuật toán 9: Tìm  $k$  điểm gần nhất

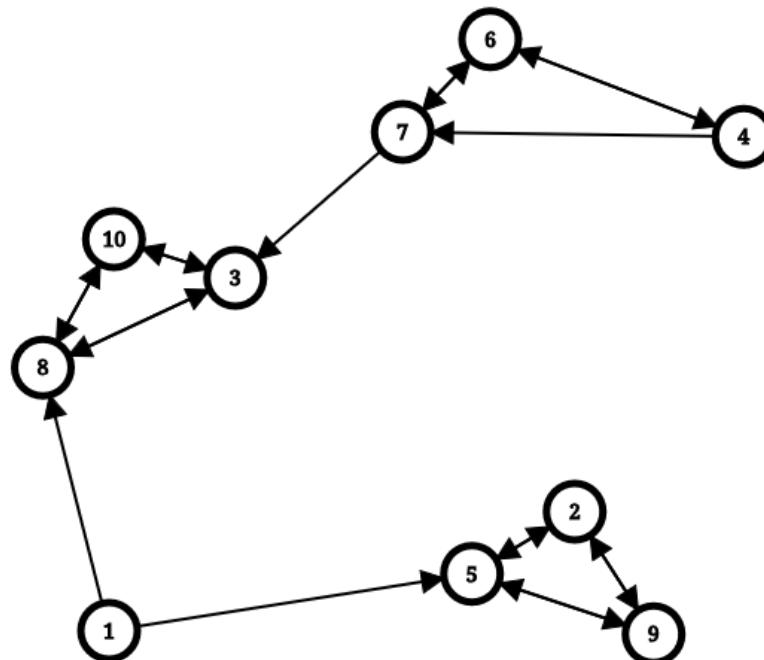
```
1 function BALLTREE_KNN(root, q, k)
2     heap ← empty max-heap
3     function SEARCH(node)
4         if node is leaf then
5             for p in node.points do
6                 d ← dist(q, p)
7                 if heap.size < k then
8                     heap.push((d, p))
9                 else if d < heap.max_key then
10                    heap.replace_max((d, p))
11        return
12        dL ← max(0, dist(q, node.left.center) - node.left.radius)
13        dR ← max(0, dist(q, node.right.center) - node.right.radius)
14        if dL < dR then
15            if heap.size < k or dL ≤ heap.max_key then
16                SEARCH(node.left)
17            if heap.size < k or dR ≤ heap.max_key then
18                SEARCH(node.right)
19        else
20            if heap.size < k or dR ≤ heap.max_key then
21                SEARCH(node.right)
22            if heap.size < k or dL ≤ heap.max_key then
23                SEARCH(node.left)
24        SEARCH(root)
25    return heap.items sorted asc by distance
```

Độ phức tạp:

- Trung bình:  $\mathcal{O}(d \log N)$ 
  - $d$  để tính khoảng cách từ truy vấn đến các node con trong cây
  - $\log N$  số tầng trung bình của cây
- Xấu nhất :  $\mathcal{O}(dN)$

## 5.3. LSH

## 5.4. K-Nearest-Neighbor Graph



Hình 27: Một ví dụ với  $k = 3$ . (có thể vẽ lại, khoanh vùng để thấy rõ hơn)

## 5.4. K-Nearest-Neighbor Graph

### NN-Descent

---

**Thuật toán 10:** Tìm  $k$  điểm gần nhất

---

```
1 function buildNNDescent(pts)
2   for  $u$  in pts do
3     randomly pick  $k$  other nodes
4     while number of updates < threshold do
5       for  $u$  in pts do
6         for  $v$  in neighbors( $u$ ) do
7           for  $v'$  in neighbors( $v$ ) do
8              $\downarrow$  compute  $d(u, v')$ 
9             find  $k$  closest nodes to  $u$ , update  $u$ 's neighbor list
```

---

Độ phức tạp thuật toán là  $\mathcal{O}(mnk^2d)$

- $m$  lần lặp
- Mỗi lần duyệt mất  $nk^2$
- Tính khoảng cách mất  $d$

Ưu điểm:

- Hoạt động với mọi hàm khoảng cách.
- Sử dụng thêm ít bộ nhớ.
- Độ chính xác cao ( $>90\%$  với bộ dữ liệu thực tế theo tác giả, tốt hơn so với LSH)
- Dễ cài đặt.