Mejoras a backtracking

$\boldsymbol{is\ solvable}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{i})$:

$\boldsymbol{if}\ \boldsymbol{i} > |\boldsymbol{X}|,\ \boldsymbol{return\ true}$

$\boldsymbol{x} \leftarrow \boldsymbol{x_i}$

$\boldsymbol{for}\ \boldsymbol{v} \in \boldsymbol{d_i}$:

$\boldsymbol{if}\ \boldsymbol{x} = \boldsymbol{v}$ viola $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{continue}$

$\boldsymbol{x} \leftarrow \boldsymbol{v}$

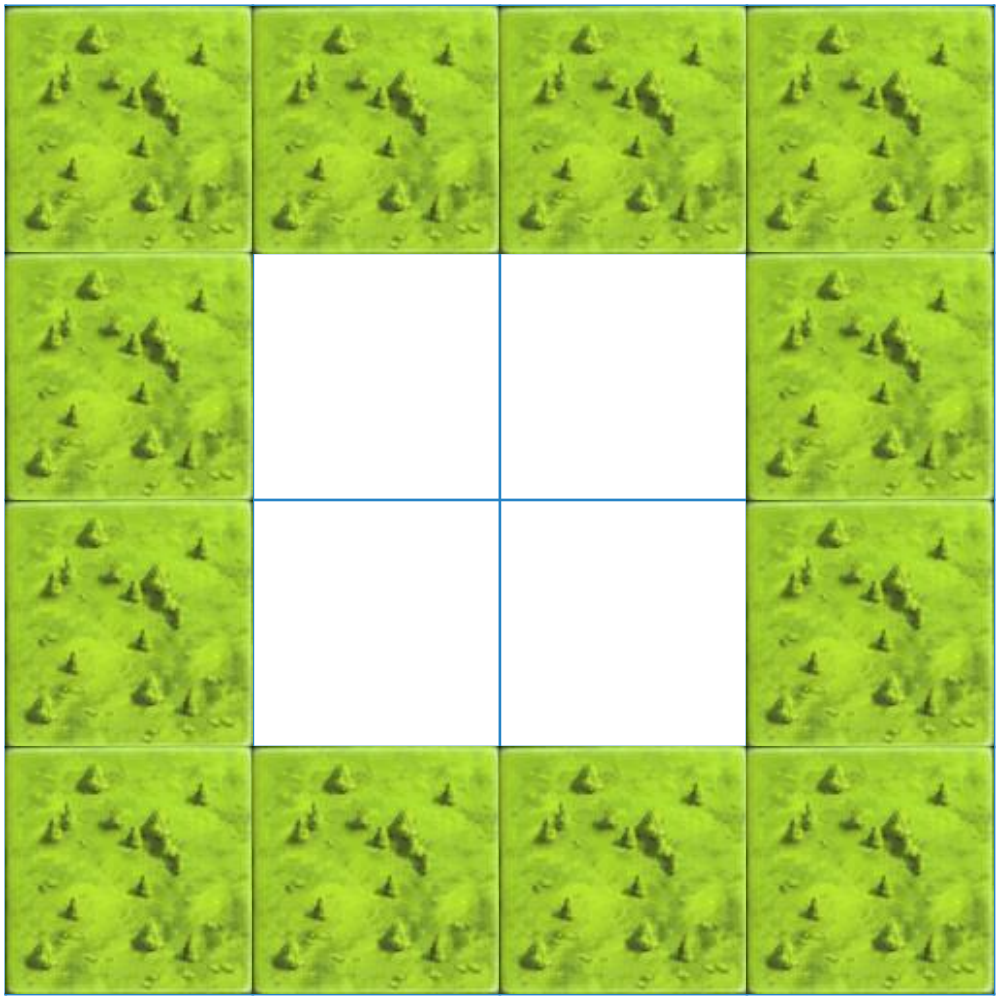
$\boldsymbol{if\ is\ solvable}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{i}+\boldsymbol{1})$:

$\boldsymbol{return\ true}$

$\boldsymbol{x} \leftarrow \emptyset$

$\boldsymbol{return\ false}$

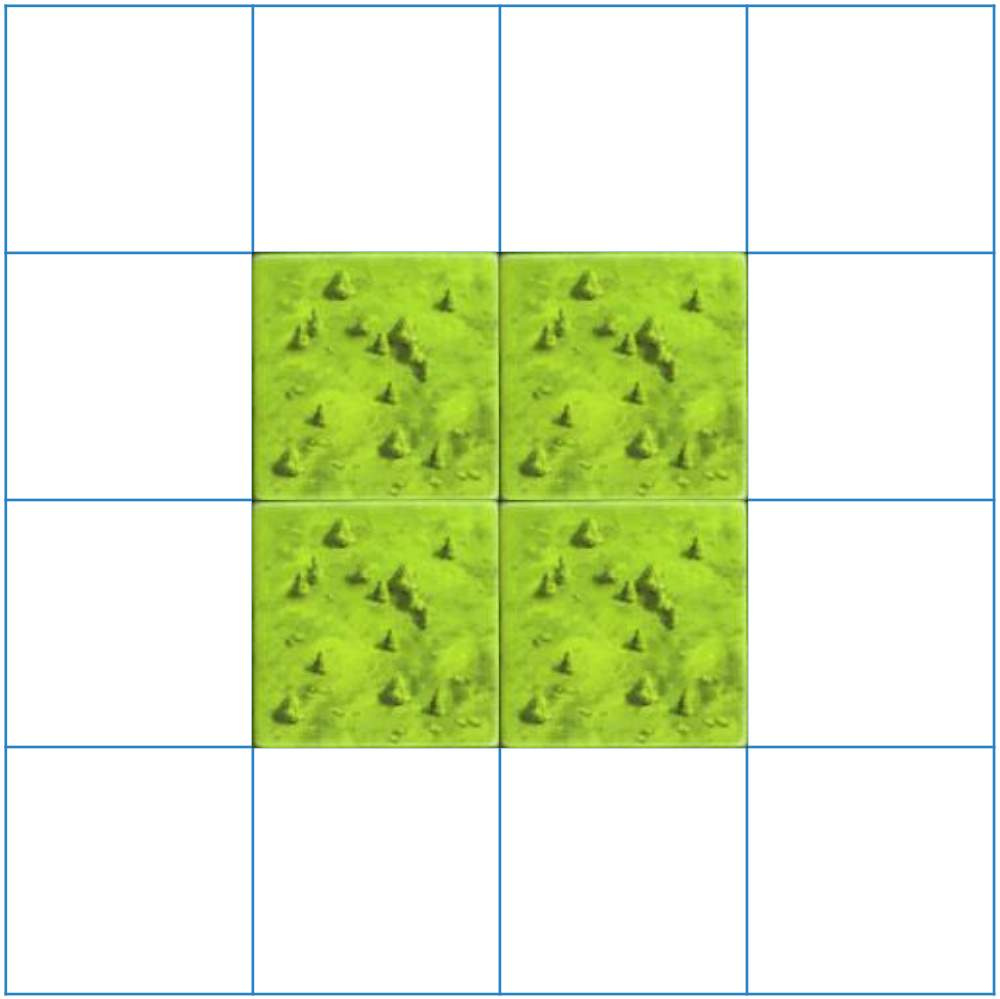
Carcassonne



x 2

x 2

Carcassonne

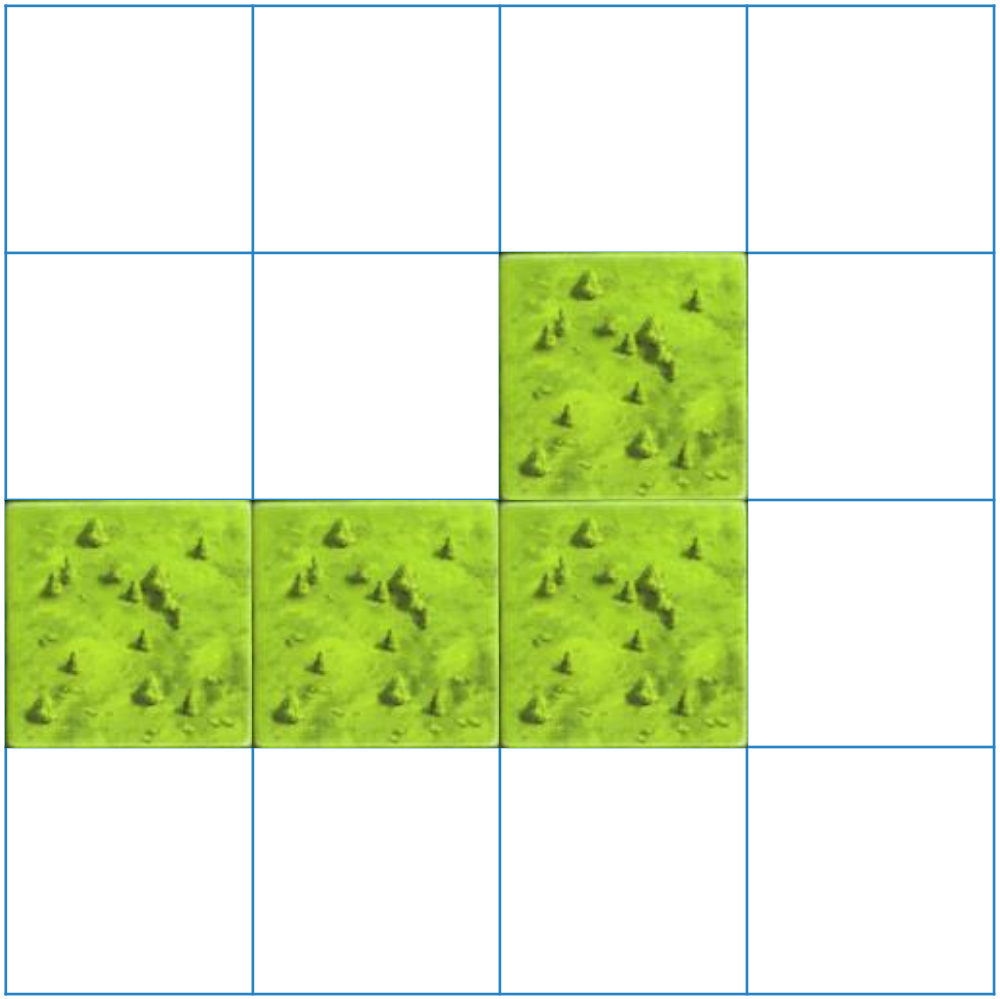


x 2

x 6

x 4

Carcassonne



x 1

x 5

x 5

x 1

Backtracking

La estrategia para resolver esto se conoce como **backtracking**

La idea es **descartar** permutaciones que violan alguna restricción

Eso significa que **siempre** es igual o más rápido que fuerza bruta

Descarte

La idea es **descartar** permutaciones que no llevan a una solución

Una forma de hacer esto es revisar las restricciones

¿Hay alguna otra manera?

```
is solvable(X, D, R, i):
    if i > |X|, return true
    x ← x_i
    for v ∈ d_i:
        if x = v viola R, continue
        x ← v
        if is solvable(X, D, R, i + 1):
            return true
        x ← ∅
    return false
```

$\boldsymbol{is\ solvable}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{i})$:

$\boldsymbol{if}\ \boldsymbol{i} > |\boldsymbol{X}|,\ \boldsymbol{return\ true}$

$\boldsymbol{x} \leftarrow \boldsymbol{x_i}$

$\boldsymbol{for}\ \boldsymbol{v} \in \boldsymbol{d_i}$:

$\boldsymbol{if}\ \boldsymbol{x} = \boldsymbol{v}$ no es válida, $\boldsymbol{continue}$

$\boldsymbol{x} \leftarrow \boldsymbol{v}$

$\boldsymbol{if\ is\ solvable}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{i} + \boldsymbol{1})$:

$\boldsymbol{return\ true}$

$\boldsymbol{x} \leftarrow \emptyset$

$\boldsymbol{return\ false}$

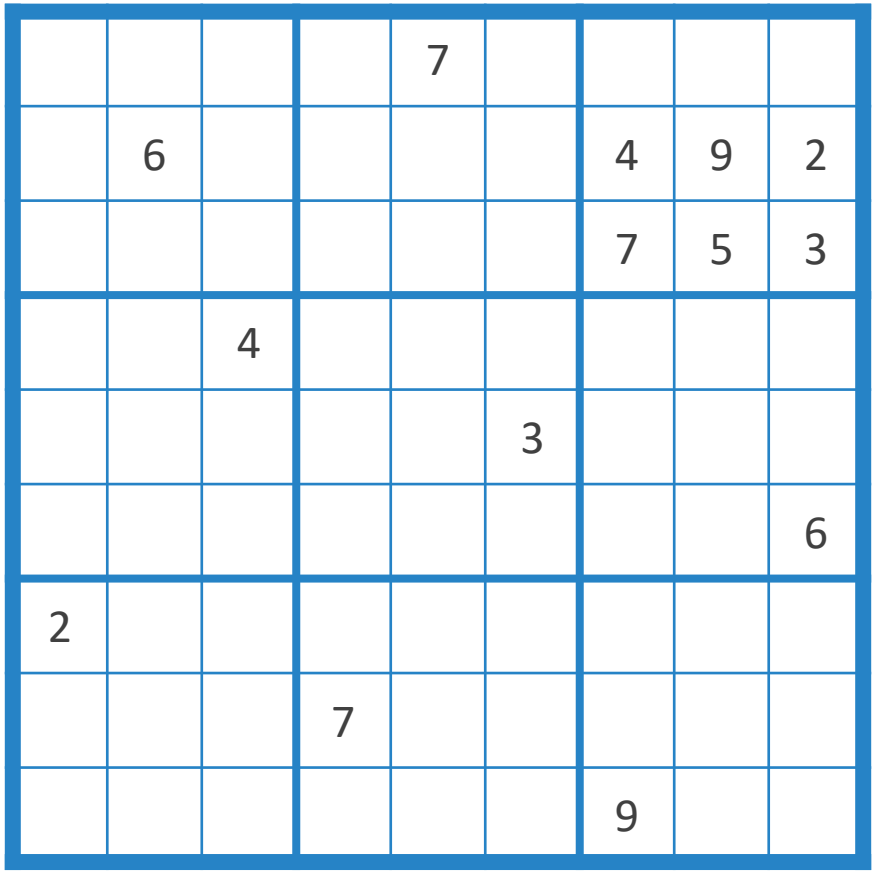
Podas

Son restricciones **adicionales** que le ponemos al problema

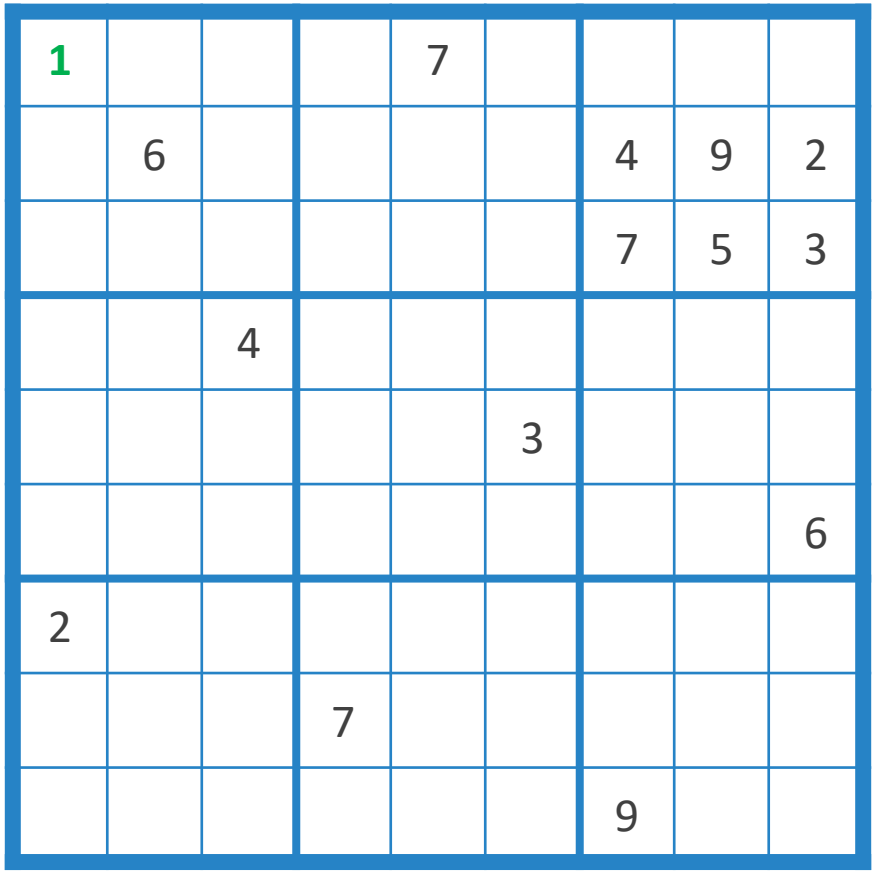
Se **deducen** de las restricciones originales

Pueden ser más costosas de revisar, pero suelen valerlo

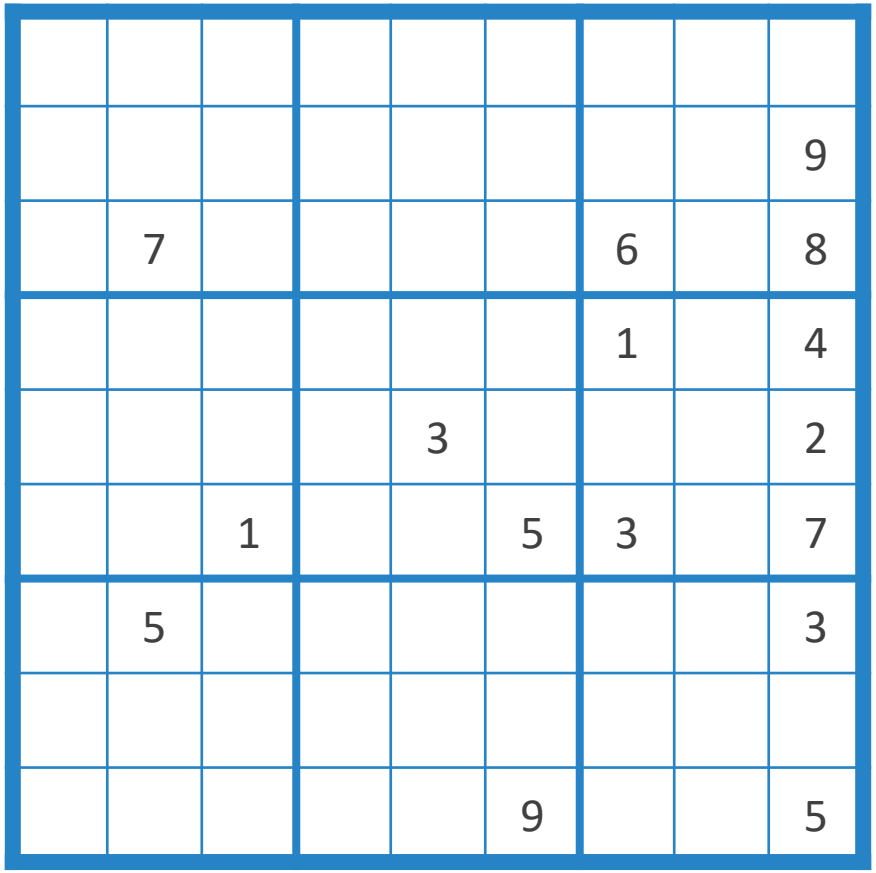
Sudoku



Sudoku



Sudoku



Sudoku

1								
								9
	7					6		8
						1		4
				3				2
		1			5	3		7
	5							3
					9			5

Dominios

No todos los valores de un dominio son siempre válidos

Depende de las restricciones que afectan a la variable

¿Cómo va cambiando un dominio a medida que resolvemos?

Múltiples asignaciones

¿Será posible hacer más de una asignación por paso?

¿En que circunstancias tiene sentido?

```
is solvable(X, D, R, i):
    if i > |X|, return true
    x ← x_i
    for v ∈ d_i:
        if x = v viola R, continue
        x ← v
        if is solvable(X, D, R, i + 1):
            return true
        x ← ∅
    return false
```

$\textit{is solvable}(X, D, R, i)$:

$\textit{if } i > |X|, \textit{ return true}$

$x \leftarrow x_i$

$\textit{for } v \in d_i$:

$\textit{if } x = v$ viola R, $\textit{ continue}$

$x \leftarrow v$, propagar

$\textit{if is solvable}(X, D, R, i + 1)$:

$\textit{return true}$

$x \leftarrow \emptyset$, propagar

$\textit{return false}$

Propagación

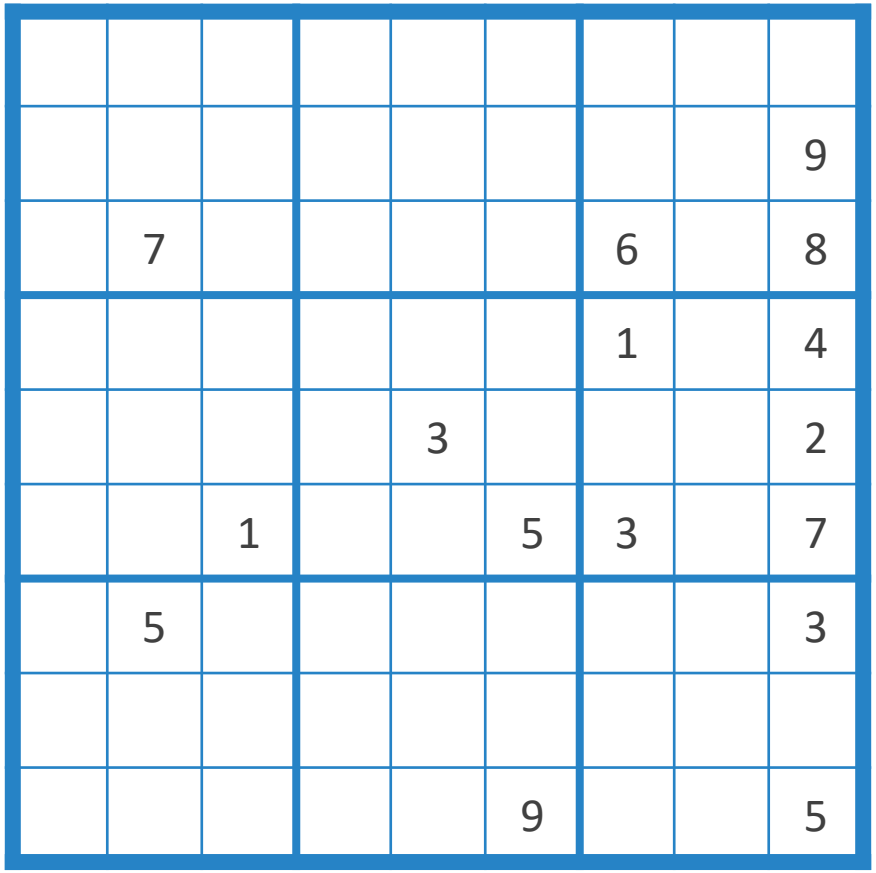
Al asignar, es posible invalidar valores del dominio de otra variable

Es útil **propagar** esta información luego de una asignación

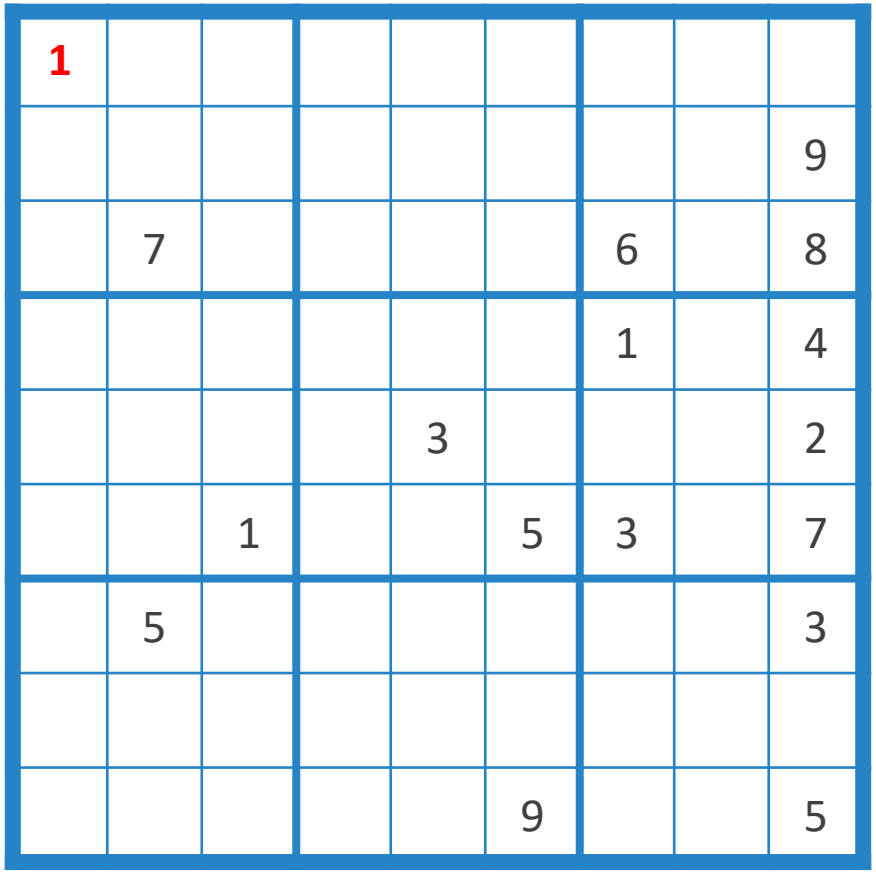
Si $|d_i| = 1$, entonces podemos asignar x_i y volver a **propagar**

Hay que tener más cuidado al deshacer las asignaciones

Sudoku



Sudoku



Sudoku

								1
								9
	7					6		8
						1		4
				3				2
		1			5	3		7
	5							3
								6
					9			5

Orden de asignación

A la hora de resolver un problema de asignación,

¿Afecta el orden en que asignamos las variables?

¿Afecta el orden en que probamos sus posibles valores?

```
is solvable(X, D, R, i):
    if i > |X|, return true
    x ← x_i
    for v ∈ d_i:
        if x = v viola R, continue
        x ← v
        if is solvable(X, D, R, i + 1):
            return true
        x ← ∅
    return false
```

$\boldsymbol{is\ solvable}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{R})$:

$\boldsymbol{if}\ \boldsymbol{X} = \emptyset,\ \boldsymbol{return\ true}$

$\boldsymbol{x} \leftarrow$ la mejor variable de $\boldsymbol{X}$

$\boldsymbol{for}\ \boldsymbol{v} \in \boldsymbol{d_i}$, de mejor a peor:

$\boldsymbol{if}\ \boldsymbol{x} = \boldsymbol{v}$ viola $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{continue}$

$\boldsymbol{x} \leftarrow \boldsymbol{v}$

$\boldsymbol{if\ is\ solvable}(\boldsymbol{X} - \{\boldsymbol{x}\}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{R})$:

$\boldsymbol{return\ true}$

$\boldsymbol{x} \leftarrow \emptyset$

$\boldsymbol{return\ false}$

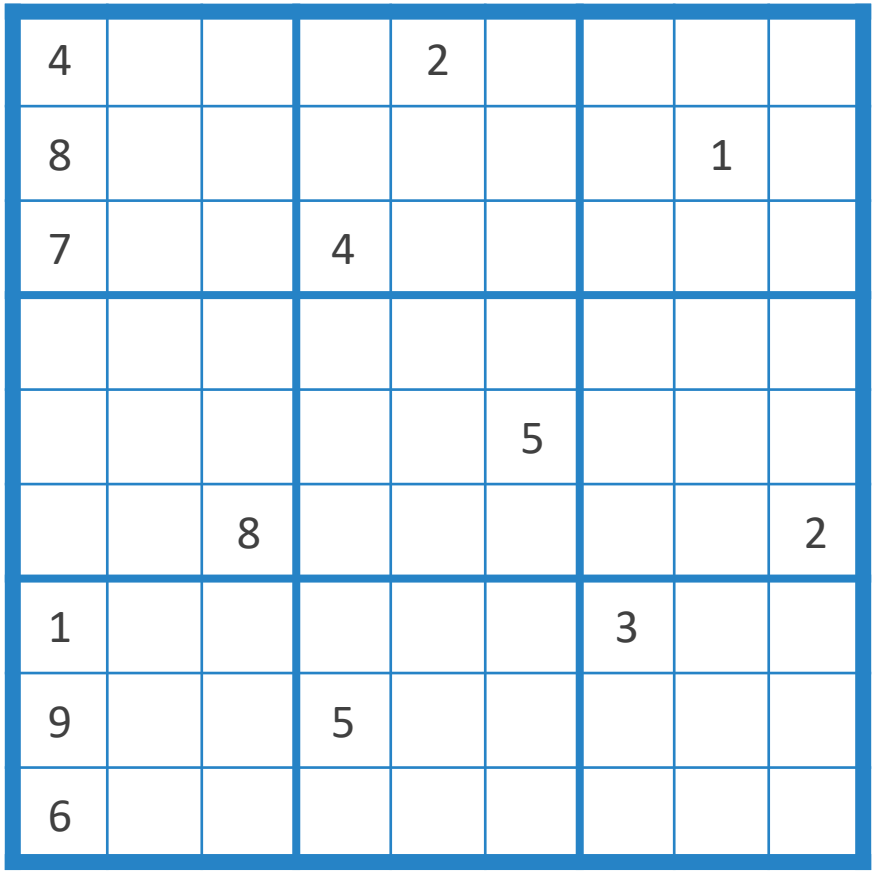
Heurísticas

Cuando un problema es muy difícil, usamos **heurísticas**

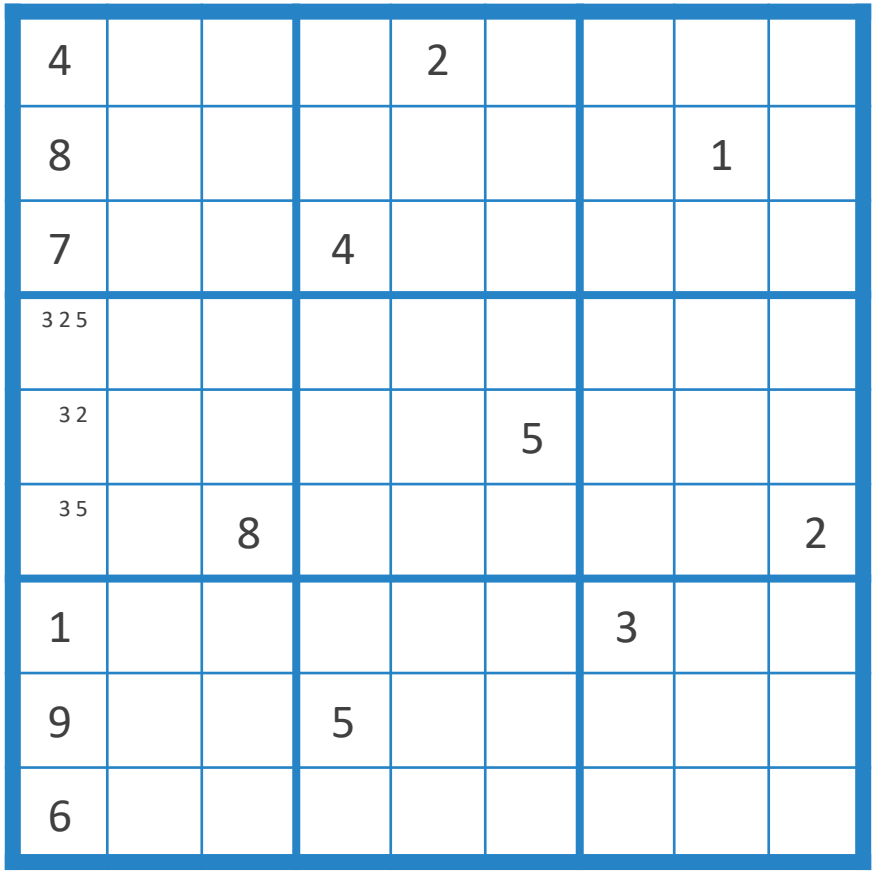
Las **heurísticas** tratan de aproximar la realidad

Son una idea de que tan buena es una opción

Sudoku



Sudoku



$is\ solvable(X, D)$:

$if\ X = \emptyset,\ return\ true$

$x \leftarrow$ la mejor variable de X

$for\ v \in d_i$, de mejor a peor:

$if\ x = v$ no es válida, $continue$

$x \leftarrow v$, propagar

$if\ is\ solvable(X - \{x\}, D)$:

$return\ true$

$x \leftarrow \emptyset$, propagar

$return\ false$

Usos de backtracking

Esta estrategia no solo sirve para problemas de **asignación**

Sirve siempre cuando es necesario probar todo

Por ejemplo, problemas de **planificación**, u **optimización**