

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Университет ИТМО

**ФАКУЛЬТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РОБОТОТЕХНИКИ**

## **Отчет**

по курсовой работе

«Синтез следящего управления в условиях внешних  
возмущений»

Вариант №10

Выполнил:

Студент группы

R33403

Смирнов Данил

Преподаватель:

Краснов А. Ю.

к.т.н., ассистент факультета СУиР,

мегафакультет КТиУ

**ИТМО**

Санкт-Петербург, 2023

**Цель работы:** требуется синтезировать регулятор, обеспечивающий в замкнутой системе заданный набор показателей качества и выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|g(t) - y(t)\| = 0$$

### Ход работы

Переходные функции от возмущающего воздействия  $f(t)$  и от управляющего воздействия  $u(t)$  к выходной переменной  $y(t)$ :

$$W(s) = \left[ \frac{2s - 9}{11s^2 - 7s + 5} \quad \frac{4s - 5}{11s^2 - 7s + 5} \right]$$

#### 1. Определение объекта управления в виде модели вход-состояние-выход

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_f f(t) \\ y = Cx(t) \end{cases}$$

Исходя из переходных функций можно составить матрицы в канонической наблюдаемой форме вход-состояние-выход:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{5}{11} \\ 1 & \frac{7}{11} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{9}{11} \\ \frac{2}{11} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0]$$

$$B_f = \begin{bmatrix} -\frac{5}{11} \\ \frac{4}{11} \end{bmatrix}$$

Назначим произвольные ненулевые начальные условия:

$$x(0) = [1 \quad 1]^T$$

#### 2. Проверка объекта управления на свойство полной управляемости и наблюдаемости.

Матрица управляемости  $A$  и  $B$ :

$$U = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} -\frac{9}{11} & -\frac{11}{121} \\ \frac{2}{11} & -\frac{85}{121} \end{bmatrix}$$

Матрица наблюдаемости А и С:

$$Q = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \frac{7}{11} \end{bmatrix}$$

Проверка свойств:

$$\text{rank}(U) = 2 = n$$

$$\text{rank}(Q) = 2 = n$$

Значит, ОУ обладает свойствами полной управляемости и наблюдаемости.

### 3. Определение математической модели возмущающего воздействия.

Модель внешнего возмущения:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_f = \Gamma_f * \xi_f \\ f = H_f * \xi_f \end{cases}$$

Заданное возмущение:

$$f(t) = 7\cos(5t - 6)$$

На его основе рассчитаем матрицы  $\Gamma_f$  и  $H_f$ :

$$z_1 = 7\cos(5t - 6)$$

$$\dot{z}_1 = -35\sin(5t - 6) = z_2$$

$$\dot{z}_2 = -175\cos(5t - 6) = -25z_1$$

$$\xi_f(0) = \begin{bmatrix} 7\cos(6) \\ 35\sin(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,721 \\ -9,779 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_f = [1 \quad 0]$$

$$\xi_f(0) = \begin{bmatrix} 6,721 \\ -9,779 \end{bmatrix}$$

### 4. Определение математической модели задающего воздействия.

Модель задающего воздействия:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_g = \Gamma_g * \xi_g \\ g = H_g * \xi_g \end{cases}$$

Заданное воздействие:

$$g(t) = 11\sin(5t - 1)$$

Найдем матрицы  $\Gamma_g$  и  $H_g$ :

$$z_1 = 11\sin(5t - 1)$$

$$\dot{z}_1 = 55\cos(5t - 1) = z_2$$

$$\dot{z}_2 = -275\sin(5t - 1) = -25z_1$$

$$\Gamma_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_g = [1 \ 0]$$

$$\xi_g(0) = \begin{bmatrix} -11 \sin(1) \\ 55 \cos(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9.256 \\ 29.717 \end{bmatrix}$$

## 5. Формирование расширенной модели ошибок.

Состояние внутренней модели задаются в виде:

$$\begin{cases} \dot{e}_\xi = \Gamma_g e_\xi + G_e \epsilon \\ \epsilon = g - y \end{cases}$$

Матрица  $G_e$  выбирается из условия полной управляемости матриц  $\Gamma_g$  и  $G_e$ :

$$G_e = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Чтобы сформировать расширенную модель ошибки, нам необходимо оценить вектор  $x(t)$ , т. к. по условию задачи он является неизмеряемым. Для этого сформируем модель наблюдателя полной размерности:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + L(y - C\hat{x}) + Bu(t) + B_f f(t)$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x} = (A - LC)\tilde{x}$$

Теперь сформируем расширенную модель ошибок:

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} e_\xi \\ \tilde{x} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{A}_f f(t)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \Gamma & -G_e C \\ 0 & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ B_f \end{bmatrix}$$

## 6. Формирование эталонной модели на основе требуемых показателей качества.

Желаемые параметры замкнутой системы:

$$5 < |Re\lambda_i^*| < 7$$

$$0 \leq |Im\lambda_i^*| < 1$$

Для достижения поставленных условий возьмем модель с кратными вещественными корнями, равными -6:

$$\bar{\Gamma} = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

Матрица  $\bar{H}$  выбирается из условия полной наблюдаемости  $\bar{H}$  и  $\bar{\Gamma}$

$$\bar{H} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Тогда, эталонная модель наблюдателя:

$$\bar{\Gamma}_H = \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

Матрица  $\bar{H}_H$  выбирается из условия полной наблюдаемости  $\bar{H}_H$  и  $\bar{\Gamma}_H$

$$\bar{H}_H = [1 \quad 0]$$

## 7. Расчёт матрицы стационарных обратных связей $K$ расширенной модели.

$$\begin{cases} \bar{M}\bar{\Gamma} - \bar{A}\bar{M} = \bar{B}\bar{H} \\ \bar{K} = -\bar{H}\bar{M}^{-1} \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получаем матрицы  $\bar{M}$  и  $\bar{K}$ :

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} -0.0039 & -0.0009 & -0.0001 & 0 \\ -0.0161 & -0.0065 & -0.0017 & -0.0003 \\ 0.1475 & 0.0266 & 0.0048 & 0.0009 \\ -0.0394 & -0.0080 & -0.0016 & -0.0003 \end{bmatrix}$$

$$\bar{H} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Найдем  $\bar{F}$  для проверки корней:

$$\bar{F} = \bar{A} - \bar{B}\bar{K} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -25 & 0 & 0 & 0 \\ -415 & 88 & -113 & -395 \\ 92 & -19 & 26 & 89 \end{bmatrix}$$

Корни матриц  $\bar{F}$  и  $\bar{\Gamma}$  оказались равными -6 кратности 4.

## 8. Расчёт матрицы входа наблюдателя $L$ .

$$\begin{cases} M_H \Gamma_H - A^T M_H = C^T H_H \\ L^T = -H_H M_H^{-1} \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получаем матрицы  $M_H$  и  $L$ :

$$M_H = \begin{bmatrix} 0.0248 & 0.0078 \\ -0.149 & -0.0219 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 48.3247 \\ 12.5455 \end{bmatrix}$$

Найдем  $F_H$  для проверки корней:

$$F_H = A - LC = \begin{bmatrix} 0 & -36 \\ 1 & -12 \end{bmatrix}$$

Корни матриц  $F_H$  и  $\Gamma$  оказались равными -6 кратности 2.

## 9. Компьютерное моделирование САУ.

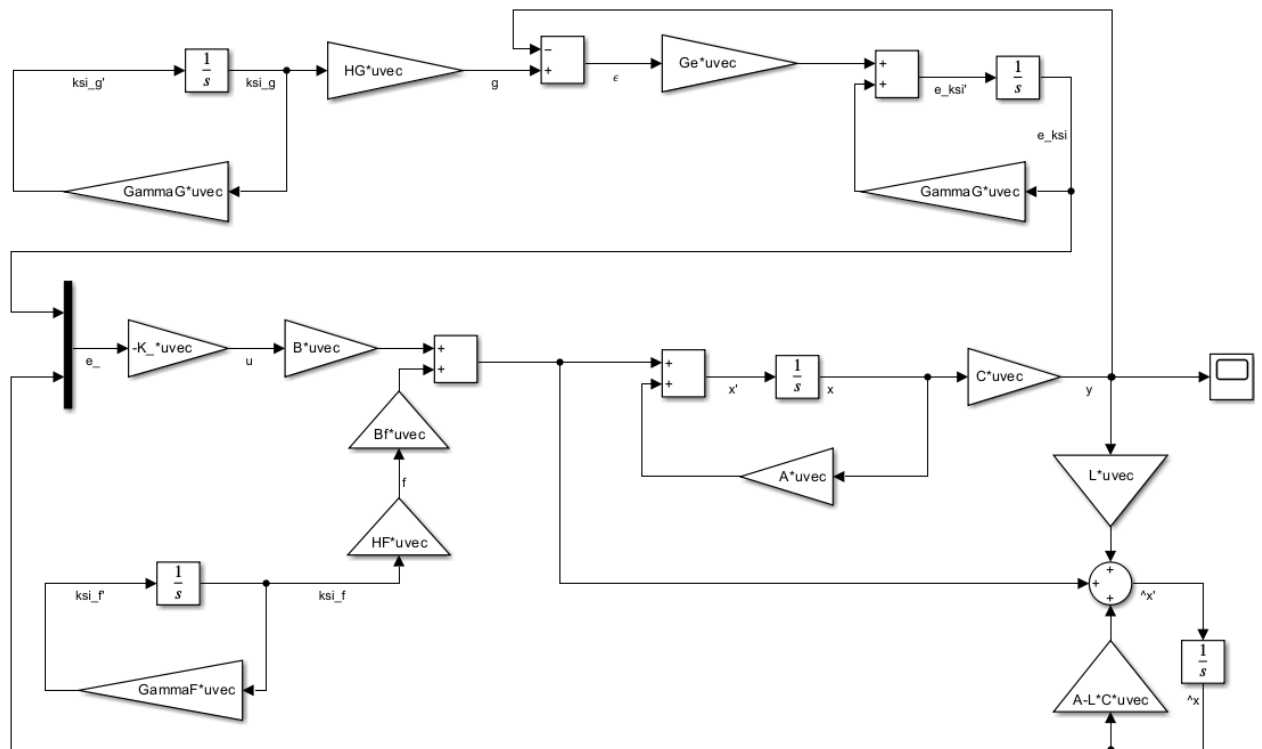


Рисунок 1 – Схема моделирования с внутренней моделью и наблюдателем  
полной размерности

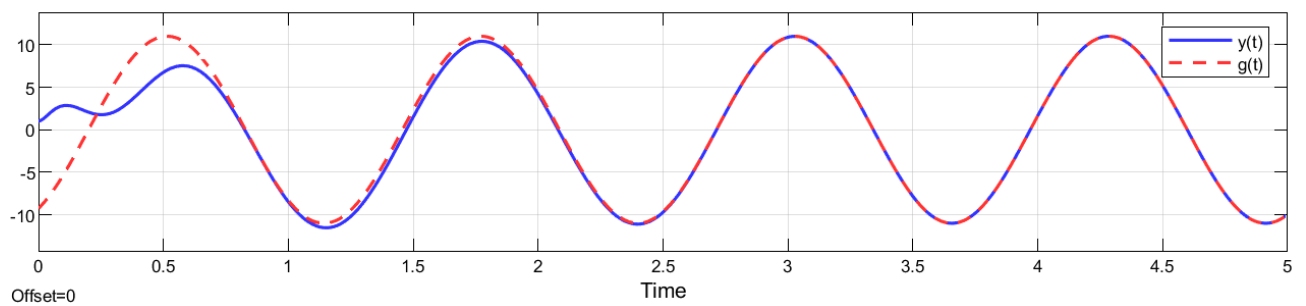


Рисунок 2 – Выход системы и задающее воздействие

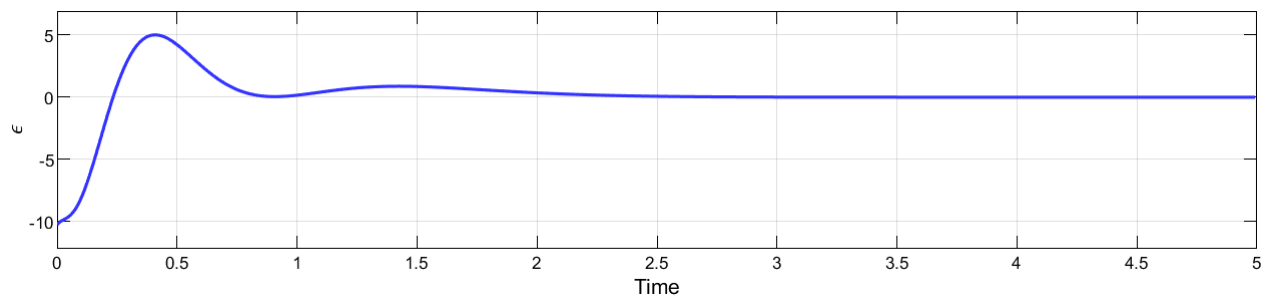


Рисунок 3 – Ошибка слежения

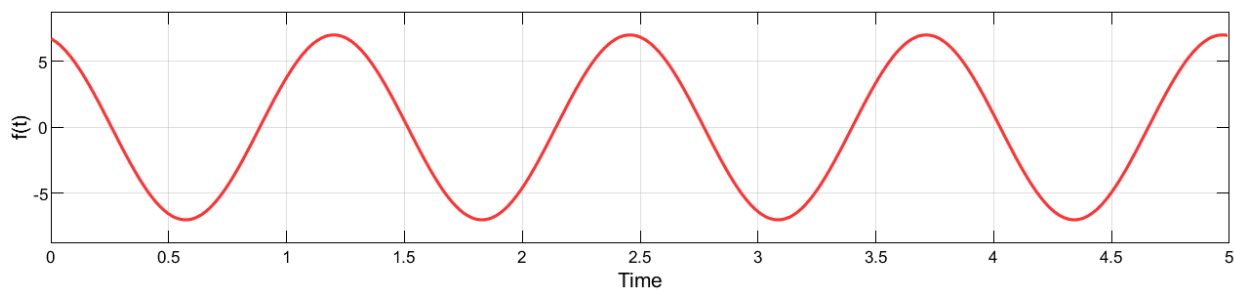


Рисунок 4 – Возмущающее воздействие

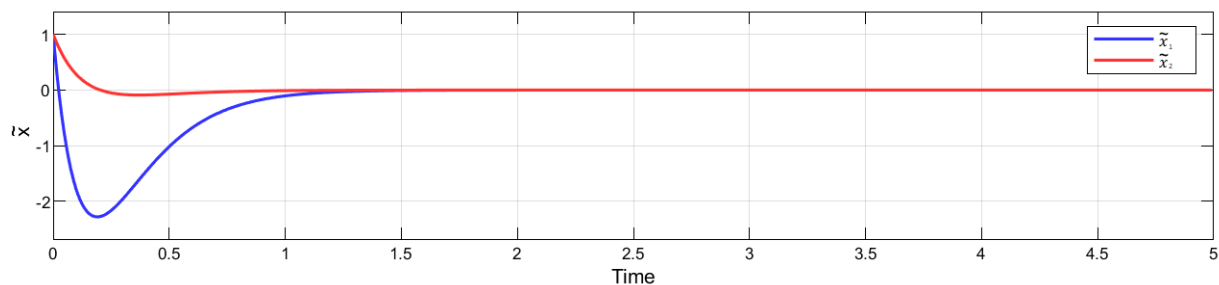


Рисунок 5 – Вектор невязки

### Вывод

Во время выполнения курсовой работы был освоен синтез следящего управления в условиях внешних возмущений путём синтеза регулятора на основе внутренней модели и наблюдателя полной размерности по состояниям объекта управления.