МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Университет ИТМО

ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ

Отчет
по курсовой работе
«Синтез адаптивного управления с ускоренной параметрической сходимостью»

Вариант №7

Выполнил:
Студент группы
R34403
Смирнов Данил
Преподаватель:
Парамонов А. В.
к.т.н., доцент факультета СУиР,
мегафакультет КТиУ

ИТМО

Санкт-Петербург, 2023

Постановка задачи: дан объект управления в виде модели

$$\dot{x} = Ax + bu + df, \qquad x(0)$$
$$y = Cx,$$

где $x \in R^n$ – измеряемый вектор состояния, u, y – измеряемые вход и выход объекта, A, b, C, d – известные матрицы соответствующих размерностей, f – неизмеряемое мультисинусоидальное возмущение с априори неизвестными амплитудами, частотами и фазами гармоник. Примем допущение, что сигналы u и f согласованы и $b = d$.

Цель: синтез закона адаптивного управления, компенсирующего неизвестное возмущение так, чтобы

$$\lim_{t\to\infty} \|x(t)\| = 0.$$

Применение схемы Крейссельмейера, обеспечивающей ускоренную параметрическую сходимость.

Исходные данные:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 7 & 0 \end{bmatrix}$$
$$f(t) = 9\cos(3t + 7)\sin(2t - 5)$$

Ход работы

1. **Проверка объекта управления на свойство полной управляемости и наблюдаемости.**

$$\det(U) = \det([b \quad Ab]) = \det\left(\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}\right) = -10 \neq 0 \;\Rightarrow \text{объект полностью управляем}$$
$$\det(Q) = \det\left(\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}\right) = \det\left(\begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}\right) = 49 \neq 0 \;\Rightarrow \text{объект полностью наблюдаем}$$

2. **Определение и реализация требуемых компонентов системы автоматического управления.**

Эталонную модель построим с помощью полинома Ньютона:

$$s^2 + 2\omega s + \omega^2$$
$$\omega = \frac{t_{п}^*}{t_{п}} = \frac{4.8}{1.2} = 4$$
$$a_{ж0} = \omega^2 = 16$$
$$a_{ж1} = 2\omega = 8$$

В итоге получаем:

$$A_{ж} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{ж0} & -a_{ж1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -8 \end{bmatrix}$$
$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Сформируем матрицу линейных обратных связей:

$$\begin{cases} AM - MA_{ж} = bH \\ K = HM^{-1} \end{cases} \Rightarrow K = \begin{bmatrix} -8 & 13 \end{bmatrix}$$

Сформируем закон управления и алгоритм адаптации при динамической модели ошибки. Объект управления:

$$\dot{x} = Ax + b(u + \theta_f^T \hat{\xi}_f)$$

Закон управления:

$$u = -Kx - \hat{\theta}_f^T \hat{\xi}_f$$

Динамическая модель ошибок:

$$\dot{x} = A_m x + b\tilde{\theta}_f^T \hat{\xi}_f$$

Алгоритм адаптации:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \hat{\xi}_f b^T P x = \gamma \hat{\xi}_f x_f,$$

где $x_f = B^T P x, A_m^T P + P A_m = -Q, Q = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix}$ – СПО матрица, $A_m = A - BK$.

Проанализируем модель динамической ошибки и соответственно сформируем статическую модель расширенной ошибки, не налагающую ограничений:

Динамическая модель:

$$\dot{x} = A_m x + b\tilde{\theta}_f^T \hat{\xi}_f, x_f = b^T P x \Rightarrow x_f = H(s)\left[\tilde{\theta}_f^T \hat{\xi}_f\right],$$

где $H(s) = b^T P (sI - A_m)^{-1} b$

Статическая модель:

$$\bar{x}_f = x_f + H(s)\left[\hat{\theta}_f^T \hat{\xi}_f\right] - \hat{\theta}_f^T \bar{\xi}_f,$$

где $\bar{\xi}_f = H(s)\left[\hat{\xi}_f\right], x_f = H(s)\left[\tilde{\theta}_f^T \hat{\xi}_f\right] \Rightarrow \bar{x}_f = \tilde{\theta}_f^T \bar{\xi}_f$

Проанализируем алгоритм адаптации при статической модели расширенной ошибки

$$\dot{\hat{\theta}}_f = \gamma \bar{\xi}_f \bar{x}_f, \bar{x}_f = \tilde{\theta}_f^T \bar{\xi}_f \Rightarrow \dot{\tilde{\theta}}_f = -\gamma \bar{\xi}_f \bar{\xi}_f^T \tilde{\theta}_f (\det(\bar{\xi}_f \bar{\xi}_f^T) \equiv 0)$$

Обеспечим ему ускоренную параметрическую сходимость

$$\dot{\tilde{\theta}}_f = -\gamma L(s)\left[\bar{\xi}_f \bar{\xi}_f^T\right] \tilde{\theta}_f,$$

где $L(s) = \frac{1}{s+l}$ – апериодическое звено $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \dot{\hat{\theta}}_f = \gamma \left(L(s)\left[\bar{\xi}_f B^T P x\right] + L(s)\left[\bar{\xi}_f H(s)\left[\hat{\theta}_f^T \hat{\xi}_f\right]\right] - L(s)\left[\bar{\xi}_f \bar{\xi}_f^T\right] \hat{\theta}_f \right)$$

Сформируем наблюдатель состояния фильтра неизвестного возмущения:

$$\hat{\xi}_f = \eta + N x, \dot{\eta} = A_0 \eta + \left(A_{0f} N - N A\right) x - N B u \left(N B = B_{0f}\right),$$

где $B_{0f} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$

$$A_{0f} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -k_{f0} & -k_{f1} & -k_{f2} & -k_{f3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4096 & -2048 & -384 & -32 \end{bmatrix}$$

Данная структура наблюдателя при фильтре $\dot{\xi}_f = A_{0f} \xi_f + B_{0f} f$ неизвестного возмущения $f = \theta_f^T \xi_f$ обеспечивает сходимость невязки к нулю:

$$\dot{e} = A_{0f} e,$$

где $e = \xi_f - \hat{\xi}_f$.

3. **Реализация САУ с алгоритмом адаптации на базе схемы Крейссельмейера с ускоренной параметрической сходимостью**

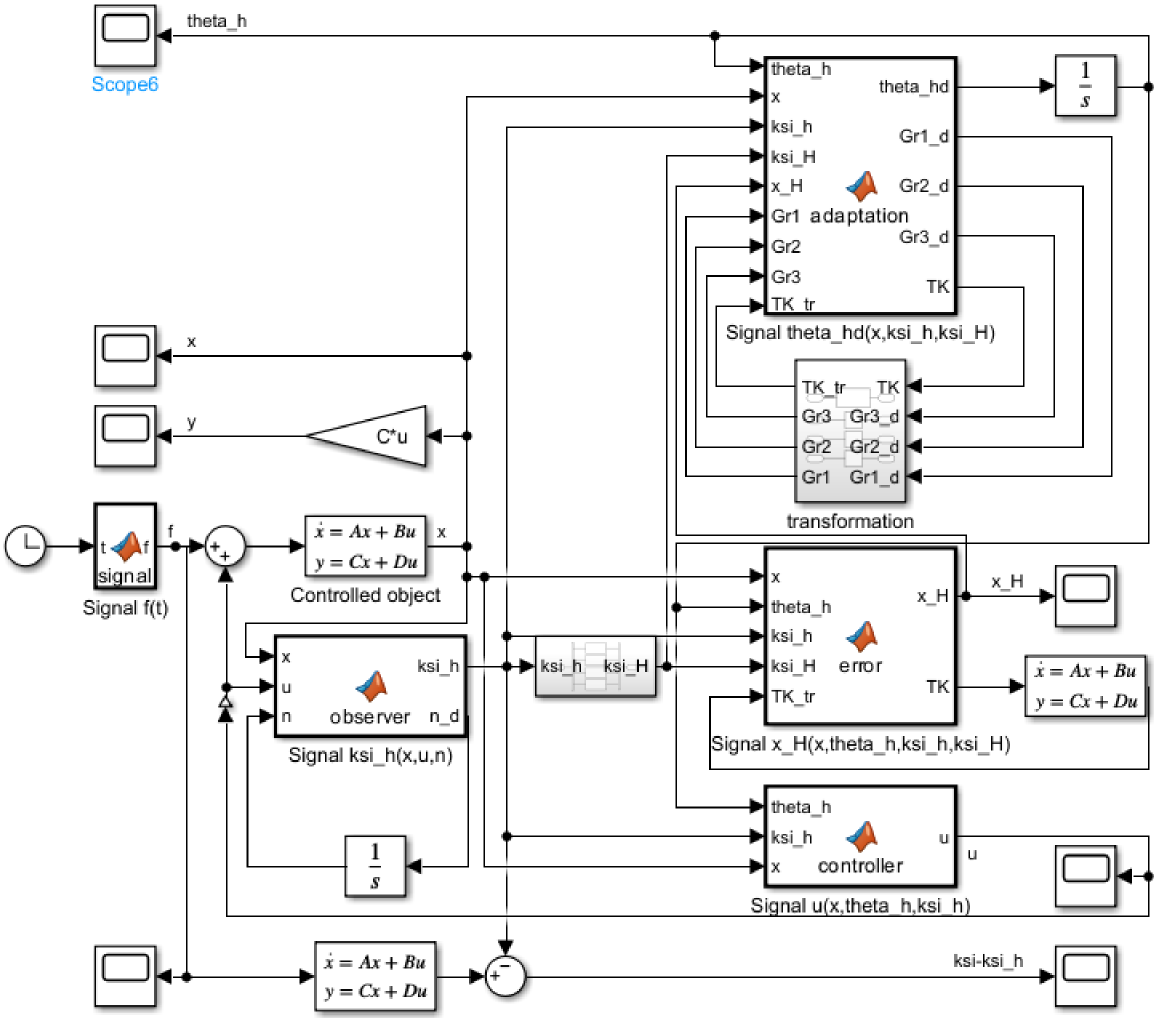

Рисунок 1 – Схема моделирования

4. **Компьютерное моделирование САУ и сравнение переходных процессов в системах с градиентным и модифицированным алгоритмами адаптации**

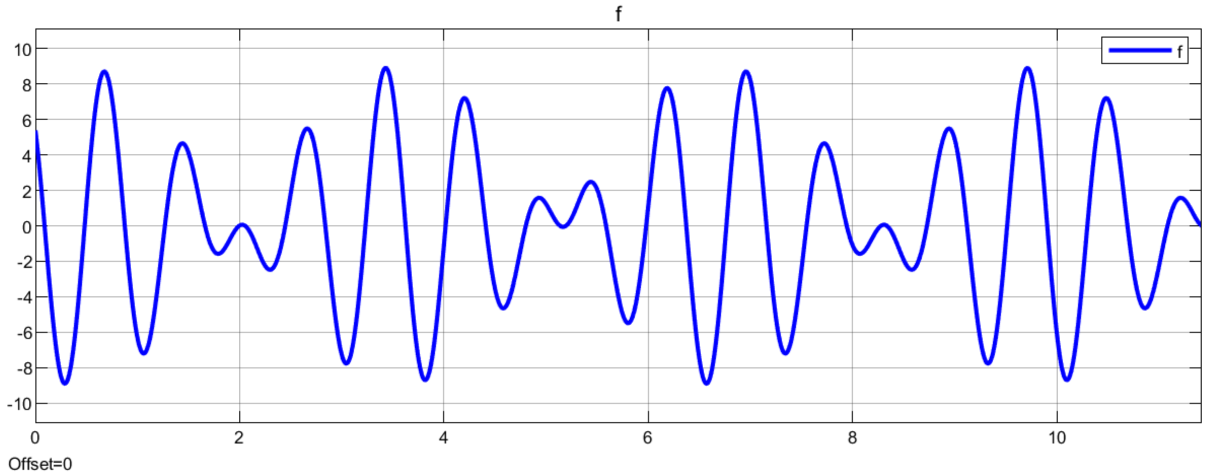

Рисунок 2 – График изменения внешнего возмущения $f(t)$(градиентный алгоритм адаптации)

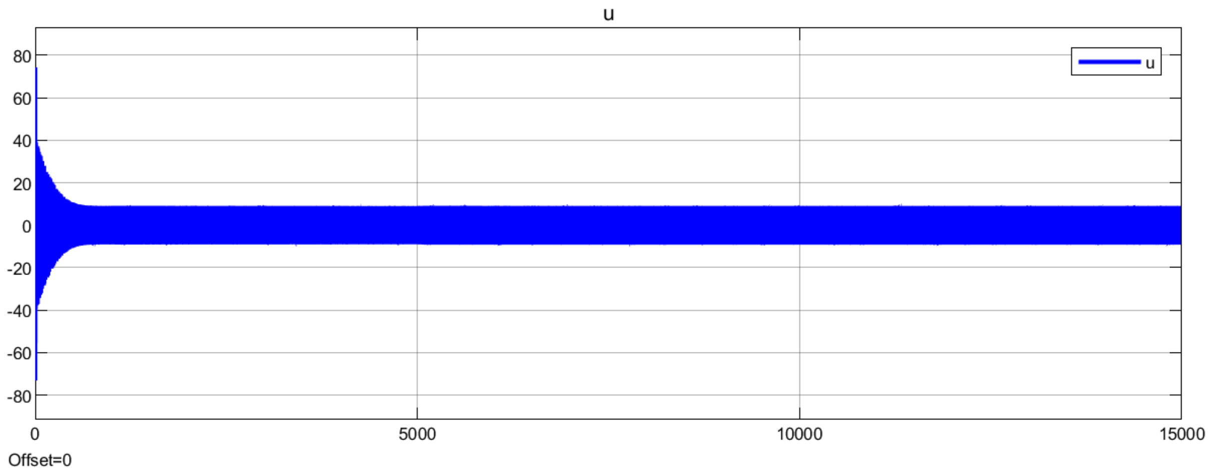

Рисунок 3.1 – График изменения управляющего воздействия $u(t)$ (градиентный алгоритм адаптации)

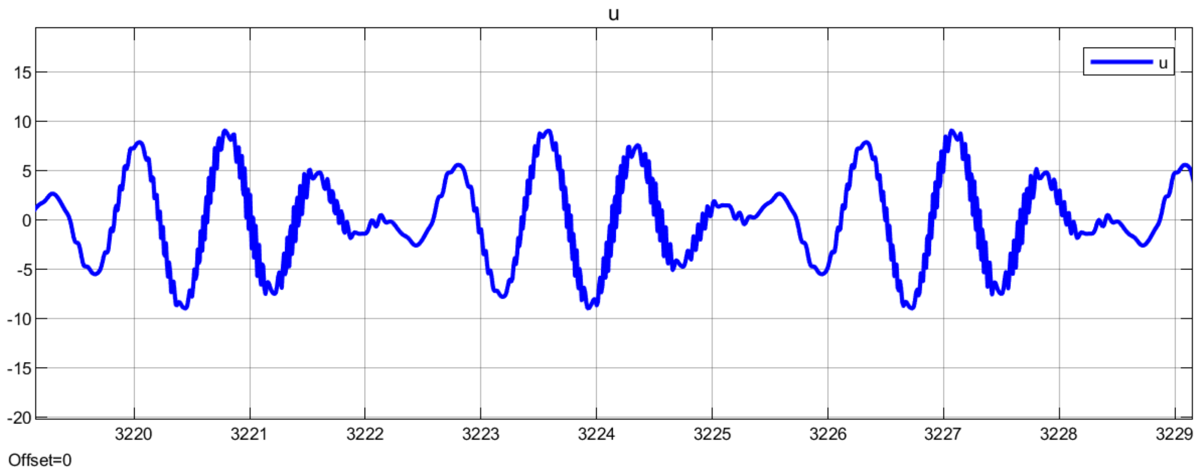

Рисунок 3.2 – График изменения управляющего воздействия $u(t)$ (градиентный алгоритм адаптации)

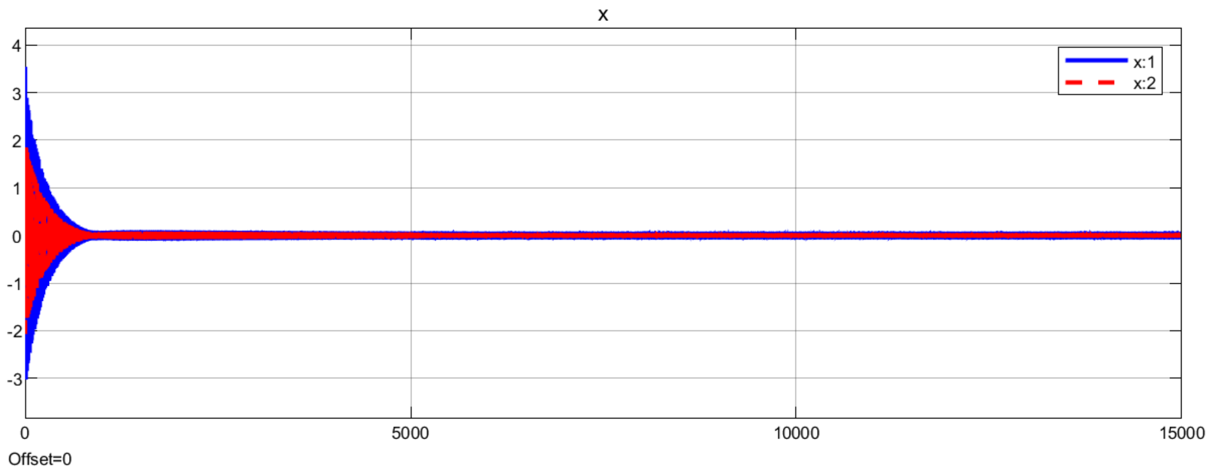

Рисунок 4 – График изменения вектора состояния объекта $x(t)$ (градиентный алгоритм адаптации)

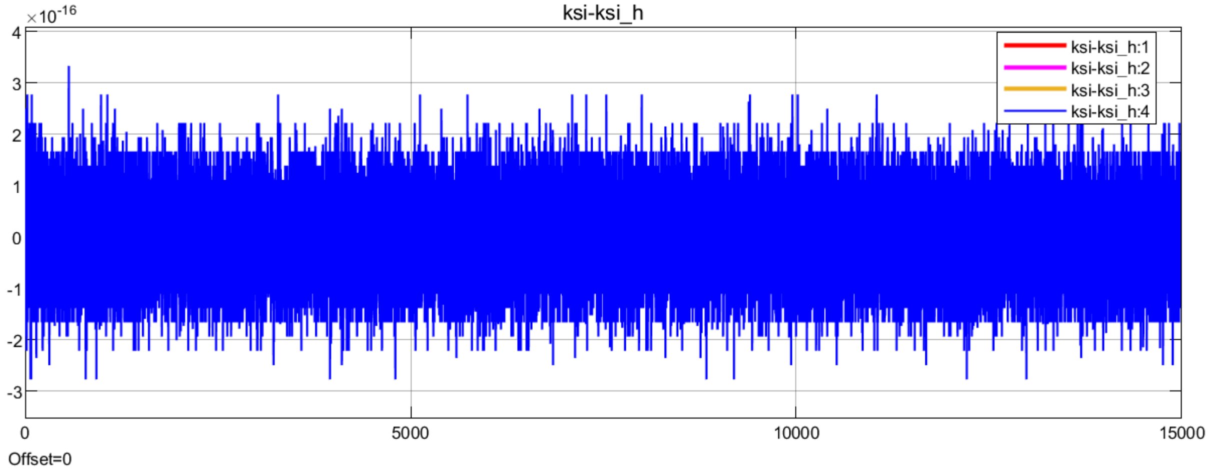

Рисунок 5 – График изменения вектора невязки наблюдателя $\xi_f(t) - \hat{\xi}_f(t)$ (градиентный алгоритм адаптации)

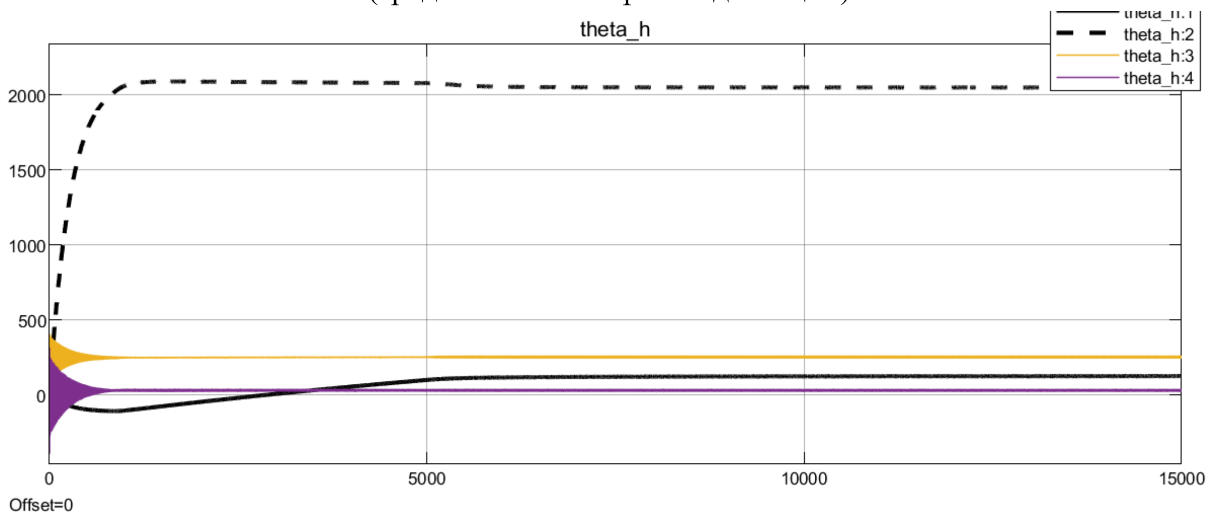

График 6 – График изменения вектора оценки параметров $\hat{\theta}(t)$ (градиентный алгоритм адаптации)

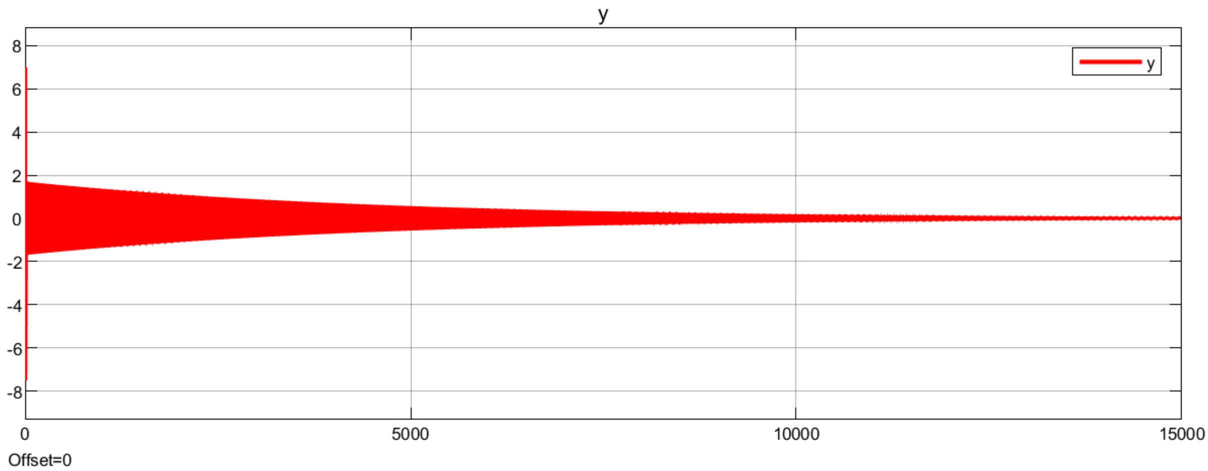

Рисунок 7 – График изменения выходной переменной $y(t)$ (градиентный алгоритм адаптации)

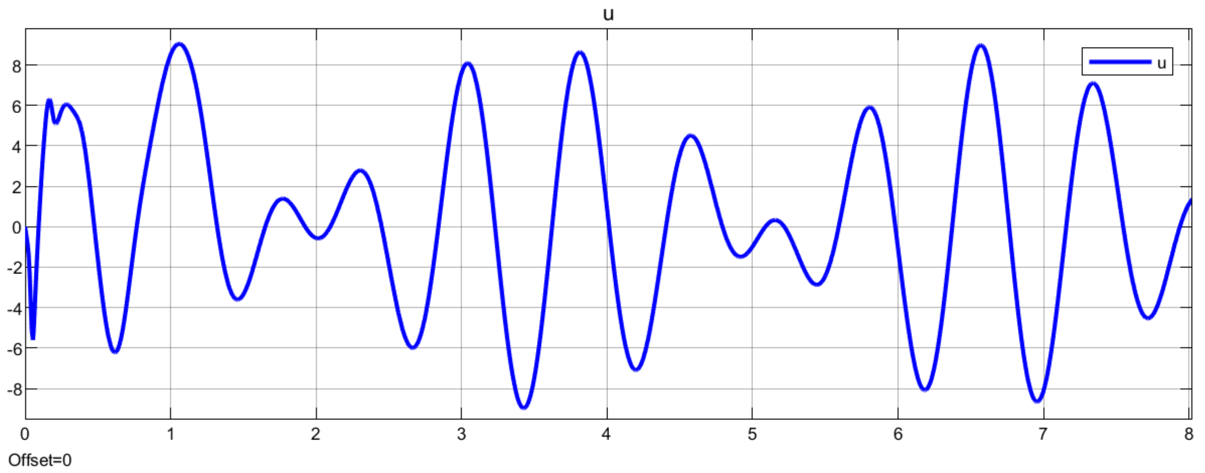

Рисунок 8 – График изменения управляющего воздействия $u(t)$ (модифицированный алгоритм адаптации)

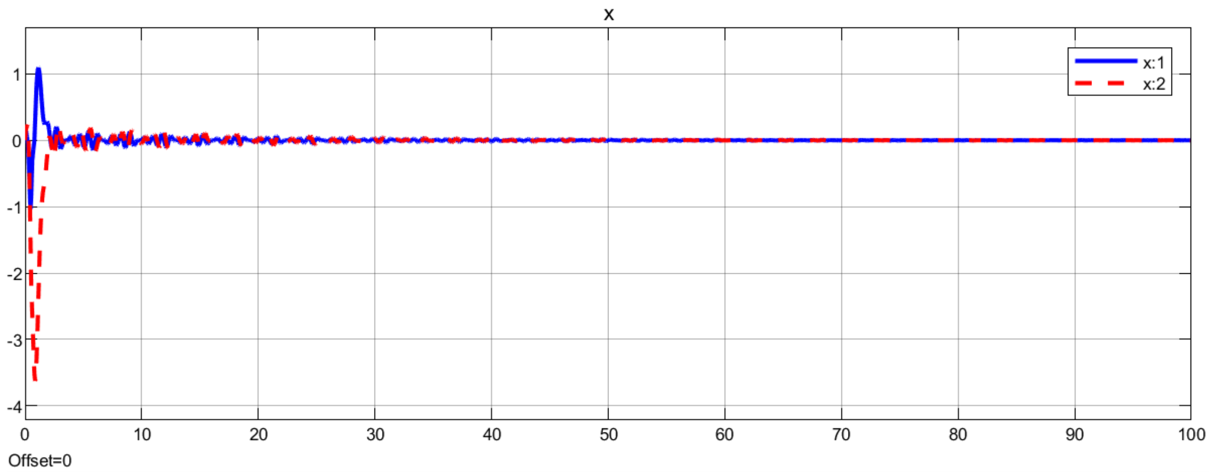

Рисунок 9 – График изменения вектора состояния объекта $x(t)$ (модифицированный алгоритм адаптации)

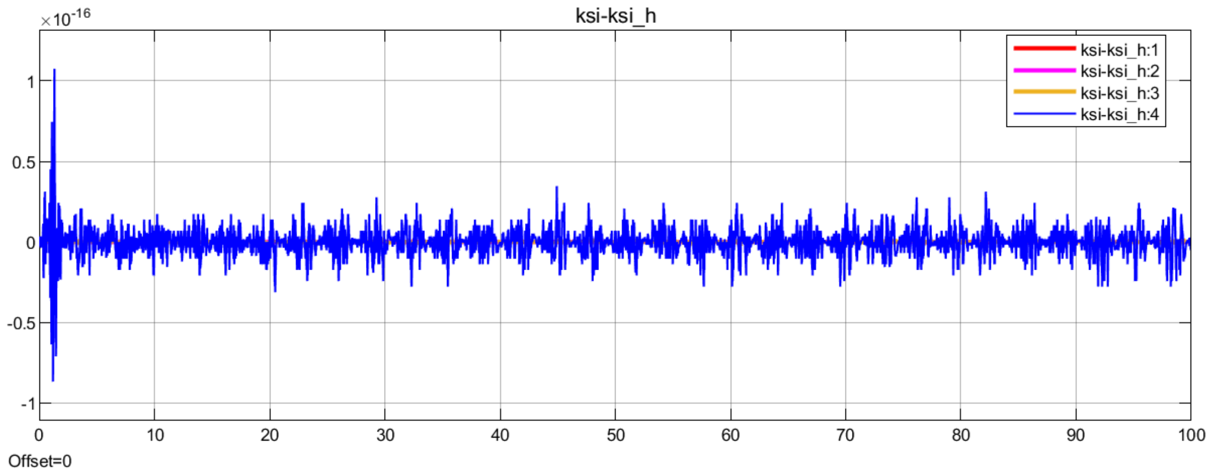

Рисунок 10 – График изменения вектора невязки наблюдателя $\xi_f(t) - \hat{\xi}_f(t)$ (модифицированный алгоритм адаптации)

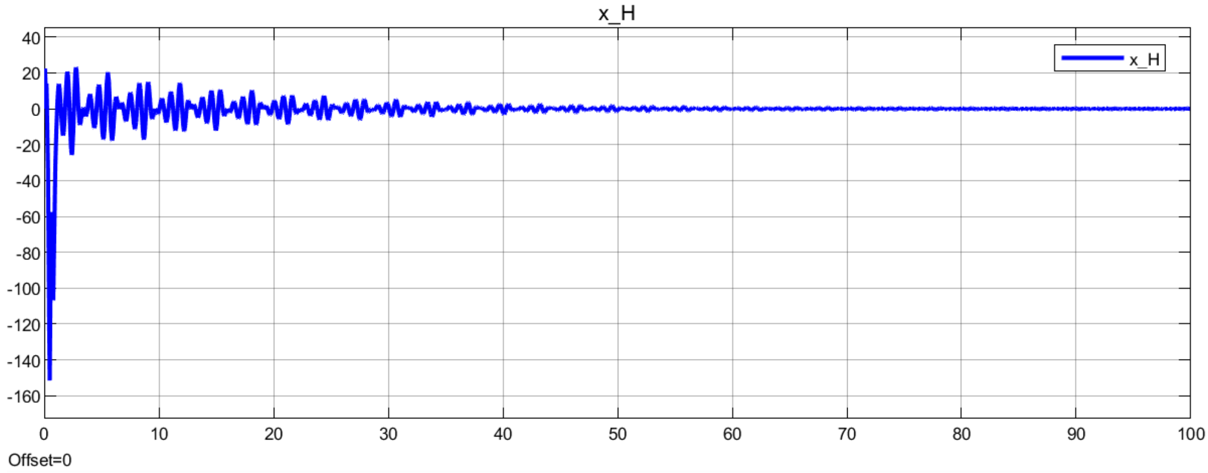

График 11 – График изменения расширенной ошибки $\bar{x}_f(t)$ (модифицированный алгоритм адаптации)

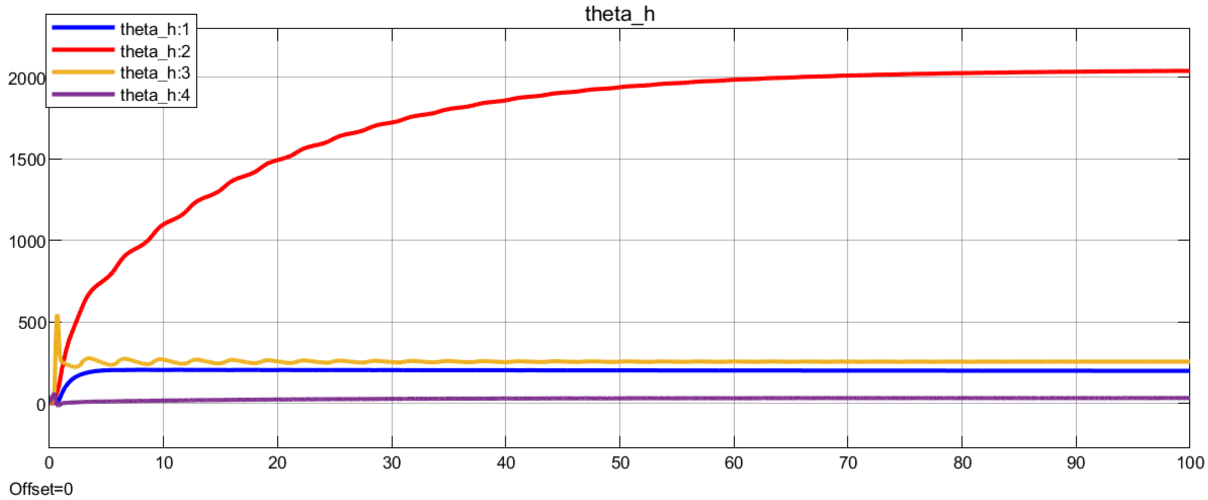

Рисунок 12 – График изменения вектора оценки параметров $\hat{\theta}(t)$ (модифицированный алгоритм адаптации)

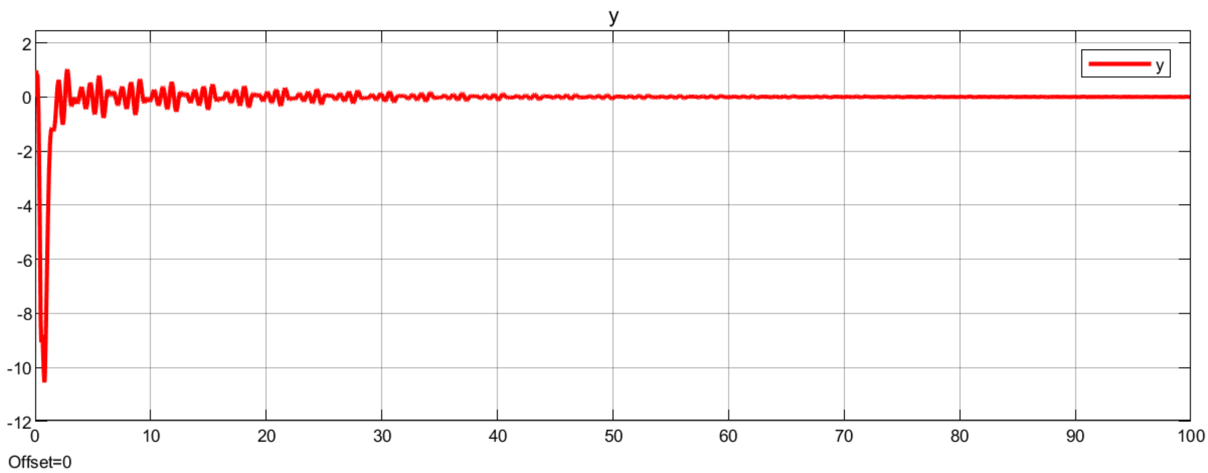

Рисунок 13 – График изменения выходной переменной $y(t)$ (модифицированный алгоритм адаптации)

Вывод

В ходе выполнения курсовой работы была произведена стабилизация объекта, а также был синтезирован закон адаптивного управления, компенсирующего неизвестное возмущение, с ускоренной параметрической сходимостью: схема Крейссельмейера позволила ускорить параметрическую сходимость системы почти в 250 раз, подбор оптимальных значений параметров K, Q, A_{0f}, L и γ также позволил ускорить параметрическую сходимость системы. Можно сделать вывод о том, что чем выше частоты внешнего возмущения, тем несоразмерно дольше протекает адаптация системы к нему как с ускорением, так и без.