ET720 – Sistemas de Energia Elétrica I

Capítulo 3 – Cálculo de curto-circuito

Carlos A. Castro

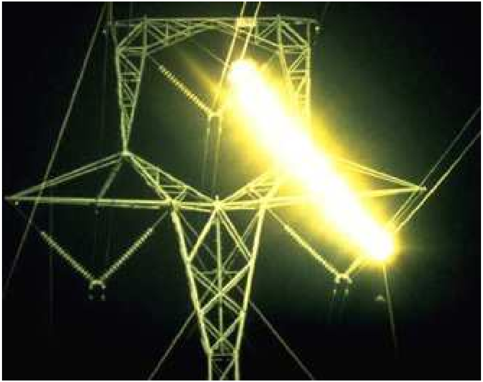
DSE/FEEC/UNICAMP

- Um sistema de potência está constantemente sujeito a ocorrências que causam distúrbios no seu estado normal

  Estas perturbações alteram as grandezas elétricas (corrente, tensão, frequência), muitas vezes provocando violações nas restrições operativas

  Nestes casos são necessárias ações preventivas e/ou corretivas para sanar ou limitar as suas consequências

- As perturbações mais comuns e mais severas são os curtos-circuitos ou faltas



- Um curto-circuito corresponde à perda de isolamento entre fases ou entre fase(s) e terra

  Essa perda de isolamento faz com que haja conexão entre dois pontos por uma impedância relativamente baixa

  A existência dessa impedância pequena resulta na passagem de uma elevada corrente e, consequentemente, de afundamentos de tensão no sistema elétrico

  Durante a falta ocorre a liberação localizada de uma considerável quantidade de energia que pode provocar grandes danos nas instalações elétricas, particularmente nos enrolamentos dos geradores e transformadores

- Quando ocorre um curto-circuito, a tensão da fonte (que modela o equivalente do sistema e/ou os geradores síncronos) é curto-circuitada através de uma impedância relativamente baixa (impedâncias da fonte + transformador + trecho da linha), resultando em correntes elevadas

  Portanto, um curto-circuito é caracterizado por uma elevação abrupta das correntes, acompanhada de quedas consideráveis das tensões

- Causas de curtos-circuitos:

Descrição	Código CEA	Incidência (%)		
		2007	2008	2009
Desconhecida/outras	0	8,91	15,77	14,88
Programada	1	N/C	N/C	N/C
Subtransmissão	2	0,97	1,22	1,00
Contatos de árvores	3	34,94	28,93	20,30
Descargas atmosféricas	4	16,68	8,75	2,15
Defeito de equipamentos	5	22,30	27,67	44,42
Clima adverso	6	4,23	5,60	3,39
Ambiente adverso	7	0,88	1,04	0,90
Elemento humano	8	0,49	0,29	0,62
Interferência externa	9	10,60	10,73	12,34
	Total	100,00	100,00	100,00

Causas de curtos-circuitos

- Ao projetar um sistema, o objetivo básico é sempre fazê-lo com o lay-out otimizado, materiais de qualidade comprovada, e prevendo a execução da obra e a instalação de melhor qualidade
- No entanto, o sistema estará exposto às condições mais diversas e imprevisíveis, e falhas poderão ocorrer em pontos aleatórios da rede

Causas de curtos-circuitos

- Problemas de isolação – as tensões entre os condutores do sistema são elevadas, e rupturas para a terra ou entre os cabos poderão ocorrer por diversos motivos
  - Projeto inadequado da isolação dos equipamentos, estruturas ou isoladores
  - Material empregado (inadequado ou de má qualidade) na fabricação
  - Problemas de fabricação
  - Envelhecimento do próprio material

Causas de curtos-circuitos

- Problemas mecânicos – oriundos da natureza e que provocam ação mecânica
  - Ação do vento
  - Neve
  - Contaminação
  - Árvores
- Problemas elétricos – intrínsecos da natureza ou devidos à operação do sistema
  - Descargas atmosféricas diretas ou indiretas
  - Surtos de chaveamento (manobras)
  - Sobretensões

Causas de curtos-circuitos

- Problemas de natureza térmica – aquecimento nos cabos e demais equipamentos, que além de diminuir a vida útil, prejudica a isolação
  - Sobrecorrentes em consequência de sobrecargas
  - Sobretensões
- Problemas de manutenção
  - Substituição inadequada de peças e equipamentos
  - Pessoal não treinado e qualificado
  - Peças de reposição inadequadas
  - Falta de controle de qualidade na compra do material
  - Inspeção inadequada na rede
  - Podas de árvores

Causas de curtos-circuitos

- Problemas de outras naturezas
  - Atos de vandalismo
  - Atos de terrorismo
  - Queimadas
  - Inundações
  - Desmoronamentos

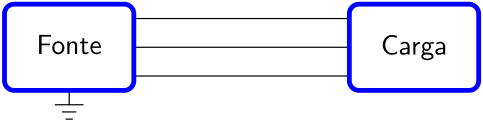
- A magnitude da corrente de falta depende de fatores como:
    - Tipo de curto-circuito (monofásico, trifásico, bifásico, franco, alta impedância)
    - Capacidade do sistema de geração
    - Topologia da rede elétrica
    - Tipo de aterramento do neutro dos equipamentos, etc.

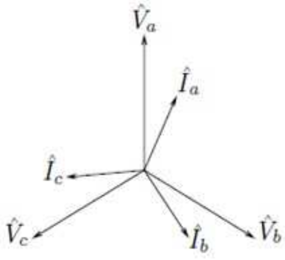
- A análise de curto-circuito é imprescindível tanto no planejamento como na operação e na manutenção de sistema de potência

  Os resultados dessa análise possibilitam tomadas de várias decisões técnicas e/ou econômicas

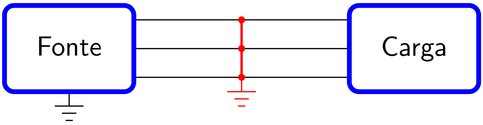
- O conhecimento prévio dos valores de curtos-circuitos numa rede elétrica é necessário para estudos e análises envolvendo:
  - Determinação da capacidade de interrupção dos equipamentos de chaveamento (disjuntores e fusíveis)
  - Cálculos de ajustes dos relés de proteção
  - Seleção de reatores limitadores de corrente
  - Cálculo de esforço mecânico nas estruturas dos equipamentos
  - Cálculos da malha de aterramento

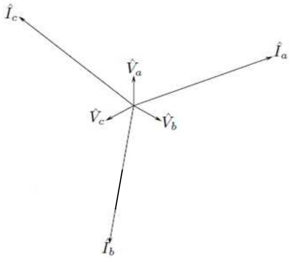
- Operação normal



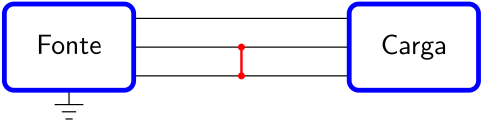


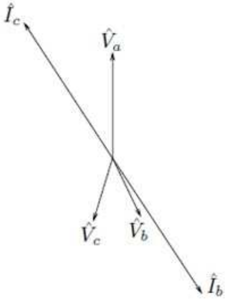
- Curto-circuito trifásico ou simétrico



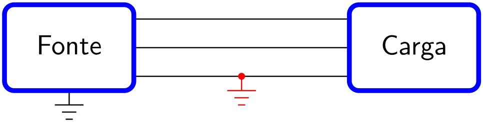


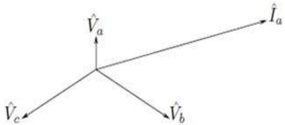
- Curto-circuito bifásico (fase-fase)

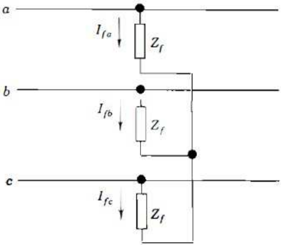




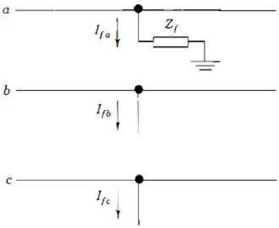
- Curto-circuito monofásico (fase-terra)



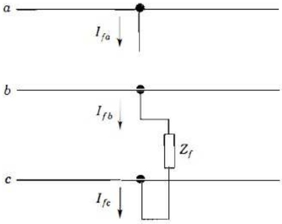




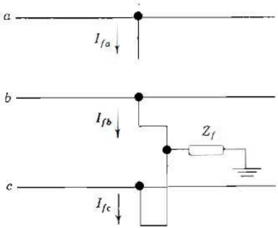
(a) Three-phase fault



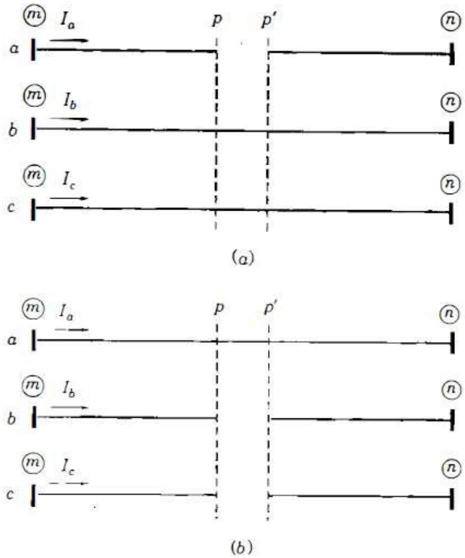
(b) Single line-to-ground fault



(c) Line-to-line fault



(d) Double line-to-ground fault



Open-conductor faults on a section of a three-phase system between buses (m) and (n): (a) conductor *a* open; (b) conductors *b* and *c* open between points *p* and *p*′.

Setor do SEP	Curto-circuito
Geração	6%
Subestação	5%
Linhas de transmissão	89%

Tipos de curtos-circuitos	Ocorrências
Trifásico	6%
Fase-fase	15%
Fase-fase-terra	16%
Fase-terra	63%

Curto-circuito fase-terra	Ocorrências
Permanente	4%
Temporário	96%

Consequências de um curto-circuito

- A corrente de curto-circuito I_{cc} provoca a dissipação de potência na parte resistiva do circuito, e o aquecimento pode ser quantificado por $k \cdot I_{cc}^2 \cdot r \cdot t$

  No ponto da falta, este aquecimento e o formato do arco podem provocar graves danos nas instalações elétricas, dependendo de I_{cc} e de t

  Portanto, para uma dada corrente de curto-circuito, o tempo t deve ser menor possível para reduzir os danos

Consequências de um curto-circuito

- A queda de tensão no momento de um curto-circuito provoca graves transtornos aos consumidores

  O torque dos motores é proporcional ao quadrado da tensão, portanto, no momento de um curto-circuito o funcionamento dos motores pode ser comprometido

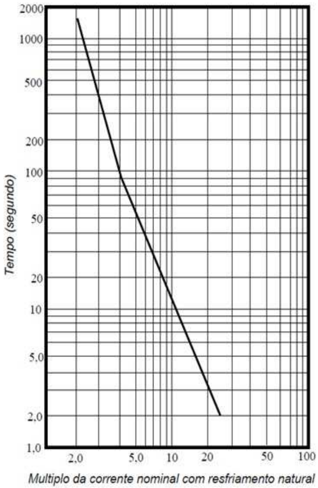
  Além disso, cargas como sistemas de iluminação, sistemas computacionais e sistemas de controle em geral são particularmente sensíveis às quedas de tensão

Consequências de um curto-circuito

- Uma queda abrupta da tensão provoca ainda a instabilidade na operação paralela de geradores, podendo causar a desagregação do sistema e a interrupção de serviço aos consumidores, pois:
  - Na condição de operação normal, o torque mecânico da turbina é equilibrada pelo torque elétrico frenante produzido pela carga elétrica do gerador, como resultado, a velocidade de rotação de todos os geradores é constante e igual a uma velocidade síncrona
  - Quando um curto-circuito ocorre na proximidade de uma barra de geração, a sua tensão atingirá valor próximo de zero e, portanto, a carga elétrica e o torque frenante do gerador se anularão
  - No mesmo instante, a quantidade da água (ou vapor) admitida na turbina continua sendo a mesma e seu torque continua invariante. Isso provocará o aumento da velocidade do turbogerador, pois a resposta do regulador de velocidade da turbina é lenta e pode ser incapaz de evitar a sua aceleração nos instantes iniciais

Consequências de um curto-circuito

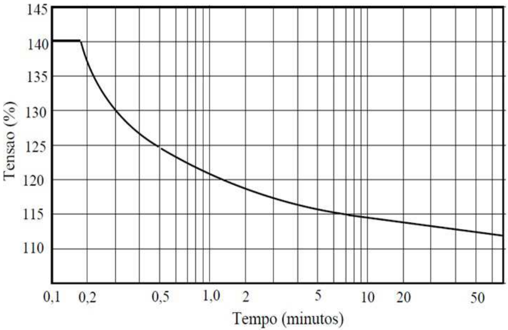
- Mudanças rápidas na configuração do sistema elétrico, provocadas pelo desequilíbrio entre a geração e a carga, após a retirada do circuito sob falta, podem causar sub ou sobretensões, sub ou sobrefrequências, ou ainda sobrecargas, podendo provocar condições anormais de operação, como:
    - Sobrecarga em equipamentos, devido à passagem de uma corrente acima do valor nominal. A sobrecarga frequente em equipamentos acelera a deterioração da isolação
    - Subfrequência e sobrefrequência, causada pelo súbito desequilíbrio entre a geração e a carga
    - Sobretensão, provocada pela súbita retirada da carga e pelo efeito capacitivo das linhas de transmissão



Curva de sobrecarga

Transformador

de potência



Curva de sobreexcitação

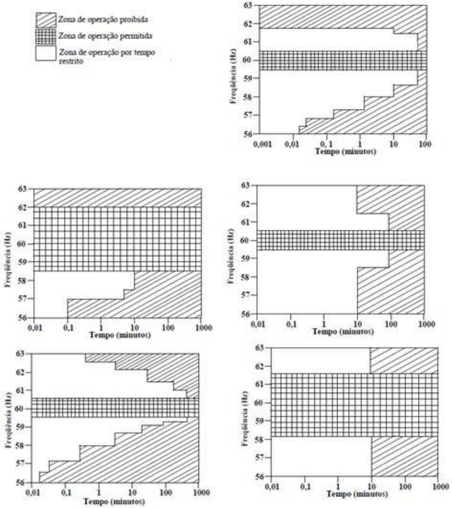


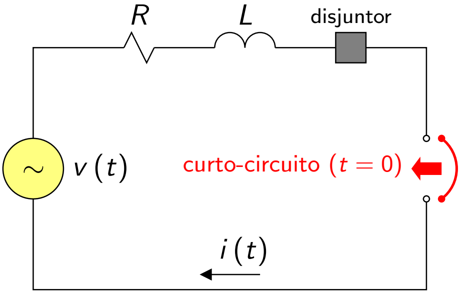
Diagrama de suportabilidade de variação de frequência de turbinas a vapor

- Os sistemas de potência são circuitos elétricos dinâmicos, ou seja, experimentam períodos transitórios após sofrerem alterações, sejam elas topológicas ou de seus parâmetros

  Dentre essas alterações está o curto-circuito

- A seleção de um disjuntor para a proteção de um sistema de potência depende:
  - da corrente que circula por ele em condições normais de operação
  - da máxima corrente que poderá circular por ele momentaneamente após uma falta
  - da corrente a qual ele é projetado para interromper

- Considere o circuito RL a seguir



$$v(t) = V_{max} \cdot \text{sen}\,(\omega t + \alpha)$$

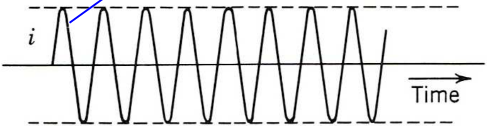
- A corrente de curto-circuito é dada por:

$$i\left(t\right)=\frac{V_{max}}{\left|Z\right|}\cdot\text{sen}\left(\omega t+\alpha-\theta\right)-\frac{V_{max}}{\left|Z\right|}\cdot\text{sen}\left(\alpha-\theta\right)\cdot\exp\left(-Rt/L\right)$$

em que

$$\begin{aligned}\left|Z\right| &= \sqrt{R^2+\left(\omega L\right)^2}\\ \theta &= \text{tg}^{-1}\left(\omega L/R\right)\end{aligned}$$

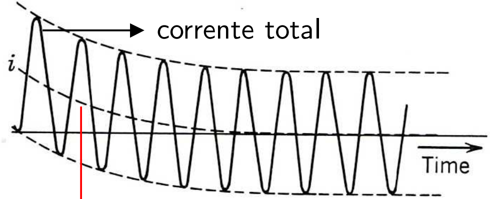
componente de regime permanente



(a)

(a) $\alpha - \theta = 0$

corrente total



(b)

componente transitória (dc offset)

(b) $\alpha - \theta = -\pi/2$

- Componente de regime permanente
  - Parcela calculada pelos programas de cálculo de curto-circuito
  - Utilizada no projeto do sistema de proteção
- Componente transitória
  - Parcela não calculada pelos programas de cálculo de curto-circuito
- Corrente total
  - Valor máximo utilizado para especificação dos diversos componentes do sistema

- Os programas de cálculo de curto-circuito tipicamente calculam somente a solução de corrente em regime permanente sob falta, ou seja, utilizam a seguinte formulação matricial/fasorial:

$$\boldsymbol{I} = \mathbf{Y}_{bus} \cdot \boldsymbol{V} \qquad \text{ou} \qquad \mathbf{Z}_{bus} \cdot \boldsymbol{I} = \boldsymbol{V}$$

  Isto reduz consideravelmente os cálculos envolvidos em redes de grande porte, pois utiliza-se uma formulação algébrica

- Entretanto, visto que o curto-circuito é um fenômeno dinâmico, os valores máximo de corrente ou o valor de corrente após um determinado tempo da ocorrência da falta são calculados empregando fórmulas aproximadas das normas (ANSI/IEEE ou IEC, por exemplo)

- O valor da corrente assimétrica em qualquer instante é calculado por:

$$I_{ass} = I_{ef} \cdot F \quad \begin{cases} F = \sqrt{2} \cdot \left[1 + \exp\left(-t/\tau\right)\right] \\ \tau = X/\omega R \cdot 1000 \quad [\text{ms}] \\ X/R = X_+/R_+ \quad \text{para curto-circuito } 3\phi \\ X/R = \left(2X_+ + X_0\right)/\left(2R_+ + R_0\right) \quad \text{para curto-circuito } 1\phi \end{cases}$$

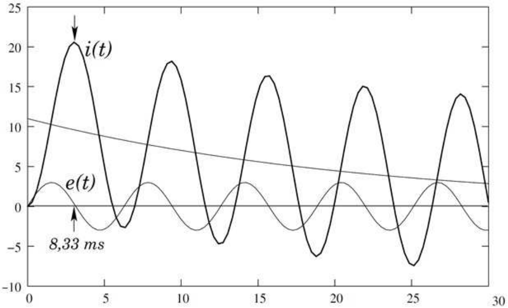
em que:

I_{ef}	–	valor eficaz da corrente obtida pelo programa de curto-circuito
t	–	tempo contado a partir do início da falta
τ	–	constante de tempo do circuito visto dos terminais do disjuntor

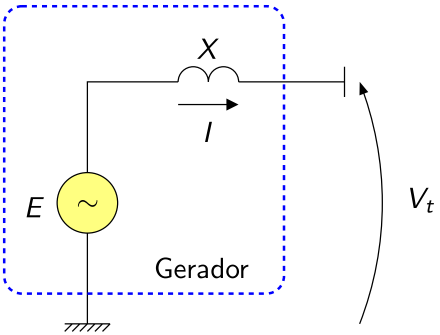
Exemplo

O valor do primeiro pico da corrente assimétrica para uma rede em 60 Hz, com $X/R = 17$ e $I_{ef} = 11/\sqrt{2}$ kA é:

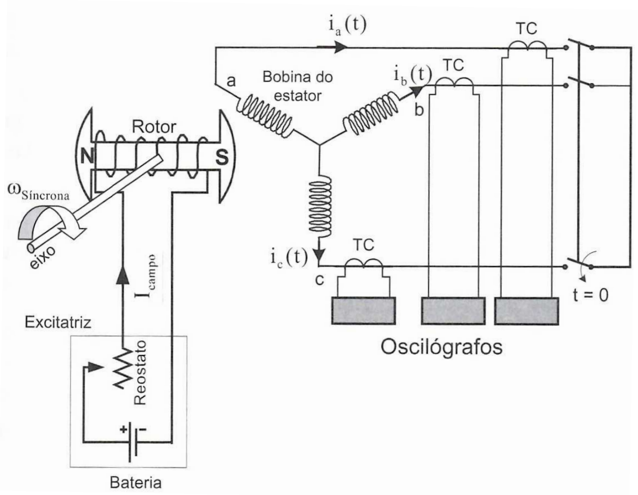
$$I_{ass} = \frac{11}{\sqrt{2}} \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot [1 + \exp(-8{,}33/45)]}_{F} = 20{,}1\,\text{kA}$$



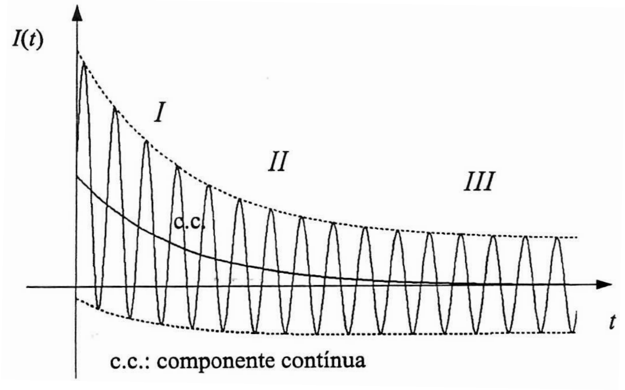
- Considere agora um gerador síncrono, cujo modelo por fase simples pode ser dado por:



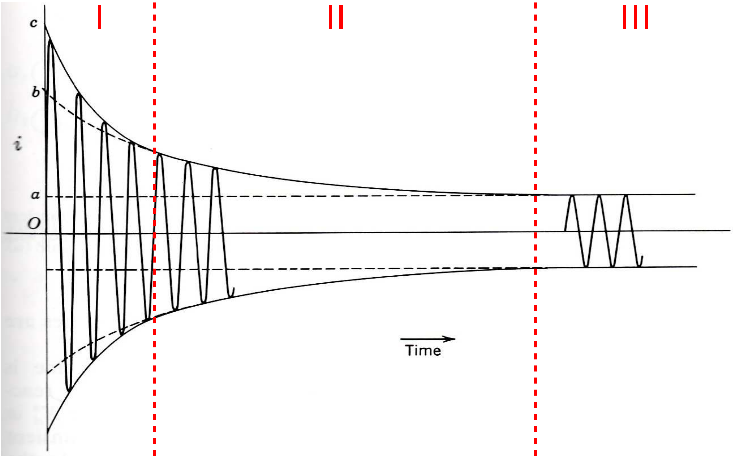
- Suponha que seja realizado o ensaio de curto-circuito da máquina:



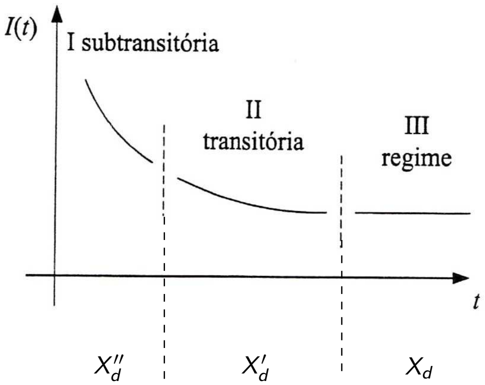
- A corrente de curto-circuito na armadura será:



- Eliminando a componente dc da corrente de curto-circuito tem-se:



- Observa-se três regiões, com taxas de decaimento diferentes, em função de mudanças no fluxo magnético devido à ação combinada do campo, armadura e do enrolamento amortecedor ou do ferro do rotor:



$$X_d'' < X_d' < X_d$$

- Considerando que a força eletromotriz interna do gerador permaneça constante:
  - Região I – corrente subtransitória de curto-circuito

$$I'' = \frac{E}{jX''_d}$$

  - Região II – corrente transitória de curto-circuito

$$I' = \frac{E}{jX'_d}$$

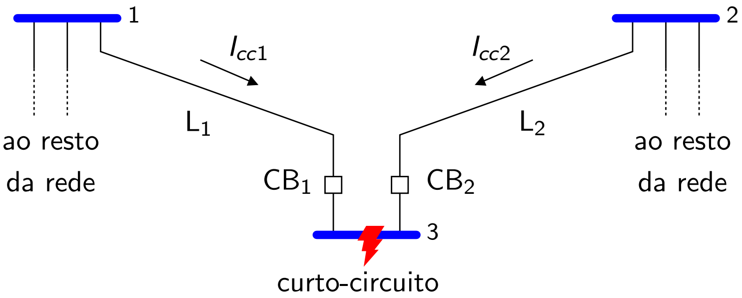
  - Região III – corrente de curto-circuito em regime permanente

$$I = \frac{E}{jX_d}$$

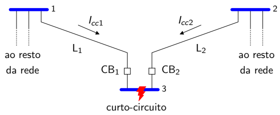
Exercícios propostos

2 , 8(a)-8(c)

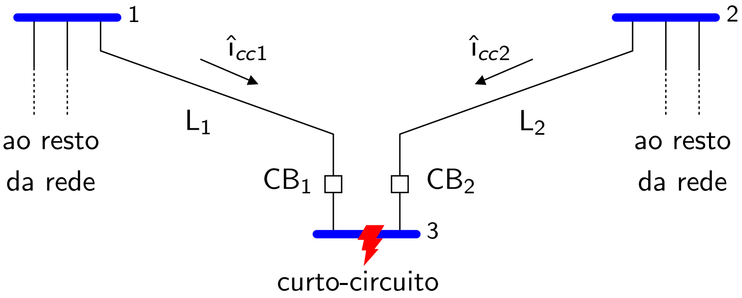
- Considere a parte de um sistema de transmissão mostrada a seguir



- Ao ocorrer um curto-circuito trifásico (simétrico) na barra 3:
  - a tensão na barra 3 cairá instantaneamente a zero
  - o restante da rede (à direita e à esquerda) irá imediatamente começar a alimentar a falta com as correntes de falta I_{cc1} e I_{cc2} através das barras 1 e 2
  - os valores dessas correntes serão determinadas pelas "forças" das barras 1 e 2 e pelas impedâncias das linhas L_1 e L_2
  - em geral essas correntes atingirão valores muitas vezes superiores às correntes normais das linhas, e os disjuntores CB_1 e CB_2 serão comandados para abrir, por intermédio dos sensores (relés), a fim de isolar a barra com falta

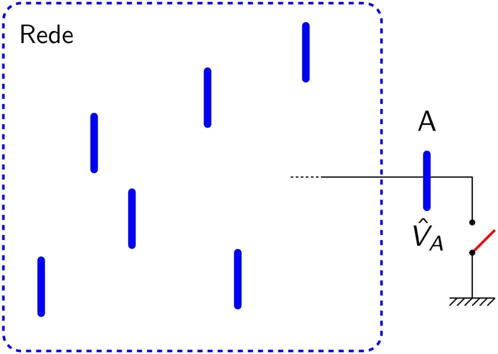


- Considere novamente a parte de um sistema de transmissão mostrada a seguir

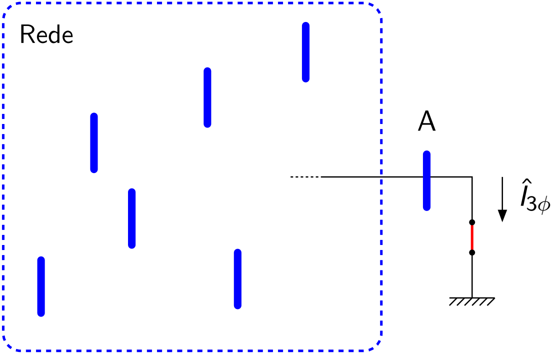


- Na ocorrência do curto-circuito, as tensões nas barras 1 e 2 e em todas as barras da rede cairão
- O valor dessa queda de tensão é uma indicação da “força” da rede
- É necessário medir essa “força”, bem como a severidade da influência dos curtos-circuitos
- Define-se então a capacidade de curto-circuito (também chamada de nível de falta) – SCC – da barra em questão

- Considere a rede a seguir, em que a barra A está inicialmente em vazio, e sua tensão de linha é $\hat{V}_A$.



- Suponha que a barra A seja submetida a um curto-circuito trifásico.



- A capacidade de curto-circuito trifásico é definida em termos da tensão pré-falta e da corrente de curto-circuito:

$$\mathrm{SCC}_{3\phi} = \sqrt{3}\, \hat{V}_A\, \hat{I}_{3\phi}^{*} \text{ [VA]}$$

- Adotando uma potência de base trifásica $S_{b,3\phi}$, tem-se:

$$S_{b,3\phi} = \sqrt{3}\, V_b\, I_b \text{ [VA]}$$
$$\mathrm{SCC}_{3\phi} = \hat{v}_A\, \hat{\imath}_{3\phi}^{*} \text{ [pu]}$$

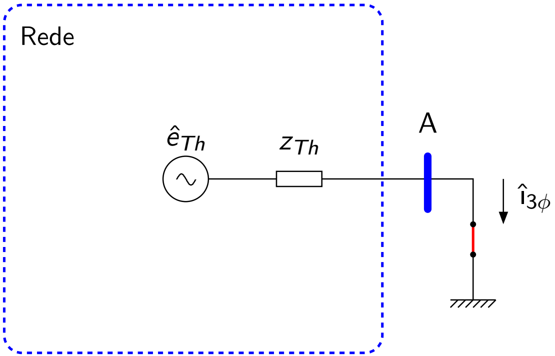
- Como normalmente $v_A \approx 1$:

$$\mathrm{SCC}_{3\phi} = \hat{\imath}_{3\phi}^{*} \text{ [pu]}$$

e

$$\mathrm{SCC}_{3\phi} = \hat{\imath}_{3\phi}^{*} \cdot S_{b,3\phi} \text{ [VA]}$$

- A rede pode ser representada por seu circuito equivalente de Thévenin, visto da barra A.



- Então:

$$\hat{\imath}_{3\phi} = \frac{\hat{e}_{Th}}{z_{Th}} \approx \frac{1}{z_{Th}}$$

$$z_{Th} = \frac{1}{\hat{\imath}_{3\phi}} = \frac{1}{\mathrm{SCC}^*}$$

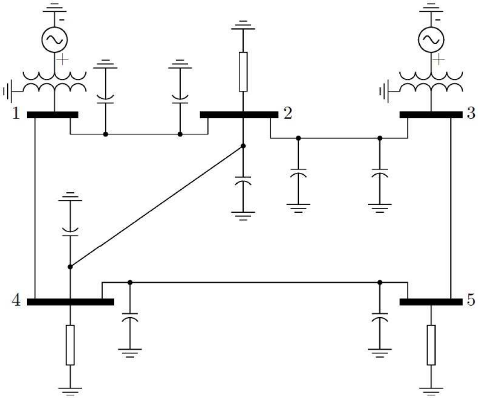
ou

$$\mathrm{SCC} = \frac{1}{z_{Th}^*}$$

- Embora a ocorrência de um curto-circuito seja um fenômeno dinâmico (equações diferenciais), pode-se empregar uma modelagem estática para análise do problema (equações algébricas – fasoriais)
- Nas simulações de curtos-circuitos são adotadas algumas simplificações que facilitam bastante os cálculos

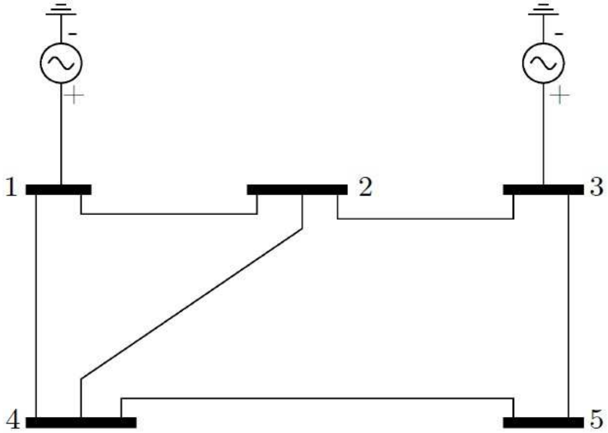
- Estas simplificações não introduzem erros consideráveis nos valores calculados e são válidas em virtude das correntes de curtos-circuitos serem muito maiores que as correntes de carga:
  - Todas as máquinas síncronas do sistema operam com tensão igual a $1{,}0\,\angle 0^\circ$ pu
  - Os parâmetros shunt das linhas são ignorados
  - As cargas são ignoradas
  - Todos os transformadores operam com tap na posição nominal
  - As redes de sequência negativa e positiva são consideradas iguais

- Considere a rede a seguir

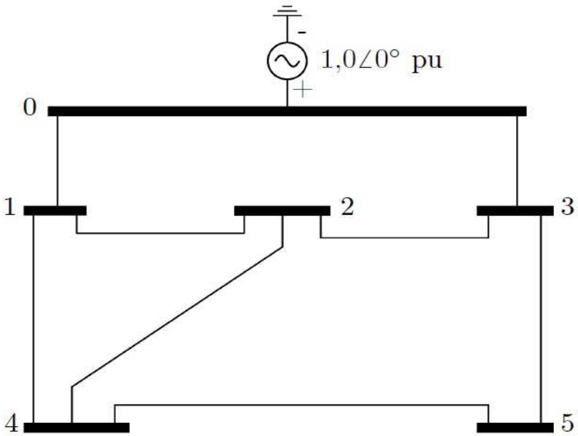


- Deseja-se simular a ocorrência de um curto-circuito simétrico na barra 5 e a respectiva corrente de curto-circuito

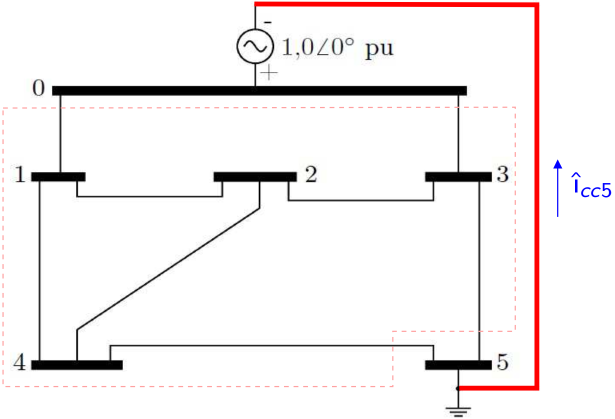
- Aplicando as hipóteses simplificadoras 2, 3 e 4:



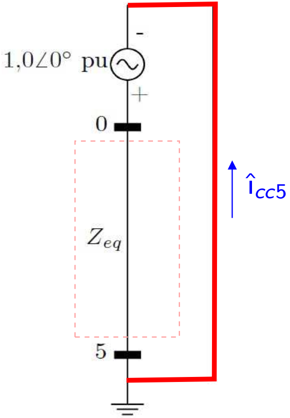
- Aplicando a hipótese simplificadora 1:



- Curto-circuito trifásico na barra 5:



- Para calcular a corrente de curto-circuito na barra 5 é necessário que se obtenha a impedância equivalente na barra 5:



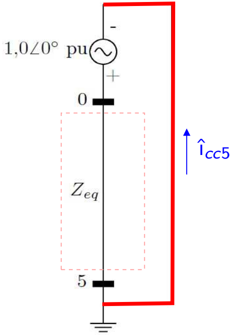
- Isto é conseguido por meio de técnicas de redução de circuitos
- Pode-se notar que, mesmo no caso de um sistema de pequenas dimensões, a tarefa é bastante trabalhosa

- Assim, o curto-circuito trifásico pode ser calculado por:

$$\hat{\imath}_{cc5} = \frac{1\,\angle 0^{\circ}}{Z_{eq}}$$

- A determinação do valor de curto-circuito total numa barra é apenas uma das necessidades
- Considerando-se que, por exemplo, para cálculos dos ajustes dos relés de proteção, são necessários fluxos de correntes nas linhas e tensões nas demais barras da rede, o método manual é incompleto

- Retomando o circuito reduzido, nota-se que, do ponto de vista da barra 5, tem-se a seguinte relação entre as grandezas mostradas e o circuito equivalente de Thévenin:



$$\hat{E}_{\text{Th}} = 1{,}0\,\angle 0^\circ$$
$$Z_{\text{Th}} = Z_{eq}$$

- Logo:

$$Z_{\text{Th}} = Z_{eq} = \frac{1{,}0\,\angle 0^\circ}{\hat{\imath}_{cc5}} \approx \frac{1}{\text{SCC}^*}$$

- É possível efetuar a análise de curto-circuito através de simulações em computador digital $\rightarrow$ método digital
- A ideia é modelar a rede através de:

$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} \cdot \hat{\boldsymbol{v}} = \hat{\mathbf{\imath}}$$

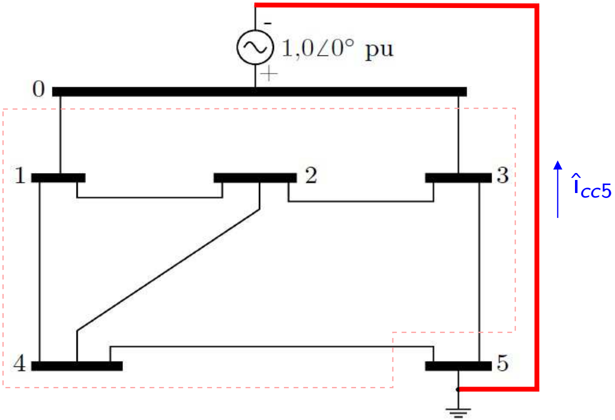
ou

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} \cdot \hat{\mathbf{\imath}} = \hat{\boldsymbol{v}}$$

em que a impedância Z_{eq} para o cálculo da corrente de curto-circuito possa ser obtida de $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$

- A matriz de impedância $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$, também conhecida como matriz de curto-circuito, contém:
  - a impedância equivalente de todas as barras em relação à barra de referência – elementos da diagonal principal da matriz
  - a impedância de transferência entre cada barra do sistema e todas as outras barras em relação à barra de referência – elementos fora da diagonal principal

- Voltando à rede exemplo e à simulação de curto-circuito na barra 5:



$$\mathbf{Y}_{\text{barra}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \angle 0^\circ \\ \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{v}_3 \\ \hat{v}_4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\imath}_{cc5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\hat{\imath}_{cc5} \end{bmatrix}$$

ou

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\imath}_{cc5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\hat{\imath}_{cc5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \angle 0^\circ \\ \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{v}_3 \\ \hat{v}_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Como a barra 5 tem tensão nula, pode-se utilizar a técnica de inserir um número muito grande na diagonal correspondente à barra 5 de $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$ como forma de eliminar uma incógnita do problema – $Y_{5,5} \rightarrow \infty$

  Consequentemente, todos os elementos da linha 5 e coluna 5 (referentes à barra 5) de $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ tenderão a zero

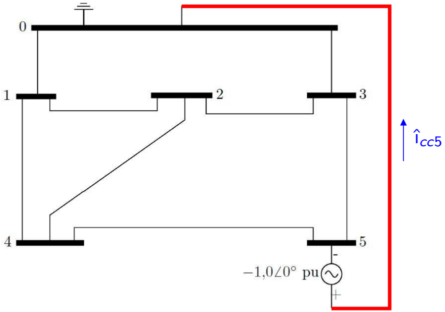
  Finalmente:

$$\hat{\imath}_{cc5} = \frac{1\,\angle 0^\circ}{Z_{0,0}}$$

- Problema: para o cálculo da corrente de curto-circuito em outra barra, por exemplo, barra 4, há uma mudança na barra de referência, logo, a matriz $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ será diferente

  Isto implica em grande esforço de cálculo computacional para a simulação das correntes de curto-circuito

- Este problema é sanado com a troca da referência para a barra 0 da rede:



- Neste novo modelo os sentidos dos fluxos de corrente são mantidos e as tensões nas barras devem ser corrigidas para:

$$\hat{v}_i^r = 1 + \hat{v}_i$$

- Além disso, tem-se:

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\imath}_{cc5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\hat{\imath}_{cc5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{v}_3 \\ \hat{v}_4 \\ -1\,\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

Como agora a barra de referência é a 0, os elementos da primeira linha e primeira coluna de $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ são nulos, portanto:

$$\hat{\imath}_{cc5} = \frac{1\,\angle 0^\circ}{Z_{5,5}}$$

- A matriz $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ pode ser obtida:
  - através da inversão direta da matriz de admitância $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$, sendo que para uma matriz de dimensão N, o número de operações é proporcional a N^3, o que torna o processo computacionalmente caro para sistemas de grande porte
  - diretamente, simulando a própria construção da rede a partir da barra de referência, acrescentando-se um ramo por vez
  - através de técnicas de fatoração de matrizes esparsas
- Para mais informações, ver por exemplo: "F. Sato, W. Freitas, Análise de curto-circuito e princípios de proteção em sistemas de energia elétrica – fundamentos e prática, Elsevier, 2015", seções 3.5.1 e 3.5.2

- Nos cálculos de curtos-circuitos através de um programa computacional, geralmente, são determinadas as seguintes grandezas:
  - Correntes de curtos-circuitos nas barras
  - Tensões nas barras vizinhas
  - Fluxos de correntes nas linhas vizinhas
- No caso do curto-circuito simétrico na barra 5, já foi visto que:

$$\hat{\imath}_{cc5} = \frac{1\angle 0^{\circ}}{Z_{5,5}}$$

- Voltando à expressão matricial:

$$\mathbf{Z}_{\text{barra}} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\imath}_{cc5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\hat{\imath}_{cc5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{v}_3 \\ \hat{v}_4 \\ -1\,\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{1,1} & Z_{1,2} & Z_{1,3} & Z_{1,4} & Z_{1,5} \\ 0 & Z_{2,1} & Z_{2,2} & Z_{2,3} & Z_{2,4} & Z_{2,5} \\ 0 & Z_{3,1} & Z_{3,2} & Z_{3,3} & Z_{3,4} & Z_{3,5} \\ 0 & Z_{4,1} & Z_{4,2} & Z_{4,3} & Z_{4,4} & Z_{4,5} \\ 0 & Z_{5,1} & Z_{5,2} & Z_{5,3} & Z_{5,4} & Z_{5,5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\imath}_{cc5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\hat{\imath}_{cc5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{v}_3 \\ \hat{v}_4 \\ -1\,\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

- Da segunda linha da expressão matricial anterior:

$$
\begin{aligned}
-Z_{1,5} \cdot \hat{\imath}_{cc5} &= \hat{v}_1 \\
\hat{v}_1 &= -\frac{Z_{1,5}}{Z_{5,5}} \\
\hat{v}_1^r &= 1 - \frac{Z_{1,5}}{Z_{5,5}}
\end{aligned}
$$

que é a tensão na barra 1

- Procedimento semelhante leva às tensões nas outras barras da rede

- A corrente que flui pelo ramo 2-4 é dada por:

$$
\begin{aligned}
\hat{\imath}_{2,4} &= \frac{\hat{v}_2 - \hat{v}_4}{z_{2,4}} \\
&= \left(\frac{1}{z_{2,4}}\right) \cdot \left(1 - \frac{Z_{2,5}}{Z_{5,5}} - 1 + \frac{Z_{4,5}}{Z_{5,5}}\right) \\
&= \left(\frac{1}{z_{2,4}}\right) \cdot \left(\frac{Z_{4,5} - Z_{2,5}}{Z_{5,5}}\right)
\end{aligned}
$$

- Equações gerais para curto-circuito na barra k:
  - Corrente de curto-circuito na barra k:

$$\hat{\imath}_{cck} = \frac{1\,\angle 0^\circ}{Z_{k,k}}$$

  - Tensões nas barras vizinhas:

$$\hat{v}_i^r = 1 - \frac{Z_{i,k}}{Z_{k,k}}$$

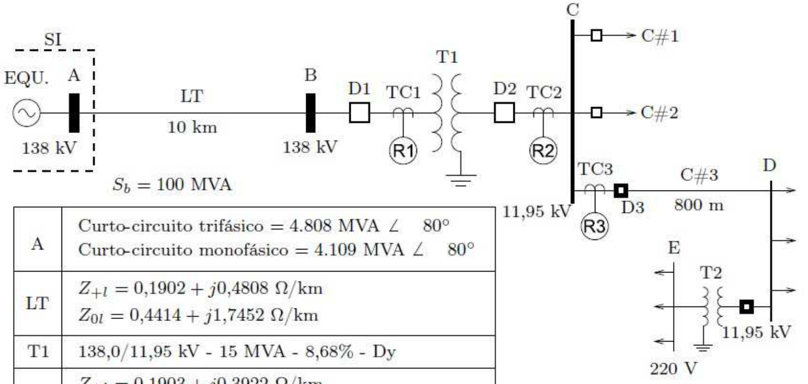
  - Fluxos de correntes nas linhas vizinhas:

$$\hat{\imath}_{p,q} = \left(\frac{1}{z_{p,q}}\right) \cdot \left(\frac{Z_{q,k} - Z_{p,k}}{Z_{k,k}}\right)$$

- Sistemas radiais os cálculos manuais podem ser suficientes
- As simplificações adotadas permitem considerar o sistema de potência operando em vazio

Exemplo

Considere o diagrama unifilar da seguinte rede radial de distribuição:



A	Curto-circuito trifásico = 4.808 MVA $\angle$ 80° Curto-circuito monofásico = 4.109 MVA $\angle$ 80°
LT	$Z_{+l} = 0{,}1902 + j0{,}4808\ \Omega/\text{km}$ $Z_{0l} = 0{,}4414 + j1{,}7452\ \Omega/\text{km}$
T1	138,0/11,95 kV - 15 MVA - 8,68% - Dy
C#3	$Z_{+l} = 0{,}1903 + j0{,}3922\ \Omega/\text{km}$ $Z_{0l} = 0{,}4359 + j1{,}8540\ \Omega/\text{km}$
T2	11,950/0,220-0,127 kV - 500 kVA - 5,0% - Dy

- Equivalente do restante do sistema (à esquerda da barra A) representado por seu equivalente de Thévenin – lembrando do conceito de capacidade de curto-circuito:

$$
\begin{aligned}
z_s &\approx \frac{1}{SCC^*} = \frac{100}{4808 \angle -80^\circ} \\
&= 0{,}0208 \angle 80^\circ = 0{,}0036 + j\,0{,}0205\,\text{pu} \\
&= 0{,}36 + j\,2{,}05\,\%
\end{aligned}
$$

- Linha de transmissão LT:

$$
\begin{aligned}
z_{LT} &= (0{,}1902 + j\,0{,}4808) \cdot 10 \cdot \frac{100}{(138)^2} \\
&= 0{,}01 + j\,0{,}025\,\text{pu} \\
&= 1 + j\,2{,}5\,\%
\end{aligned}
$$

- Transformador T1:

$$z_{T1} = j\,\frac{8{,}68}{100} \cdot \frac{(138)^2}{15} \cdot \frac{100}{(138)^2}$$
$$= j\,0{,}5787\,\text{pu} = j\,57{,}87\,\%$$

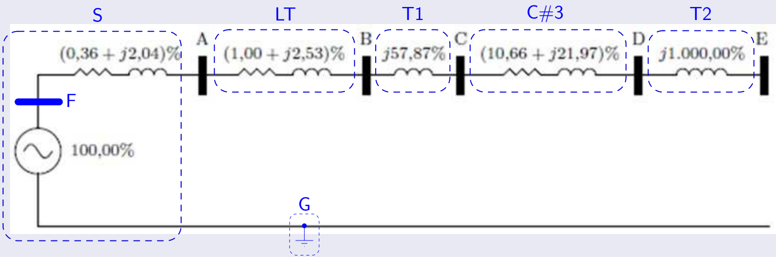
- Trecho C#3:

$$z_{C3} = (0{,}1903 + j\,0{,}3922) \cdot 0{,}8 \cdot \frac{100}{(11{,}95)^2}$$
$$= 0{,}1066 + j\,0{,}2197\,\text{pu} = 10{,}66 + j\,21{,}97\,\%$$

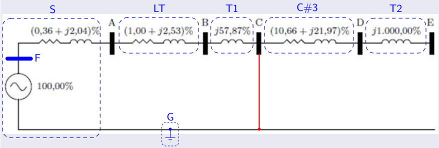
- Transformador T2:

$$z_{T2} = j\,\frac{5{,}0}{100}\cdot\frac{(11{,}95)^2}{0{,}5}\cdot\frac{100}{(11{,}95)^2}$$
$$= j\,10\,\text{pu} = j\,1000\,\%$$

- Diagrama (de sequência positiva):



- Curto-circuito na barra C:



$$
\begin{aligned}
\hat{\imath}_{cc} &= \frac{1{,}0}{z_s + z_{LT} + z_{T1}} \\
&= \frac{1{,}0}{0{,}0136 + j\,0{,}6242} \\
&= 0{,}0349 - j\,1{,}6013 \\
&= 1{,}6017 \angle -88{,}75^\circ \text{ pu}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{I}_{cc} &= 1{,}6017 \angle -88{,}75^\circ \cdot \frac{100}{\sqrt{3} \cdot 11{,}95} \cdot 10^3 \\
&= 7738{,}2836 \angle -88{,}75^\circ \text{ A}
\end{aligned}
$$

- Procedimento alternativo:
  - Montar a matriz $\mathbf{Y}_{6\times 6}$ – nós F, A, B, C, D e E
  - $Y(1,1) = 10^{20}$ (número muito grande na diagonal após aterramento)
  - Inverter $\mathbf{Y} \rightarrow \mathbf{Z}$
  - Tomar o elemento $Z(4,4)$ (correspondente ao nó C, onde ocorreu o curto-circuito):

$$Z(4,4) = 0{,}0136 + j\,0{,}6242$$

  - Calcular a corrente de curto-circuito:

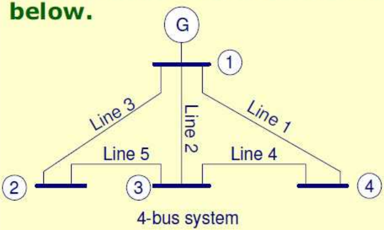
$$\hat{\imath}_{cc} = \frac{1{,}0}{Z(4,4)}$$

Exemplo

Training Course in Short Circuit Analysis 14

Example:

Determine the fault current for a three phase bolted fault in each bus for the 4 bus system below.

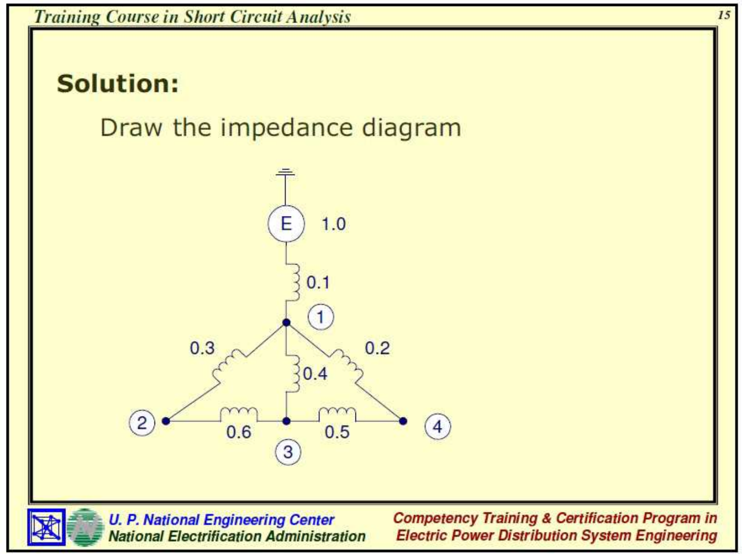


LINE	FB	TB	Z(p.u.)
Line1	1	4	j0.2
Line2	1	3	j0.4
Line3	1	2	j0.3
Line4	3	4	j0.5
Line5	2	3	j0.6

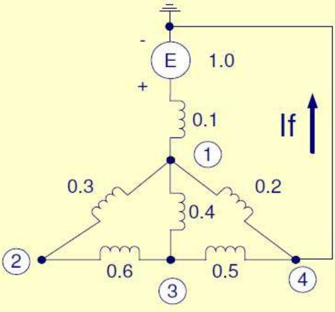
The generator is rated 100 MVA, 6.9 kV and has a subtransient reactance of 10%. Base Values: 100 MVA, 6.9 kV

U. P. National Engineering Center
National Electrification Administration

Competency Training & Certification Program in Electric Power Distribution System Engineering


Training Course in Short Circuit Analysis
15
Solution:
Draw the impedance diagram
E
1.0
0.1
1
0.3
0.2
0.4
2
0.6
0.5
4
3
U. P. National Engineering Center
National Electrification Administration
Competency Training & Certification Program in
Electric Power Distribution System Engineering

a) Fault @ Bus 4



Reduce the network

$$X^a = X_{12} + X_{23}$$
$$= 0.3 + 0.6$$
$$= 0.9$$

$$X^b = \frac{X^a X_{13}}{X^a + X_{13}}$$
$$= \frac{(0.9)(0.4)}{0.9 + 0.4}$$
$$= 0.276923$$

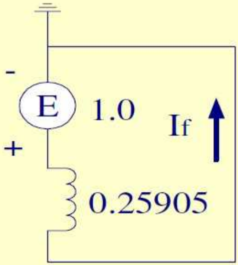
$$X^c = X^b + X_{34}$$
$$= 0.276923 + 0.5$$
$$= 0.776923$$

Training Course in Short Circuit Analysis 17

$$X^d = \frac{X^c \; X_{14}}{X^c + X_{14}} = \frac{(0.776923)\;(0.2)}{0.776923 + 0.2} = 0.159055$$

$$X_{equiv} = X_{gen} + X^d = 0.1 + 0.159055 = 0.259055$$

$$I_f = \frac{1.0}{0.259055\partial} = 3.860184 \text{ p.u.}$$



$$I_{base} = \frac{100x1000}{\sqrt{3}(6.9)} = 8367.64 \text{ A}$$

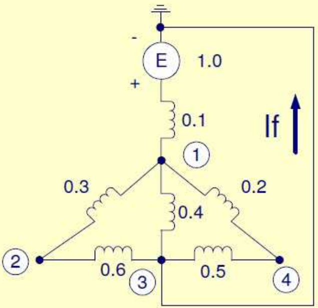
$$I_f = 3.860184 \times 8367.64 = 32{,}300.63 \text{ A}$$

U. P. National Engineering Center
National Electrification Administration

Competency Training & Certification Program in Electric Power Distribution System Engineering

Training Course in Short Circuit Analysis 18

b) Fault @ Bus 3



$$X^a = X_{23} + X_{12} = 0.3 + 0.6 = 0.9$$

$$X^b = X_{14} + X_{34} = 0.2 + 0.5 = 0.7$$

$$X_{equiv} = (X^a || X^b) || X_{13} = 0.198425$$

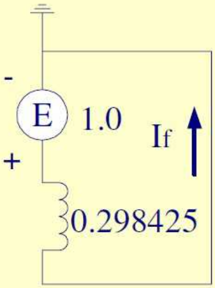
U. P. National Engineering Center
National Electrification Administration

Competency Training & Certification Program in Electric Power Distribution System Engineering

Training Course in Short Circuit Analysis 19

$$X = X_{gen} + X_{equiv}$$
$$= 0.1 + 0.198425$$
$$= 0.298425$$

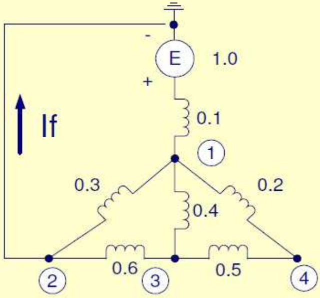
$$I_f = \frac{1.0}{0.298425}$$
$$= 3.350923 \text{ p.u.}$$



U. P. National Engineering Center
National Electrification Administration

Competency Training & Certification Program in Electric Power Distribution System Engineering

c) Fault @ Bus 2



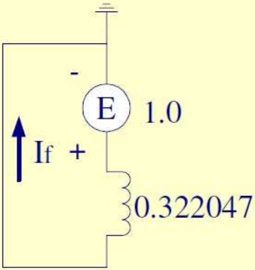
$$X^a = X_{14} + X_{34}$$
$$= 0.2 + 0.5$$
$$= 0.7$$

$$X^b = \frac{X^a \; X_{13}}{X^a + X_{13}}$$
$$= \frac{(0.7)(0.4)}{0.7 + 0.4}$$
$$= 0.254545$$

$$X^c = X^b + X_{23} = 0.254545 + 0.6 = 0.854545$$

$$X^d = \frac{X^c X_{12}}{X^c + X_{12}} = \frac{(0.854545)(0.3)}{0.854545 + 0.3} = 0.222047$$

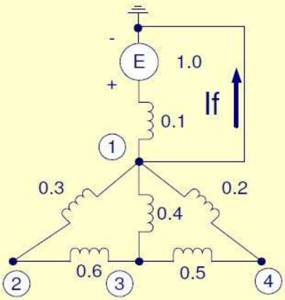
$$X = X_{gen} + X^d = 0.322047$$



$$I_f = \frac{1.0}{0.322047} = 3.095525 \text{ p.u.}$$

Training Course in Short Circuit Analysis 22

d) Fault @ Bus 1



$$X = X_{gen}$$
$$= 0.1$$

$$I_f = \frac{1.0}{0.1}$$
$$= 10.0 \text{ p.u.}$$

U. P. National Engineering Center
National Electrification Administration

Competency Training & Certification Program in Electric Power Distribution System Engineering

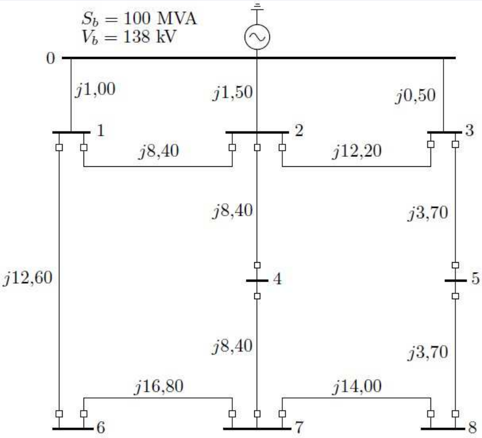
Exercício

Obtenha a matriz **Z** da rede do exemplo anterior e recalcule as correntes de falta nos nós 1 a 4 através de:

$$\hat{\imath}_{cc,k} = \frac{1{,}0}{Z_{k,k}}$$

Exercício

Considere a rede de transmissão de oito barras e doze linhas mostrada a seguir.



A partir das impedâncias em % mostradas no diagrama unifilar:

- Verifique que a matriz $\mathbf{Z}_{\text{barra}}$ é:

$$j \begin{bmatrix} 0{,}8891 & 0{,}1328 & 0{,}0112 & 0{,}2043 & 0{,}0569 & 0{,}6262 & 0{,}2757 & 0{,}1026 \\ 0{,}1328 & 1{,}1346 & 0{,}0554 & 0{,}8334 & 0{,}1378 & 0{,}3040 & 0{,}5322 & 0{,}2202 \\ 0{,}0112 & 0{,}0554 & 0{,}4760 & 0{,}1201 & 0{,}4256 & 0{,}0856 & 0{,}1848 & 0{,}3753 \\ 0{,}2043 & 0{,}8334 & 0{,}1201 & 6{,}6206 & 0{,}7923 & 1{,}8344 & 4{,}0078 & 1{,}4644 \\ 0{,}0569 & 0{,}1378 & 0{,}4256 & 0{,}7923 & 3{,}6624 & 0{,}6525 & 1{,}4467 & 3{,}1993 \\ 0{,}6262 & 0{,}3040 & 0{,}0856 & 1{,}8344 & 0{,}6525 & 8{,}9999 & 3{,}3648 & 1{,}2195 \\ 0{,}2757 & 0{,}5322 & 0{,}1848 & 4{,}0078 & 1{,}4467 & 3{,}3648 & 7{,}4835 & 2{,}7086 \\ 0{,}1026 & 0{,}2202 & 0{,}3753 & 1{,}4644 & 3{,}1993 & 1{,}2195 & 2{,}7086 & 6{,}0233 \end{bmatrix} \%$$

- Calcule a corrente de curto-circuito trifásico na barra 7 em Ampères
- Calcule as tensões de fase nas barras 1, 4 e 5 em kV
- Calcule os fluxo de corrente nas linhas 1-6 e 8-7, em Ampères

Resp.: 5590,5 A ; 76,74 kV ; 37 kV ; 64,27 kV ; 1370,6 A ; 1906,8 A

Exercícios propostos

8(d)

Revisão de

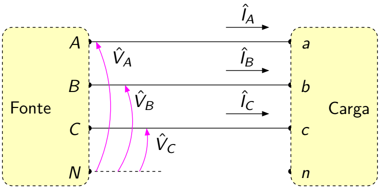
Componentes simétricas

Exercícios propostos

1, 7

- Elementos passivos, como linhas de transmissão e transformadores, operando sob condições desequilibradas, podem ser descritos de maneira geral por:

$$\boldsymbol{V}_P = \mathbf{Z}_C \cdot \boldsymbol{I}_P$$



em que:

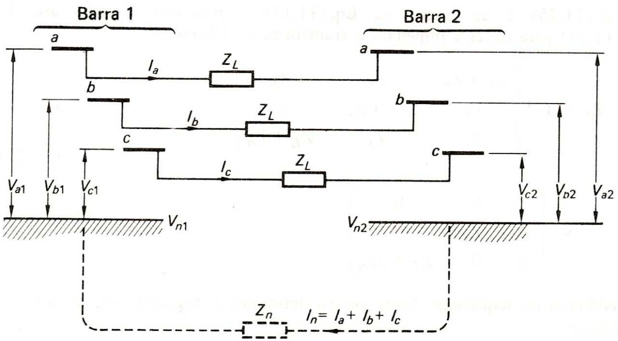
$\boldsymbol{V}_P$	–	tensões de fase (3×1)
$\boldsymbol{I}_P$	–	correntes de linha (3×1)
$\mathbf{Z}_C$	–	matriz de impedâncias (3×3)

- Transformando em grandezas de sequência:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{V}_P &= \mathbf{Z}_C \cdot \boldsymbol{I}_P \\
\mathbf{T} \cdot \boldsymbol{V}_S &= \mathbf{Z}_C \cdot \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{I}_S \\
\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{V}_S &= \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{Z}_C \cdot \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{I}_S \\
\boldsymbol{V}_S &= \underbrace{\mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{Z}_C \cdot \mathbf{T}}_{\mathbf{Z}_S} \cdot \boldsymbol{I}_S
\end{aligned}$$

- A característica relevante de $\mathbf{Z}_S$ é que ela é diagonal para os elementos passivos utilizados em sistemas de potência, levando a um desacoplamento dos elementos de sequência positiva, negativa e zero

- Considere a seguinte linha de transmissão trifásica:



- Sob condição de operação equilibrada, tem-se:

$$I_n = 0$$

$$V_{n1} = V_{n2} = 0$$

- Sob condição de operação desequilibrada, nem as tensões, nem as correntes possuem simetria trifásica e a soma das correntes será diferente de zero:

$$I_n = I_a + I_b + I_c \neq 0$$

resultando em uma queda de tensão sobre a impedância de neutro Z_n

- Logo:

$$
\begin{aligned}
V_{a1} - V_{a2} &= Z_L\, I_a + Z_n\, (I_a + I_b + I_c) \\
V_{b1} - V_{b2} &= Z_L\, I_b + Z_n\, (I_a + I_b + I_c) \\
V_{c1} - V_{c2} &= Z_L\, I_c + Z_n\, (I_a + I_b + I_c)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{bmatrix} V_{a1} - V_{a2} \\ V_{b1} - V_{b2} \\ V_{c1} - V_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_L + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_L + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_L + Z_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}
$$

$$
\Delta \boldsymbol{V}_P = \mathbf{Z}_C \cdot \boldsymbol{I}_P
$$

- A matriz de impedâncias de sequência é:

$$\mathbf{Z}_S = \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{Z}_C \cdot \mathbf{T}$$

$$\mathbf{Z}_S = \begin{bmatrix} Z_L & 0 & 0 \\ 0 & Z_L & 0 \\ 0 & 0 & Z_L + 3Z_n \end{bmatrix}$$

em que:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix}$$

e $\alpha = 1\,\angle 120^\circ$

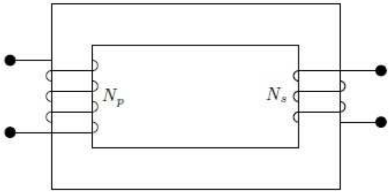
- A matriz $\mathbf{Z}_S$ fornece as impedâncias das sequências:

$$
\begin{aligned}
Z_+ &= Z_L && \text{– impedância de sequência positiva} \\
Z_- &= Z_L && \text{– impedância de sequência negativa} \\
Z_0 &= Z_L + 3Z_n && \text{– impedância de sequência zero}
\end{aligned}
$$

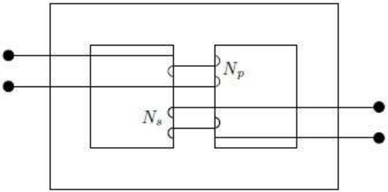
- Para linhas de transmissão:
  - As impedâncias de sequências positiva e negativa são iguais
  - A impedância de sequência zero é função do caminho de retorno da corrente

- Com relação aos transformadores:
  - Conforme já visto, a impedância de sequência positiva por fase do transformador trifásico é simplesmente um parâmetro série, obtido por meio do ensaio de rotina do fabricante
  - A impedância de sequência negativa é igual a de sequência positiva, pois não há diferença se o transformador for energizado por tensões de sequência negativa ou de sequência positiva
  - A impedância de sequência zero do transformador depende de dois fatores: esquema de ligação e tipo de núcleo do transformador

- Quanto aos tipos de núcleo, existem:



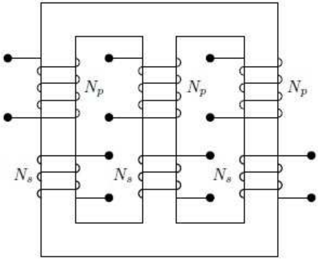
núcleo envolvido
(core)



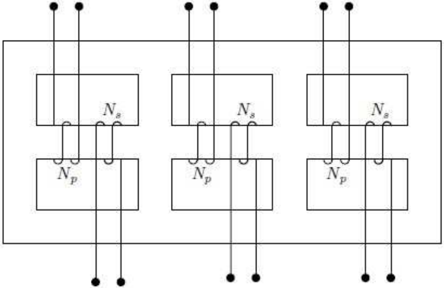
núcleo envolvente
(shell)

- O transformador de núcleo envolvido é de fabricação mais fácil e econômica, no entanto, é menos eficiente
- O transformador de núcleo envolvente requer tecnologia mais avançada na sua fabricação e, em virtude de possuir uma concatenação maior entre as bobinas, ele apresenta a reatância de dispersão menor

- Transformadores trifásicos:

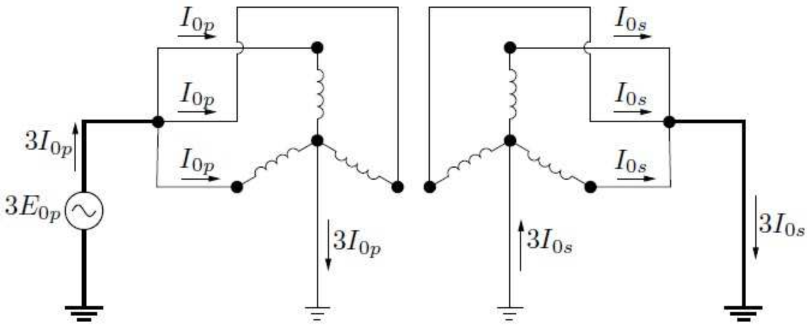


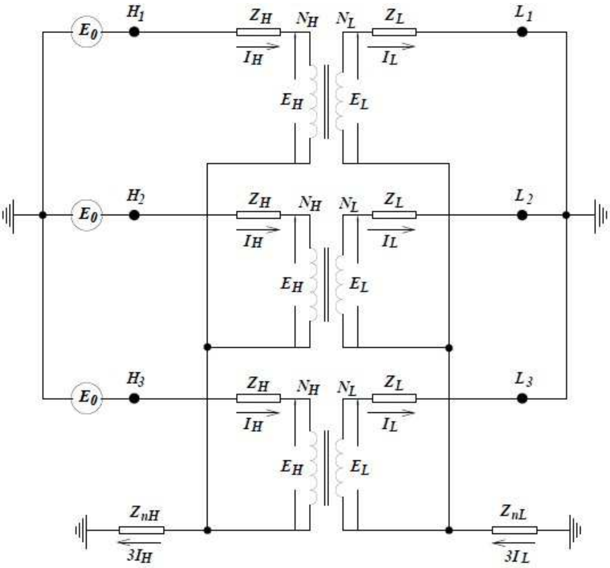
núcleo envolvido
(core)



núcleo envolvente
(shell)

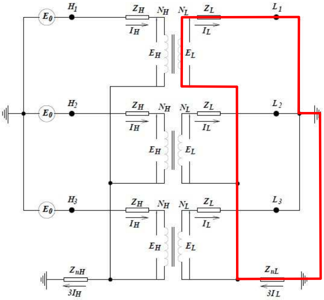
- Transformador trifásico de núcleo envolvente, ou banco monofásico ligado em Y-Y com os neutros aterrados – esquema de ensaio de curto-circuito para determinação da impedância de sequência zero:





H_1
Z_H
N_H
N_L
Z_L
L_1
E_0
I_H
I_L
E_H
E_L
H_2
L_2
H_3
L_3
Z_{nH}
$3I_H$
Z_{nL}
$3I_L$

- Lado de baixa tensão:

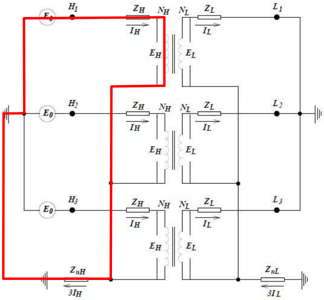


$$E_L = I_L \left(Z_L + 3Z_{nL}\right)$$

$$E_H \left(\frac{N_L}{N_H}\right) = I_H \left(\frac{N_H}{N_L}\right) \left(Z_L + 3Z_{nL}\right)$$

$$E_H = I_H \left(\frac{N_H}{N_L}\right)^2 \left(Z_L + 3Z_{nL}\right)$$

- Lado de alta tensão:



$$E_0 = E_H + I_H\,(Z_H + 3Z_{nH})$$

- Então:

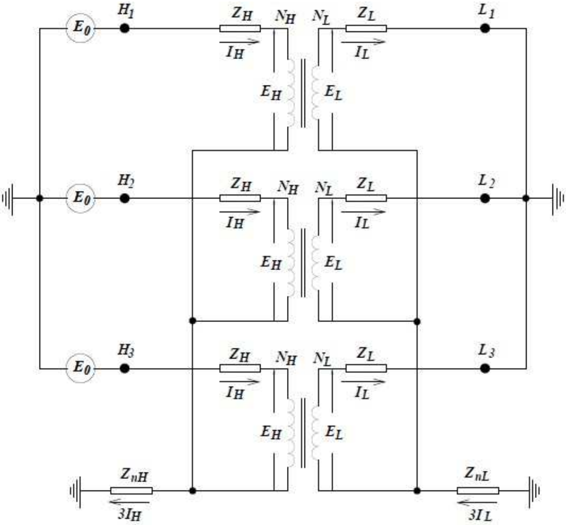
$$E_0 = E_H + I_H\,(Z_H + 3Z_{nH})$$

$$E_0 = I_H \left(\frac{N_H}{N_L}\right)^2 (Z_L + 3Z_{nL}) + I_H\,(Z_H + 3Z_{nH})$$

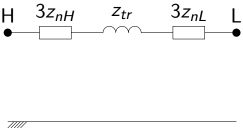
$$E_0 = I_H \underbrace{\left[3Z_{nH} + Z_H + Z_L \left(\frac{N_H}{N_L}\right)^2 + 3Z_{nL}\left(\frac{N_H}{N_L}\right)^2\right]}_{Z_0}$$

$$z_0 = 3z_{nH} + z_{tr} + 3z_{nL} \qquad \text{em por unidade}$$

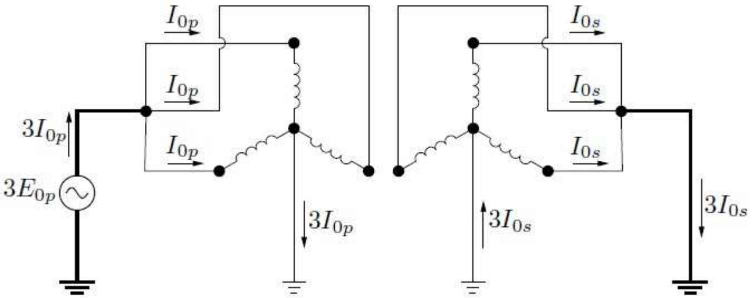
- Alimentando o transformador com tensão de sequência zero pelo lado L a impedância de sequência zero z_0 vista pelo lado L é a mesma

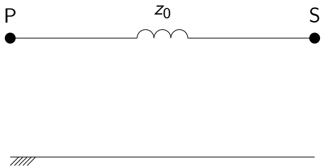


H_1
H_2
H_3
E_0
Z_H
N_H
N_L
Z_L
L_1
L_2
L_3
I_H
I_L
E_H
E_L
Z_{nH}
$3I_H$
Z_{nL}
$3I_L$

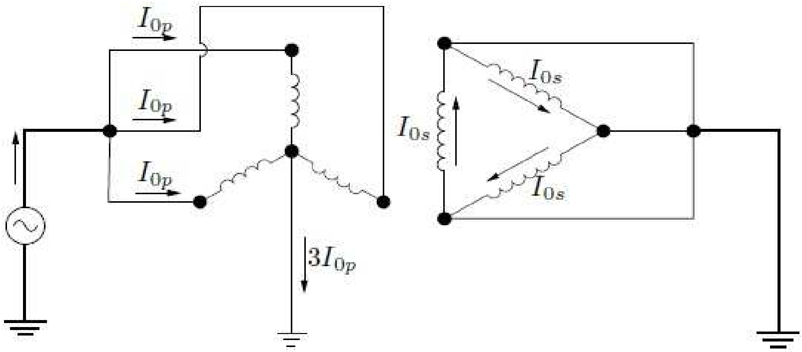


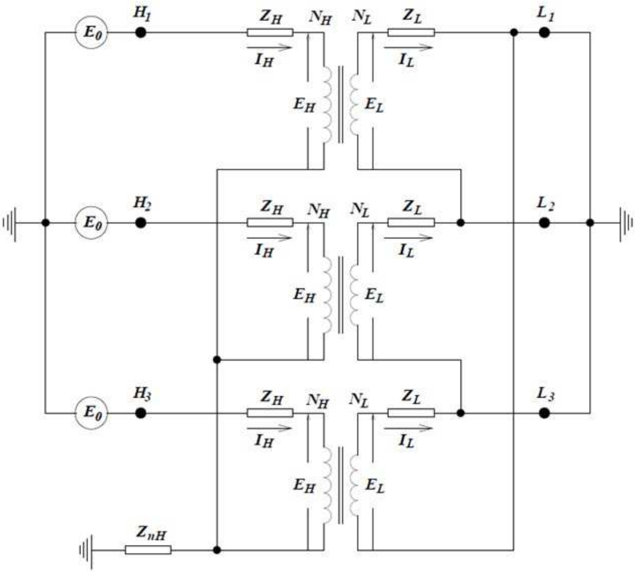
H
$3z_{nH}$
z_{tr}
$3z_{nL}$
L


I_{0p}
I_{0p}
I_{0p}
$3I_{0p}$
$3E_{0p}$
$3I_{0p}$
I_{0s}
I_{0s}
I_{0s}
$3I_{0s}$
$3I_{0s}$


P
z_0
S

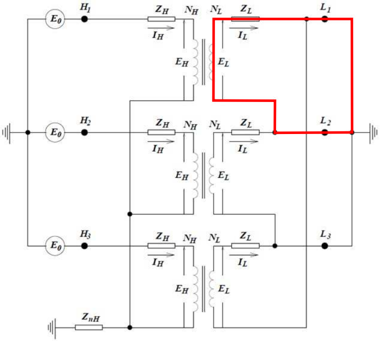
- Transformador trifásico de núcleo envolvente, ou banco monofásico ligado em Y-Δ com o neutro aterrado – esquema de ensaio de curto-circuito para determinação da impedância de sequência zero:





H1
H2
H3
E0
E0
E0
ZH
NH
NL
ZL
IH
IL
EH
EL
L1
L2
L3
ZnH

- Lado de baixa tensão:

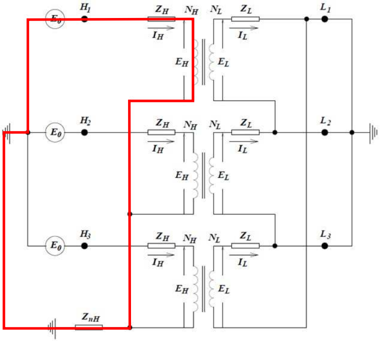


$$E_L = I_L Z_L$$

$$E_H \left(\frac{N_L}{N_H} \right) = I_H \left(\frac{N_H}{N_L} \right) Z_L$$

$$E_H = I_H \left(\frac{N_H}{N_L} \right)^2 Z_L$$

- Lado de alta tensão:



$$E_0 = E_H + I_H\,(Z_H + 3Z_{nH})$$

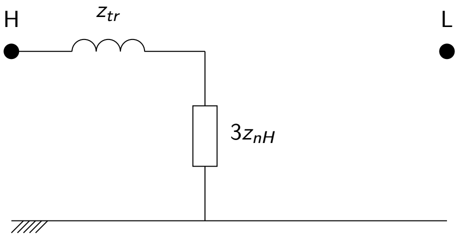
$$E_0 = I_H \left(\frac{N_H}{N_L}\right)^2 Z_L + I_H\,(Z_H + 3Z_{nH})$$

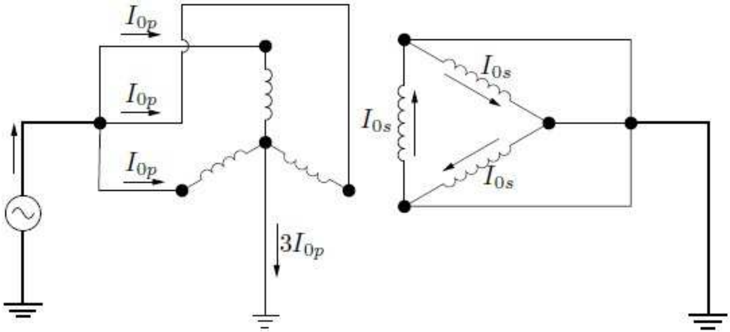
$$E_0 = I_H \underbrace{\left[3Z_{nH} + Z_H + Z_L \left(\frac{N_H}{N_L}\right)^2\right]}_{Z_0}$$

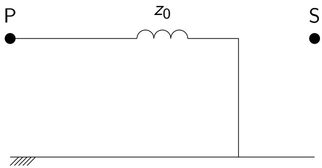
$$z_0 = z_{tr} + 3z_{nH} \qquad \text{em por unidade}$$

- Por outro lado, alimentando o transformador com tensão de sequência zero pelo lado L (ligação Δ), não circulará corrente, pois os terminais L1, L2 e L3 estão no mesmo potencial

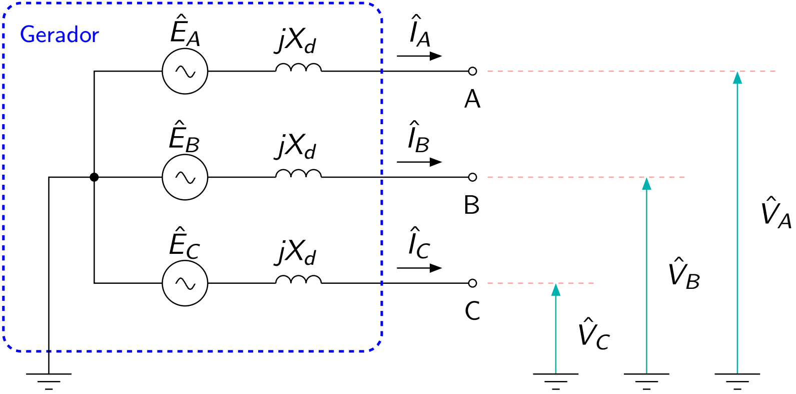
  Portanto, a impedância de sequência zero vista pelo lado L, é infinita




I_{0p}
I_{0p}
I_{0p}
$3I_{0p}$
I_{0s}
I_{0s}
I_{0s}


P
z_0
S

- Considere inicialmente um gerador síncrono operando em condições normais (equilibradas):



- Como a máquina é equilibrada, assume-se que as fem internas são sempre dadas por:

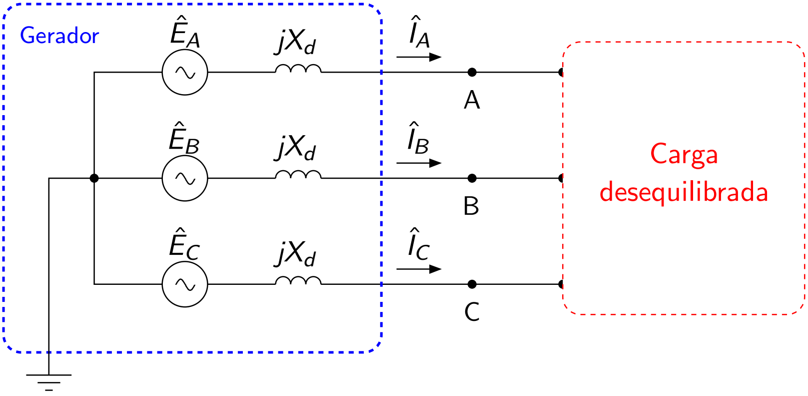
$$\boldsymbol{E}_P = \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ \hat{E}_B \\ \hat{E}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ \alpha^2 \hat{E}_A \\ \alpha \hat{E}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} \cdot \hat{E}_A$$

- E:

$$\begin{aligned} \hat{V}_A &= \hat{E}_A - jX_d \hat{I}_A \\ \hat{V}_B &= \hat{E}_B - jX_d \hat{I}_B \\ \hat{V}_C &= \hat{E}_C - jX_d \hat{I}_C \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_A \\ \hat{V}_B \\ \hat{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ \hat{E}_B \\ \hat{E}_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} jX_d & 0 & 0 \\ 0 & jX_d & 0 \\ 0 & 0 & jX_d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_A \\ \hat{I}_B \\ \hat{I}_C \end{bmatrix} \rightarrow \boldsymbol{V}_P = \boldsymbol{E}_P - \boldsymbol{Z}_C \cdot \boldsymbol{I}_P$$

- Considere agora gerador síncrono operando sob condição genérica de desequilíbrio:



- A matriz $\mathbf{Z}_C$ toma a seguinte forma:

$$\mathbf{Z}_C = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 & Z_3 \\ Z_3 & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z_3 & Z_1 \end{bmatrix}$$

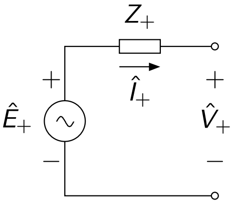
- E:

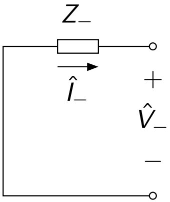
$$\begin{aligned}
\boldsymbol{V}_P &= \boldsymbol{E}_P - \mathbf{Z}_C \cdot \boldsymbol{I}_P \\
\mathbf{T}\boldsymbol{V}_S &= \boldsymbol{E}_P - \mathbf{Z}_C \cdot \mathbf{T}\boldsymbol{I}_S \qquad \left(\cdot \mathbf{T}^{-1}\right) \\
\boldsymbol{V}_S &= \mathbf{T}^{-1}\boldsymbol{E}_P - \underbrace{\mathbf{T}^{-1}\mathbf{Z}_C \cdot \mathbf{T}}_{\mathbf{Z}_S}\boldsymbol{I}_S \\
\boldsymbol{V}_S &= \boldsymbol{E}_S - \mathbf{Z}_S \cdot \boldsymbol{I}_S
\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{V}_S = \boldsymbol{E}_S - \boldsymbol{Z}_S \cdot \boldsymbol{I}_S$$

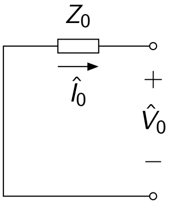
$$\begin{bmatrix} \hat{V}_+ \\ \hat{V}_- \\ \hat{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_1 + \alpha^2 Z_2 + \alpha Z_3 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 + \alpha Z_2 + \alpha^2 Z_3 & 0 \\ 0 & 0 & Z_1 + Z_2 + Z_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_+ \\ \hat{I}_- \\ \hat{I}_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_+ \\ \hat{V}_- \\ \hat{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_+ & 0 & 0 \\ 0 & Z_- & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_+ \\ \hat{I}_- \\ \hat{I}_0 \end{bmatrix}$$



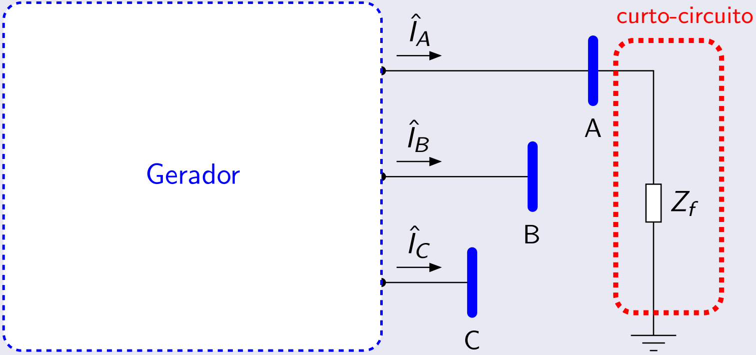


$$\begin{bmatrix} \hat{V}_+ \\ \hat{V}_- \\ \hat{V}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_+ & 0 & 0 \\ 0 & Z_- & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_+ \\ \hat{I}_- \\ \hat{I}_0 \end{bmatrix}$$



Exemplo

Considere que o gerador trifásico a seguir está sujeito a um curto-circuito monofásico (fase-terra), com impedância de curto-circuito Z_f. Calcule a corrente de curto-circuito.



Exemplo

- Inspecionado o circuito tem-se:

$$\hat{V}_A = Z_f \, \hat{I}_A \qquad\qquad \hat{I}_B = \hat{I}_C$$

- Logo:

$$\boldsymbol{I}_P = \left[\, \hat{I}_A \; 0 \; 0 \,\right]^T$$

$$\boldsymbol{I}_S = \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{I}_P = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{I}_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \hat{I}_A \\ \hat{I}_A \\ \hat{I}_A \end{bmatrix}$$

$$\hat{I}_+ = \hat{I}_- = \hat{I}_0 = \frac{1}{3} \hat{I}_A$$

Exemplo

- Lembrando das equações do slide 126:

$$\hat{V}_+ = \hat{E}_A - Z_+ \cdot \left(\hat{I}_A/3\right)$$

$$\hat{V}_- = 0 - Z_- \cdot \left(\hat{I}_A/3\right)$$

$$\hat{V}_0 = 0 - Z_0 \cdot \left(\hat{I}_A/3\right)$$

- As tensões de fase são:

$$\boldsymbol{V}_P = \begin{bmatrix} \hat{V}_A \\ \hat{V}_B \\ \hat{V}_C \end{bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \boldsymbol{V}_S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{V}_+ \\ \hat{V}_- \\ \hat{V}_0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{V}_A = \hat{V}_+ + \hat{V}_- + \hat{V}_0$$

Exemplo

- Logo:

$$\begin{aligned}\hat{V}_A &= \hat{V}_+ + \hat{V}_- + \hat{V}_0 \\ &= \left[\hat{E}_A - Z_+ \cdot \left(\hat{I}_A/3\right)\right] + \left[0 - Z_- \cdot \left(\hat{I}_A/3\right)\right] + \left[0 - Z_0 \cdot \left(\hat{I}_A/3\right)\right] = Z_f \, \hat{I}_A\end{aligned}$$

$$\hat{I}_A = \frac{\hat{E}_A}{\frac{1}{3}\left(Z_+ + Z_- + Z_0\right) + Z_f} = \frac{3\hat{E}_A}{\left(Z_+ + Z_- + Z_0\right) + 3Z_f} \qquad \text{corrente de c.c.}$$

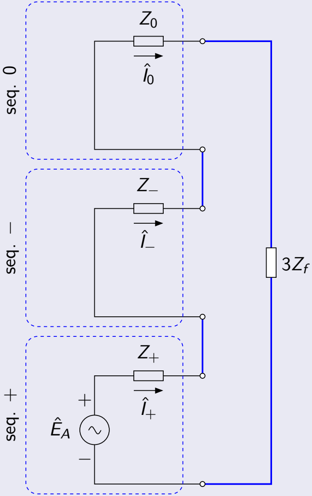
$$\hat{I}_+ = \hat{I}_- = \hat{I}_0 = \frac{\hat{I}_A}{3} = \frac{\hat{E}_A}{\left(Z_+ + Z_- + Z_0\right) + 3Z_f}$$

Exemplo

- Note que:

$$\hat{I}_+ = \hat{I}_- = \hat{I}_0 = \frac{\hat{I}_A}{3} = \frac{\hat{E}_A}{(Z_+ + Z_- + Z_0) + 3Z_f}$$

leva ao circuito:

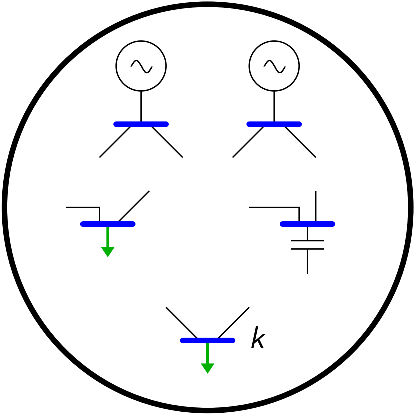


Exercícios propostos

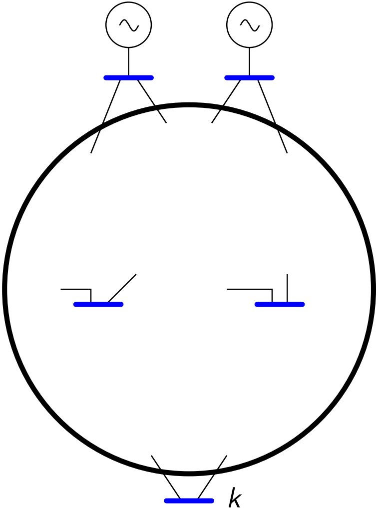
3

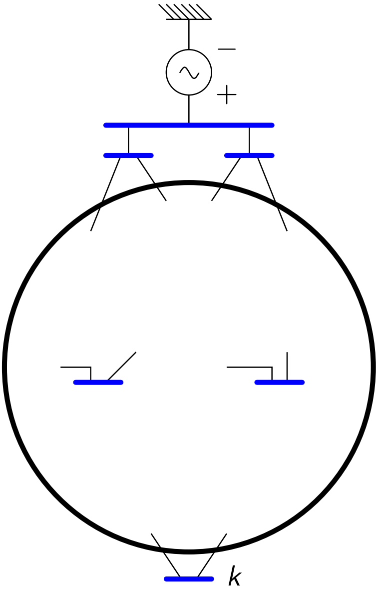
- Inicialmente, será útil relembrar os passos para o cálculo de curto-circuito trifásico, mostrado na seção 3.2

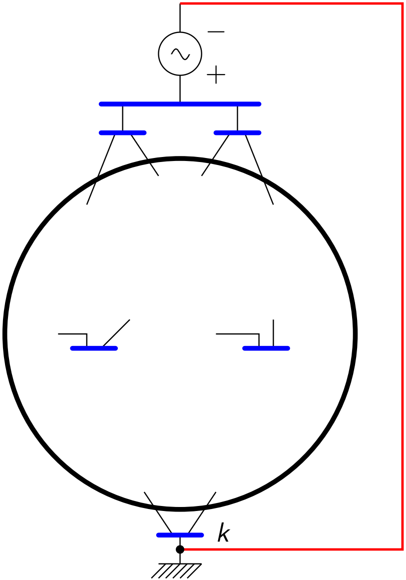
- Considere o seguinte sistema de potência operando em condições normais:

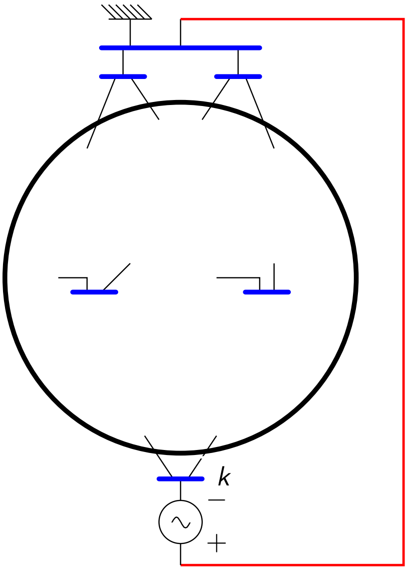


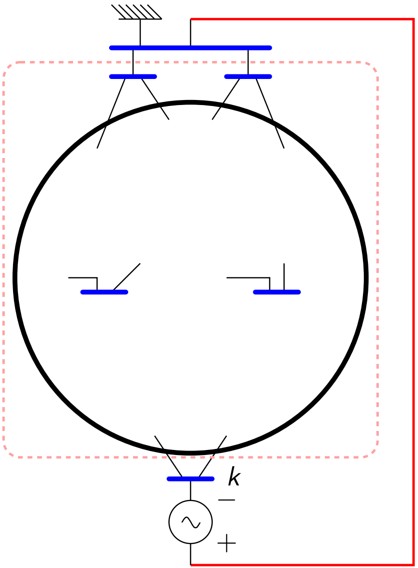
- Considere agora um curto-circuito na barra k:

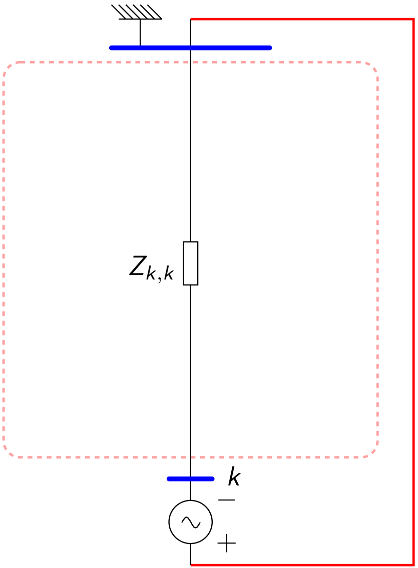


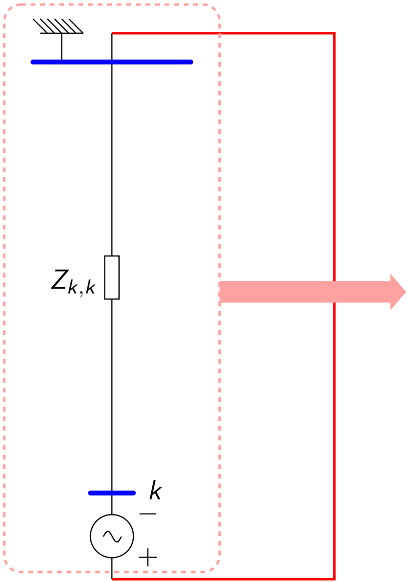

−
+
k


−
+
k


k
−
+


k
−
+

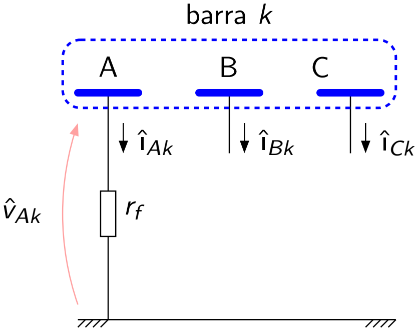

$Z_{k,k}$
k
$-$
$+$



Similar ao gerador em curto-circuito:

$$\boldsymbol{V}_P = \boldsymbol{E}_P - \mathbf{Z}_C \cdot \boldsymbol{I}_P$$

- Considere agora um sistema de potência de n barras, e que o curto-circuito na barra k seja monofásico (entre a fase A e terra):



- Por inspeção:

$$\hat{\imath}_{Bk} = \hat{\imath}_{Ck} = 0$$

$$\hat{v}_{Ak} = r_f \cdot \hat{\imath}_{Ak}$$

- Correntes:

$$\mathbf{I}_S = \mathbf{T}^{-1} \cdot \mathbf{I}_P$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\imath}_{+k} \\ \hat{\imath}_{-k} \\ \hat{\imath}_{0k} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\imath}_{Ak} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\imath}_{+k} = \hat{\imath}_{Ak}/3$$

$$\hat{\imath}_{-k} = \hat{\imath}_{Ak}/3$$

$$\hat{\imath}_{0k} = \hat{\imath}_{Ak}/3$$

- Tensões:

$$\begin{bmatrix} \hat{v}_{+k} \\ \hat{v}_{-k} \\ \hat{v}_{0k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{e}_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z^{+}_{k,k} & 0 & 0 \\ 0 & Z^{-}_{k,k} & 0 \\ 0 & 0 & Z^{0}_{k,k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\imath}_{Ak}/3 \\ \hat{\imath}_{Ak}/3 \\ \hat{\imath}_{Ak}/3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \hat{v}_{+k} &= \hat{e}_A - Z^{+}_{k,k}\,\hat{\imath}_{Ak}/3 \\ \hat{v}_{-k} &= -Z^{-}_{k,k}\,\hat{\imath}_{Ak}/3 \\ \hat{v}_{0k} &= -Z^{0}_{k,k}\,\hat{\imath}_{Ak}/3 \end{aligned}$$

$$\hat{v}_{Ak} = \hat{v}_{+k} + \hat{v}_{-k} + \hat{v}_{0k} = r_f \, \hat{\imath}_{Ak}$$

$$r_f \cdot \hat{\imath}_{Ak} = \hat{e}_A - \left(Z^{+}_{k,k} + Z^{-}_{k,k} + Z^{0}_{k,k} \right) \hat{\imath}_{Ak}/3$$

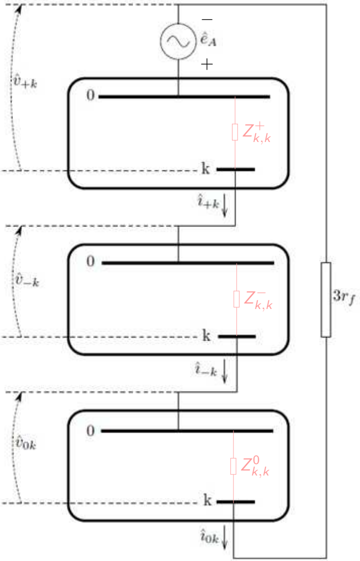
$$\hat{\imath}_{Ak} = \frac{3\hat{e}_A}{\left(Z^{+}_{k,k} + Z^{-}_{k,k} + Z^{0}_{k,k} + 3r_f \right)}$$

$$\hat{\imath}_{+k} = \hat{\imath}_{-k} = \hat{\imath}_{0k} = \frac{\hat{e}_A}{\left(Z^{+}_{k,k} + Z^{-}_{k,k} + Z^{0}_{k,k} + 3r_f \right)}$$

- Note que:

$$\hat{\imath}_{+k} = \hat{\imath}_{-k} = \hat{\imath}_{0k} = \frac{\hat{e}_A}{\left(Z^+_{k,k} + Z^-_{k,k} + Z^0_{k,k} + 3r_f\right)}$$

leva ao circuito:



- Considerando:

$$\hat{e}_A = -1{,}0 \text{ pu}$$
$$Z^-_{k,k} = Z^+_{k,k}$$
$$r_f = 0$$

tem-se:

$$\hat{\imath}_{+k} = \hat{\imath}_{-k} = \hat{\imath}_{0k} = \frac{-1{,}0}{\left(2Z^+_{k,k} + Z^0_{k,k}\right)}$$

- Resumo do equacionamento para um curto-circuito monofásico na barra k:
    - Correntes:

$$\hat{\imath}_{Ak} = 3\,\hat{\imath}_{+k} = 3\,\hat{\imath}_{-k} = 3\,\hat{\imath}_{0k} = \frac{-3{,}0}{\left(2Z^{+}_{k,k} + Z^{0}_{k,k}\right)}$$

$$\hat{\imath}_{Bk} = \hat{\imath}_{Ck} = 0{,}0$$

- Tensões de sequência positiva:

$$\mathbf{Z}^{+}\,\mathbf{I}_{+} = \boldsymbol{v}_{+}$$

$$\begin{bmatrix} Z^{+}_{1,1} & \dots & Z^{+}_{1,k} & \dots & Z^{+}_{1,p} & Z^{+}_{1,q} & \dots & Z^{+}_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z^{+}_{k,1} & \dots & Z^{+}_{k,k} & \dots & Z^{+}_{k,p} & Z^{+}_{k,q} & \dots & Z^{+}_{k,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z^{+}_{p,1} & \dots & Z^{+}_{p,k} & \dots & Z^{+}_{p,p} & Z^{+}_{p,q} & \dots & Z^{+}_{p,n} \\ Z^{+}_{q,1} & \dots & Z^{+}_{q,k} & \dots & Z^{+}_{q,p} & Z^{+}_{q,q} & \dots & Z^{+}_{q,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z^{+}_{n,1} & \dots & Z^{+}_{n,k} & \dots & Z^{+}_{n,p} & Z^{+}_{n,q} & \dots & Z^{+}_{n,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \frac{-1{,}0}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Z^{+}_{1,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \cdot \\ \frac{-Z^{+}_{k,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \cdot \\ \frac{-Z^{+}_{p,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \frac{-Z^{+}_{q,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \cdot \\ \frac{-Z^{+}_{n,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \end{bmatrix}$$

$$v^{r}_{+i} = 1 + v_{+i} = 1 - \frac{Z^{+}_{i,k}}{2Z^{+}_{k,k} + Z^{0}_{k,k}}$$

- Tensões de sequência negativa:

$$\mathbf{Z}^{+}\,\mathbf{I}_{-} = \mathbf{V}_{-}$$

$$\begin{bmatrix} Z^{+}_{1,1} & \cdots & Z^{+}_{1,k} & \cdots & Z^{+}_{1,p} & Z^{+}_{1,q} & \cdots & Z^{+}_{1,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z^{+}_{k,1} & \cdots & Z^{+}_{k,k} & \cdots & Z^{+}_{k,p} & Z^{+}_{k,q} & \cdots & Z^{+}_{k,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z^{+}_{p,1} & \cdots & Z^{+}_{p,k} & \cdots & Z^{+}_{p,p} & Z^{+}_{p,q} & \cdots & Z^{+}_{p,n} \\ Z^{+}_{q,1} & \cdots & Z^{+}_{q,k} & \cdots & Z^{+}_{q,p} & Z^{+}_{q,q} & \cdots & Z^{+}_{q,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z^{+}_{n,1} & \cdots & Z^{+}_{n,k} & \cdots & Z^{+}_{n,p} & Z^{+}_{n,q} & \cdots & Z^{+}_{n,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \cdot \\ \frac{-1{,}0}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Z^{+}_{1,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \cdot \\ \frac{-Z^{+}_{k,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \cdot \\ \frac{-Z^{+}_{p,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \frac{-Z^{+}_{q,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \\ \cdot \\ \frac{-Z^{+}_{n,k}}{2Z^{+}_{k,k}+Z^{0}_{k,k}} \end{bmatrix}$$

$$v^{r}_{-i} = 0 + v_{-i} = -\frac{Z^{+}_{i,k}}{2Z^{+}_{k,k} + Z^{0}_{k,k}}$$

- Tensões de sequência zero:

$$\mathbf{Z}^0\,\mathbf{I}_0 = \boldsymbol{V}_0$$

$$\begin{bmatrix} Z^0_{1,1} & \cdots & Z^0_{1,k} & \cdots & Z^0_{1,p} & Z^0_{1,q} & \cdots & Z^0_{1,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z^0_{k,1} & \cdots & Z^0_{k,k} & \cdots & Z^0_{k,p} & Z^0_{k,q} & \cdots & Z^0_{k,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z^0_{p,1} & \cdots & Z^0_{p,k} & \cdots & Z^0_{p,p} & Z^0_{p,q} & \cdots & Z^0_{p,n} \\ Z^0_{q,1} & \cdots & Z^0_{q,k} & \cdots & Z^0_{q,p} & Z^0_{q,q} & \cdots & Z^0_{q,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z^0_{n,1} & \cdots & Z^0_{n,k} & \cdots & Z^0_{n,p} & Z^0_{n,q} & \cdots & Z^0_{n,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \frac{-1,0}{2Z^+_{k,k}+Z^0_{k,k}} \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Z^0_{1,k}}{2Z^+_{k,k}+Z^0_{k,k}} \\ \vdots \\ \frac{-Z^0_{k,k}}{2Z^+_{k,k}+Z^0_{k,k}} \\ \vdots \\ \frac{-Z^0_{p,k}}{2Z^+_{k,k}+Z^0_{k,k}} \\ \frac{-Z^0_{q,k}}{2Z^+_{k,k}+Z^0_{k,k}} \\ \vdots \\ \frac{-Z^0_{n,k}}{2Z^+_{k,k}+Z^0_{k,k}} \end{bmatrix}$$

$$V^r_{0i} = 0 + V_{0i} = -\frac{Z^0_{i,k}}{2Z^+_{k,k} + Z^0_{k,k}}$$

- Tensões de fase nas barras:

$$\hat{v}_{Ai} = \hat{v}^r_{+i} + \hat{v}^r_{-i} + \hat{v}^r_{0i}$$
$$\hat{v}_{Bi} = \alpha^2 \hat{v}^r_{+i} + \alpha \hat{v}^r_{-i} + \hat{v}^r_{0i}$$
$$\hat{v}_{Ci} = \alpha \hat{v}^r_{+i} + \alpha^2 \hat{v}^r_{-i} + \hat{v}^r_{0i}$$

$$\hat{v}_{Ai} = 1{,}0 - \frac{2Z^+_{i,k} + Z^0_{i,k}}{2Z^+_{k,k} + Z^0_{k,k}}$$
$$\hat{v}_{Bi} = \alpha^2 - \frac{Z^0_{i,k} - Z^+_{i,k}}{2Z^+_{k,k} + Z^0_{k,k}}$$
$$\hat{v}_{Ci} = \alpha - \frac{Z^0_{i,k} - Z^+_{i,k}}{2Z^+_{k,k} + Z^0_{k,k}}$$

- Fluxos de corrente de sequência positiva nas linhas:

$$
\begin{aligned}
\hat{\imath}_{+p-q} &= \frac{\hat{v}^{r}_{+p} - \hat{v}^{r}_{+q}}{z^{+}_{p-q}} \\
&= \left(\frac{Z^{+}_{q,k} - Z^{+}_{p,k}}{2Z^{+}_{k,k} + Z^{0}_{k,k}} \right) \frac{1{,}0}{z^{+}_{p-q}}
\end{aligned}
$$

- Fluxos de corrente de sequência negativa nas linhas:

$$
\begin{aligned}
\hat{\imath}_{-p-q} &= \frac{\hat{v}^{r}_{-p} - \hat{v}^{r}_{-q}}{z^{+}_{p-q}} \\
&= \left(\frac{Z^{+}_{q,k} - Z^{+}_{p,k}}{2Z^{+}_{k,k} + Z^{0}_{k,k}} \right) \frac{1{,}0}{z^{+}_{p-q}}
\end{aligned}
$$

- Fluxos de corrente de sequência zero nas linhas:

$$
\begin{aligned}
\hat{\imath}_{0p-q} &= \frac{\hat{v}_{0p}^{r} - \hat{v}_{0q}^{r}}{z_{p-q}^{0}} \\
&= \left(\frac{Z_{q,k}^{0} - Z_{p,k}^{0}}{2Z_{k,k}^{+} + Z_{k,k}^{0}} \right) \frac{1{,}0}{z_{p-q}^{0}}
\end{aligned}
$$

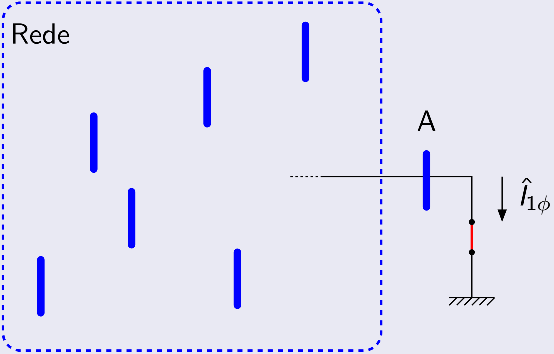
- Fluxos de corrente de fase nas linhas:

$$
\begin{aligned}
\hat{\imath}_{Ap-q} &= \hat{\imath}_{+p-q} + \hat{\imath}_{-p-q} + \hat{\imath}_{0p-q} \\
\hat{\imath}_{Bp-q} &= \alpha^2 \hat{\imath}_{+p-q} + \alpha \hat{\imath}_{-p-q} + \hat{\imath}_{0p-q} \\
\hat{\imath}_{Cp-q} &= \alpha \hat{\imath}_{+p-q} + \alpha^2 \hat{\imath}_{-p-q} + \hat{\imath}_{0p-q}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{\imath}_{Ap-q} &= \frac{1}{2Z^+_{k,k} + Z^0_{k,k}} \left[2 \frac{Z^+_{q,k} - Z^+_{p,k}}{z^+_{p-q}} + \frac{Z^0_{q,k} - Z^0_{p,k}}{z^0_{p-q}} \right] \\
\hat{\imath}_{Bp-q} &= \frac{1}{2Z^+_{k,k} + Z^0_{k,k}} \left[\frac{Z^+_{q,k} - Z^+_{p,k}}{z^+_{p-q}} + \frac{Z^0_{q,k} - Z^0_{p,k}}{z^0_{p-q}} \right] \\
\hat{\imath}_{Cp-q} &= \hat{\imath}_{Bp-q}
\end{aligned}
$$

Capacidade de curto-circuito (SCC) monofásico

- Considere novamente a rede a seguir, agora sujeita a um curto-circuito monofásico na barra A.



Capacidade de curto-circuito (SCC) monofásico

- A capacidade de curto-circuito monofásica é definida como:

$$\text{SCC}_{1\phi} = \hat{V}_f \, \hat{I}_{1\phi}^* \text{ [VA]}$$

- Adotando a potência de base monofásica $S_{b,1\phi} = V_b \, I_b$:

$$\begin{aligned} \text{SCC}_{1\phi} &= \hat{v}_f \, \hat{\imath}_{1\phi}^* \text{ [pu]} \\ &\approx \hat{\imath}_{1\phi}^* \text{ [pu]} \end{aligned}$$

Capacidade de curto-circuito (SCC) monofásico

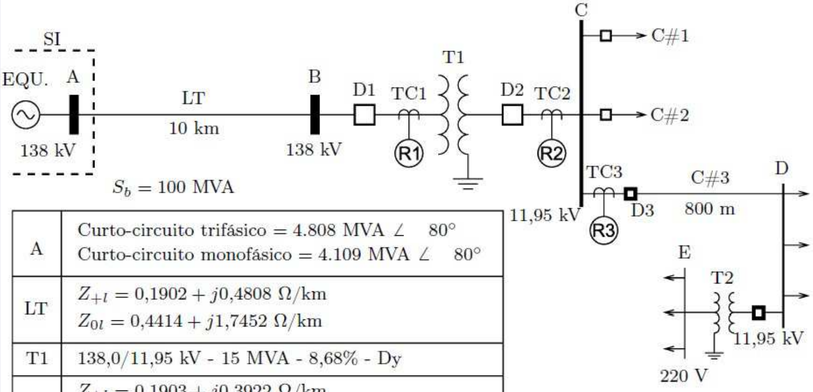
- A partir de desenvolvimentos anteriores:

$$\mathrm{SCC}_{1\phi} = \hat{\mathrm{i}}^{*}_{1\phi} = \left(\frac{3}{2\,z^{+} + z^{0}} \right)^{*}$$

$$\begin{aligned} z^{0} &= \frac{3}{\mathrm{SCC}^{*}_{1\phi}} - 2\,z^{+} \\ &= = \frac{3}{\mathrm{SCC}^{*}_{1\phi}} - \frac{2}{\mathrm{SCC}^{*}_{3\phi}} \text{ [pu]} \end{aligned}$$

Exemplo

Considere o seguinte sistema radial:



A	Curto-circuito trifásico = 4.808 MVA $\angle$ 80° Curto-circuito monofásico = 4.109 MVA $\angle$ 80°
LT	$Z_{+l} = 0{,}1902 + j0{,}4808\ \Omega/\mathrm{km}$ $Z_{0l} = 0{,}4414 + j1{,}7452\ \Omega/\mathrm{km}$
T1	138,0/11,95 kV - 15 MVA - 8,68% - Dy
C#3	$Z_{+l} = 0{,}1903 + j0{,}3922\ \Omega/\mathrm{km}$ $Z_{0l} = 0{,}4359 + j1{,}8540\ \Omega/\mathrm{km}$
T2	11,950/0,220-0,127 kV - 500 kVA - 5,0% - Dy

Exemplo

Antes do cálculo de curto-circuito, é necessário obter todos os parâmetros da rede:

- Fonte (equivalente do restante da rede):

$$z_{+s} = \frac{S_b}{SCC^*_{3\phi}} = \frac{100}{4808\,\angle-80^\circ}$$
$$= 0{,}0208\,\angle 80^\circ \rightarrow 2{,}08\,\angle 80^\circ\ \%$$

$$z_{0s} = \frac{3S_b}{SCC^*_{1\phi}} - \frac{2S_b}{SCC^*_{3\phi}} = \frac{3\cdot 100}{4109\,\angle-80^\circ} - \frac{2\cdot 100}{4808\,\angle-80^\circ}$$
$$= 0{,}0314\,\angle 80^\circ \rightarrow 3{,}14\,\angle-80^\circ\ \%$$

Exemplo

- Linha de transmissão:

$$
\begin{aligned}
z_{+LT} &= (0{,}1902 + j\,0{,}4808) \cdot 10 \cdot \frac{100}{138^2} \\
&= 0{,}0272\,\angle 68{,}42^\circ \rightarrow 2{,}72\,\angle 68{,}42^\circ\,\%
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z_{0LT} &= (0{,}4414 + j\,1{,}7452) \cdot 10 \cdot \frac{100}{138^2} \\
&= 0{,}0945\,\angle 75{,}81^\circ \rightarrow 9{,}45\,\angle 75{,}81^\circ\,\%
\end{aligned}
$$

- Transformador 1:

$$
\begin{aligned}
z_{+T1} &= j\,\frac{8{,}68}{100} \cdot \frac{138^2}{15} \cdot \frac{100}{138^2} \\
&= j\,0{,}5787 \rightarrow j\,57{,}87\,\%
\end{aligned}
$$

Exemplo

- Linha de distribuição:

$$\begin{aligned} z_{+LD} &= (0{,}1903 + j\,0{,}3922) \cdot 0{,}8 \cdot \frac{100}{11{,}95^2} \\ &= 0{,}2442\,\angle 64{,}12^\circ \rightarrow 24{,}42\,\angle 64{,}12^\circ\,\% \end{aligned}$$

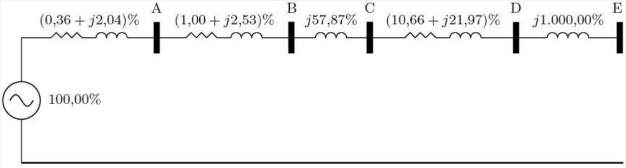
$$\begin{aligned} z_{0LD} &= (0{,}4359 + j\,1{,}8540) \cdot 0{,}8 \cdot \frac{100}{11{,}95^2} \\ &= 1{,}0670\,\angle 76{,}77^\circ \rightarrow 106{,}70\,\angle 76{,}77^\circ\,\% \end{aligned}$$

- Transformador 2:

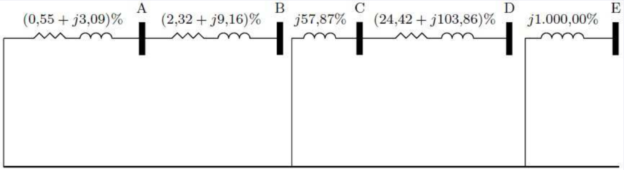
$$\begin{aligned} z_{+T2} &= j\frac{5}{100} \cdot \frac{11{,}95^2}{0{,}5} \cdot \frac{100}{11{,}95^2} \\ &= j\,10 \rightarrow j\,1000\,\% \end{aligned}$$

Exemplo

- Circuito de sequência positiva:



- Circuito de sequência zero:



Exemplo

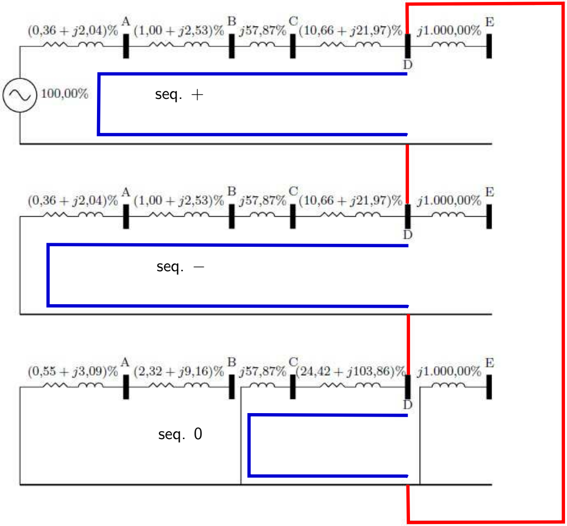
- Considerando um curto-circuito monofásico na barra D, tem-se:

$$\hat{\imath}_{+} = \hat{\imath}_{-} = \hat{\imath}_{0} = \frac{\hat{\imath}_{cc1\phi}}{3} = \frac{1}{z_{+eq} + z_{-eq} + z_{0eq}}$$

$$\hat{\imath}_{cc1\phi} = \frac{3}{z_{+eq} + z_{-eq} + z_{0eq}}$$

$$\hat{I}_{cc1\phi} = \hat{\imath}_{cc1\phi} \cdot \left(\frac{1000 \cdot S_b}{\sqrt{3} \cdot V_b} \right)$$

Exemplo


(0,36 + j2,04)%
A
(1,00 + j2,53)%
B
j57,87%
C
(10,66 + j21,97)%
D
j1.000,00%
E
100,00%
seq. +
(0,36 + j2,04)%
A
(1,00 + j2,53)%
B
j57,87%
C
(10,66 + j21,97)%
D
j1.000,00%
E
seq. −
(0,55 + j3,09)%
A
(2,32 + j9,16)%
B
j57,87%
C
(24,42 + j103,86)%
D
j1.000,00%
E
seq. 0

Exemplo

As impedâncias equivalentes de sequência positiva (soma das impedâncias, desde a fonte até a barra D) e zero (soma das impedâncias até a barra D) são, respectivamente:

$$z_{+eq} = 12{,}02 + j\,84{,}41\,\% = z_{-eq}$$
$$z_{0eq} = 24{,}42 + j\,161{,}73\,\%$$

Logo:

$$\hat{\imath}_{+} = \hat{\imath}_{-} = \hat{\imath}_{0} = \frac{100}{z_{+eq} + z_{-eq} + z_{0eq}} = \frac{100}{334{,}086\,\angle 81{,}66^{\circ}} = 0{,}2996\,\angle -81{,}66^{\circ}\ \text{pu}$$

$$\hat{\imath}_{cc1\phi} = \frac{300}{334{,}086\,\angle 81{,}66^{\circ}} = 0{,}898\,\angle -81{,}66^{\circ}\ \text{pu}$$

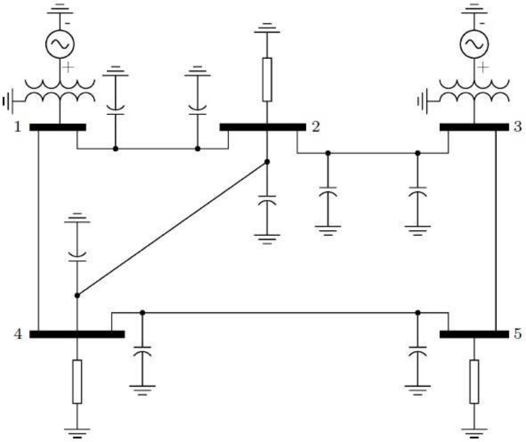
$$\hat{I}_{cc1\phi} = 0{,}898\,\angle -81{,}66^{\circ} \cdot \left(\frac{1000 \cdot 100}{\sqrt{3} \cdot 11{,}95}\right) = 4338{,}5\,\angle -81{,}66^{\circ}\ \text{A}$$

Exercícios propostos

4, 6

Exemplo

Considere agora o sistema malhado de 500 kV, assim como seus dados:



DE	PARA	x_+ %	x_0 %
0	1	$j2{,}27$	$j0{,}77$
0	3	$j4{,}16$	$j1{,}05$
1	2	$j2{,}47$	$j10{,}63$
2	4	$j2{,}47$	$j10{,}63$
2	3	$j2{,}68$	$j11{,}48$
1	4	$j2{,}42$	$j10{,}40$
4	5	$j3{,}06$	$j13{,}04$
3	5	$j2{,}73$	$j11{,}70$

Exemplo

As matrizes impedância desta rede são:

$$[Z^{+}_{BARRA}] = \begin{bmatrix} j1{,}7295 & j1{,}4072 & j0{,}9905 & j1{,}4690 & j1{,}2161 \\ j1{,}4072 & j2{,}4659 & j1{,}5811 & j1{,}8702 & j1{,}7174 \\ j0{,}9905 & j1{,}5811 & j2{,}3447 & j1{,}4679 & j1{,}9313 \\ j1{,}4690 & j1{,}8702 & j1{,}4679 & j2{,}6420 & j2{,}0215 \\ j1{,}2161 & j1{,}7174 & j1{,}9313 & j2{,}0215 & j3{,}4166 \end{bmatrix} \%$$

$$[Z^{0}_{BARRA}] = \begin{bmatrix} j0{,}7308 & j0{,}4346 & j0{,}0534 & j0{,}4913 & j0{,}2605 \\ j0{,}4346 & j4{,}6660 & j0{,}4574 & j2{,}1644 & j1{,}2647 \\ j0{,}0534 & j0{,}4574 & j0{,}9771 & j0{,}3801 & j0{,}6948 \\ j0{,}4913 & j2{,}1644 & j0{,}3801 & j5{,}4898 & j2{,}7966 \\ j0{,}2605 & j1{,}2647 & j0{,}6948 & j2{,}7966 & j7{,}8556 \end{bmatrix} \%$$

Exemplo

Corrente de curto-circuito monofásico na barra 5:

$$\hat{\imath}_{+5} = \hat{\imath}_{-5} = \hat{\imath}_{05} = \frac{100}{2Z_{5,5}^{+} + Z_{5,5}^{0}} = \frac{100}{2 \cdot j\,3{,}4166 + j\,7{,}8556} = -j\,6{,}81 \text{ pu}$$

$$\hat{\imath}_{cc1\phi A5} = 3\,(-j\,6{,}81) = -j\,20{,}424 \text{ pu}$$

$$\hat{I}_{cc1\phi A5} = -j\,20{,}424 \cdot \left(\frac{1000 \cdot 100}{\sqrt{3} \cdot 500} \right) = -j\,2358{,}3 \text{ A}$$

Exemplo

Tensão na barra 4:

$$\hat{v}_{A4} = 1{,}0 - \frac{2Z^{+}_{4,5} + Z^{0}_{4,5}}{2Z^{+}_{5,5} + Z^{0}_{5,5}} = 0{,}5346\,\angle 0^{\circ}\ \text{pu}$$

$$\hat{v}_{B4} = \alpha^2 - \frac{Z^{0}_{4,5} - Z^{+}_{4,5}}{2Z^{+}_{5,5} + Z^{0}_{5,5}} = 1{,}027\,\angle 237{,}5^{\circ}\ \text{pu}$$

$$\hat{v}_{C4} = \alpha - \frac{Z^{0}_{4,5} - Z^{+}_{4,5}}{2Z^{+}_{5,5} + Z^{0}_{5,5}} = 1{,}027\,\angle 122{,}5^{\circ}\ \text{pu}$$

$$\hat{V}_{A4} = 0{,}5346\,\angle 0^{\circ} \cdot \left(\frac{500}{\sqrt{3}}\right) = 154{,}26\,\angle 0^{\circ}\ \text{kV}$$

$$\hat{V}_{B4} = 1{,}027\,\angle 237{,}5^{\circ} \cdot \left(\frac{500}{\sqrt{3}}\right) = 296{,}56\,\angle 237{,}5^{\circ}\ \text{kV}$$

$$\hat{V}_{C4} = 1{,}027\,\angle 122{,}5^{\circ} \cdot \left(\frac{500}{\sqrt{3}}\right) = 296{,}56\,\angle 122{,}5^{\circ}\ \text{kV}$$

Exemplo

Fluxo de corrente na linha 2-4:

$$\hat{\imath}_{A2-4} = \frac{100}{2Z^{+}_{5,5} + Z^{0}_{5,5}} \left[\frac{2Z^{+}_{4,5} - Z^{+}_{2,5}}{z^{+}_{2-4}} + \frac{Z^{0}_{4,5} - Z^{0}_{2,5}}{z^{0}_{2-4}} \right] = -j\,2{,}657 \text{ pu}$$

$$\hat{\imath}_{B2-4} = \frac{100}{2Z^{+}_{5,5} + Z^{0}_{5,5}} \left[\frac{Z^{+}_{2,5} - Z^{+}_{4,5}}{z^{+}_{2-4}} + \frac{Z^{0}_{4,5} - Z^{0}_{2,5}}{z^{0}_{2-4}} \right] = -j\,0{,}143 \text{ pu}$$

$$\hat{\imath}_{C2-4} = \hat{\imath}_{B2-4}$$

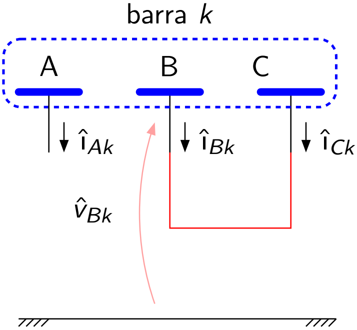
$$\hat{I}_{A2-4} = -j\,2{,}657 \left(\frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 500} \right) = -j\,306{,}8 \text{ A}$$

$$\hat{I}_{B2-4} = -j\,0{,}143 \left(\frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 500} \right) = -j\,16{,}5 \text{ A}$$

$$\hat{I}_{C2-4} = -j\,0{,}143 \left(\frac{100000}{\sqrt{3} \cdot 500} \right) = -j\,16{,}5 \text{ A}$$

Exercícios propostos

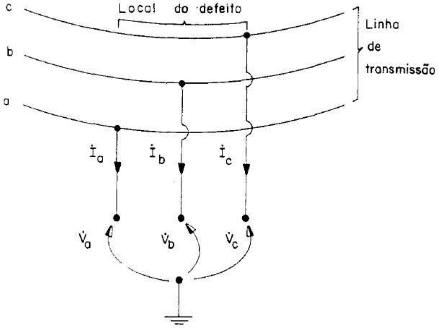
5 , 8(e)-8(g)

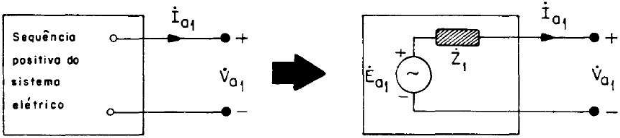


$$\hat{\imath}_{Ak} = 0$$
$$\hat{\imath}_{Bk} = -\hat{\imath}_{Ck}$$
$$\hat{v}_{Bk} = \hat{v}_{Ck}$$

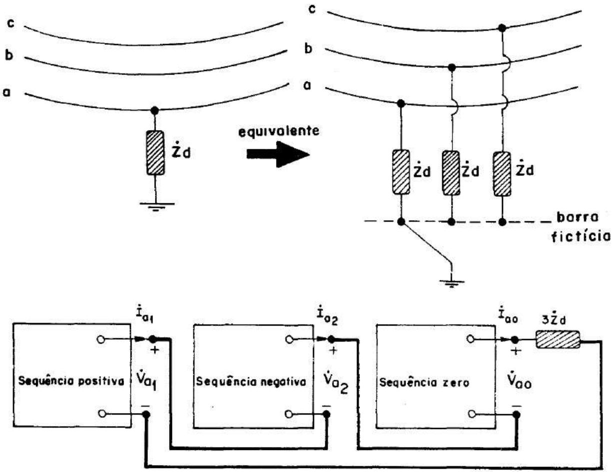
$\vdots$

Situação pré-falta (operação normal)

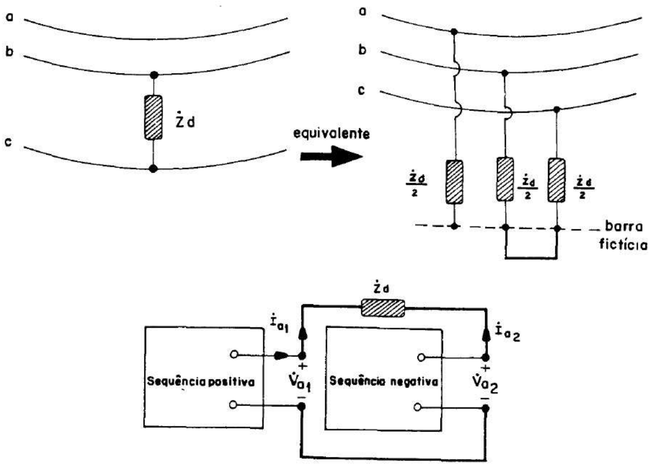




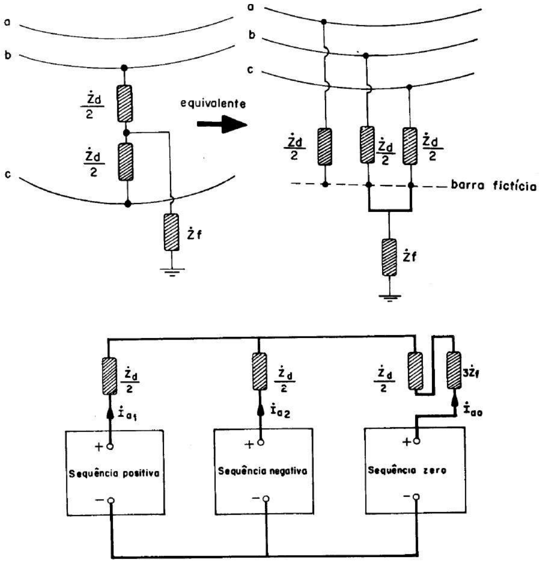
Curto-circuito fase-terra



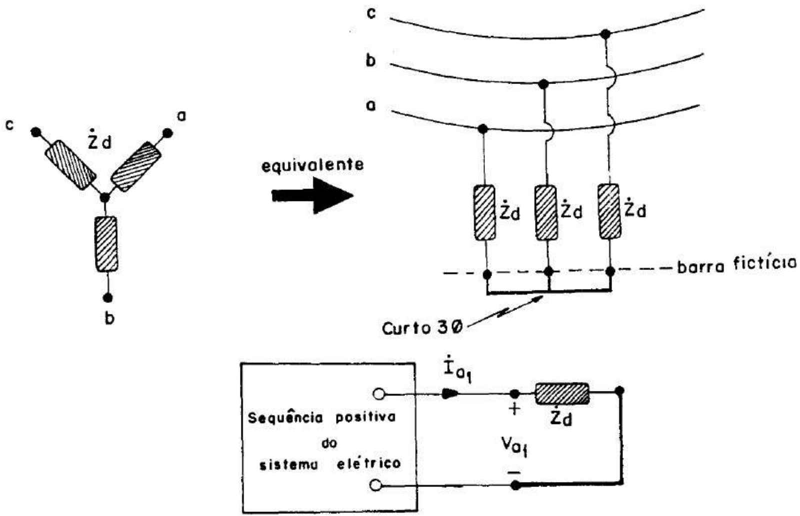
Curto-circuito fase-fase



Curto-circuito fase-fase-terra



Curto-circuito trifásico



- Walmir Freitas, Notas de aula de ET720, FEEC/UNICAMP, 2018.
- J.J. Grainger, W.D. Stevenson, Power system analysis, McGraw-Hill, 1994.
- L.C. Zanetta, Fundamentos de sistemas elétricos de potência, Livraria da Física, 2005.
- O.I. Elgerd, Introdução à teoria de sistemas de energia elétrica, McGraw-Hill, 1981.
- F. Sato, W. Freitas, Análise de curto-circuito e princípios de proteção em sistemas de energia elétrica – fundamentos e prática, Elsevier, 2015.

- G. Kindermann, Curto-circuito, UFSC, 2007.
- F.V. Gomes, Análise de Sistemas Elétricos de Potência 1, Notas de aula, UFJF.