Data Structures

Ch7

查找
Searching

2024年 12 月 6日

学而不厭 誨人不倦

☞ 7.1 概述

☞ 7.2 线性表查找技术

☞ 7.3 树表的查找技术

☞ 7.4 散列表查找技术

☞ 7.5 各种查找方法的比较

☞ 7.6 扩展与提高

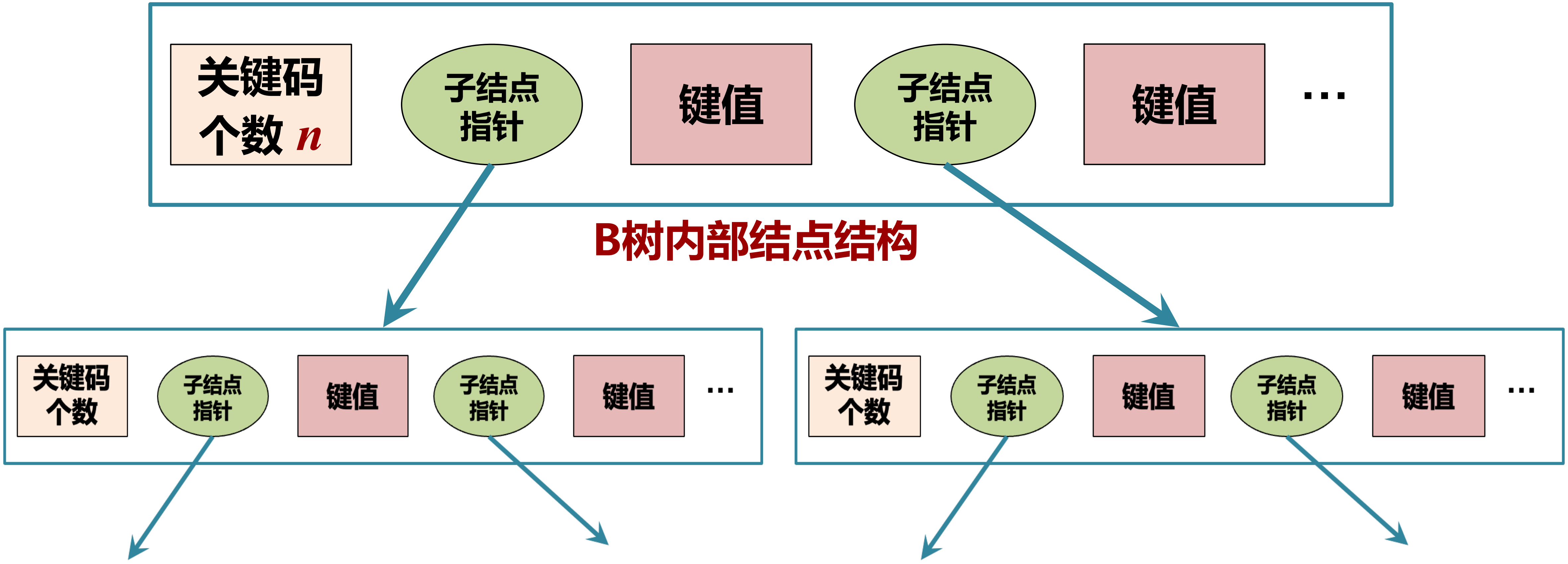
本章的重点就是研究查找表的存储方法以及在此基础上的查找方法。

7.3 树表的查找技术

7-3-3　B树

1. B树的定义

Balanced Tree 平衡的多路查找树

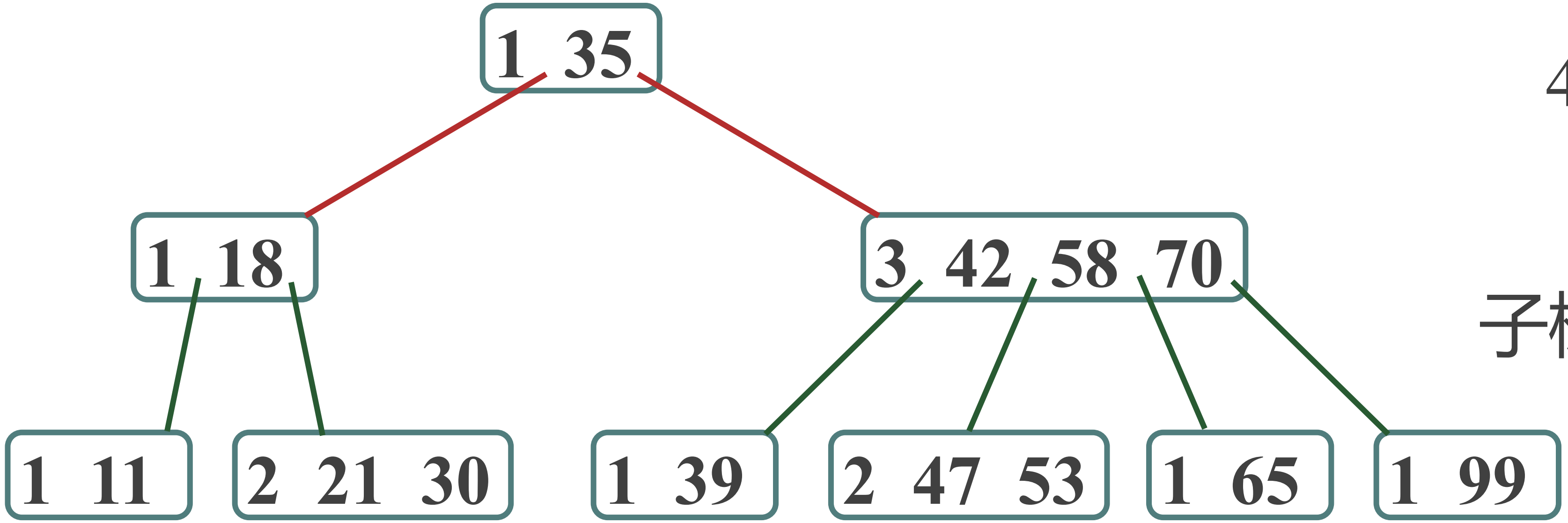


$$(n, A_0, K_1, A_1, K_2, \ldots, K_n, A_n)$$

1. B树的定义

Balanced Tree 平衡的多路查找树

- B树：一棵m阶的B树或者为空树，或者为满足下列特性的m叉树：
  - （1）每个结点至多有 m 棵子树；
  - （2）根结点至少有两棵子树；
  - （3）除根结点和叶子结点外，所有结点至少有$\lceil m/2 \rceil$棵子树；



4 阶 B 树

⇩

子树个数 2 ~ 4

1. B树的定义

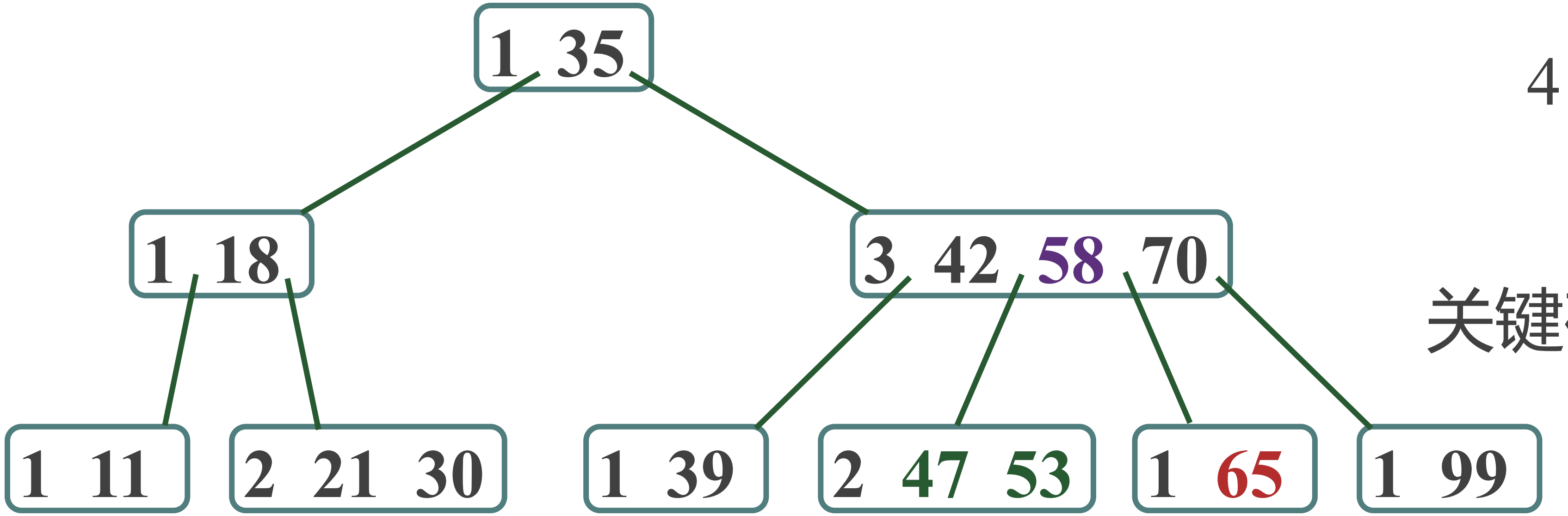
Balanced Tree　平衡的多路查找树

B树：一棵m阶的B树或者为空树，或者为满足下列特性的m叉树：

（4）所有结点都包含以下数据：

$$(n, A_0, K_1, A_1, K_2, \ldots, K_n, A_n)$$

其中，n（$\lceil m/2\rceil-1 \le n \le m-1$）为**关键码的个数**，$K_i$（$1 \le i \le n$）**为关键码**，且$K_i < K_i+1$（$1 \le i \le n-1$），$A_i$（$0 \le i \le n$）**为指向子树根结点的指针**，且指针$A_i$所指子树中所有结点的关键码均小于$K_i+1$大于$K_i$。



4 阶 B 树

⇩

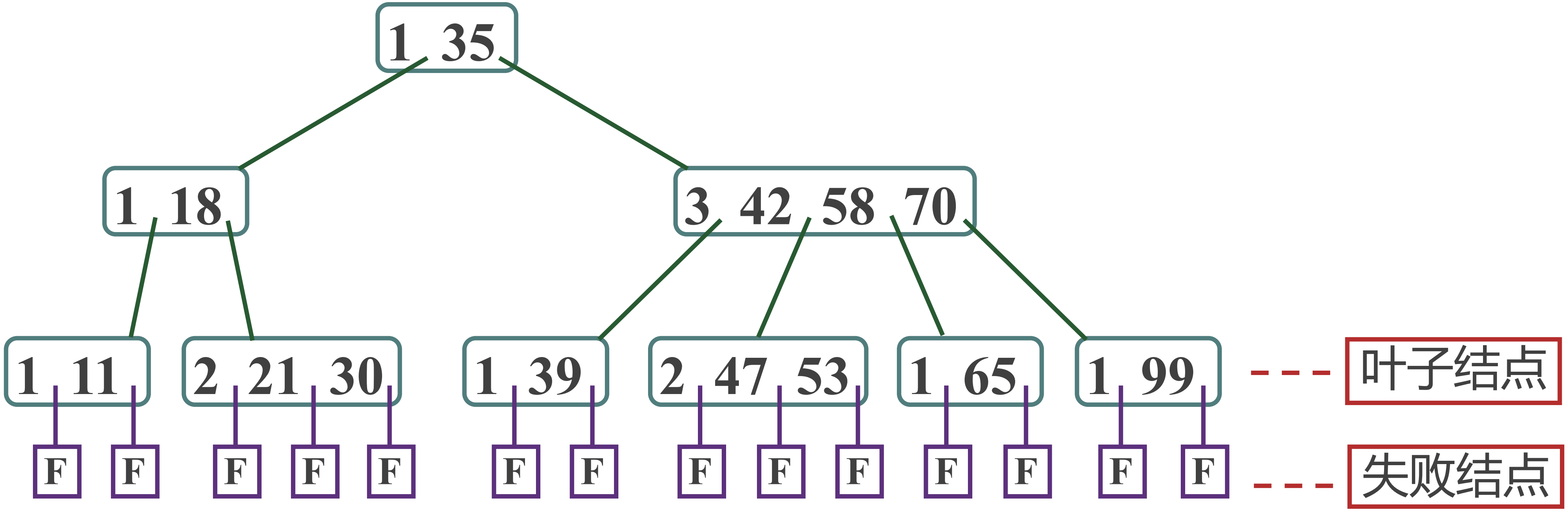
关键码个数 1 ~ 3

1. B树的定义

Balanced Tree 平衡的多路查找树

B树：一棵m阶的B树或者为空树，或者为满足下列特性的m叉树：

（5）叶子结点都在同一层；



叶子结点都在同一层 ⇨ 树高平衡 ⇨ 具有较高的查找效率

2. B树的插入

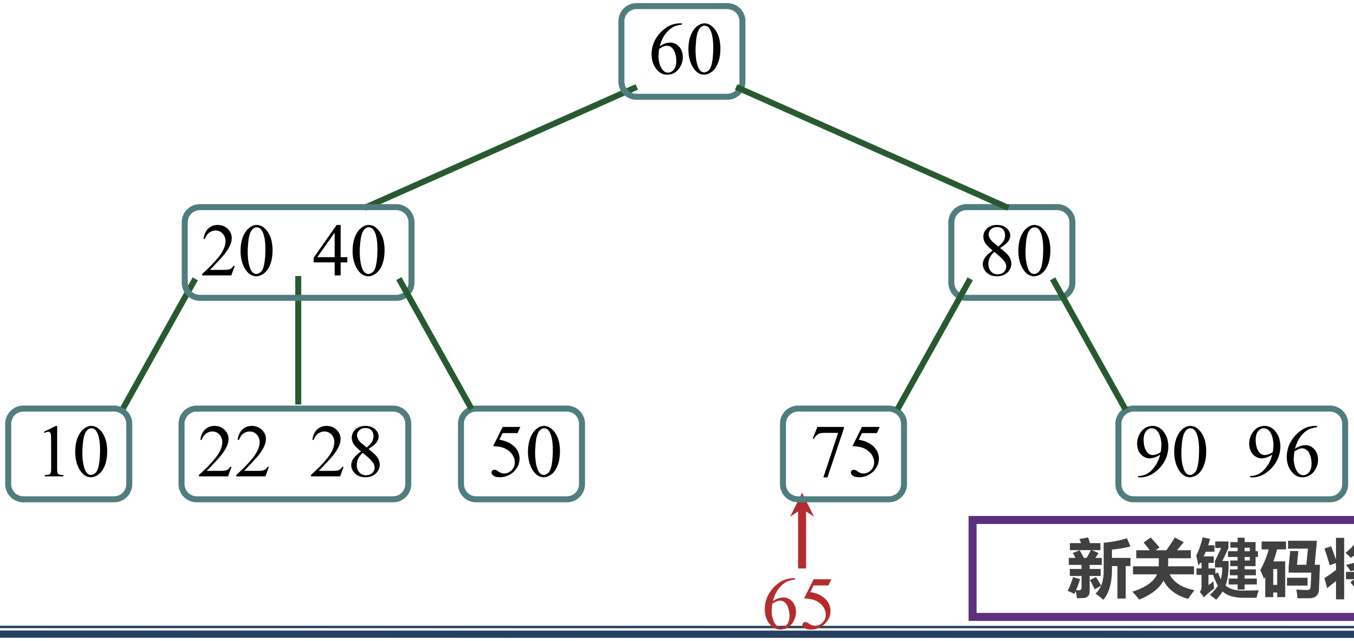
Balanced Tree 平衡的多路查找树

假定在 m 阶 B 树中插入关键码key，设$n=m-1$，插入过程如下：

（1）**定位：**确定关键码key应该插入哪个终端结点并返回该结点的指针p。

若 p 中的关键码个数小于n，则直接插入关键码key；

否则，结点 p 的关键码个数溢出，执行“分裂——提升”过程。



B 树是多少阶?

$m=3, n=2$

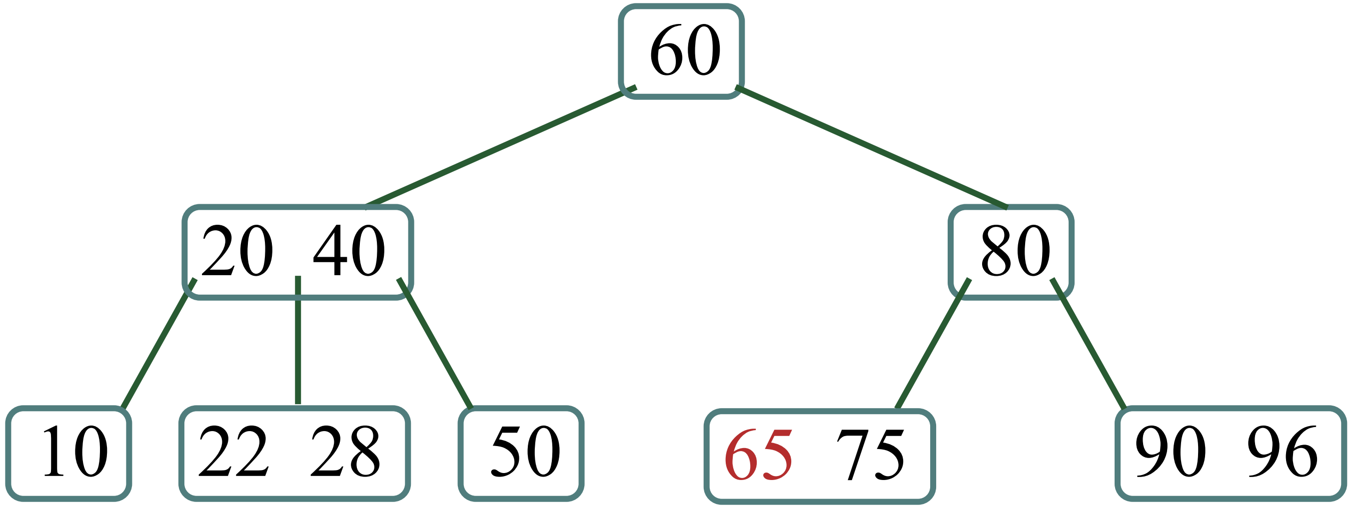
新关键码将插入到相应的叶子结点中

2. B树的插入

Balanced Tree　平衡的多路查找树

假定在 m 阶 B 树中插入关键码key，设$n=m-1$，插入过程如下：

（1）**定位：**确定关键码key应该插入哪个终端结点并返回该结点的指针p。
若 p 中的关键码个数小于n，则直接插入关键码key；
否则，结点 p 的关键码个数溢出，执行“分裂——提升”过程。



B 树是多少阶?

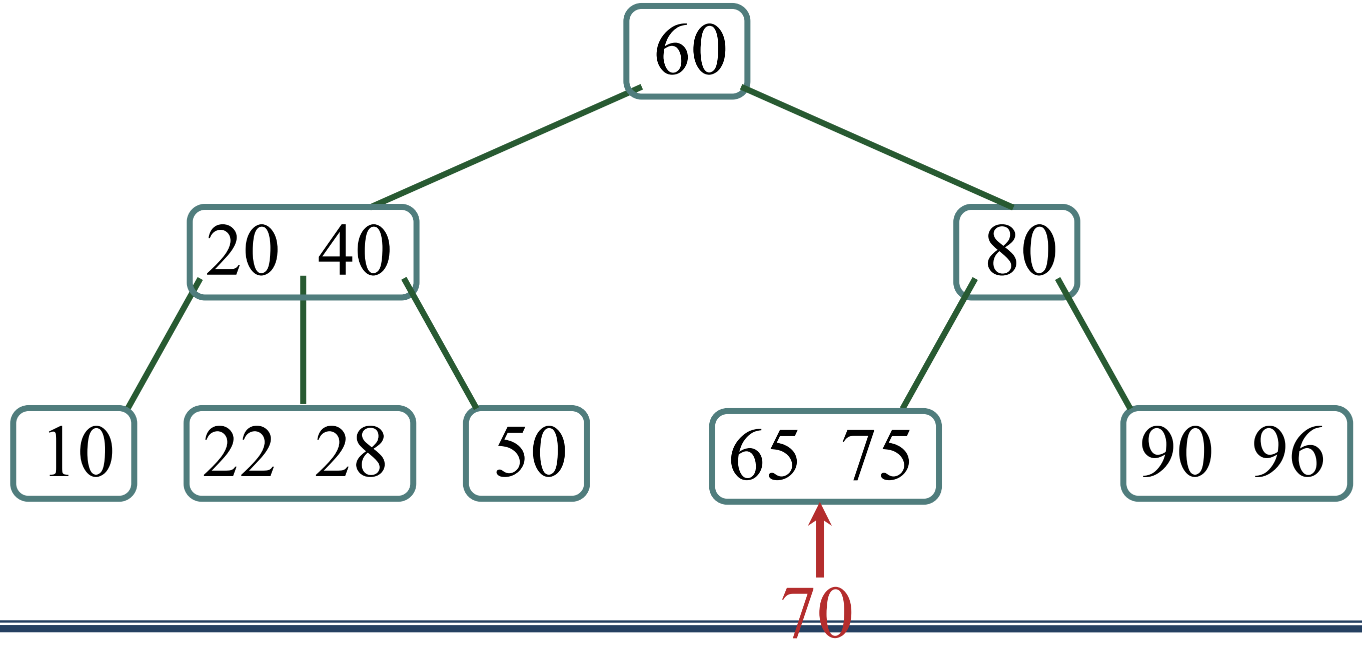
$m=3, n=2$

2. B树的插入

Balanced Tree　平衡的多路查找树

假定在 m 阶 B 树中插入关键码 key，设 $n=m-1$，插入过程如下：

（1）**定位：** 确定关键码 key 应该插入哪个终端结点并返回该结点的指针 p。
若 p 中的关键码个数小于 n，则直接插入关键码 key；
否则，结点 p 的关键码个数溢出，执行“分裂——提升”过程。



B 树是多少阶?

$m=3, n=2$

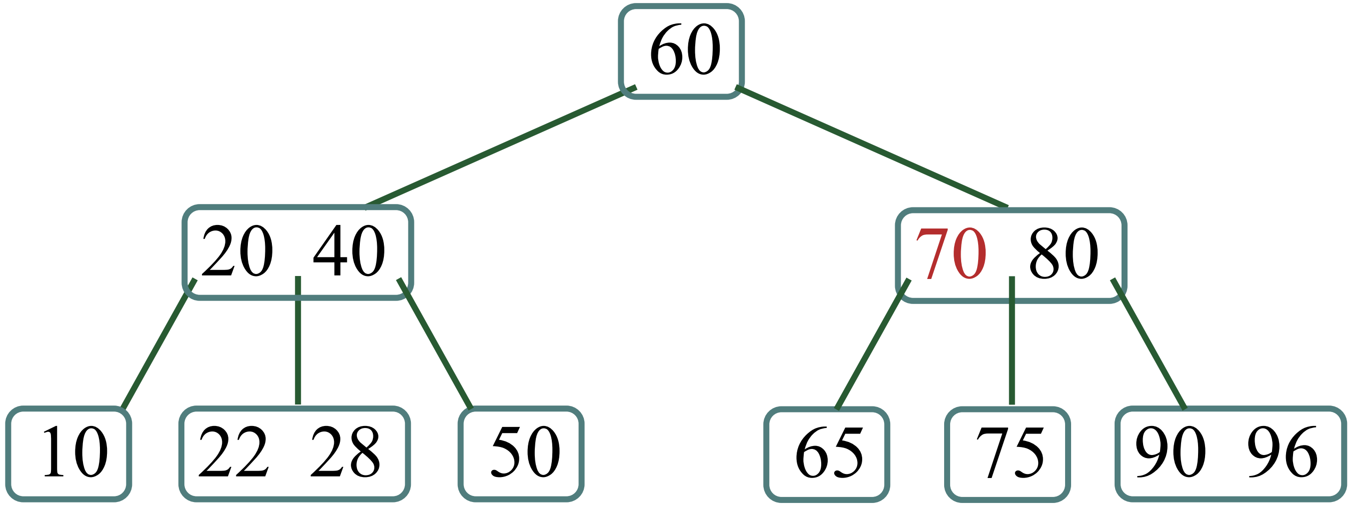
发生溢出

2. B树的插入

Balanced Tree 平衡的多路查找树

假定在 m 阶 B 树中插入关键码key，设$n=m-1$，插入过程如下：

（2）**分裂——提升**：将结点 p “分裂”成两个结点，分别是p_1和p_2，把中间的关键码k “提升”到父结点，并且k的左指针指向p_1，右指针指向p_2。



B 树是多少阶?

$m=3, n=2$

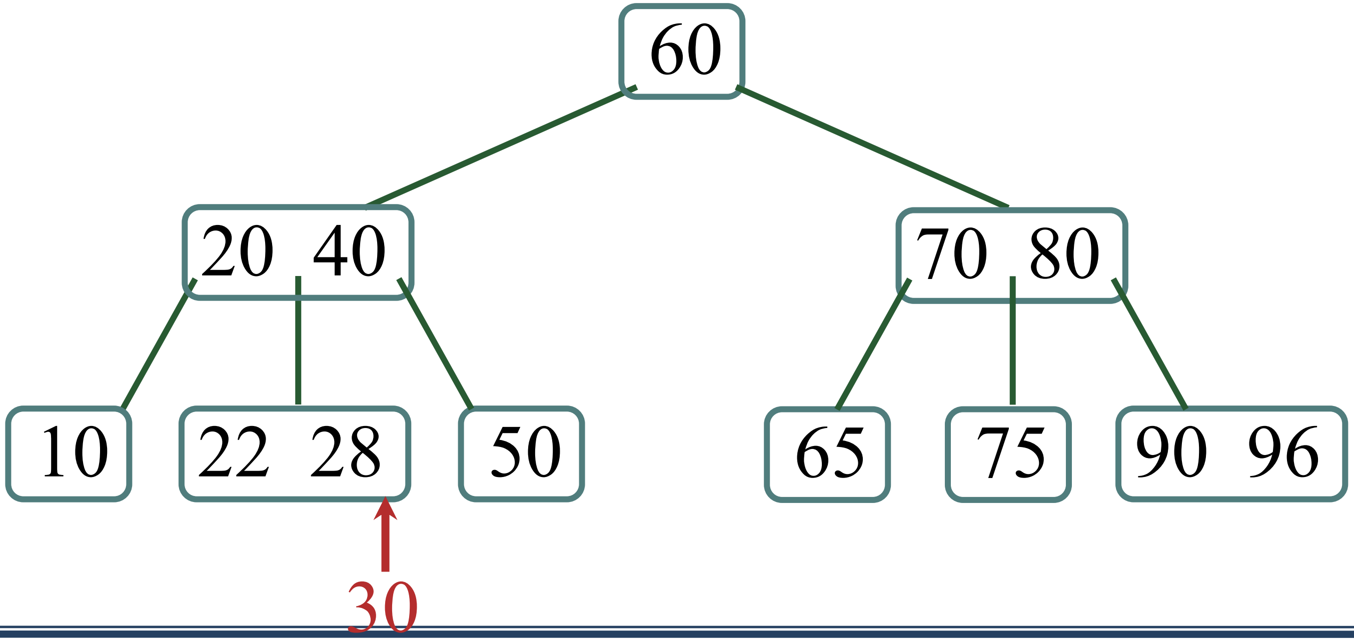
分裂—提升

2. B树的插入

Balanced Tree　平衡的多路查找树

假定在 m 阶 B 树中插入关键码key，设$n=m-1$，插入过程如下：

（2）**分裂——提升**：如果父结点的关键码个数也溢出，则继续执行“分裂——提升”过程。显然，这种分裂可能一直上传，如果根结点也分裂了，则树的高度增加了一层。



B 树是多少阶?

$m=3, n=2$

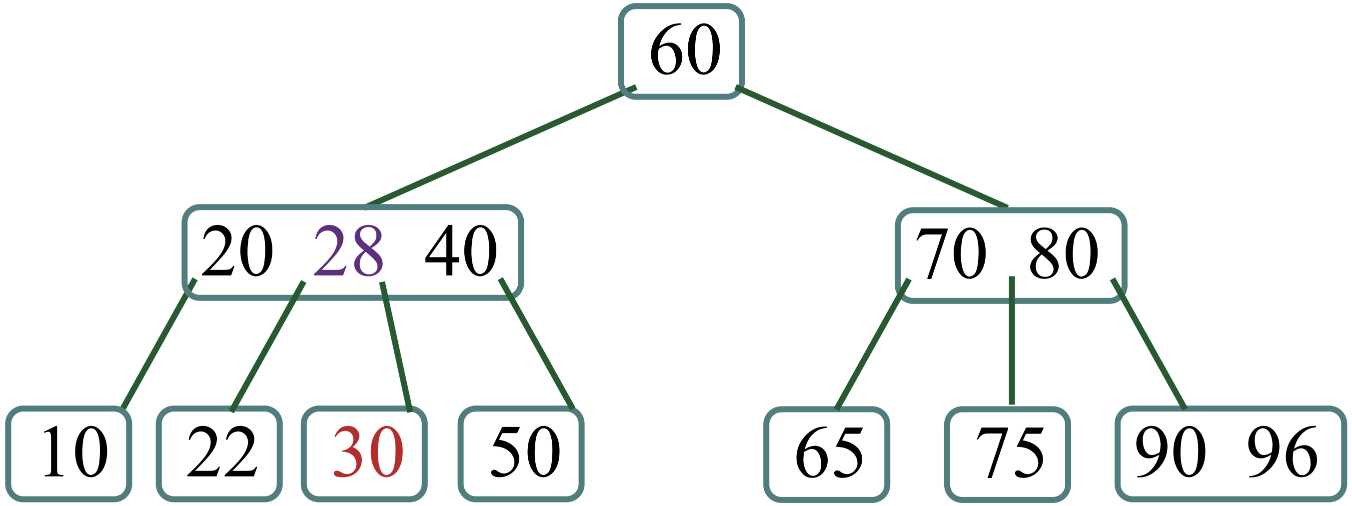
发生溢出

2. B树的插入

Balanced Tree　平衡的多路查找树

假定在 m 阶 B 树中插入关键码*key*，设$n=m-1$，插入过程如下：

（2）**分裂——提升**：如果父结点的关键码个数也溢出，则继续执行“分裂——提升”过程。显然，这种分裂可能一直上传，如果根结点也分裂了，则树的高度增加了一层。



B 树是多少阶?

$$m=3, n=2$$

分裂——提升

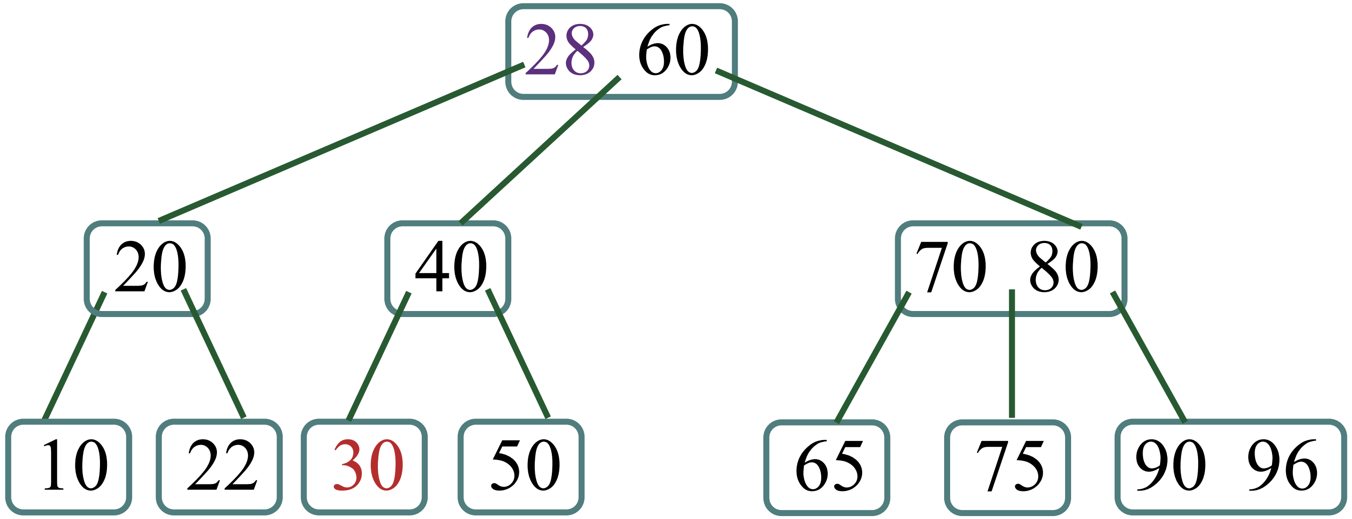
再次溢出

2. B树的插入

Balanced Tree　平衡的多路查找树

假定在 m 阶 B 树中插入关键码key，设$n=m-1$，插入过程如下：

（2）分裂——提升：如果父结点的关键码个数也溢出，则继续执行“分裂——提升”过程。显然，这种分裂可能一直上传，如果根结点也分裂了，则树的高度增加了一层。



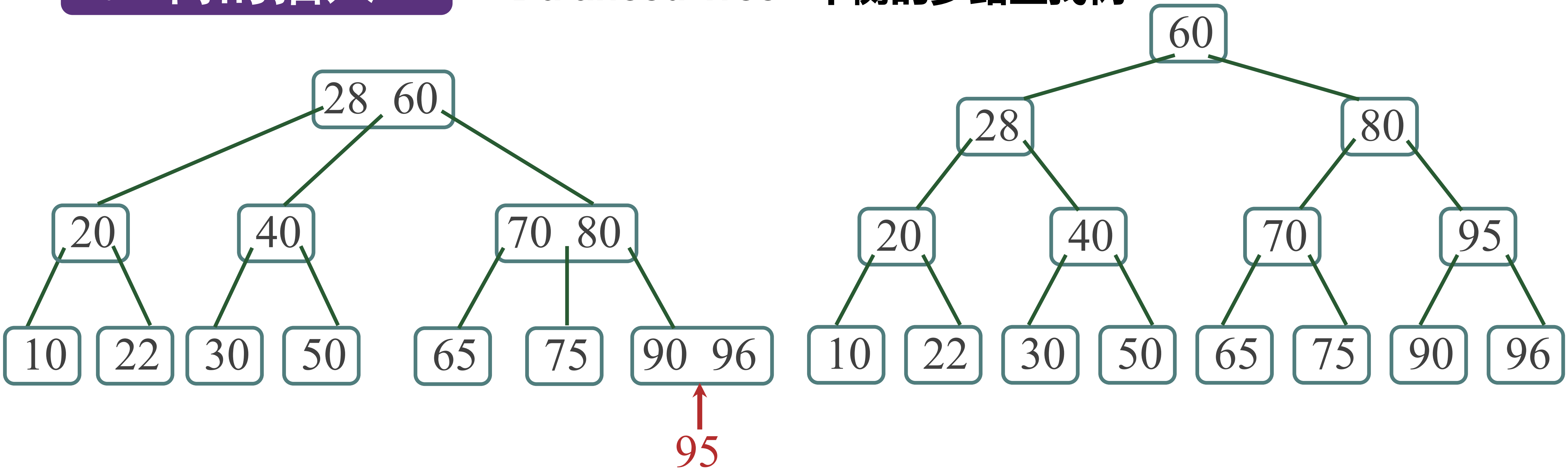
B 树是多少阶?

$m=3, n=2$

再次分裂——提升

2. B树的插入

Balanced Tree 平衡的多路查找树



为什么 B 树的根结点最少有两棵子树?

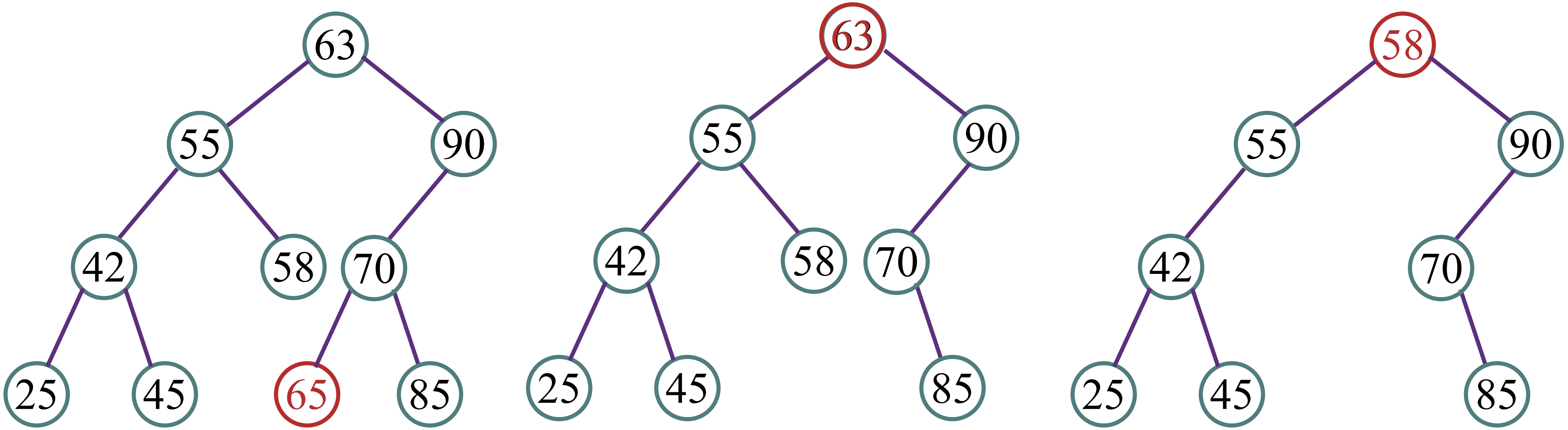
如果在 B 树中插入一个元素时导致根结点发生溢出，则 B 树产生一个新的根结点并且树高增加了一层，此时，新根只有一个关键码和两棵子树。

3. B树的删除

如何删除二叉排序中的一个结点?

回顾

- 情况 1——被删除的结点是叶子结点
- 情况 3——被删除的结点既有左子树也有右子树



3. B树的删除

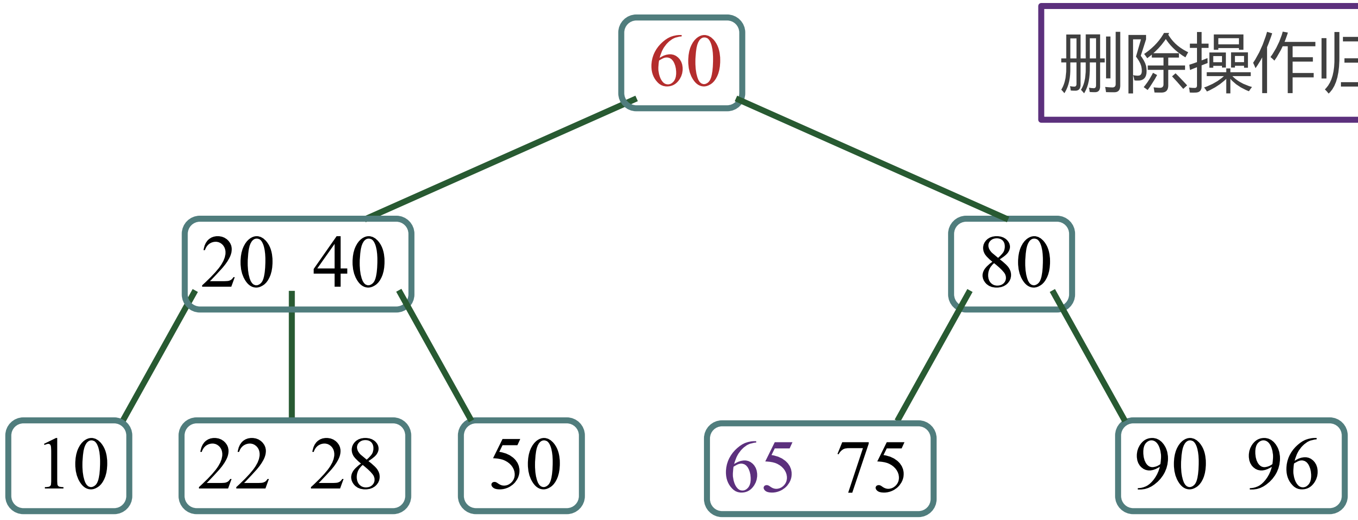
假定在 m 阶 B 树中删除关键码*key*，删除过程如下：

（1）定位：确定关键码*key*在哪个结点并返回该结点的指针q。

假定*key*是结点 q 中的第 i 个关键码K_i，有以下两种情况：

1.1 若结点 q 是叶子结点，则删除*key*；

1.2 若结点 q 不是叶子结点，则用 A_i 所指子树中的最小值 x 替换K_i；删除 x；



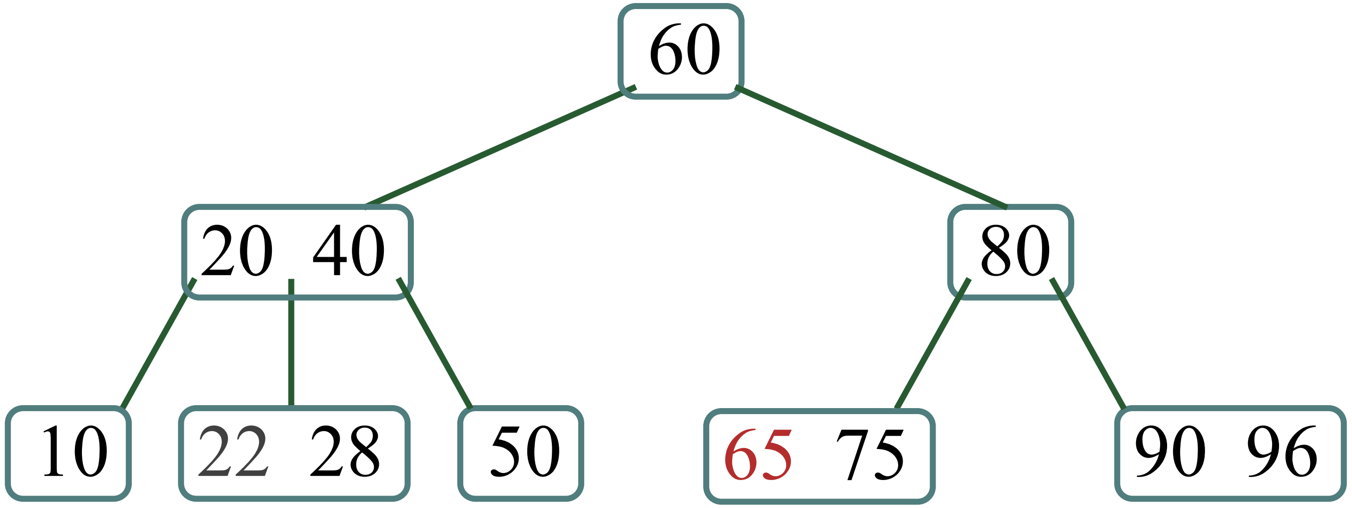
删除操作归结为在叶子结点中删除关键码

3. B树的删除

假定在 m 阶 B 树中删除关键码key，删除过程如下：

（2）判断是否下溢

2.1 如果叶子结点中关键码的个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil -1$，则直接删除；



B 树是多少阶?

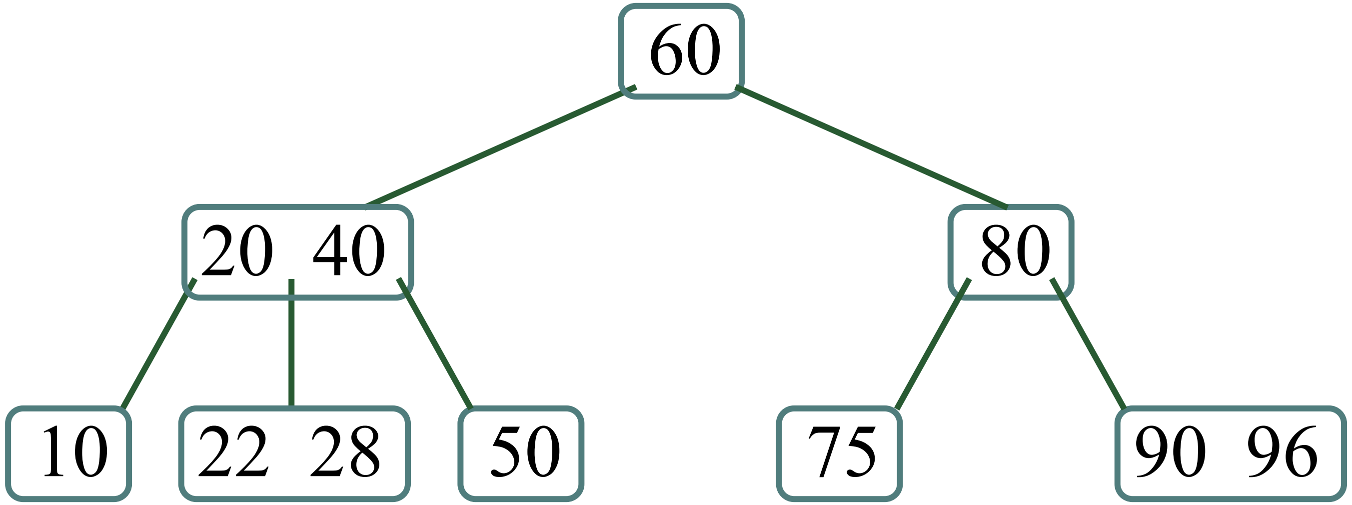
$$\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil -1 = 1$$

3. B树的删除

假定在 m 阶 B 树中删除关键码 key，删除过程如下：

（2）判断是否下溢

2.1 如果叶子结点中关键码的个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil -1$，则直接删除；



3. B树的删除

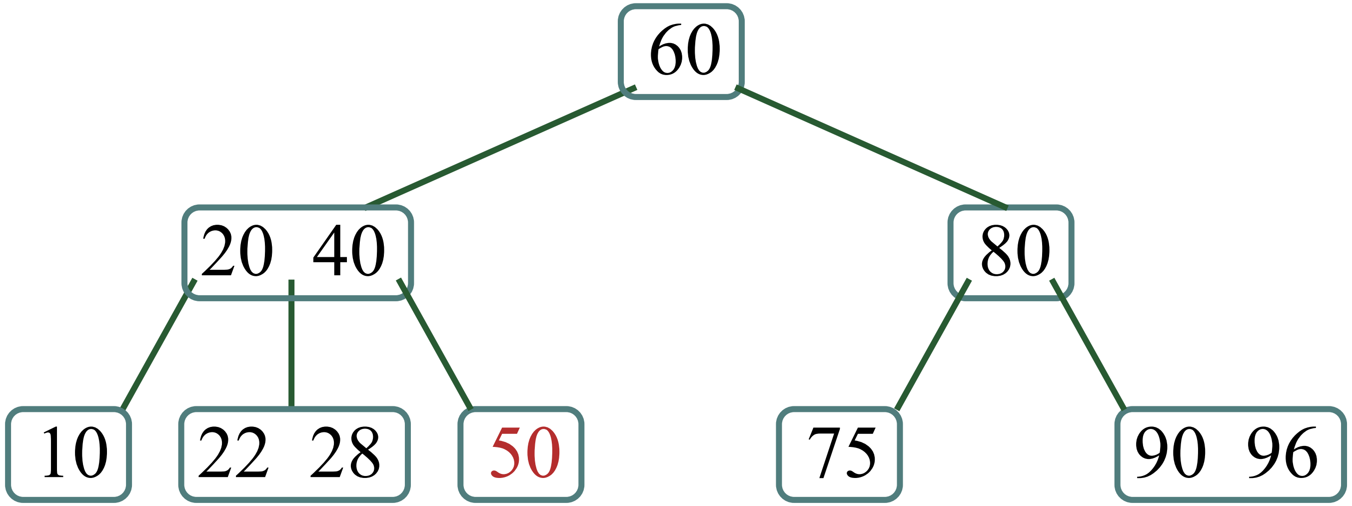
假定在 m 阶 B 树中删除关键码key，删除过程如下：

（2）判断是否下溢

2.1 如果叶子结点中关键码的个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil -1$，则直接删除；

2.2 否则，删除操作涉及到兄弟结点

2.2.1 兄弟结点的关键码个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$，则向兄弟结点借一个关键码；



3. B树的删除

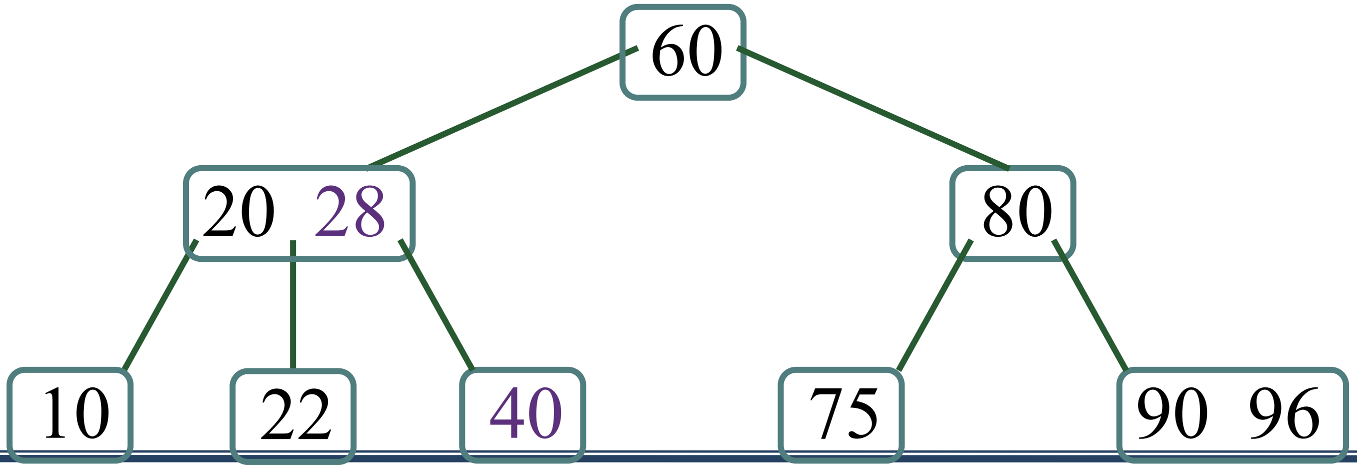
假定在 m 阶 B 树中删除关键码key，删除过程如下：

（2）判断是否下溢

2.1 如果叶子结点中关键码的个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil - 1$，则直接删除；

2.2 否则，删除操作涉及到兄弟结点

2.2.1 兄弟结点的关键码个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$，则向兄弟结点借一个关键码，并且借来的关键码“上移”到双亲结点，双亲结点相应关键码“下移”；



3. B树的删除

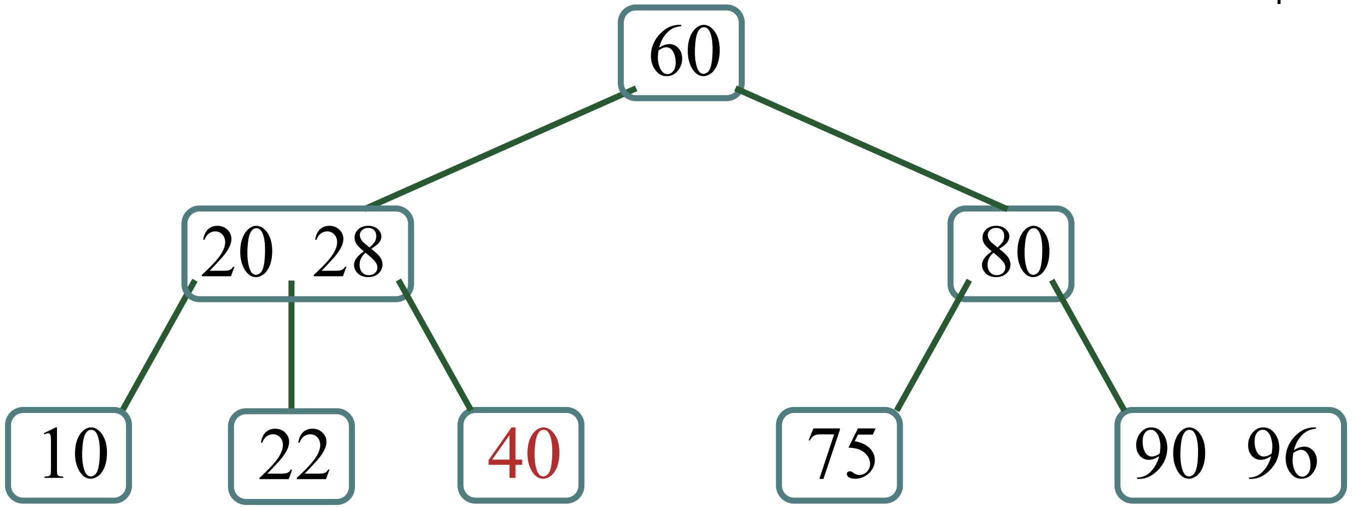
假定在 m 阶 B 树中删除关键码*key*，删除过程如下：

（2）判断是否下溢

2.1 如果叶子结点中关键码的个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil -1$，则直接删除；

2.2 否则，删除操作涉及到兄弟结点

2.2.2 兄弟结点的关键码个数不大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$，则执行“合并”兄弟操作；



3. B树的删除

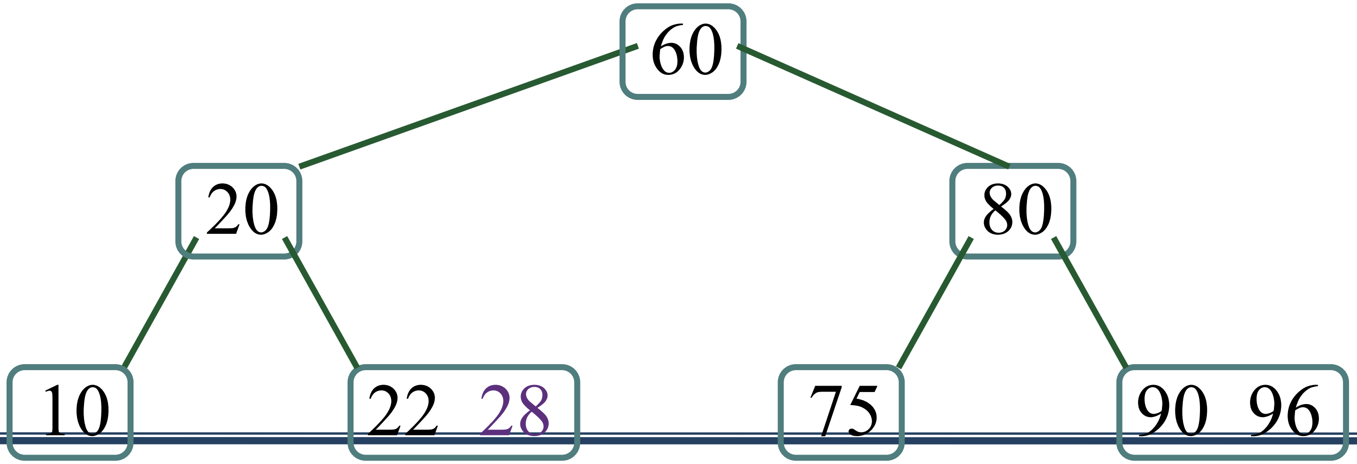
假定在 m 阶 B 树中删除关键码 key，删除过程如下：

（2）判断是否下溢

2.1 如果叶子结点中关键码的个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil - 1$，则直接删除；

2.2 否则，删除操作涉及到兄弟结点

2.2.2 兄弟结点的关键码个数不大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$，则执行“合并”兄弟操作；删除空结点，并将双亲结点中的相应关键码“下移”到合并结点中；



3. B树的删除

假定在 m 阶 B 树中删除关键码*key*，删除过程如下：

（2）判断是否下溢

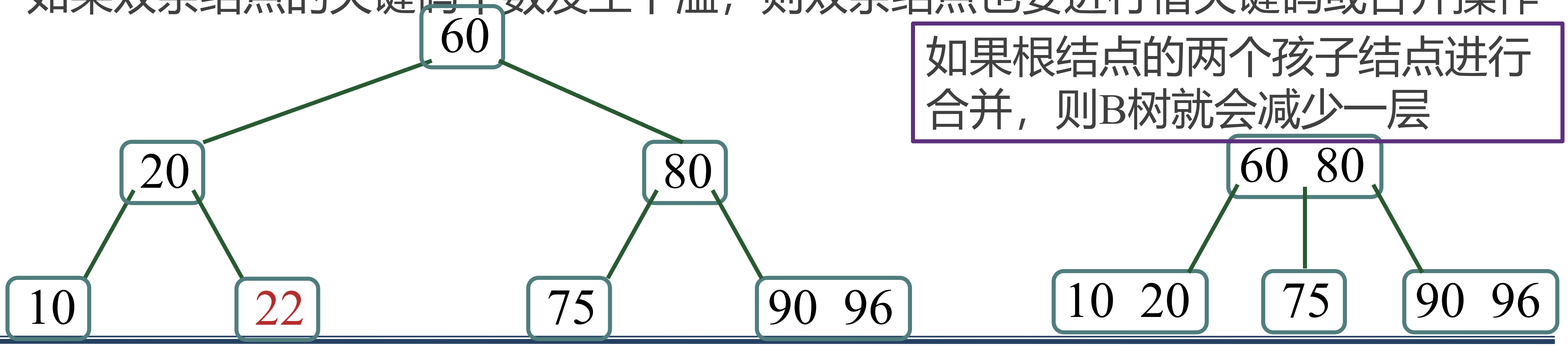
2.1 如果叶子结点中关键码的个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil - 1$，则直接删除；

2.2 否则，删除操作涉及到兄弟结点

2.2.2 兄弟结点的关键码个数**不大于** $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$，则执行“合并”兄弟操作；

如果双亲结点的关键码个数发生下溢，则双亲结点也要进行借关键码或合并操作

如果根结点的两个孩子结点进行合并，则B树就会减少一层



3. B树的删除

假定在 m 阶 B 树中删除关键码key，删除过程如下：

（1）定位：确定关键码key在哪个结点并返回该结点的指针q。

假定key是结点 q 中的第 i 个关键码K_i，有以下两种情况：

1.1 若结点 q 是叶子结点，则删除key；

1.2 否则用 A_i所指子树中的最小值 x 替换K_i；删除 x；

（2）判断是否下溢

2.1 如果叶子结点中关键码的个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil - 1$，则直接删除；

2.2 否则，删除操作涉及到兄弟结点

2.2.1 兄弟结点的关键码个数大于 $\left\lceil \frac{m}{2} \right\rceil$，则向兄弟结点借一个关键码，并且借来的关键码“上移”到双亲结点，双亲结点相应关键码“下移”；

2.2.2 否则执行“合并”兄弟操作；删除空结点，并将双亲结点中的相应关键码“下移”到合并结点中；

小结

1. 掌握二叉排序树的构建、查找、插入、删除原理
2. 掌握二叉排序树的实现方法和性能分析方法
3. 掌握平衡二叉树的相关概念和不同类型平衡调整方法
4. 了解平衡二叉树的性能分析方法
5. 掌握B树的定义和查找方法
6. 理解B树的插入和删除方法

Thank You !

Q & A