

Étude de la vitesse de l'onde de Mach réfléchie en tube à choc fini

MODEX 2020-2021

MATEJKA Raphael MOREL ROSA Pedro

Table des matières

1	Intr 1.1 1.2		on xtualisation dologie														3
2	Rap 2.1	-	héoriques infini														4
			ion des ondes de														
3	Côt	e Expé	erimentale														7
	3.1		ption														
	3.2 3.3		$\operatorname{ment} \operatorname{des} \operatorname{donn\acute{e}e}$ $\operatorname{ats} \ldots \ldots$														7 8
4	Côt	e num															11
_	4.1		re														11
		4.1.1	Logiciel														11
		4.1.2	Équations et so	olveur													11
	4.2	Simula	ations														12
		4.2.1															12
		4.2.2	Multifluide			•			•	 ٠	 •	•		•	•	•	14
5	Crit	tique d	u modèle														17
6	Con	clusio	n														17
Aı	Appendices									19							
A	Dor	nées c	ollectées expé	riment	taler	ner	\mathbf{nt}										19
В	Vale	eurs ca	lculées avec d	es don	nées	5											19



Table des figures

1	Schéma au voisinage du choc	4
2	Schéma du choc aller et représentation du diagramme espace-temps	5
3	Schéma représentant le choc réfléchi dans l'extrémité fermée du tube	6
4	dispositif expérimental : tube à choc	7
5	Régression linéaire sur l'étalonnage	8
6	Résultats de mesure à l'oscilloscope	8
7	Mesures expérimentales	g
8	Mach d'aller en fonction du logarithme du rapport de pression	g
9	Mach retour en fonction du logarithme du rapport de pression	10
10	Conditions initales pour la simulation monofluide	13
11	Résultats pour la simulation monofluide	14
12	Conditions initiales pour la simulation multifluide	15
13	Résultats pour la simulation multifluide	16



1 Introduction

1.1 Contextualisation

Si le monde qui nous entoure individuellement n'est composé presque uniquement de phénomènes d'écoulement subsonique (écoulement du robinet, écoulement autour d'une voiture en marche,...), les phénomènes d'écoulement supersonique et compressible ont commencé à intéresser la communauté scientifique dès la première moitié du XXe siècle en parallèle de l'apparition des premiers avions à réaction, des premiers missiles ou encore des premières fusées. Ce type d'écoulement introduit alors les phénomènes de choc qui vont être le centre de multiples études.

Les tubes à chocs sont utilisés pour étudier les chocs en écoulement supersonique comme par exemple pour simuler les conditions de la turbine d'un moteur à réaction. En effet, on peut modéliser des phénomènes aérodynamiques dans de grandes plages de températures et de pressions, difficiles à obtenir en soufflerie. Dans notre modex, nous travaillons sur un tube à choc fini c'est-à-dire que contrairement à la théorie que nous connaissons dans le cadre de nos cours, nous devons prendre en compte l'existence d'une paroi sur laquelle le choc va se réfléchir. Quelles sont les conséquences de cette réflexion de choc et quels avantages peut-on en tirer? C'est à ces questions que nous allons répondre dans notre modex.

1.2 Méthodologie

Notre approche a consisté dans un premier temps à établir les relations nous permettant de calculer les machs de choc allers M_s et retours M_R à partir du rapport de pression (maitrisé par l'expérimentateur). Ces relations, obtenues par les relations de choc et les équations de conservations de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, vont nous permettre de tracer avec MATLAB les courbes d'évolutions des Mach en fonction de la pression afin de procéder par la suite à une première comparaison entre la théorie et l'expérimentation. En effet, nous avons ensuite procédé à des expériences afin de calculer les Machs du choc aller et du choc retour dans notre tube à choc et réaliser une comparaison comme première validation de la pertinence de notre modèle théorique.

Une fois les Machs connus, les relations de passage de choc et les hypothèses nous permettent de connaître la température, la masse volumique, la vitesse du fluide ainsi que la pression dans le tube. Nous utilisons pour calculer ces variables à tout instant un algorithme CLAWPACK qui affiche les variables obtenues à partir des Machs théoriques ainsi que la solution exacte obtenue à partir d'un solveur.

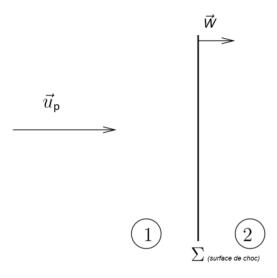


2 Rappels Théoriques

2.1 Milieu infini

En négligeant les effets de bord (couche limite) le long de la paroi et en travaillant dans les conditions de gaz parfait polytropique en écoulement unidimensionnel pour une détente adiabatique, nous nous retrouvons avec les hypothèses de choc en milieu infini et nous pouvons donc utiliser les relations de choc pour un choc qui se déplace à la vitesse W et une surface de contact qui se déplace à la vitesse u_p .

FIGURE 1 – Schéma au voisinage du choc



Pour ce choc, les équations de continuité de masse, de quantité de mouvement et d'énergie s'écrivent alors :

$$\rho_2(W) = \rho_1(W - u_p) \tag{1}$$

$$p_2 + \rho_2 W^2 = p_1 + \rho_1 (W - u_p)^2 \tag{2}$$

$$h_2 + \frac{W^2}{2} = h_1 + \frac{(W - u_p)^2}{2} \tag{3}$$

Dans notre situation globale, nous avons deux zones 1 et 4 du tubes qui sont séparées par une membrane fixe et telle que la pression dans la zone 1 (gauche) est très grande devant la pression dans la zone 4 (droite). La libération de la membrane à l'instant t=0 va introduire un phénomène d'onde de détente qui va partir vers la gauche (zone à haute pression) et abaisser la pression tandis que la surface de contact entre les deux gaz va acquérir une vitesse positive u_p vers la droite . De plus la différence discontinue de pression à la surface de contact initiale va provoquer l'apparition d'un choc droit qui va se propager vers la droite à la vitesse W.



Percuteur

Paradon Surface de Contact

Choc

Capteurs de pression

Capteurs de pression

4

X

0

FIGURE 2 – Schéma du choc aller et représentation du diagramme espace-temps

A partir des équations de choc introduites (1),(2) et (3) et des propriétés de notre gaz parfait polytropique $h=C_pT$ et $u=\frac{RT}{p}$, on peut relier directement le rapport de pression $\frac{p_1}{p_4}$ au Mach du choc défini par $M_s=\frac{W}{c_0}$.

$$\frac{p_1}{p_4} = \left(1 + \frac{2\gamma_4}{\gamma_4 + 1}(M_s^2 - 1)\right)\left(1 - \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_4 + 1}\frac{c_4}{c_1}\frac{M_s^2 - 1}{M_s}\right)^{\frac{-2\gamma_1}{\gamma_1 - 1}} \tag{4}$$

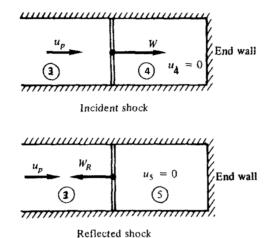
2.2 Réflexion des ondes de choc

Les ondes de choc réfléchies constituent un deuxième phénomène physique pertinent pour l'étude que vise ce rapport. On va donc accorder une partie de notre étude à la « réflexion » d'une onde de choc en mouvement sur l'extrémité fermée d'un conduit.

On considère une onde de choc normale en mouvement se propageant dans un gaz au repos dans un conduit. Le choc, comme discuté ci-dessus, induit un écoulement derrière lui dans la direction du mouvement du choc. Cependant, si l'extrémité du conduit est fermée, il ne peut y avoir aucun écoulement hors du conduit, c'est-à-dire que la vitesse du gaz en contact avec l'extrémité fermée doit toujours être nulle. Par conséquent, une onde de choc normale doit être « réfléchie » par l'extrémité fermée, la force de cette onde de choc étant juste suffisante pour réduire la vitesse à zéro.



FIGURE 3 – Schéma représentant le choc réfléchi dans l'extrémité fermée du tube.



Compte tenu de la nature du phénomène considéré, il est possible de faire une analyse quantitative de la figure 3. Considérant l'onde de choc comme référence, on a :

 $W_R + u_p$ vitesse du gaz **devant** l'onde de choc par rapport à l'onde W_R vitesse du gaz **derrière** l'onde de choc par rapport à l'onde

En utilisant ces informations dans les équations de conservation présentées dans la section précedente, on trouve pour l'onde de choc réfléchie :

$$\rho_2(W_R + u_p) = \rho_5 W_R \tag{5}$$

$$p_2 + \rho_2 (W_R + u_p)^2 = p_5 + \rho_5 W_R^2$$
(6)

$$h_2 + \frac{(W_R + u_p)^2}{2} = h_5 + \frac{W_R^2}{2} \tag{7}$$

Les équations (5), (6), (7) sont respectivement les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour l'onde réfléchie. En les utilisant avec les équations des ondes de choc incidentes ((1), (2), (3)), et compte tenu du modèle de gaz parfait polytropique, on peut trouver une relation entre le Mach d'incidence et le Mach de réflexion :

$$\frac{M_{retour}}{M_{retour}^2 - 1} = \frac{M_s}{M_s^2 - 1} \sqrt{1 + \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} (M_s^2 - 1)(\gamma + \frac{1}{M_s^2})}$$
(8)

L'équation (8) sera utilisée dans la section 3.3 afin de comparer l'approche purement analytique avec l'expérimental et le numérique.



3 Côte Expérimentale

3.1 Description

Notre système de mesure est composé d'un tube de choc dont la membrane est formée par un papier calque que l'on insère et qui peut être brisée par un percuteur. La pression en pratique à gauche de la membrane est donc la pression atmosphérique. A droite de la membrane, on maitrise la pression dans le tube grâce à un système de pompe relié au tube dont l'activité est contrainte par une valve.

Enfin, trois capteurs de pressions sont fixés pas loin de la paroi du tube afin de mesurer le déplacement du choc. En effet, les capteurs de pression sont liés à une resistance qui dépend de cette pression, les variations de pression impliquent donc une variation de tension au borne de la résistance ce qui va être observé à l'oscilloscope. De cette façon, nous n'avions non pas accès à la valeur de la pression interne mais à la tension affichée par les capteurs.

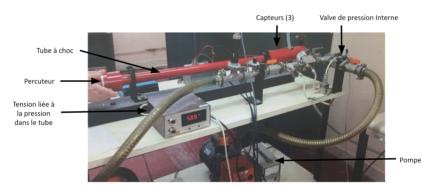


FIGURE 4 – dispositif expérimental : tube à choc.

3.2 Traitement des données

Afin de lier directement le tension calculée à la pression que l'on souhaite imposer, nous avons procédé avec un manomètre à un étalonnage afin d'établir une échelle de mesure qui lie pression et tension. Une régression linéaire sur ces points nous a permis d'obtenir une expression affine de la pression en fonction de la tension. Notons tout de même que cette approche est discutable à très basse tension tension car on peut obtenir des pressions négatives pour des tensions de l'ordre de dizaines de microvolts. Néanmoins, notre coefficient de corrélation est de 0.99958 ce qui nous a convaincu sur l'utilisation de cette regression linéaire.

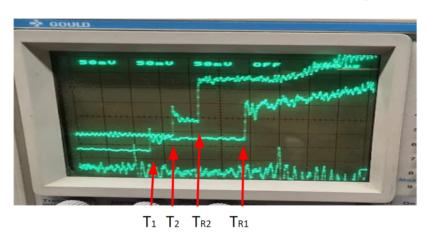


1000 800 NE 600 0 20 40 60 80 100 Pression absolue [mBar]

FIGURE 5 – Régression linéaire sur l'étalonnage.

Pour des tensions, donc des pressions données, nous sommes capable de calculer la vitesse du choc aller par rapport au tube et la vitesse du choc retour par rapport au tube. On peut donc en déduire les Machs aller (9) et retour(10).

FIGURE 6 – Résultats de mesure à l'oscilloscope.



$$W = \frac{\Delta s}{T_2 - T_1} et M_s = \frac{W}{c_0}$$

$$\tag{9}$$

$$M_{retour} = \frac{u_{r/tube} - u_{3/tube}}{c_3} = \frac{\frac{\Delta s}{\Delta t_{retour}} - u_{3/tube}}{c_3}$$
 (10)

$$où u_{r/tube} = \frac{\Delta s}{T_{R1} - T_{R2}}, \ u_{3/r} = M_3 c_3 \ et \ u_{3/tube} = M_s c_0 - u_{3/r}$$

3.3 Résultats

Nous avons multiplié ce relevé pour plusieurs valeurs de pression comme en atteste le tableau de la Figure 7.

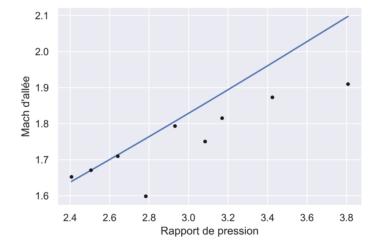


| Valeurs obtenues expérimentalement | Valeurs o

FIGURE 7 – Mesures expérimentales.

On peut alors représenter graphiquement l'évolution du Mach en fonction de la pression et comparer les valeurs obtenues avec celles prévues par la théorie à partir des équations (4) et (8).

FIGURE 8 – Mach d'aller en fonction du logarithme du rapport de pression.





1.8
1.7
1.6
1.9
1.5
1.4
1.3
2.4
2.6
2.8
3.0
3.2
3.4
3.6
3.8
Rapport de pression

FIGURE 9 – Mach retour en fonction du logarithme du rapport de pression.

La représentation en fonction du logarithme du rapport de pression souligne comment notre théorie et notre expérience collent en démontrant un comportement identique modulo une translation en ordonnée et un évasement pour les basses pressions. En effet, compte tenu des valeurs de pression mises en jeu, les effets de fuites (au niveau de la membrane par exemple) sont beaucoup plus importants aux plus basses pressions et entrainent donc une translation des valeurs de pression réelles vers la gauche (d'où un Mach plus faible).

Il faut aussi noter que la lecture à l'oscilloscope des temps caractéristiques de retour ne sont pas tout le temps très nets et sont sources d'incertitudes qui pouvaient atteindre jusqu'à 20% parfois. Toutefois, nous pouvons considérer notre modèle valide compte tenu du comportement globale et utiliser nos valeurs de Mach expérimentales afin de simuler l'évolution de variables au cours du temps et de la propagation de l'onde telle que la température, la pression, la vitesse du fluide ou encore la masse volumique. En effet, on peut connaître toutes ces variables grâce aux relations de choc liées aux valeurs des Machs de choc.



4 Côte numérique

4.1 Software

4.1.1 Logiciel

Compte tenu de la nature hyperbolique des équations qui modélisent les phénomènes compressibles, le logiciel *Clawpack* a été choisi pour l'approche numérique. Il se compose d'une collection de méthodes pour des systèmes hyperboliques linéaires et non linéaires au travers de leur forme conservationnelle. De plus, il utilise des méthodes de type Godunov à haute résolution avec des limiteurs dans un cadre général applicable à de nombreux types d'ondes. Le code est écrit en *Fortran* et le post-traitement se fait avec l'aide de *Matlab*.

4.1.2 Équations et solveur

Tout d'abord, il est nécessaire d'introduire l'équation de Navier-Stokes compressible pour un fluide parfait (adiabatique et effets de viscosité négligés). Il s'agit de lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ensemble, elles sont appelées les équations d'Euler compressibles, ou simplement les équations d'Euler. On peut les écrire comme :

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}(q)}{\partial x} = 0 \tag{11}$$

Les vecteurs q et $\mathcal{F}(q)$ sont définis comme :

$$q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho E \end{pmatrix} \qquad \mathcal{F}(q) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ (\rho E + p)u \end{pmatrix}$$

On introduit aussi les conditions initiales qui caractérisent ce problème comme un problème de Riemann :

$$u(x,t=0) = \begin{cases} u_L & \text{si } x < 0\\ u_R & \text{si } x > 0 \end{cases}$$
 (12)

Il n'y a pas de solution exacte pour les équations d'Euler avec le problème de Riemann que ce soit pour des gaz parfaits voire pour des modèles beaucoup plus simple tels que les équations isentropiques et isothermes. Cependant, il est possible concevoir des schémas itératifs dans lesquels la solution peut être calculée numériquement à tout degré de précision souhaité.

Godunov est crédité du premier solveur exact de Riemann pour les équations d'Euler. Cependant aujourd'hui, le premier solveur Riemann de Godunov est encombrant et peu efficace en terme de calculs.

Compte tenu de cela, il existe essentiellement deux manières d'extraire des informations approchées de la solution du problème de Riemann qui est utilisée dans la



méthode de type Godunov. Une approche consiste à trouver une approximation du flux numérique directement (et sans iterations). L'autre approche consiste à trouver une approximation d'un état puis à évaluer la fonction de flux à cet état. Les simulations réalisées ont suivi la première approche, avec la méthode HLLC (Harten-Lax-van Leer-Contact).

4.2 Simulations

Toutes les simulations réalisées étaient unidimensionnelles, dans un domaine spatial de 2 unités de distance et avec une interface de discontinuité entre les conditions initiales à 1 unité de distance. Deux scénarios principaux ont été simulés à des fins de comparaison : le premier avec un même fluide pour l'ensemble du domaine et le second avec des fluides différents.

La convergence du maillage a été réalisée et a garanti des solutions fiables pour une discrétisation de 2000 cellules. De plus, le temps de simulation final a été fixé à 0,0025 secondes. Les pas de temps étaient régis par les paramètres souhaités concernant le nombre de Courant. Le Courant souhaitée était de 0,5 et majoré par 1.

4.2.1 Monofluide

L'objectif de la première simulation est d'aborder l'expérience menée dans ce début de modex. Nous avons donc choisi l'air pour fluide avec les constantes et conditions initiales suivantes :

$\gamma = 1.4$							
$T = 293 \text{ K} = 20 ^{\circ}\text{C}$							
R=28.97							
Gauche Droite							
$p_L = 1 \times 10^5 Pa \mid p_R = 8.1974 \times 10^3 Pa$							
$\mathbf{u}_L = 0 \qquad \qquad \mathbf{u}_R = 0$							

Ce qui peut être vu dans les figures 10.



4.2 Simulations

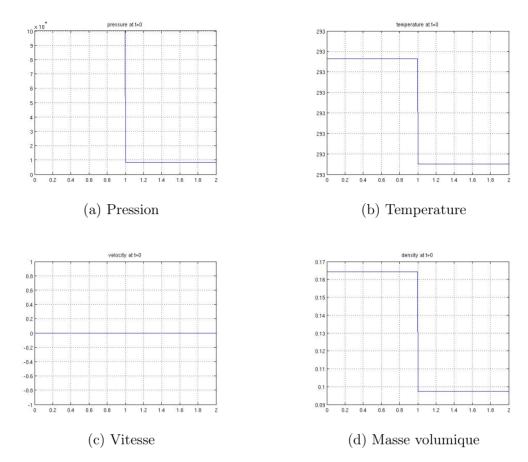


FIGURE 10 - Conditions initales pour la simulation monofluide

Et après 0,0025 secondes de simulation, on compare avec les solutions exactes et obtient les résultats dans la figure 11.



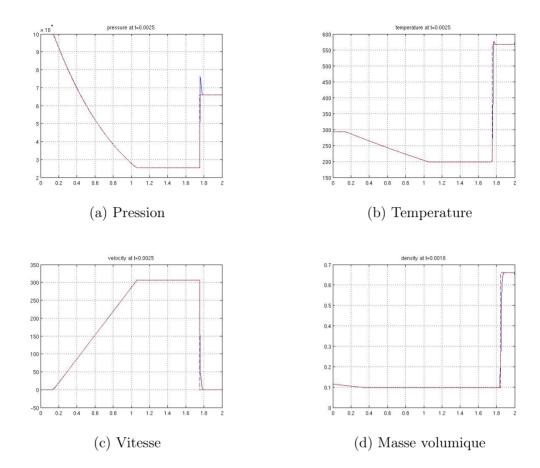


FIGURE 11 – Résultats pour la simulation monofluide

4.2.2 Multifluide

Pour la deuxième simulation, l'objectif est d'observer comment le phénomène se comporte dans une situation qui ne pourrait être envisagée par l'expérimental, avec une interface marquée non seulement par des conditions initiales différentes, mais aussi par deux fluides différents.

$T=293~\mathrm{K}=20~\mathrm{^{\circ}C}$							
Gauche - Air	Droite - Helium						
$\gamma_L = 1.4$	$\gamma_R = 1.66$						
$R_L = 28.97$	$R_R = 4.003$						
$p_L = 1 \times 10^5 Pa$	$p_R = 3.9062 \times 10^3 Pa$						
$\mathbf{u}_L = 0$	$u_R = 0$						

On observe l'évolution des variables dont les figures 12.



4.2 Simulations

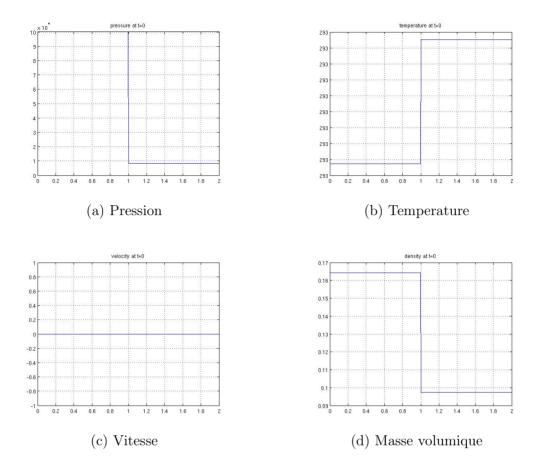


Figure 12 – Conditions initiales pour la simulation multifluide

Après 0,0018 secondes de simulation, on a choisi de comparer avec les solutions exactes et obtient les résultats dans les figures 13.



4.2 Simulations

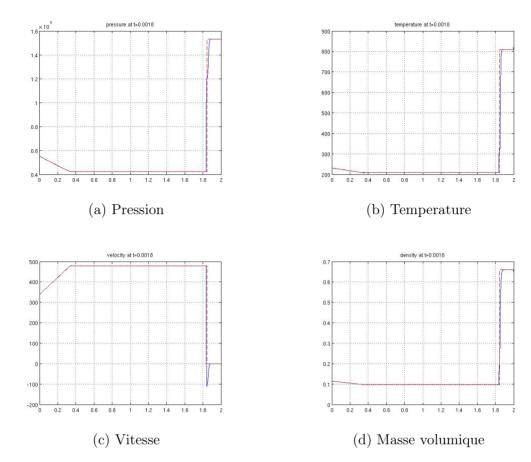


FIGURE 13 – Résultats pour la simulation multifluide

Il est donc intéressant de noter que la différence de température dans le phénomène qui a utilisé l'approche multifluide est plus grande par rapport à l'approche monofluide. Les conséquences de ce résultat d'un point de vue industriel seront discutées dans la section suivante.



5 Critique du modèle

Compte tenu des résultats trouvés, il est possible de dire qu'il y a une concordance relative entre les approches poursuivies dans ce travail.

D'abord, en comparant uniquement le travail expérimental avec la théorie sur laquelle ce projet était basé, il est possible de percevoir des résultats qui s'accordent en termes d'ordre de grandeur, mais qui ne correspondent pas parfaitement et de manière satisfaisante aux résultats attendus.

Malheureusement, plusieurs sources d'incertitude peuvent clarifier les résultats non concordants dans le domaine expérimental, comme la présence de papier déchiré dans le tube qui peut, d'une certaine manière, affecter le comportement de l'onde de choc à l'intérieur du tube.

Un autre fait important à mentionner est la dépendance excessive aux réflexes et à la coordination humaine dans la réalisation (liées à la nécessité de percer la membrane et de fermer une valve en même temps) qui engendre des erreurs.

Compte tenu de ces problèmes, il est envisageable de travailler sur la reconnaissance et l'évaluation des incertitudes intrisèques à la mesure afin de trouver un modèle expérimental qui inclurait les résultats théoriques.

Enfin, concernant l'approche numérique, on peut dire que les résultats ont été satisfaisants. Comme toute méthode numérique, il est naturel de trouver de petites erreurs à proximité de régions avec des gradients plus élevés, ou dans ce cas, des discontinuités.

6 Conclusion

Au vu de tous les résultats et discussions faits dans les sections précédentes, nous pouvons dire que l'objectif du travail a été atteint malgré les approximations.

Enfin, en reprenant un résultat, il est possible d'affirmer qu'une onde de choc générée par une discontinuité de conditions initiales de deux fluides différents est susceptible d'augmenter la température plus que dans le cas du phénomène monofluide. On reconnait alors le potentiel d'application industriel, puisque l'objectif de l'onde de choc est d'augmenter la température dans le milieu dans lequel elle se propage, on peut obtenir de plus hautes températures grâce à la réflexion de choc.



RÉFÉRENCES RÉFÉRENCES

Références

[1] Sabine Ortiz-Clerc. Cours MF201, Ecoulements Compressibles. Polycopié Année 2020/2021.

- [2] J. D. Anderson. Modern compressible Flow. McGraw-Hill, 1990.
- [3] V. Mengeling & P. Botteri. Écoulements à grande vitesse et ondes de choc, Travaux expérimentaux de Mécanique de Fluides. 1995.
- [4] R. J. LeVeque. CLAWPACK software, http://www.clawpack.org
- [5] R. J. LeVeque. Finite volume Methods for Hyperbolic Problems. Cambridge University Press, 2004
- [6] R. Brun. Shock Tubes and Shock Tunnels: Design and Experiments, rapport, RTO-EN-AVT-162. 2009.



Appendices

A Données collectées expérimentalement

Tension (mV)	$\Delta T_{alle}(s)$	$\Delta T_{retour}(s)$
2.8	154	354
3.9	157	322
4.9	162	310
5.3	168	310
6.1	164	380
7	184	336
8	172	410
9.1	176	432
10	178	324

B Valeurs calculées avec des données

$U_s(m/s)$	$U_r(m/s)$	M_s	$\sqrt{rac{T_3}{T_0}}$	c_3	M_3	U3/choc	u3/tube	MR
649.35	282.48	1.9	1.27	432.16	0.594	256.704	392.64	1.56
636.94	310.55	1.87	1.25	428.35	0.601	257.441	379.5	1.61
617.28	322.58	1.81	1.24	422.37	0.613	258.913	358.37	1.612
595.23	322.58	1.75	1.22	415.73	0.628	261.079	334.15	1.579
609.75	263.15	1.79	1.23	420.09	0.618	259.619	350.13	1.459
543.47	297.61	1.59	1.17	400.4	0.669	267.873	275.6	1.431
581.39	243.9	1.7	1.21	411.59	0.638	262.599	318.79	1.367
568.18	231.48	1.67	1.19	407.67	0.648	264.175	304	1.313
561.79	308.64	1.65	1.19	405.79	0.653	264.982	296.81	1.492

