Комбинаторика (Combinatorics) Выбор без возвращения

Сочетанием (combination) из n элементов по r называется любое подмножество G мощности r — неупорядоченный выбор без возвращения (unordered selection, no repetition)

Количество различных сочетаний из n по r ($r \le n$)

$$C_n^r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{A_n^r}{r!} \qquad \qquad \bullet \quad , \quad \bullet$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
, $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$,

$$(x+y)^n = C_n^0 y^n + C_n^1 y^{n-1} x + \ldots + C_n^n x^n = \sum_{r=0}^n C_n^r x^r y^{n-r}$$

$$C_n^0 = C_n^n = 1,$$
 $\sum_{r=0}^n C_n^r = 2^n,$ $\sum_{r=0}^n (-1)^r C_n^r = 0$

Треугольник Паскаля (Pascal's triangle)

"Треугольник Паскаля так прост, что выписать его сможет даже десятилетний ребенок.

В то же время он таит в себе неисчерпаемые сокровища

и связывает воедино различные аспекты математики,

не имеющие на первый взгляд между собой ничего общего.

Столь необычные свойства позволяют считать треугольник Паскаля

одной из наиболее изящных схем во всей математике."

1 Row 0
1 1 Row 1
1 2 1 Row 2
1 3 3 1 Row 3
1 4 6 4 1 Row 4
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 8 4 1 26 1 26 8 4 36 9 1
1 10 4 5 1 20 2 10 2 5 2 2 10 1 20 4 5 1 0 1
1 1 1 55 1 65 3 3 0 4 6 2 4 6 2 3 3 0 1 6 5 5 5 1 1 1 1
1 1 2 66 2 2 0 4 9 5 7 9 2 9 2 4 7 9 2 4 9 5 2 2 0 6 6 1 2 1
1 3 7 8 2 8 6 7 1 5 1 2 8 7 1 7 1 6 1 7 1 6 1 2 8 6 7 8 1 3 1

Мартин Гарднер

Blaise Pascal (1623-1662)

 $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k \qquad C_n^r = C_n^{n-r}$

http://ptri1.tripod.com/ http://www.arbuz.uz/u treug.html http://global.britannica.com/EBchecked/topic/445453/Pascals-triangle