

# SỬ DỤNG THUẬT TOÁN DI TRUYỀN GIẢI BÀI TOÁN ĐỊNH TUYẾN XE VỚI RÀNG BUỘC THỜI GIAN

Hybrid Genetic Search for the Vehicle Routing  
Problem with Time Windows:  
a High-Performance Implementation

**Wouter Kool**

# Mục lục

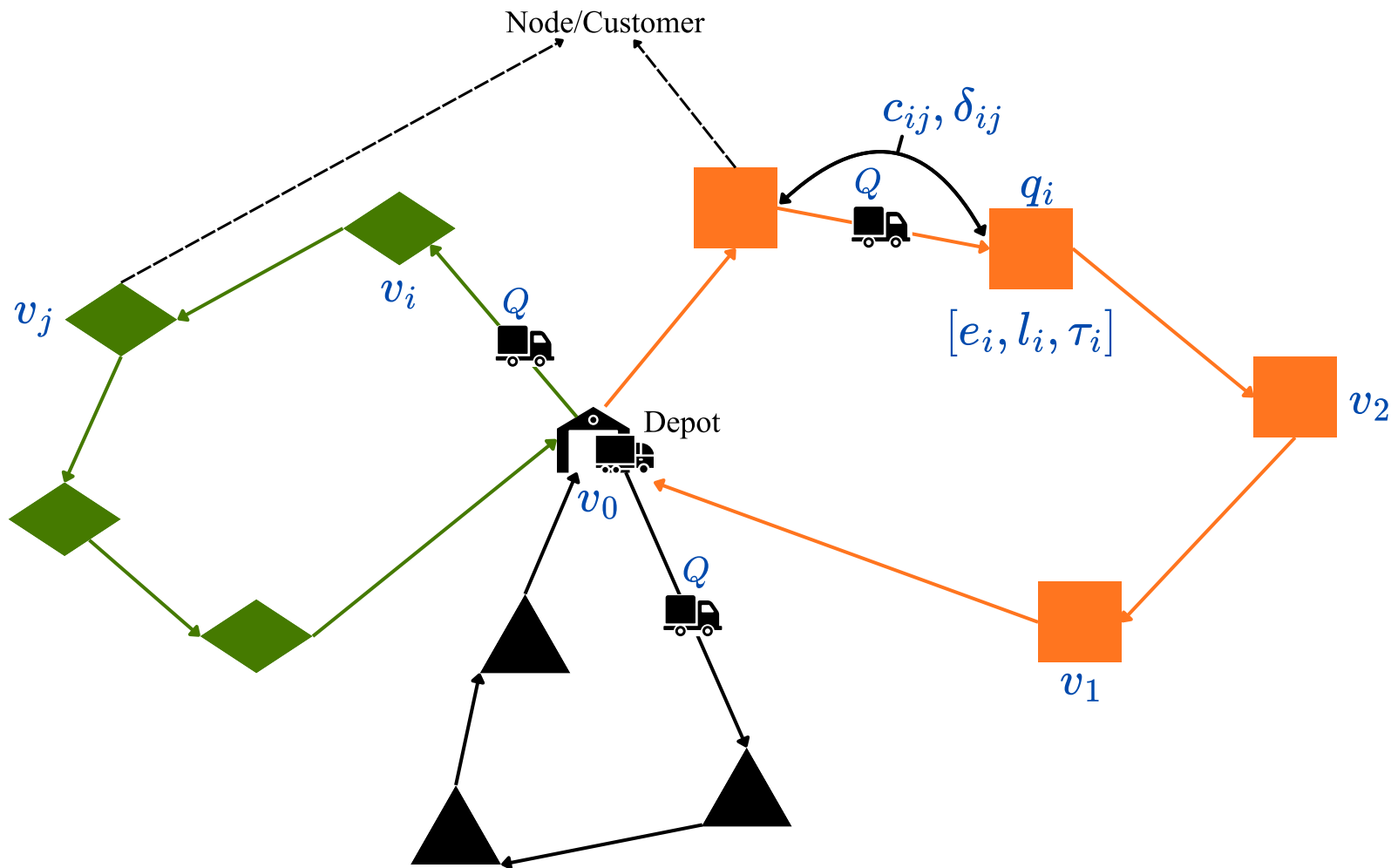
1. Giới thiệu
2. Thuật toán
3. Kết quả

**1. Giới thiệu**

2. Thuật toán

3. Kết quả

# Bài toán



# Các nghiên cứu liên quan

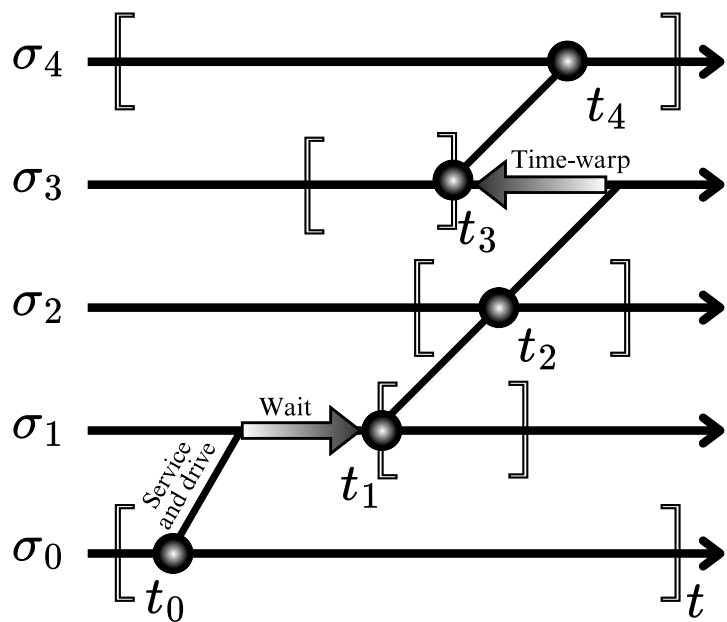
Table 1. VRPs of previous studies (source: current study)

Study	Objective				Problem description						Mathematical model and algorithm
					network configuration (N – nodes)	Constraint			Data		
	cost	time	no of vehicle	distance		time window	vehicle capacity	kind of products	experience	reality	
Qi, Hu (2020)	✓		✓		13 N				✓		MIP, heuristic
Kantawong, Pravesjit (2020)	✓			✓	100 N	✓			✓		MIP, artificial bee colony
Londoño <i>et al.</i> (2021)	✓			✓	51 N				✓		MILP, local search
Aggarwal, Kumar (2019)	✓		✓		60 N	✓			✓		MIP
Pérez-Rodríguez, Hernández-Aguirre (2019)				✓	6 N	✓				✓	an estimation of distribution
Tasar <i>et al.</i> (2019)	✓		✓		100 N				✓		MIP, heuristic
Zhu, Hu (2019)	✓				200 N		✓		✓		MILP, response surface method
Ruiz <i>et al.</i> (2019)	✓				14 N		✓			✓	MIP, biased random – key genetic
Zhang <i>et al.</i> (2017)	✓				27 N	✓			✓		tabu search, the artificial bee colony
Birim (2016)	✓				10 N		✓		✓		MILP, simulated annealing
Afifi <i>et al.</i> (2016)		✓			30 N	✓			✓		MIP, simulated annealing
Spliet, Desaulniers (2015)	✓				60 N	✓	✓		✓		MIP, exact branch – price – cut algorithm
Current study	✓		✓		39 N	✓	✓	✓		✓	MIP, clustering algorithm

# Mục lục

1. Giới thiệu
- 2. Thuật toán**
3. Kết quả

# Hàm mục tiêu

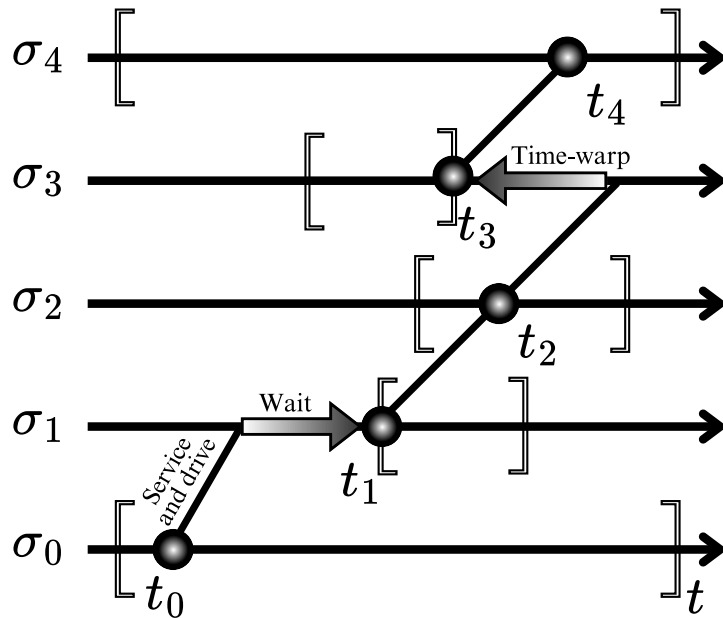


$$r = (\sigma_0^r, \sigma_1^r, \dots, \sigma_n^r, \sigma_{n_r+1}^r)$$

$$\mathbf{t}^r = (t_0^r, \dots, t_{n_r+1}^r)$$

$$\text{tw}_{i,i+1} = \max(t_i^r + \tau_{\sigma_i^r} + \delta_{\sigma_i^r \sigma_{i+1}^r} - t_{i+1}^r, 0)$$

# Hàm mục tiêu



$$q(r) = \sum_{i=1}^{n_r} q_{\sigma_i^r}$$

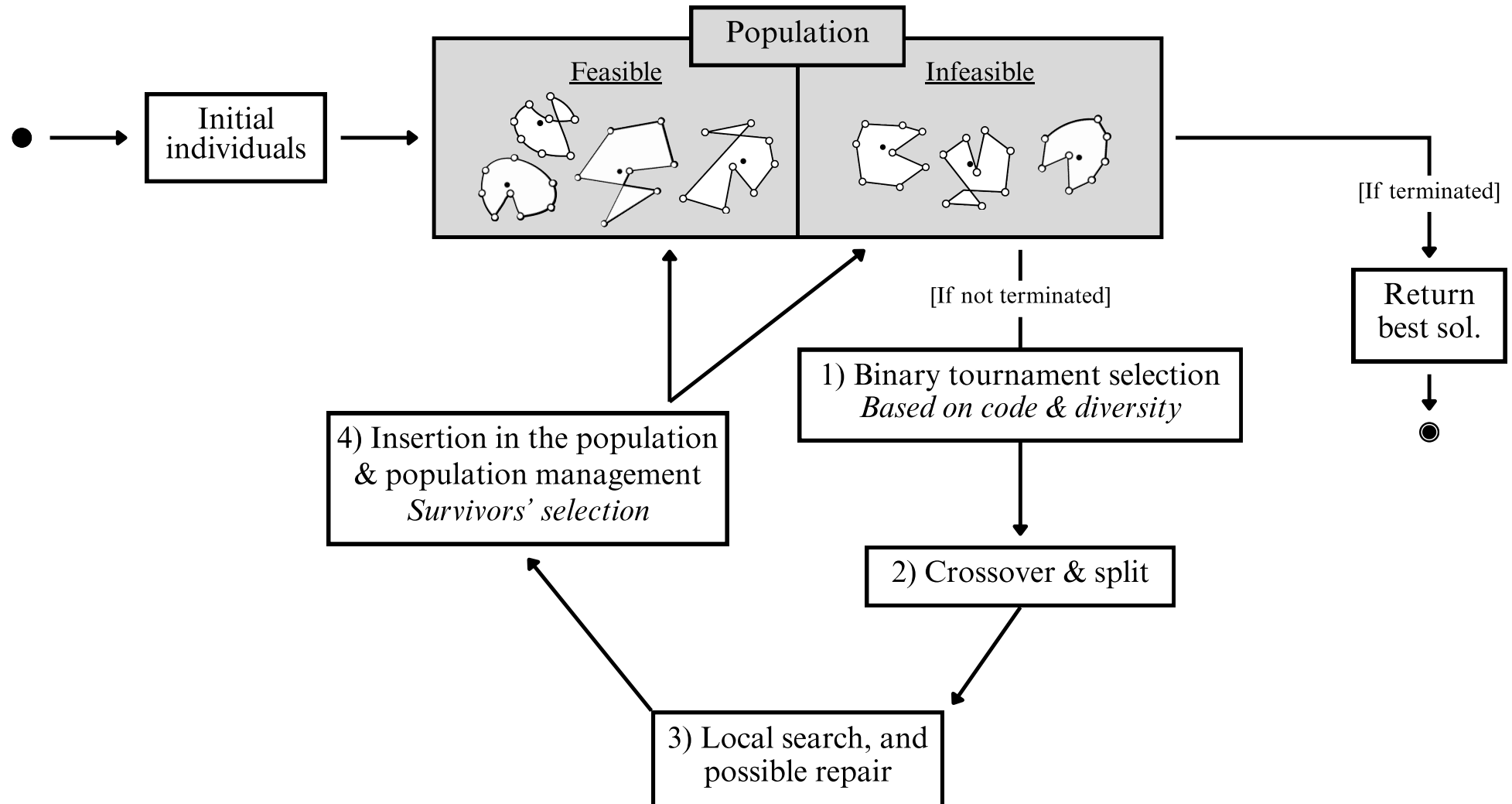
$$c(r) = \sum_{i=0}^{n_r} c_{\sigma_i^r \sigma_{i+1}^r}$$

$$\text{tw}(r) = \sum_{i=0}^{n_r} \text{tw}_{i,i+1}$$

$$\varphi(r) = c_r + \omega^Q \max(0, q(r) - Q) + \omega^{\text{TW}} \text{tw}(r)$$



# Tổng quan



# Heuristic kiến trúc

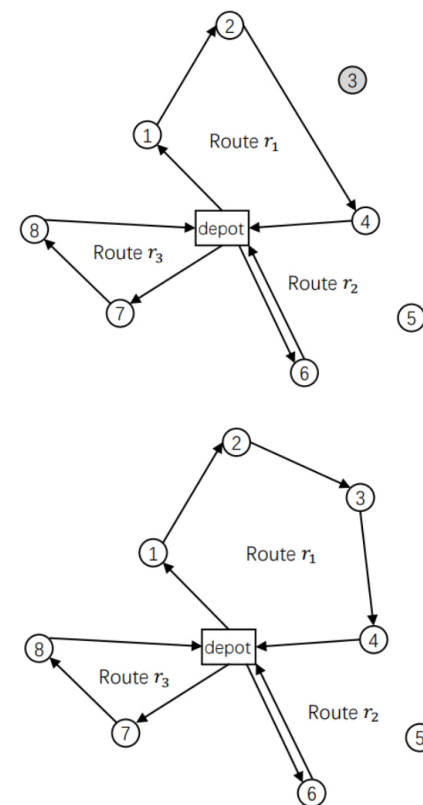
---

**Algorithm 1:** Nearest/farthest algorithm

---

```
1  $S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 
2 solutions  $\leftarrow []$ 
3 for  $t = 1$  to  $m$ :
4   if  $S$  is empty:
5      $\perp$  break
6    $i \leftarrow$  nearest/farthest customers from depot  $\in S$ 
7   customers  $\leftarrow [i]$ 
8   remove  $i$  from  $S$ 
9   while  $S$  is not empty:
10     $j, p \leftarrow$  a customer  $\in S$  that can be add to customers
11    at  $p$  and causes least detour distance
12    if  $j$  not exists:
13       $\perp$  break
14    insert  $j$  into customers at  $p$ 
15    remove  $j$  from  $S$ 
16  append customers to solutions
```

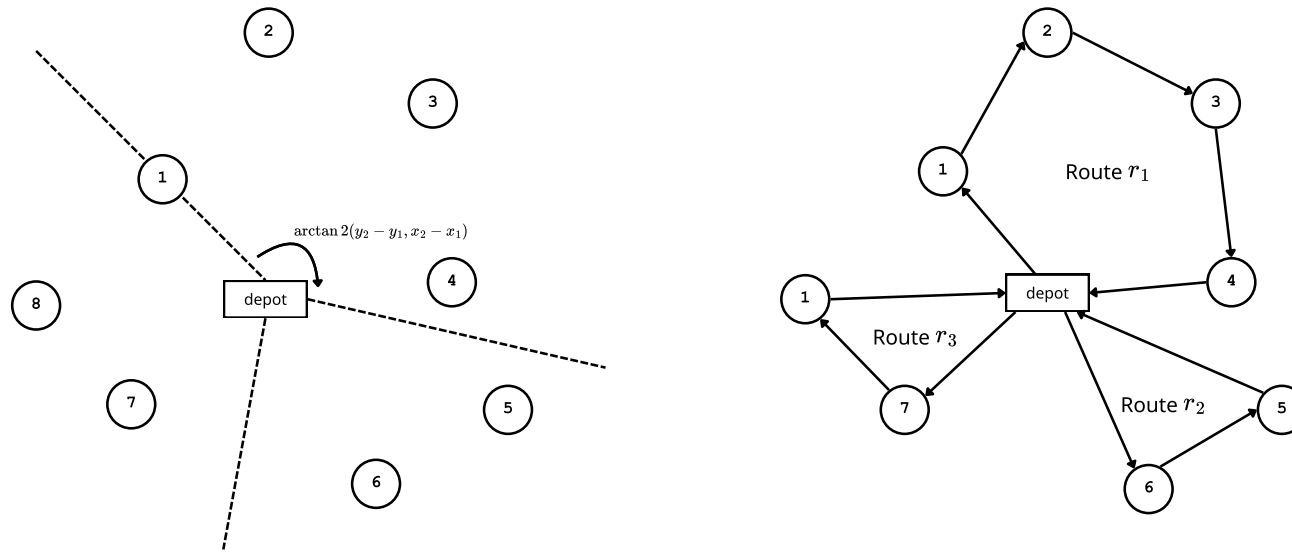
---



Hình 1: Minh họa  
thuật toán chèn

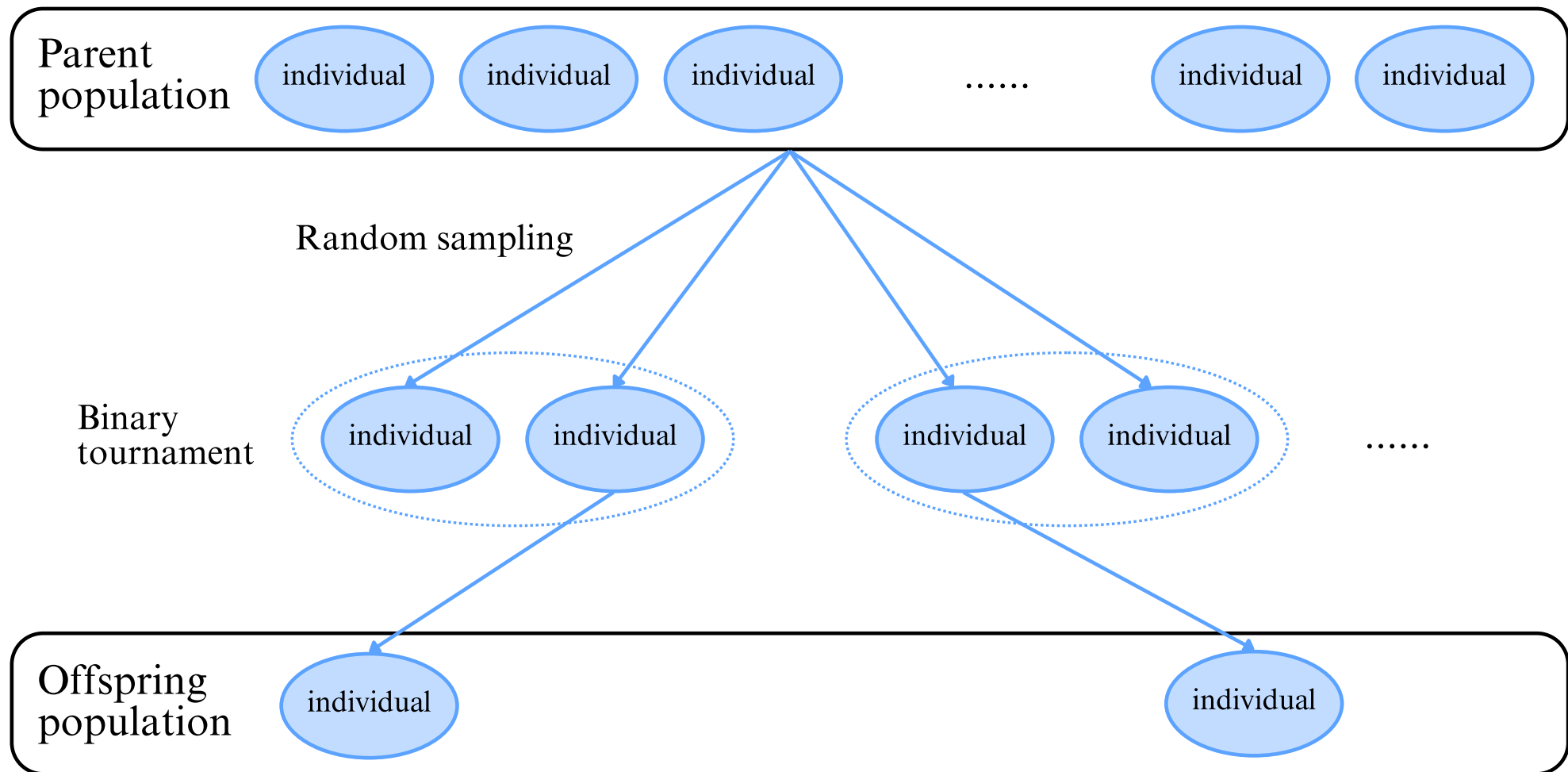
# Sweep

- Sắp xếp các khách hàng theo góc giữa nó và điểm xuất phát.
- Thêm các khách hàng cho đến khi quá trọng tải.
- Với mỗi chuyến đi:
  - Sắp xếp các khách hàng có time window ngắn ( $< 50\%$ ) tăng dần theo  $l_i$
  - Chèn lại các khách hàng có time window dài sao cho khoảng cách tăng là ít nhất.



Hình 2: Minh họa thuật toán Sweep

# Lai tạo



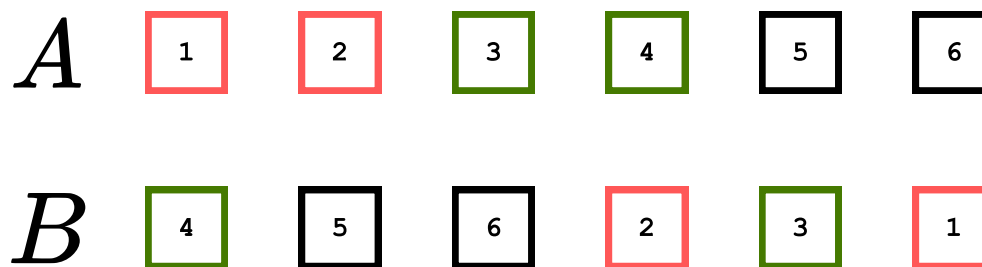
$$f_P(S) = f_P^{\mathcal{L}}(S) + \left(1 - \frac{n^{\text{ELITE}}}{|P|}\right) f_P^{\text{DIV}}(S)$$

- $f_P^{\mathcal{L}}(S)$  là hạng của lời giải  $S$ , sắp xếp theo chất lượng lời giải.

# Đánh giá độ phù hợp

$$f_P(S) = f_P^{\varphi}(S) + \left(1 - \frac{n^{\text{ELITE}}}{|P|}\right) f_P^{\text{DIV}}(S)$$

- $f_P^{\text{DIV}}(S)$  là hạng của lời giải  $S$ , khi xét khả năng mở rộng
- $\Delta(S) = \frac{1}{n^{\text{CLOSEST}}} \sum_{S_2} d(S, S_2)$

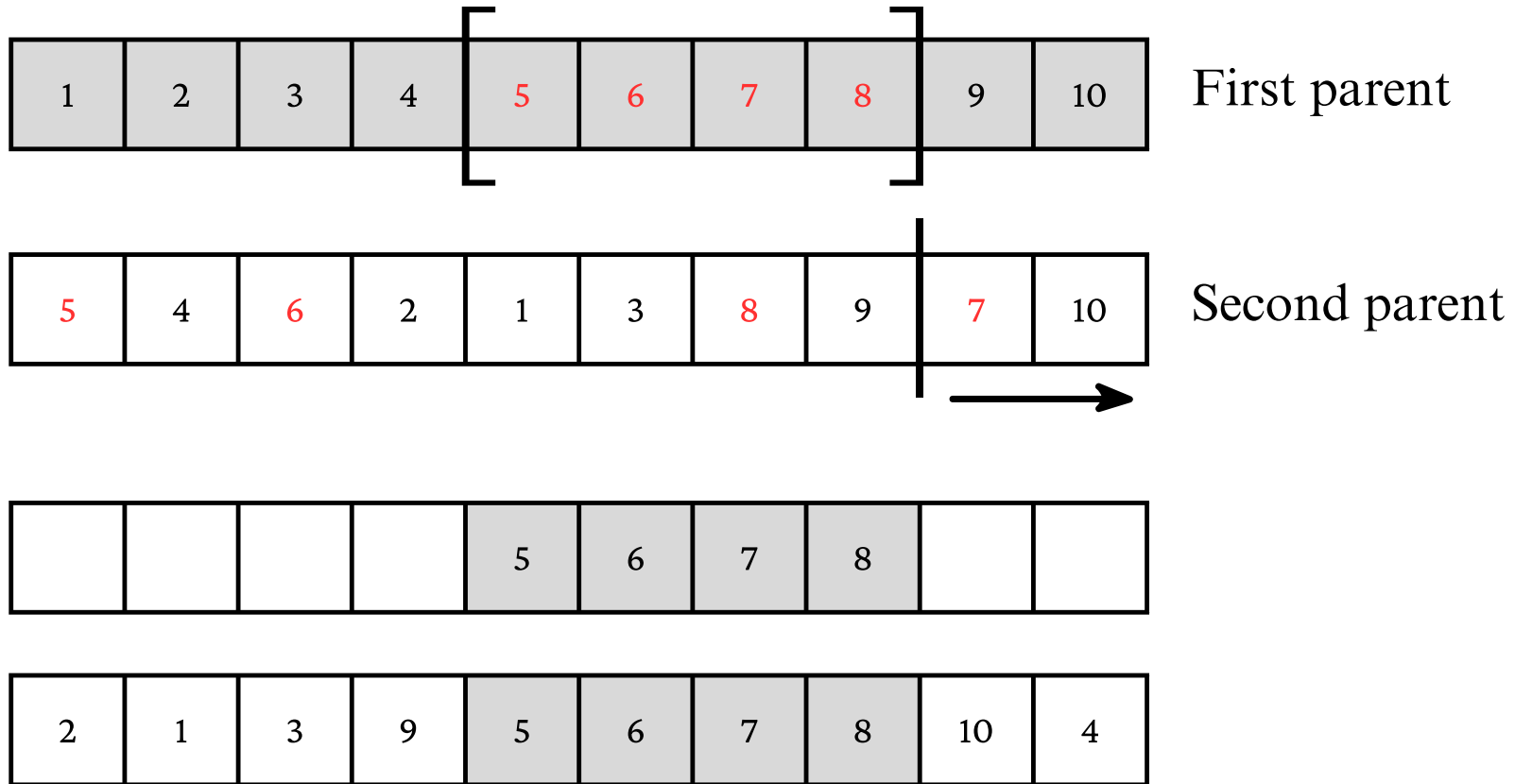


$$d(A, B) = 2$$

$$f_P(S) = f_P^{\varphi}(S) + \left(1 - \frac{n^{\text{ELITE}}}{|P|}\right) f_P^{\text{DIV}}(S)$$

- Hệ số  $\left(1 - \frac{n^{\text{ELITE}}}{|P|}\right)$  được sử dụng để đảm bảo ta vẫn giữ lại được  $n^{\text{ELITE}}$  lời giải chất lượng tốt nhất trong suốt quá trình tìm kiếm

# Crossover operator





---

**Algorithm 2:** Classical Split Algorithm: Fleet limited to  $m$  vehicles

---

```
1 for  $k \leftarrow 1$  to  $m$  do
2   for  $t \leftarrow 1$  to  $n$  do
3      $f[k][t] \leftarrow \infty$ ;
4  $f[0][0] \leftarrow 0$ 
5 for  $k \leftarrow 1$  to  $m$  do
6   for  $i \leftarrow 0$  to  $n$  do
7      $j \leftarrow i + 1$ ;
8     while  $j \leq n$  and  $\text{canAdd}(j)$  do
9       if  $f[k][j] > f[k-1][i] + \text{cost}(i+1, j)$  then
10          $f[k][j] \leftarrow f[k-1][i] + \text{cost}(i+1, j)$ ;
11          $\text{pred}[k][j] \leftarrow i$ 
12        $j \leftarrow j + 1$ ;
```

---

# Thuật toán SPLIT

$$\text{dominates}(i, j) \equiv \begin{cases} p[i] + d_{0,i+1} - D[i+1] + \alpha \times (Q[j] - Q[i]) \leq p[j] + d_{0,j+1} - D[j+1] & \text{if } i < j \\ p[i] + d_{0,i+1} - D[i+1] \leq p[j] + d_{0,j+1} - D[j+1] & \text{if } i > j \end{cases}$$

Trong đó: •  $c(i, j) = d_{0,i+1} + D[j] - D[i+1] + d_{j,0} + \alpha \times \max\{Q[j] - Q[i] - Q, 0\}$

- $D[i] = \sum_{k=1}^{i-1} d_{k,k+1}$

- $Q[i] = \sum_{k=1}^i q_k$

---

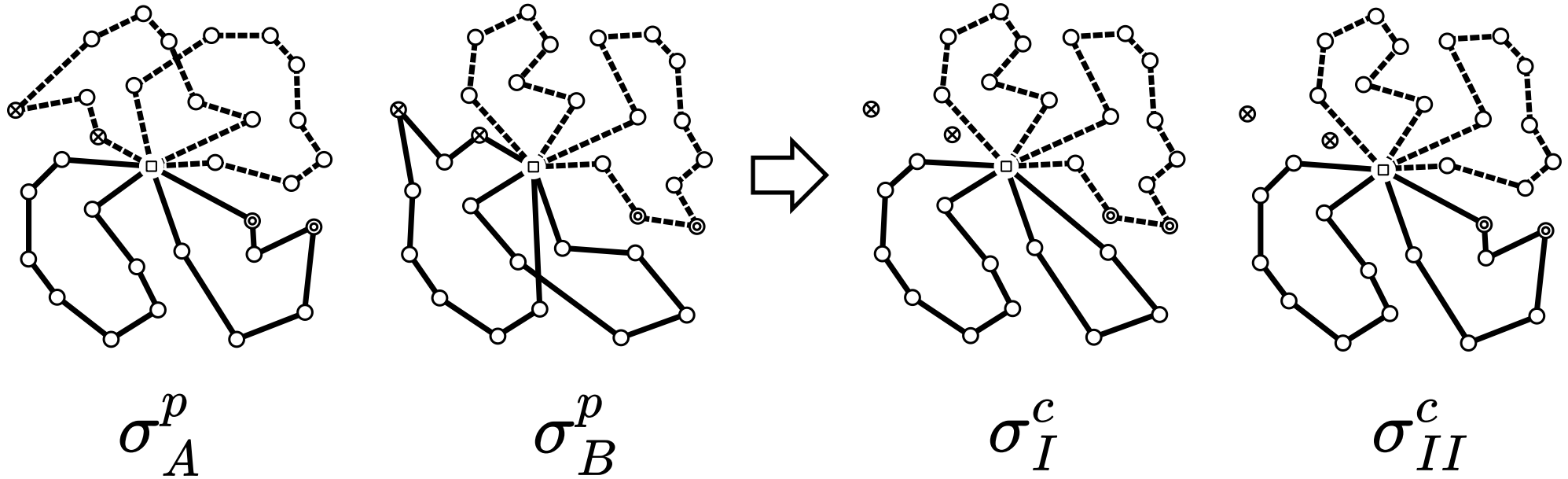
## Algorithm 3: Linear Split

---

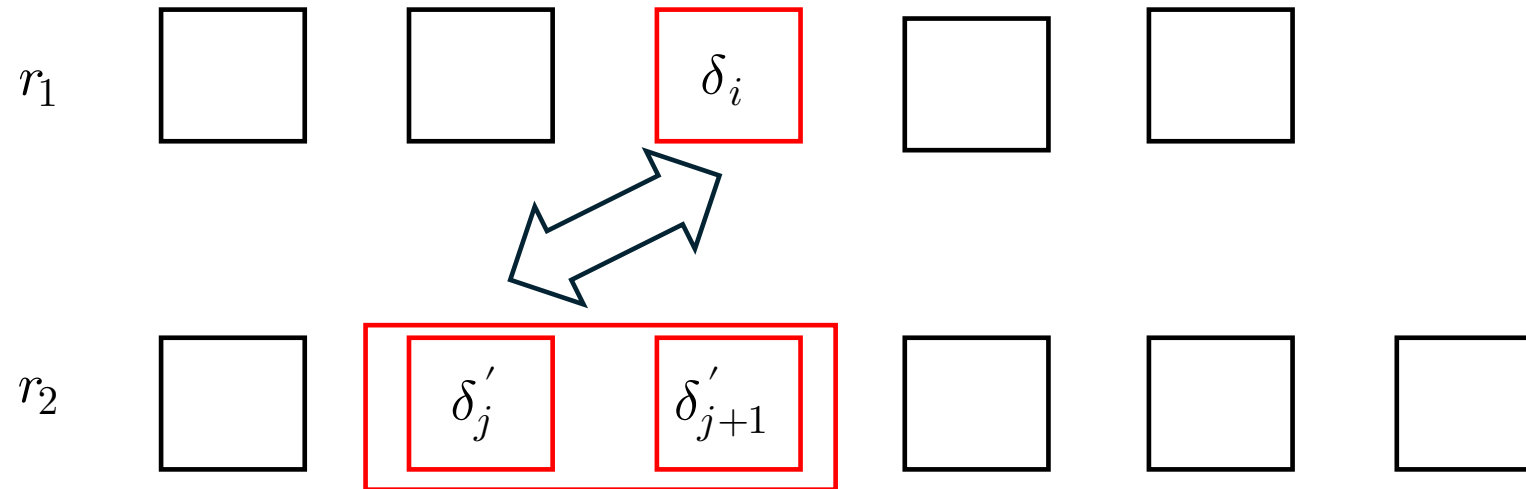
```
1  $p[0] \leftarrow 0$ 
2  $S \leftarrow (0)$ 
3 for  $t \leftarrow 0$  to  $n$  do
4    $p[t] \leftarrow p[\text{front}] + f(\text{front}, t)$ 
5    $\text{pred}[t] \leftarrow \text{front}$ 
6   if  $t < n$  then
7     if not  $\text{dominates}(\text{back}, t)$  then
8       while  $|S| > 0$  and  $\text{dominates}(t, \text{back})$  do
9          $\text{popBack}()$ 
10       $\text{pushBack}(t)$ 
11      while  $|S| > 1$  and  $p[\text{front}] + f(\text{front}, t+1) \geq p[\text{front2}] + f(\text{front2}, t+1)$ 
12       $\text{popFront}()$ 
```

---

# Selective Route Exchange (SREX)

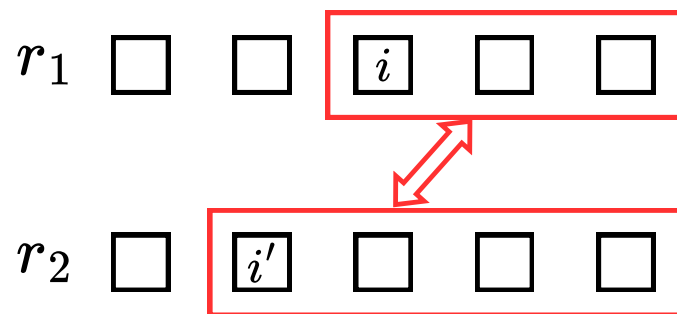


# Local Search

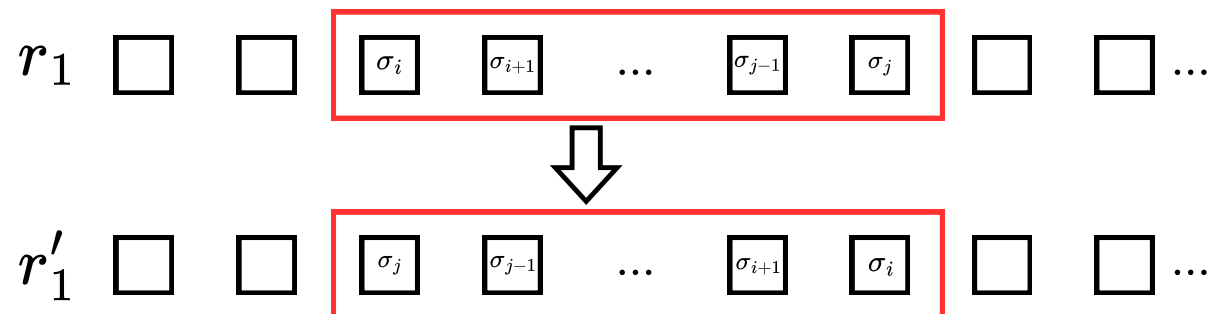


Swap and relocate

# Local Search

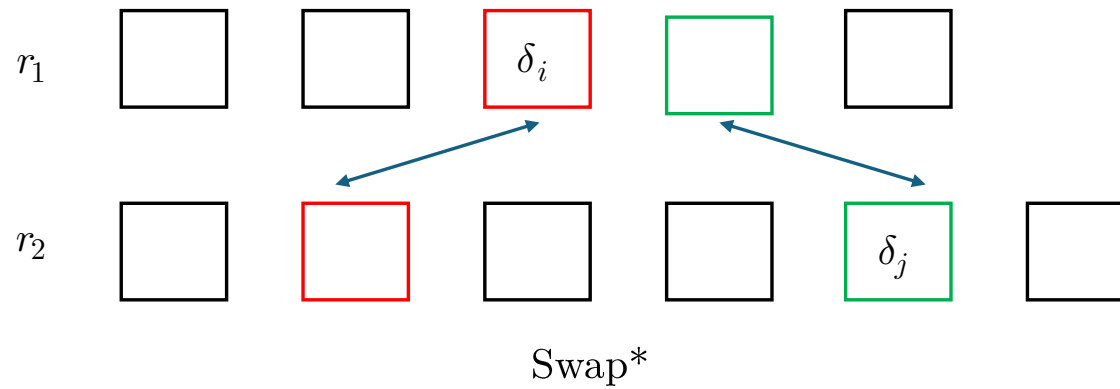
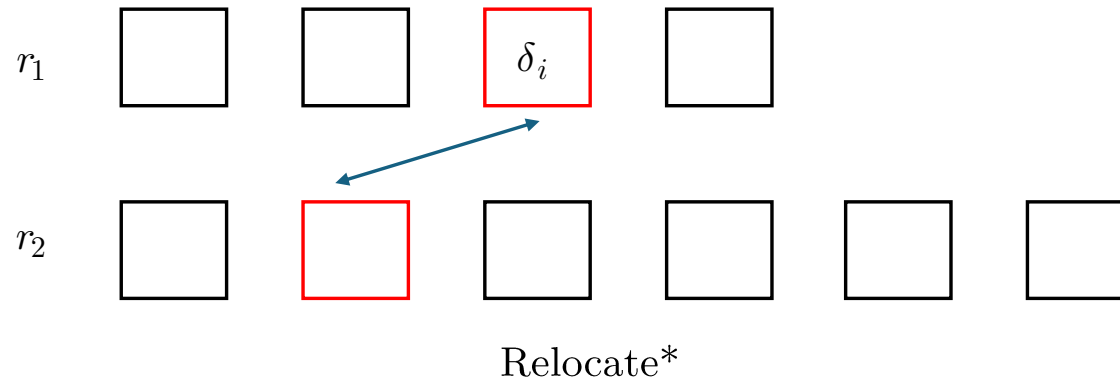


$2 - opt^*$



$2 - opt$

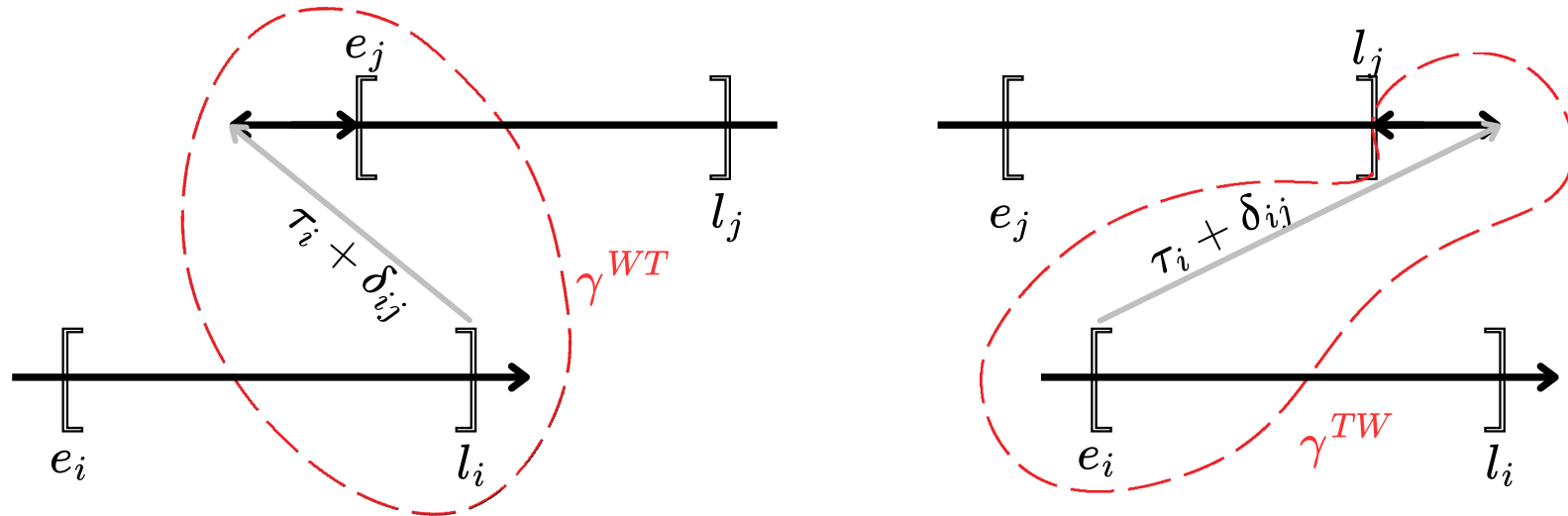
# Local Search



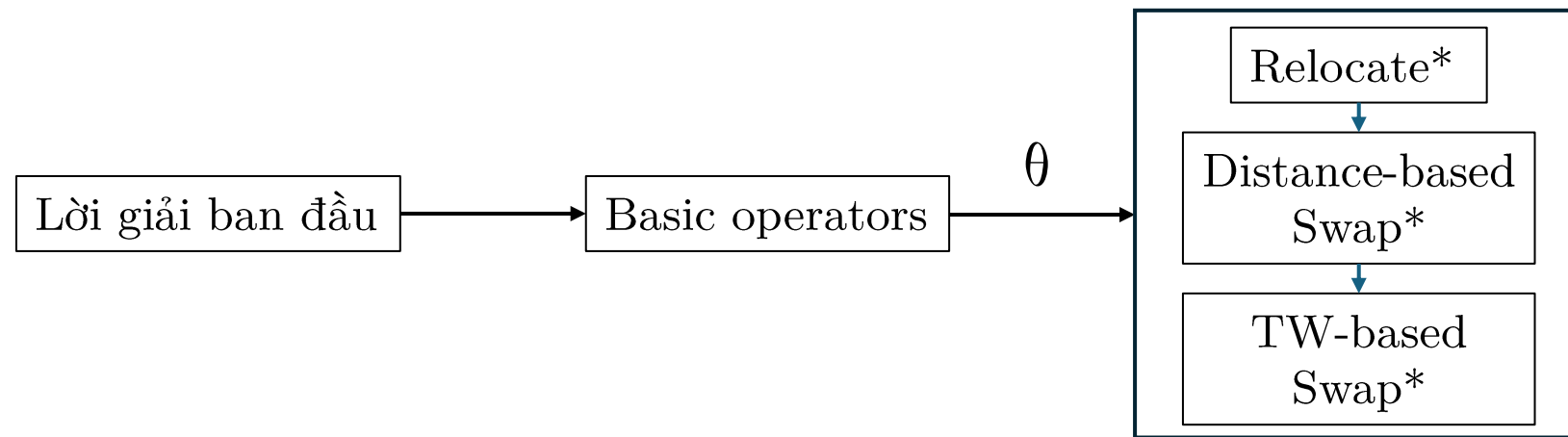
# Local Search

Với mỗi khách hàng  $i$ , ta định nghĩa một tập  $\Gamma(i)$  gồm  $\Gamma$  khách hàng gần  $i$  nhất theo độ đo tương quan dưới đây:

$$\gamma(i, j) = c_{ij} + \gamma^{\text{WT}} \max(e_j - \tau_i - \delta_{ij} - l_i, 0) + \gamma^{\text{TW}} \max(e_i + \tau_i + \delta_{ij} - l_j, 0)$$



# Local Search





# Lựa chọn tham số

$$\text{Ban đầu: } \begin{cases} \omega^Q \leftarrow 1 \\ \omega^{\text{TW}} \leftarrow 1 \end{cases}$$

Sau 100 lần lặp:  $\omega^Q, \omega^{\text{TW}}$  sẽ  $\begin{cases} \text{tăng 20\% nếu } < 15\% \text{ lời giải hợp lệ} \\ \text{giảm 15\% nếu } > 25\% \text{ lời giải hợp lệ} \\ \text{tăng lên 100\% nếu không tìm được lời giải hợp lệ} \end{cases}$

# Lựa chọn tham số

Các hằng số cố định:  $n^{\text{ELITE}} = 4$ ,  $n^{\text{CLOSEST}} = 5$ ,  $\lambda = 40$ .

Có hành trình dài ( $> 25$ khách)	Có khách hàng với ràng buộc thời gian rộng ( $> 70\%$ )	Hành động
✓		$\theta = 15\%$ , $\mu = 25$ , $\Gamma = 40$ , tăng $\mu$ và $\Gamma$ lên 5 sau 10000 lần lặp
X	X	$\theta = 100\%$ , $\mu = 25$ , $\Gamma = 40$ , tăng $\mu$ lên 5 sau 10000 lần lặp
X	✓	$\theta = 100\%$ , $\mu = 25$ , $\Gamma = 20$ , tăng $\mu$ lên 5 sau 20000 lần lặp

Sau 10000 lần lặp mà không có cải tiến nào, ta reset lại quần thể và vẫn giữ nguyên tham số cũ.

```
1 Initialize population;
2 while number of iterations without improvement  $< It_{NI}$  and time  $< T_{MAX}$  do
3   Select parent solutions  $P_1$  and  $P_2$ ;
4   Apply crossover operators on  $P_1$  and  $P_2$  to generate an offspring  $C$ ;
5   Educate offspring  $C$  by local search;
6   Insert  $C$  into respective subpopulation;
7   if  $C$  is infeasible then
8     With 50% probability, repair  $C$  (local search) and insert it into respective
      subpopulation;
9   if maximum subpopulation size reached then
10     Select survivors;
11   Adjust penalty coefficients for infeasibility;
12 Return best feasible solution;
```

# Mục lục

1. Giới thiệu
2. Thuật toán
- 3. Kết quả**

# Kết quả

Thuật toán được tác giả chạy thử nghiệm trên bộ dữ liệu của Solomon và Homberger<sup>1</sup>, và cho ra kết quả như sau:

Dataset	C1	C2	R1	R2	RC1	RC2	Mean
Solomon	0,000%	0,000%	-0,003%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
GH200	0,000%	0,004%	0,001%	0,009%	0,016%	0,026%	0,009%
GH400	0,000%	0,000%	-0,009%	0,028%	-0,030%	-0,050%	-0,010%
GH600	-0,014%	0,022%	0,047%	-0,022%	-0,012%	-0,123%	-0,017%
GH800	0,030%	-0,018%	0,147%	0,090%	0,112%	-0,222%	0,023%
GH1000	0,123%	-0,013%	0,174%	-0,090%	0,094%	-0,158%	0,022%
Mean	0,023%	-0,001%	0,060%	0,002%	0,030%	-0,088%	0,004%

(a) Gap to reference solution

Dataset	C1	C2	R1	R2	RC1	RC2	Mean
Solomon	0,000%	0,000%	-0,001%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%
GH200	0,001%	0,006%	0,014%	0,016%	0,025%	0,033%	0,016%
GH400	0,011%	0,014%	0,051%	0,065%	0,026%	-0,017%	0,025%
GH600	0,037%	0,060%	0,252%	0,128%	0,181%	0,010%	0,111%
GH800	0,082%	0,028%	0,424%	0,286%	0,312%	0,037%	0,195%
GH1000	0,207%	0,020%	0,479%	0,188%	0,319%	0,048%	0,210%
Mean	0,056%	0,021%	0,203%	0,114%	0,144%	0,019%	0,093%

(b) Primal Integral (PI)

<sup>1</sup><https://www.sintef.no/projectweb/top/vrptw/>