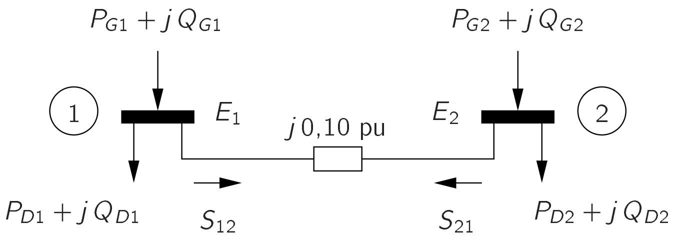
ET720 - Sistemas de energia elétrica I
Capítulo 2 – Cálculo de fluxo de carga
Exercícios

2.1 Considere o sistema mostrado a seguir.

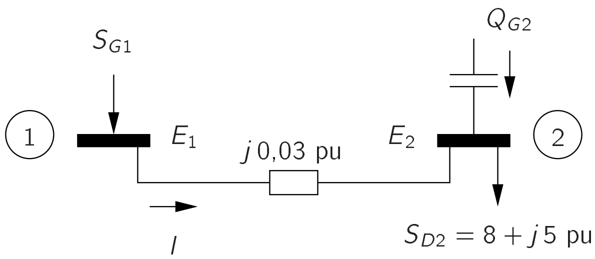


Sendo $V_1 = 1{,}1$ pu, $V_2 = 1$ pu, $P_{G1} = 0$, $P_{G2} = 6$ pu, $P_{D1} + j\,Q_{D1} = 5 + j\,3$ pu e $P_{D2} + j\,Q_{D2} = 1 + j\,1$ pu, determine:

(a) os fluxos de potência S_{12} e S_{21}.

(b) as potências reativas geradas Q_{G1} e Q_{G2}.

2.2 Considere o sistema mostrado a seguir.



(a) Considerando um perfil plano de tensão, isto é, $V_1 = V_2 = 1$ pu, determine Q_{G2} e S_{G1}.

(b) Calcule as perdas de potência na transmissão.

(c) Supondo que não há limite na geração de potência reativa do capacitor (Q_{G2}) e que o perfil plano de tensões deva ser mantido, determine a máxima potência ativa que pode ser demandada pela carga (a potência reativa consumida permanece em seu valor inicialmente definido) e a potência reativa Q_{G2} gerada nesta situação.

2.3 Considere o seguinte sistema de equações:

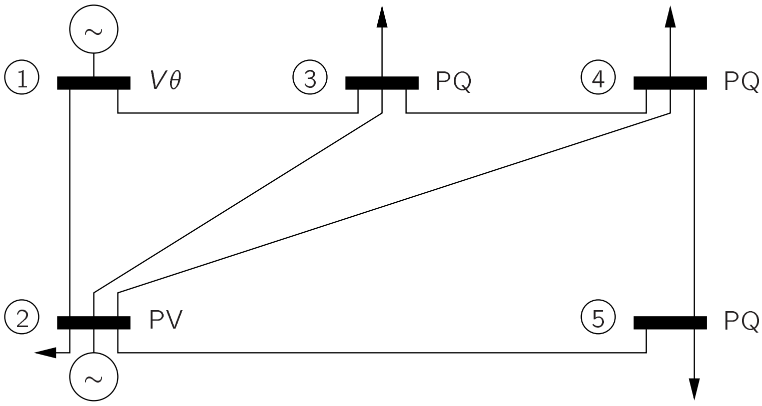
$$\begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 50 \end{bmatrix} \qquad\qquad \boldsymbol{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 4 \\ 9 \end{bmatrix}$$

(a) Resolva o sistema de equações pelo método de Newton para uma tolerância de 10^{-4} e tomando $\boldsymbol{x}^{(0)}$ como estimativa inicial para a solução do problema.

(b) A partir da matriz Jacobiana, obtenha o conjunto de valores iniciais (x_1, x_2) para os quais não ocorre a convergência. Obtenha os gráficos de $(x_1 \times x_2)$ para as duas equações e mostrar a região de valores iniciais para os quais não ocorre a convergência.

(c) Determine o número total de possíveis soluções para o sistema de equações e estime os valores iniciais para a obtenção de cada uma delas.

2.4 Considere a rede mostrada a seguir.

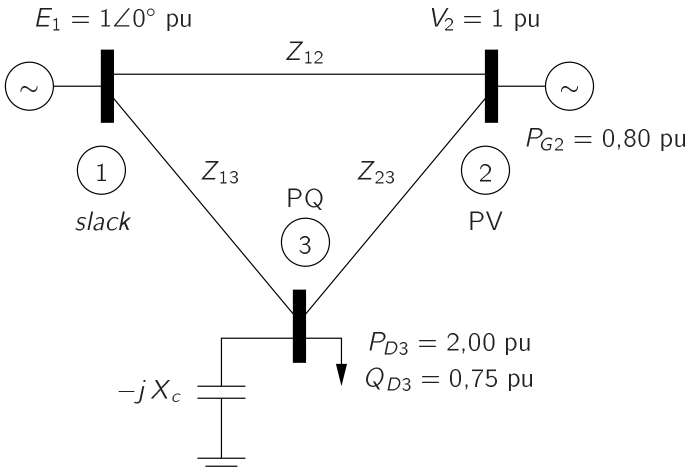


(a) Determine o número de elementos não nulos da matriz admitância da rede.

(b) Calcule o grau de esparsidade da matriz admitância da rede.

(c) Monte o sistema de equações mínimo para a obtenção de todas as tensões (magnitudes e ângulos de fase) da rede.

2.5 Considere a rede elétrica mostrada a seguir, em que $Z_{12} = Z_{13} = Z_{23} = 0{,}01 + j\,0{,}10$ pu e $X_c = 5{,}0$ pu.



Considerando a primeira iteração do método de Newton com inicialização *flat start* (magnitudes de tensão iguais a 1 pu e ângulos de fase iguais a zero), determine:

(a) a matriz admitância nodal Y.

(b) o *mismatch* de potência ativa ΔP_2.

(c) o *mismatch* de potência reativa ΔQ_3.

(d) a matriz Jacobiana.

2.6 Resolva pelo método de Newton as equações de fluxo de carga de uma rede de duas barras e uma linha cujos dados em por unidade são fornecidos a seguir. Adote uma tolerância de 10^{-4} pu para os *mismatches* de potência como critério de convergência.

Barra	Tipo	P_G	Q_G	P_C	Q_C	V	θ
1	$V\theta$	–	–	–	–	1,0	0,0
2	PQ	–	0,07	0,30	–	–	–

Linha	r	x	b^{sh} (*)
1-2	0,20	1,00	0,04

(*) Susceptância total da linha

2.7 Considere a rede de duas barras do exercício anterior.

(a) Verifique que, para o caso convergido, as perdas de potência ativa na linha de transmissão são de aproximadamente 0,02 pu (utilize as expressões gerais de fluxo de potência em ramos). Calcule também as perdas de potência reativa.

(b) Obtenha o estado da rede para um aumento de 50% na carga da barra 2, mantido o fator de potência do cenário original. Mostre a evolução do processo iterativo na forma de uma tabela com as variáveis relevantes.

(c) Verifique as variações percentuais das perdas de potência ativa e reativa na linha de transmissão.

(d) Forneça sugestões para aumentar a tensão na barra 2.

(e) Obtenha o estado da rede para as mesmas condições de carga do item **(b)** e com a conexão de um capacitor de 0,1 pu na barra 2. Mostre a evolução do processo iterativo na forma de uma tabela com as variáveis relevantes. Observe as alterações nas perdas de potência ativa e reativa com relação ao obtido em **(b)**.

2.8 Considere um sistema constituído de três barras e três linhas, cujos dados em pu estão tabelados a seguir:

Barra	Tipo	P_G	Q_G	P_C	Q_C	V	θ
1	$V\theta$	–	–	–	–	1,0	0,0
2	PQ	–	–	0,05	0,02	–	–
3	PV	–	–	0,15	–	0,98	–

Linha	r	x	b^{sh} (*)
1-2	0,10	1,00	0,01
1-3	0,20	2,00	0,02
2-3	0,10	1,00	0,01

(*) Susceptância total da linha

(a) Monte a matriz admitância $Y = G + jB$, tomando como referência o nó terra.

(b) Obtenha o sistema de equações para a obtenção do estado da rede.

(c) Determine a matriz Jacobiana para *flat start* ($V = 1$ pu e $\theta = 0$ caso os valores não sejam conhecidos).

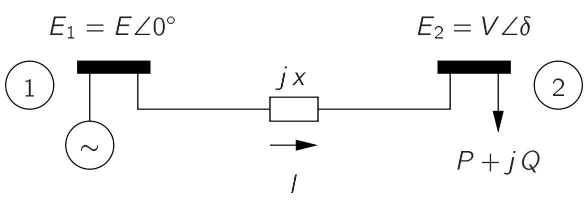
(d) Resolva o problema do fluxo de carga pelo método de Newton (obtenha as tensões nas barras e fluxos de potência nos ramos).

(e) Determine as matrizes **B'** e **B"** do método desacoplado rápido.

(f) Resolva o problema do fluxo de carga pelo método desacoplado rápido (obtenha as tensões nas barras e fluxos de potência nos ramos).

(g) Compare os resultados obtidos nos itens **(d)** e **(f)**.

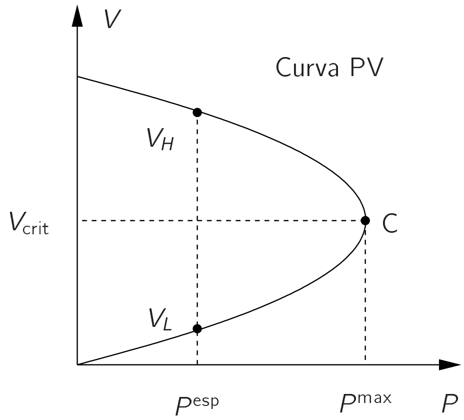
2.9 Considere a rede elétrica mostrada a seguir.



(a) Mostre que a tensão na carga pode ser calculada por:

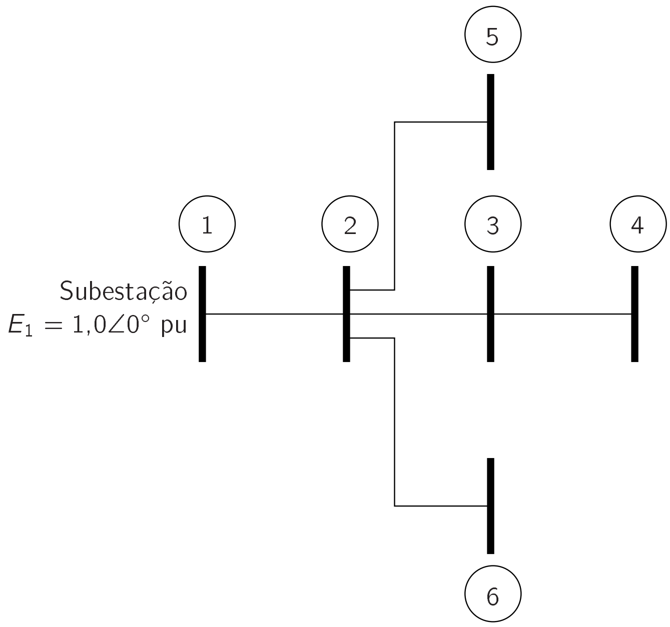
$$V^4 + \left[2xQ - E^2\right] V^2 + x^2 \left(P^2 + Q^2\right) = 0$$

(b) Para incrementos sucessivos da potência ativa especificada da barra de carga a partir de $P = 0$, as duas soluções positivas (V^H e V^L) da equação do item **(a)** propiciam a obtenção da *curva PV* mostrada a seguir.



O ponto C da curva PV corresponde à máxima potência que pode ser especificada na barra de carga, visto que ele corresponde à máxima potência que o gerador pode entregar à carga através da linha de transmissão. Neste ponto, conforme se pode notar na figura, $V^H = V^L = V_{\text{crit}}$. Verifique que a matriz Jacobiana das equações de fluxo de carga é singular nesse ponto.

2.10 Considere a rede de distribuição mostrada a seguir.



Os dados da rede são:

Ramo de	para	Resistência [pu]	Reatância [pu]	Potência ativa barra final [pu]	Potência reativa barra final [pu]
1	2	0,0020	0,0005	−0,50	−0,10
2	3	0,0020	0,0020	−1,50	−0,20
3	4	0,0020	0,0020	−5,00	−2,00
2	5	0,1000	0,0500	−0,50	−0,30
2	6	0,0200	0,0200	−1,00	−0,50

(a) Determine o estado da rede utilizando o método de Newton. Calcule as potências ativa e reativa na barra de referência. A tolerância dos *mismatches* é 0,01 pu. Apresente tabela com os maiores *mismatches* de potência ativa e reativa por iteração.

(b) Determine o estado da rede utilizando o método *back-forward sweep*. Calcule as potências ativa e reativa na barra de referência. A tolerância das magnitudes de tensões é 0,0005 pu. Apresente tabela com os maiores *mismatches* de magnitude de tensão por iteração.

Respostas

2.1

(a) $S_{12} = -5 + j\,2{,}30$ pu; $S_{21} = 5 + j\,0{,}2024$ pu

(b) $Q_{G1} = 5{,}30$ pu; $Q_{G2} = 1{,}2024$ pu

2.2

(a) $S_{G1} = 8 + j\,0{,}9747$ pu; $Q_{G2} = 5{,}974$ pu

(b) $P_p = 0$; $Q_p = 1{,}9494$ pu

(c) $P_{D2}^m = 33{,}33$ pu; $Q_{G2} = 38{,}33$ pu

2.3

(a) $x = \begin{bmatrix} 4{,}999985 & 10{,}000015 \end{bmatrix}^T$

(b) Não ocorre a convergência para $x_1 = x_2$.

(c) Soluções: $\{10, 5\}$ e $\{5, 10\}$

2.4

(a) 19

(b) 24%

(c)
$$\begin{aligned}
P_2^{esp} - P_2^{calc} &= 0\\
P_3^{esp} - P_3^{calc} &= 0\\
P_4^{esp} - P_4^{calc} &= 0\\
P_5^{esp} - P_5^{calc} &= 0\\
Q_3^{esp} - Q_3^{calc} &= 0\\
Q_4^{esp} - Q_4^{calc} &= 0\\
Q_5^{esp} - Q_5^{calc} &= 0
\end{aligned}$$

2.5

(a)
$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1{,}9802 - j\,19{,}802 & -0{,}9901 + j\,9{,}9010 & -0{,}9901 + j\,9{,}9010 \\ -0{,}9901 + j\,9{,}9010 & 1{,}9802 - j\,19{,}802 & -0{,}9901 + j\,9{,}9010 \\ -0{,}9901 + j\,9{,}9010 & -0{,}9901 + j\,9{,}9010 & 1{,}9802 - j\,19{,}602 \end{bmatrix}$$

(b) $\Delta P_2 = 0{,}8$ pu

(c) $\Delta Q_3 = -0{,}55$ pu

(d)
$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 19{,}802 & -9{,}9010 & -0{,}9901 \\ -9{,}9010 & 19{,}802 & 1{,}9802 \\ 0{,}9901 & -1{,}9802 & 19{,}402 \end{bmatrix}$$

2.6

$P_1 = 0{,}3206$ pu; $Q_1 = -0{,}0061$ pu

$V_2 = 0{,}975$ pu; $\theta_2 = -19{,}02^\circ$

2.7

(a) $Q_p = 0{,}0639$ pu

(b) $P_1 = 0{,}5066$ pu; $Q_1 = 0{,}1429$ pu
$V_2 = 0{,}875$ pu; $\theta_2 = -32{,}79°$

(c) 175%; 288%

(d)

(e) $P_1 = 0{,}5001$ pu; $Q_1 = 0{,}0043$ pu
$V_2 = 1{,}006$ pu; $\theta_2 = -29{,}49°$

2.8

(a) $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\,\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0{,}1485 & -0{,}0990 & -0{,}0495 \\ -0{,}0990 & 0{,}1980 & -0{,}0990 \\ -0{,}0495 & -0{,}0990 & 0{,}1485 \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} -1{,}4701 & 0{,}9901 & 0{,}4950 \\ 0{,}9901 & -1{,}9702 & 0{,}9901 \\ 0{,}4950 & 0{,}9901 & -1{,}4701 \end{bmatrix}$ pu

(b) $$\begin{aligned} P_2^{esp} - P_2^{calc} &= 0 \\ Q_2^{esp} - Q_2^{calc} &= 0 \\ P_3^{esp} - P_3^{calc} &= 0 \end{aligned}$$

(c) $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1{,}9604 & -0{,}9703 & 0{,}2 \\ -0{,}9703 & 1{,}4554 & -0{,}0970 \\ -0{,}1960 & 0{,}0970 & 1{,}98 \end{bmatrix}$

(d) $P_1 = 0{,}2033$ pu; $Q_2 = -0{,}0086$ pu
$V_2 = 0{,}983$ pu; $\theta_2 = -6{,}60°$
$V_3 = 0{,}980$ pu; $\theta_3 = -10{,}36°$

(e) $\mathbf{B'} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1{,}5 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B''} = \begin{bmatrix} 1{,}9702 \end{bmatrix}$

(f)

(g) Os resultados são idênticos.

2.9

(a)

(b)

2.10

(a) $S_1 = 8{,}92 + j\,3{,}36$ pu, $V_6 = 0{,}949\angle -0{,}48°$ pu

(b) Resultado idêntico ao item **(a)**.