



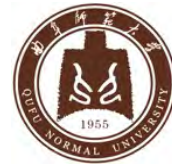
CEC

# 非线性电路、时变参量电路和变频器

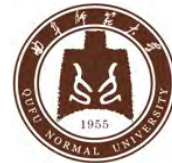
## Non-Linear Circuits, Time-Variant Parameter Circuits & Mixers

2023年4月17日

学而不厌 诲人不倦



- ➡ **§4.1 概述**
- ➡ **§4.2 非线性元件的特性**
- ➡ **§4.3 非线性电路分析法**
- ➡ **§4.4 线性时变参量电路分析法**
- ➡ **§4.5 变频器的工作原理**
- ➡ **§4.6 晶体(三极)管混频器**
- ➡ **§4.7 二极管混频器**
- ➡ **§4.8 差分对模拟乘法器混频电路**
- ➡ **§4.9 混频器中的干扰**
- ➡ **§4.10 外部干扰**



## 4.1 概述

折线法是学习第五章功率放大器的重要基础！

**电路性质：非线性**

**分析方法：幂级数法、折线法**

**基础知识：泰勒级数、频谱的概念、三角变换**

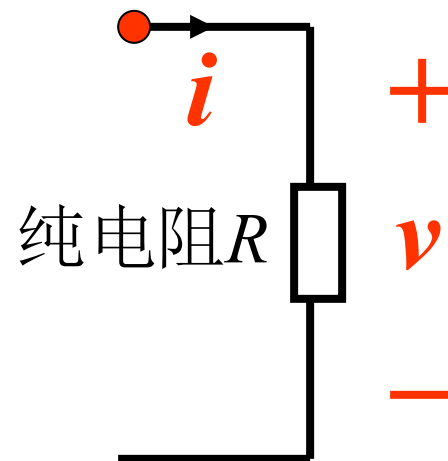
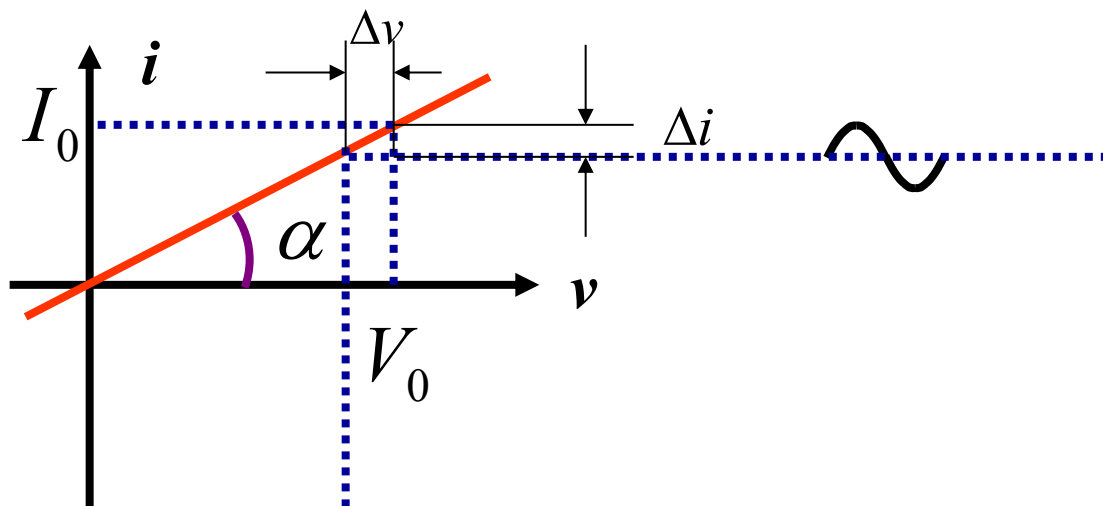
**电路基础与模电中的很多结论不再适用**

**学习的目的：**

1. 掌握非线性电路的主要特点与分析方法；
2. 掌握线性时变参量电路的分析方法；
3. 掌握混频器的原理；
4. 了解各种干扰、特别是混频器中所产生的各种干扰。

## 4.2 非线性元件的特性

### ➤ 1. 非线性元件的工作特性：输入输出关系曲线



如果  $v$  是一个很小的交流(动态)电压  $V_{sm} \sin \omega t$

则输出  $i$  是一个很小的交流(动态)电流  $I_{sm} \sin \omega t$

因此动态电阻为 
$$\lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta i} = \frac{dv}{di} = \frac{1}{\tan \alpha} = R$$

可见线性元件的静态电阻与动态电阻是一样的

## 4.2 非线性元件的特性

### ➤ 1. 非线性元件的工作特性：输入输出关系曲线

如果  $v$  是一个直流(静态)电压  $V_0$

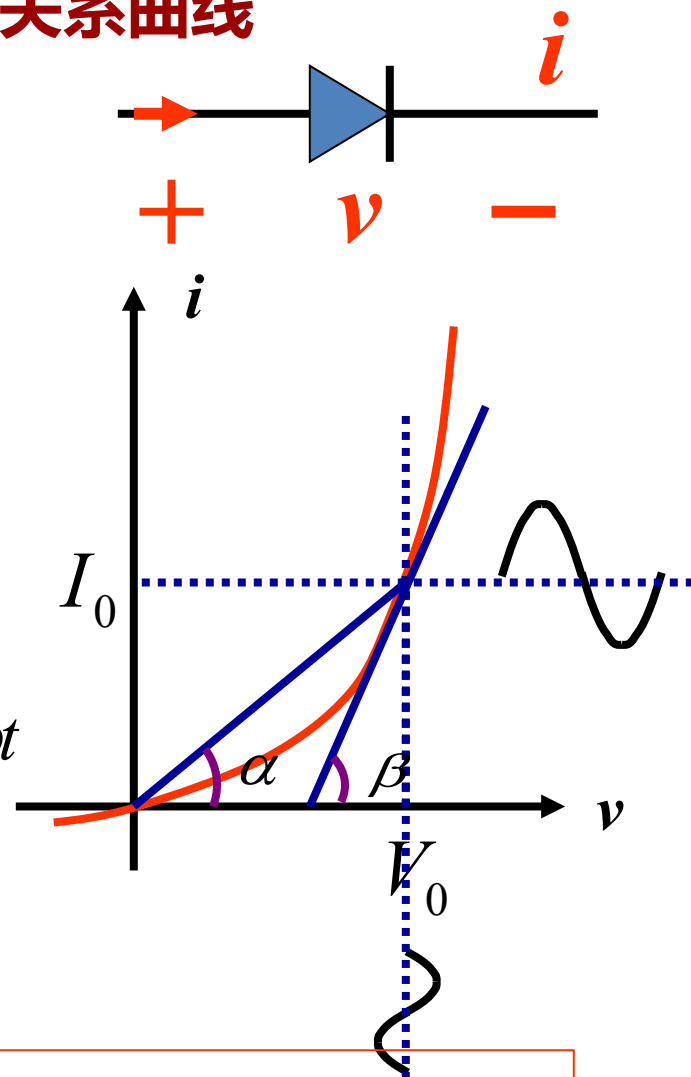
则输出  $i$  是一个直流(静态)电流  $I_0$

因此静态电阻为  $\frac{V_0}{I_0} = \frac{1}{\tan \alpha}$

如果  $v$  是小交流(动态)电压  $V_{sm} \sin \omega t$

则输出  $i$  是小交流(动态)电流  $I_{sm} \sin \omega t$

动态电阻为  $\lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta i} = \frac{dv}{di} = \frac{1}{\tan \beta}$



可见非线性元件的静态电阻与动态电阻是不一样的

## 4.2 非线性元件的特性

### ➤ 2. 非线性元件的频率变换作用

假如一个非线性元件输入量 $v$ 与输出量 $i$ 的关系是

$$i = k \bullet v^2 \quad (\text{CMOS器件就有这种特性})$$

当输入信号 $v = V_{sm} \cos \omega_s t$ 的标准余弦波时

**注意：**  $V_{sm}$ 是余弦波的振幅，是一个常数

$$\text{输出信号 } i = k(V_{sm} \cos \omega_s t)^2 = kV_{sm}^2 \cos^2 \omega_s t$$

$$= \frac{1}{2} kV_{sm}^2 (1 + \cos 2\omega_s t) = \boxed{\frac{1}{2} kV_{sm}^2} + \boxed{\frac{1}{2} kV_{sm}^2 \cos 2\omega_s t}$$

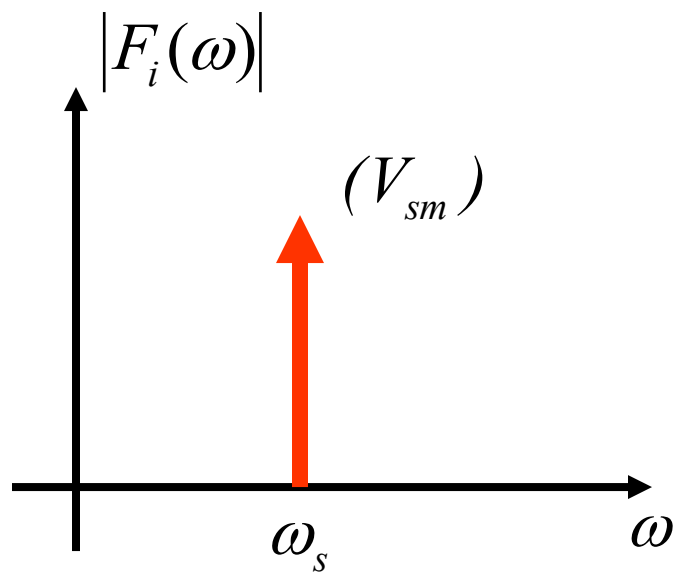
直流分量

2倍频分量

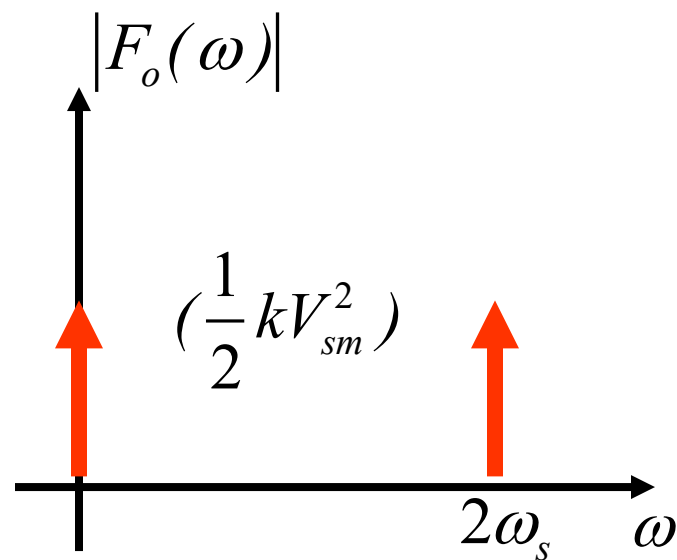
## 4.2 非线性元件的特性

### ➤ 2. 非线性元件的频率变换作用

输入信号频谱



输出信号频谱



可见信号经过非线性电路后频率发生了变换

## 4.2 非线性元件的特性

### ➤ 3. 非线性元件的不满足叠加原理

输入

输出



则称该电路满足叠加原理



## 4.2 非线性元件的特性

### ➤ 3. 非线性元件的不满足叠加原理

假如一个非线性元件输入量 $v$ 与输出量 $i$ 的关系是

$$i = k \bullet v^2$$

当输入信号 $v_1 = V_1 \sin \omega_1 t$ 时, 输出为 $i_1 = k(V_1 \sin \omega_1 t)^2$

当输入信号 $v_2 = V_2 \sin \omega_2 t$ 时, 输出为 $i_2 = k(V_2 \sin \omega_2 t)^2$

当输入信号为 $v_1 + v_2 = V_1 \sin \omega_1 t + V_2 \sin \omega_2 t$ 时

输出信号为  $k(V_1 \sin \omega_1 t + V_2 \sin \omega_2 t)^2$

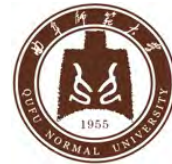
$$\begin{aligned} &= k(V_1 \sin \omega_1 t)^2 + k(V_2 \sin \omega_2 t)^2 + 2kV_1 \sin \omega_1 t \bullet V_2 \sin \omega_2 t \\ &= \frac{k}{2}(V_{1m}^2 + V_{2m}^2) - kV_{1m}V_{2m} \cos(\omega_1 + \omega_2)t \\ &\quad + kV_{1m}V_{2m} \cos(\omega_1 - \omega_2)t - \frac{k}{2}V_{1m}^2 \cos 2\omega_1 t - \frac{k}{2}V_{2m}^2 \cos 2\omega_2 t \end{aligned}$$

显然不等于 $i_1 + i_2$ , 即不满足叠加原理

## 4.2 非线性元件的特性

非线性元件的主要特征（ ）。

- A** 输出量与输入量不是线性关系
- B** 具有频率变换作用
- C** 不满足叠加原理
- D** 电流与电压成正比



- ➡ §4.1 概述
- ➡ §4.2 非线性元件的特性
- ➡ **§4.3 非线性电路分析法**
- ➡ §4.4 线性时变参量电路分析法
- ➡ §4.5 变频器的工作原理
- ➡ §4.6 晶体(三极)管混频器
- ➡ §4.7 二极管混频器
- ➡ §4.8 差分对模拟乘法器混频电路
- ➡ §4.9 混频器中的干扰
- ➡ §4.10 外部干扰



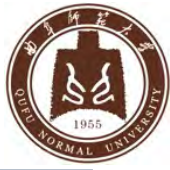
## 4.3 非线性电路分析法

### 幂级数法

用泰勒级数将曲线在某一点展开成级数形式

### 折线法

将曲线近似看成若干首尾相接的线段连接而成的折线



## 4.3 非线性电路分析法

### ➤ 1. 幂级数分析法

非线性器件的伏安特性,可用下面的非线性函数来表示：

$$i = f(v)$$

如果  $f(v)$  这个函数在  $V_0$  处各阶导数存在

则  $i$  可以表示成如下的泰勒级数的形式：

$$i = b_0 + b_1(v - V_0) + b_2(v - V_0)^2 + b_3(v - V_0)^3 + \dots$$

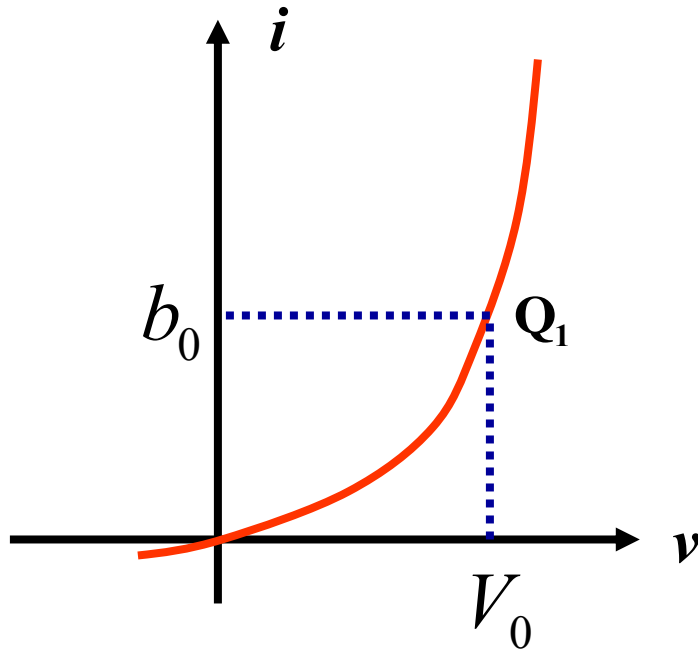
$$\text{其中 } b_0 = f(V_0), b_1 = f'(V_0), b_2 = \frac{1}{2!} f''(V_0), b_3 = \frac{1}{3!} f'''(V_0) \dots$$

注意：这只是各系数的数学意义，由于  $f(v)$  的表达式在实际情况下往往不知道，所以不能直接通过这些公式求各系数

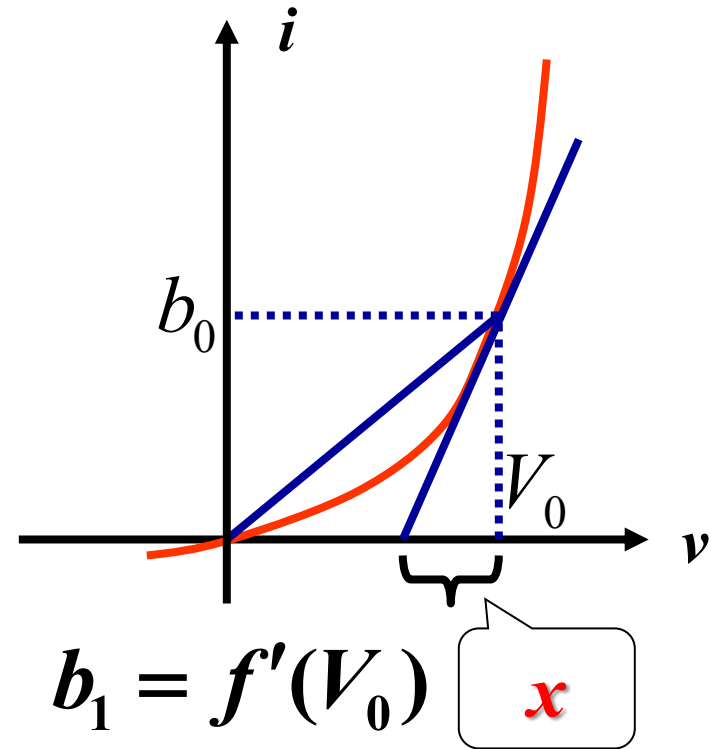
## 4.3 非线性电路分析法

### ➤ 1. 幂级数分析法

$$i \approx b_0 + b_1(v - V_0) + b_2(v - V_0)^2$$

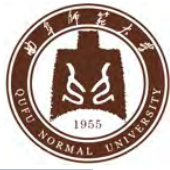


$b_0 = I_0$  是静态工作点电流



● 在图中任取  $V_0$  附近一点电压  $V_B$

$$i_B = b_0 + b_1(V_B - V_0) + b_2(V_B - V_0)^2$$



## 4.3 非线性电路分析法

### ➤ 1. 幂级数分析法

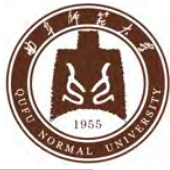
#### 两个余弦波的叠加信号经过非线性电路

$$\text{设 } i = b_0 + b_1(v - V_0) + b_2(v - V_0)^2 + b_3(v - V_0)^3$$

$$\text{其中： } v = V_0 + V_1 \cos \omega_1 t + V_2 \cos \omega_2 t$$

$$\text{因此 } (v - V_0) = V_1 \cos \omega_1 t + V_2 \cos \omega_2 t$$

注意  $(v - V_0)$  项不含直流成分



## 4.3 非线性电路分析法

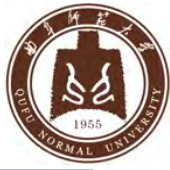
### ➤ 1. 幂级数分析法 两个余弦波的叠加信号经过非线性电路

将 $(v - V_0)$ 的表达式代入  $i$  的表达式中

$$\begin{aligned} i &= b_0 + b_1(V_1 \cos \omega_1 t + V_2 \cos \omega_2 t) \\ &\quad + b_2(V_1 \cos \omega_1 t + V_2 \cos \omega_2 t)^2 + b_3(V_1 \cos \omega_1 t + V_2 \cos \omega_2 t)^3 \\ &= b_0 + b_1(V_1 \cos \omega_1 t + V_2 \cos \omega_2 t) \\ &\quad + b_2 V_1^2 \cos^2 \omega_1 t + b_2 V_2^2 \cos^2 \omega_2 t + 2b_2 V_1 \cos \omega_1 t V_2 \cos \omega_2 t \\ &\quad + b_3 V_1^3 \cos^3 \omega_1 t + 3b_3 V_1^2 \cos^2 \omega_1 t V_2 \cos \omega_2 t \\ &\quad + 3b_3 V_1 \cos \omega_1 t V_2^2 \cos^2 \omega_2 t + b_3 V_2^3 \cos^3 \omega_2 t \end{aligned}$$

对含余弦相乘的项进行积化和差，直到没有余弦相乘的项





## 4.3 非线性电路分析法

### ➤ 1. 幂级数分析法 两个余弦波的叠加信号经过非线性电路

$$i = k_0(b_0, b_2) + k_1(b_1, b_3) \cos \omega_1 t + k_2(b_1, b_3) \cos \omega_2 t$$

$$+ k_3(b_2) \cos 2\omega_1 t + k_4(b_2) \cos 2\omega_2 t$$

2倍频

和频

$$+ k_5(b_2) \cos(\omega_1 + \omega_2)t + k_6(b_2) \cos(\omega_1 - \omega_2)t$$

差频

$$+ k_7(b_3) \cos 3\omega_1 t + k_8(b_3) \cos 3\omega_2 t$$

3倍频

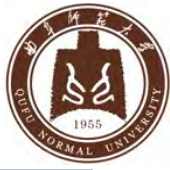
$$+ k_9(b_3) \cos(2\omega_1 + \omega_2)t + k_{10}(b_3) \cos(2\omega_1 - \omega_2)t$$

$$+ k_{11}(b_3) \cos(\omega_1 + 2\omega_2)t + k_{12}(b_3) \cos(\omega_1 - 2\omega_2)t$$

谐波:  $2\omega_1, 2\omega_2, 3\omega_1, 3\omega_2,$

组合频率:  $\omega_1 + \omega_2, \omega_1 - \omega_2, \omega_1 + 2\omega_2, \omega_1 - 2\omega_2, 2\omega_1 + \omega_2, 2\omega_1 - \omega_2$

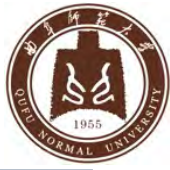
特性曲线最高幂次等于3, 所以最高次谐波次数不超过3, 组合系数不超过3;



## 4.3 非线性电路分析法

两个信号 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 经过非线性器件后，输出端频率成分有（ ）。

- A**  $\omega_1$ 、 $\omega_2$
- B**  $2\omega_1$ 、 $2\omega_2$ 、 $3\omega_1$ 、 $3\omega_2$ 、
- C**  $\omega_1+\omega_2$ 、 $2\omega_1+\omega_2$ 、 $\omega_1+2\omega_2$
- D**  $\omega_1-\omega_2$ 、 $\omega_2-\omega_1$ 、 $2\omega_1-\omega_2$ 、 $2\omega_2-\omega_1$ 、...



## 4.3 非线性电路分析法

### ► 例题

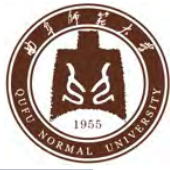
若一非线性电路满足：

$$i = 8 + 40(v - 0.4) + 50(v - 0.4)^2$$

当输入信号为

$$0.4 + 0.3 \cos 2000\pi t + 0.2 \cos 3000\pi t (\text{伏特})$$

- (1) 输出信号都有哪些频率分量？
- (2) 求输出信号中，差频分量的频率及其振幅。



## 4.3 非线性电路分析法

### ► 例题

因为4.3.8式中最高次项的次数是2

根据幂级数分析法得到的规律可知

输出信号中含有的频率成分有 $p\omega_1 \pm q\omega_2$  (其中 $p+q \leq 2$ )

$$p=0, q=0$$

直流成分

$$p=1, q=0$$

$\omega = 2000\pi$  分量, 即  $f = 1000\text{Hz}$  分量

$$p=0, q=1$$

$\omega = 3000\pi$  分量, 即  $f = 1500\text{Hz}$  分量

$$p=1, q=1, p+q$$

$\omega = 5000\pi$  分量, 即  $f = 2500\text{Hz}$  分量

$$p=1, q=1, p-q$$

$\omega = 1000\pi$  分量, 即  $f = 500\text{Hz}$  分量

$$p=2, q=0$$

$\omega = 4000\pi$  分量, 即  $f = 2000\text{Hz}$  分量

$$p=0, q=2$$

$\omega = 6000\pi$  分量, 即  $f = 3000\text{Hz}$  分量



## 4.3 非线性电路分析法

$$\because v = 0.4 + 0.3 \cos 2000\pi t + 0.2 \cos 3000\pi t$$

$$\therefore v - V_0 = 0.3 \cos 2000\pi t + 0.2 \cos 3000\pi t$$

$$i = 8 + 40 \times (0.3 \cos 2000\pi t + 0.2 \cos 3000\pi t) \\ + 50 \times (0.3 \cos 2000\pi t + 0.2 \cos 3000\pi t)^2$$

$$i = 8 + 40 \times (0.3 \cos 2000\pi t + 0.2 \cos 3000\pi t) \\ + 4.5 \times \cos^2 2000\pi t + 2 \times \cos^2 3000\pi t$$

$$+ 6 \times \cos 2000\pi t \times \cos 3000\pi t$$

只有该项产生差频

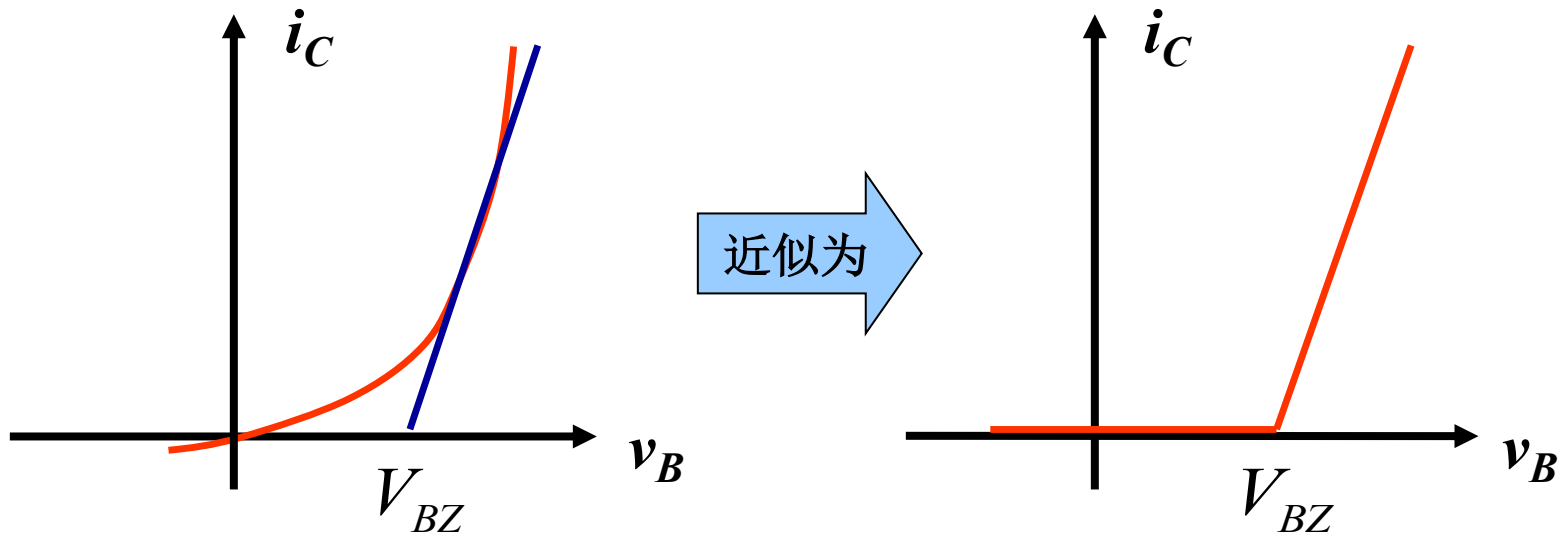
$$\text{这一项积化和差后} = 3 \cos 1000\pi t + 3 \cos 5000\pi t$$

差频分量

## 4.3 非线性电路分析法

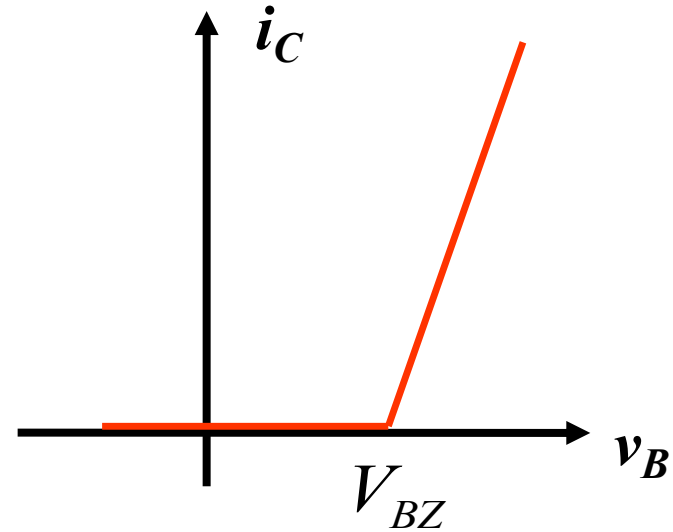
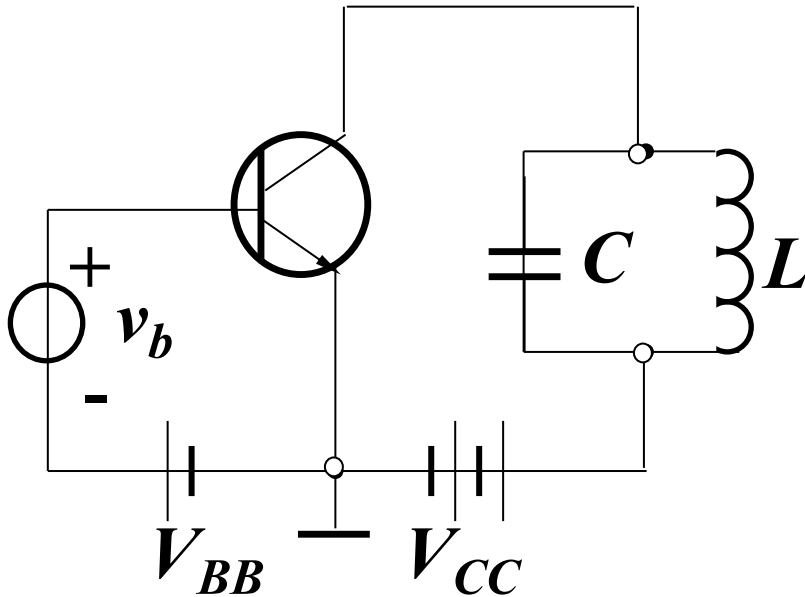
### ➤ 2. 折线分析法

- 幂级数法适用于中等大小的信号，当信号振幅更大时，幂级数取的项数必须增多，分析难度加大，此时应采用折线分析法。



## 4.3 非线性电路分析法

### ➤ 2. 折线分析法



**$i_c$  的近似表达式：**  $i_c = \begin{cases} 0 (\text{当 } v_B \leq V_{BZ}) \\ g_c (v_B - V_{BZ}) (\text{当 } v_B > V_{BZ}) \end{cases}$

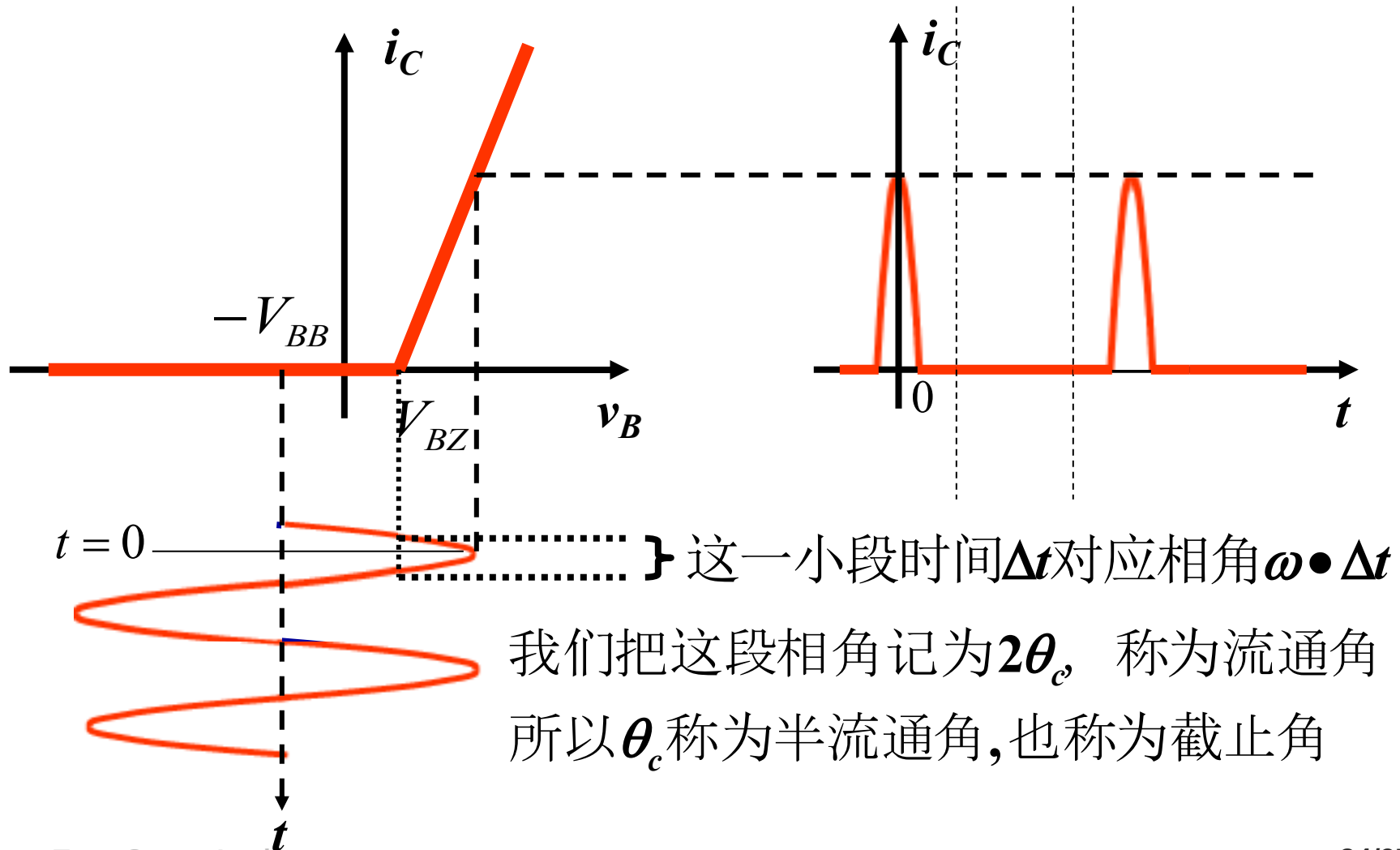
[即级数法中的  $f(v)$ ]

$g_c$  是跨导（即第2段折线的斜率）

## 4.3 非线性电路分析法

### ➤ 2. 折线分析法

### 用折线分析法分析大输入信号



这一小段时间 $\Delta t$ 对应相角 $\omega \cdot \Delta t$

我们把这段相角记为 $2\theta_c$ , 称为流通角  
所以 $\theta_c$ 称为半流通角, 也称为截止角



## 4.3 非线性电路分析法

### ➤ 2. 折线分析法

### 电流余弦脉冲 $i_c$ 的表达式

考虑在流通角内

$$i_c = g_c (v_B - V_{BZ})$$

代入 $v_B$

设输入信号 $v_B$ 的交流部分振幅为 $V_{bm}$

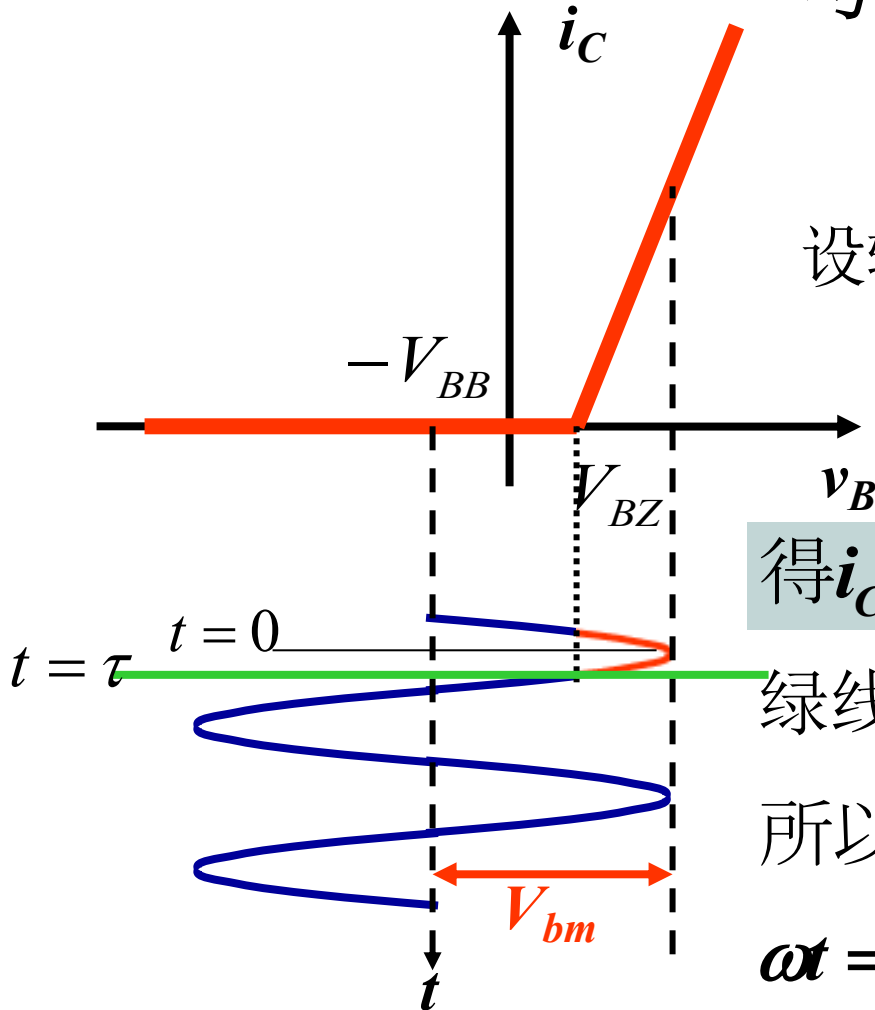
$$\text{则 } v_B = -V_{BB} + V_{bm} \cos \omega t$$

$$\text{得 } i_c = g_c (-V_{BB} + V_{bm} \cos \omega t - V_{BZ})$$

绿线对应的相角正好是 $\theta_c$ , 即 $\omega\tau = \theta_c$

所以当我们在上式中取 $t = \tau$ 时

$\omega t = \omega\tau = \theta_c$  此时 $i_c$ 刚好降到0



## 4.3 非线性电路分析法

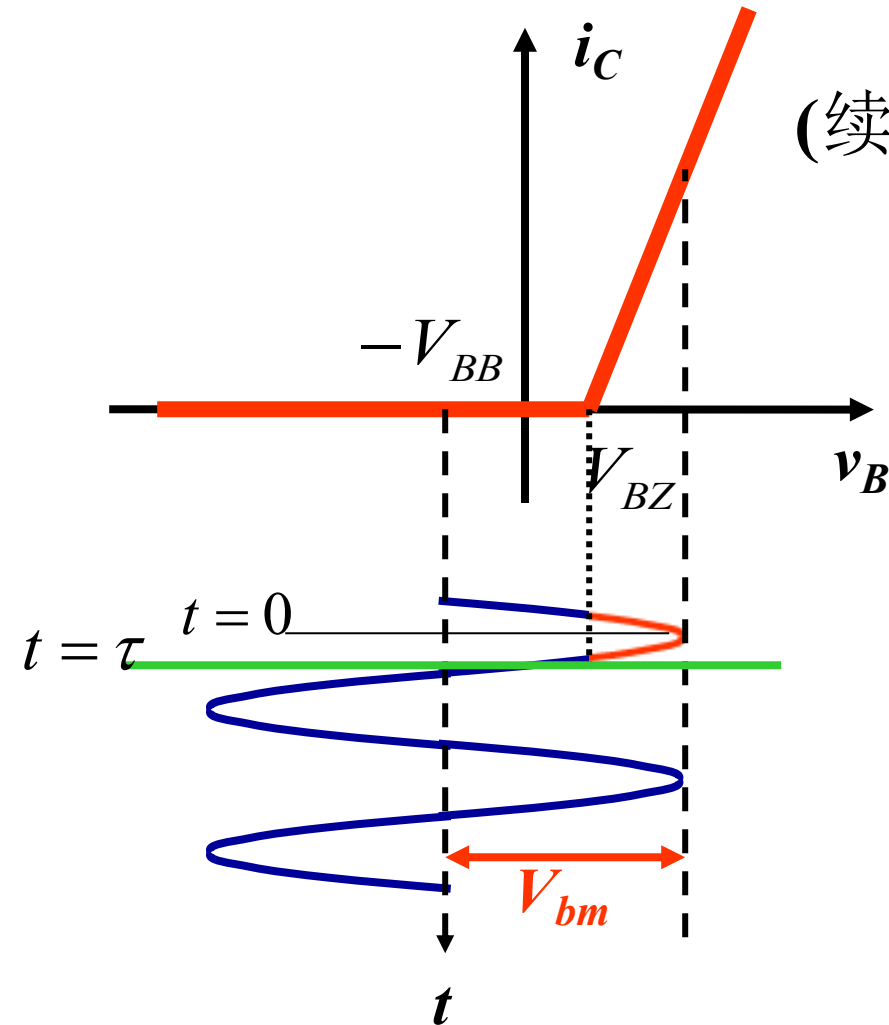
### ➤ 2. 折线分析法

### $\cos\theta_c$ 的表达式

(续上页)得

$$0 = g_c (-V_{BB} + V_{bm} \cos\theta_c - V_{BZ})$$

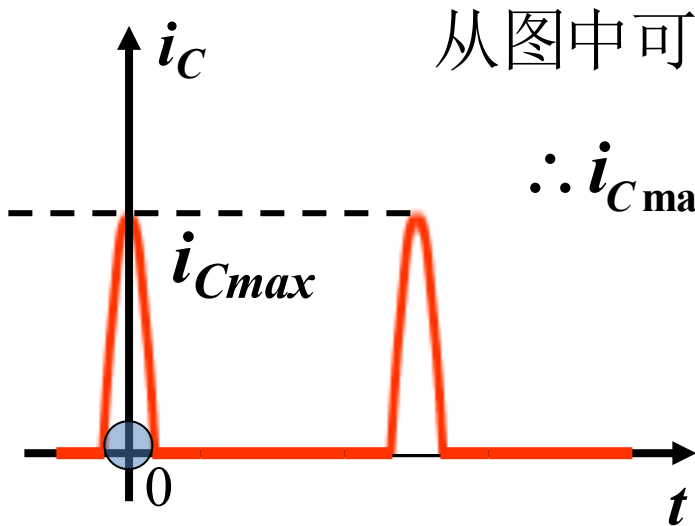
得  $\cos\theta_c = \frac{V_{BZ} + V_{BB}}{V_{bm}}$



我们在后面学习第5章，功率放大器时，主要应用折线法，所以这个公式相当重要！

## 4.3 非线性电路分析法

### ➤ 2. 折线分析法 **电流最大值 $i_{Cmax}$ 的表达式**



从图中可以看出,当 $t = 0$ 时, $i_C$ 恰好取到最大值

$$\begin{aligned} \therefore i_{Cmax} &= g_c (-V_{BB} + V_{bm} \cos \omega t - V_{BZ}) \Big|_{t=0} \\ &= g_c (-V_{BB} + V_{bm} \cos 0 - V_{BZ}) \\ &= g_c (-V_{BB} + V_{bm} - V_{BZ}) \end{aligned}$$

$$= g_c V_{bm} \left( 1 - \frac{V_{BB} + V_{BZ}}{V_{bm}} \right) = g_c V_{bm} (1 - \cos \theta_c)$$

上式可以说明：脉动电流  $i_c$  可以用  $i_{cmax}$  和  $\theta_c$  两个参数表示。

## 4.3 非线性电路分析法

### ► 例题

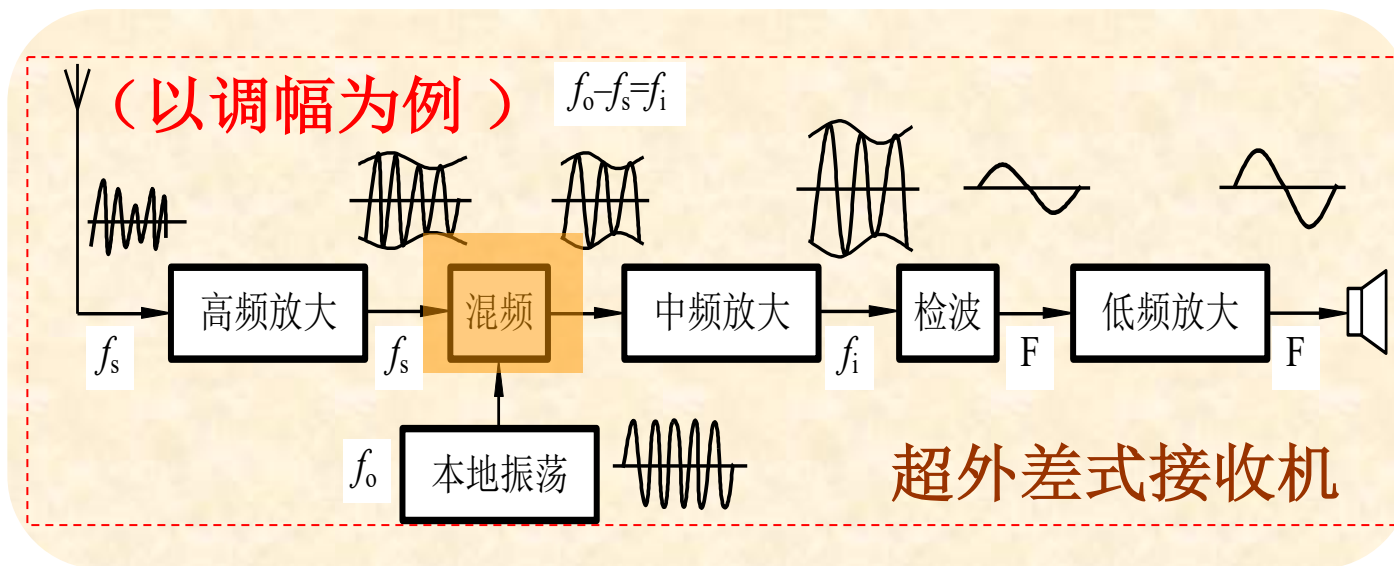
- 采用折线分析法分析晶体管 $i_C \sim v_B$ 曲线时,若输入信号  $v_B = -1.2 + 4.8 \cos 1000\pi t (V)$ , 晶体管截止电压  $V_{BZ} = 1.2V$ , 跨导  $g_c = 0.1 (mA/V)$ , 求  $\cos \theta_c$  和  $i_{C\max}$

提示：从 $v_B$ 的表达式中可读出 $V_{BB}$ 和 $V_{bm}$  (要注意 $V_{BB} > 0$ )

- ➡ §4.1 概述
- ➡ §4.2 非线性元件的特性
- ➡ §4.3 非线性电路分析法
- ➡ §4.4 线性时变参量电路分析法
- ➡ **§4.5 变频器的工作原理**
- ➡ §4.6 晶体(三极)管混频器
- ➡ §4.7 二极管混频器
- ➡ §4.8 差分对模拟乘法器混频电路
- ➡ §4.9 混频器中的干扰
- ➡ §4.10 外部干扰

## 4.5 变频器的工作原理

### ➤ 1. 变频器的定义



在保持相同调制规律的前提下，将输入已调信号的载波频率从  $f_s$  变换为固定  $f_i$  的过程称为**变频**或**混频**。

在接收机中， $f_i$  称为中频。一般其值为

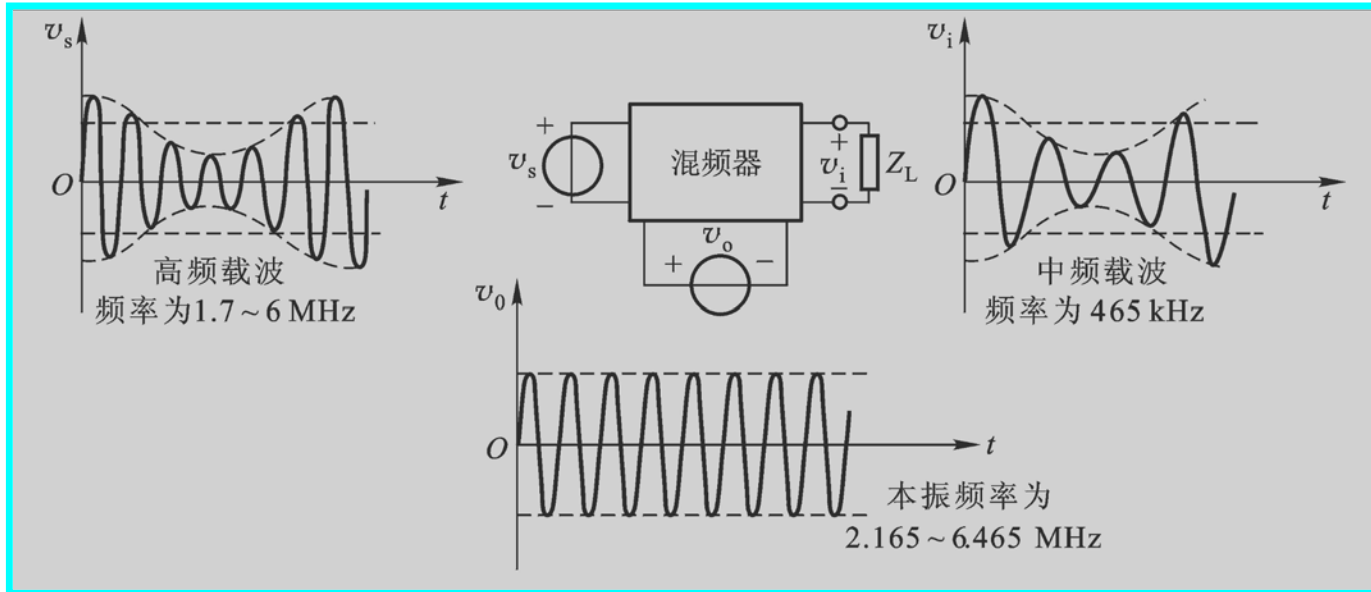
$$f_i = f_0 \pm f_s \quad \text{其中 } f_0 \text{ 是本地振荡频率。}$$

其中， $f_i$  大于  $f_s$  的混频称为上混频， $f_i$  小于  $f_s$  的混频称为下混频。

## 4.5 变频器的的工作原理

### ➤ 1. 变频器的定义

#### 举例



经过混频器变频后，输出频率为

$$f_i = f_o - f_s = (2.165 \sim 6.465) \text{ MHz} - (1.7 \sim 6) \text{ MHz} \\ = 0.465 \text{ MHz}$$

混频的结果：较高的不同的载波频率变为固定的较低的载波频率，而振幅包络形状不变。

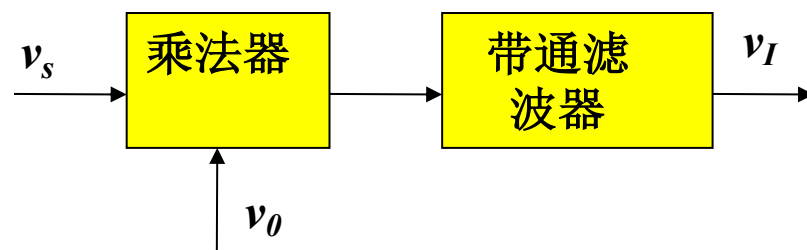
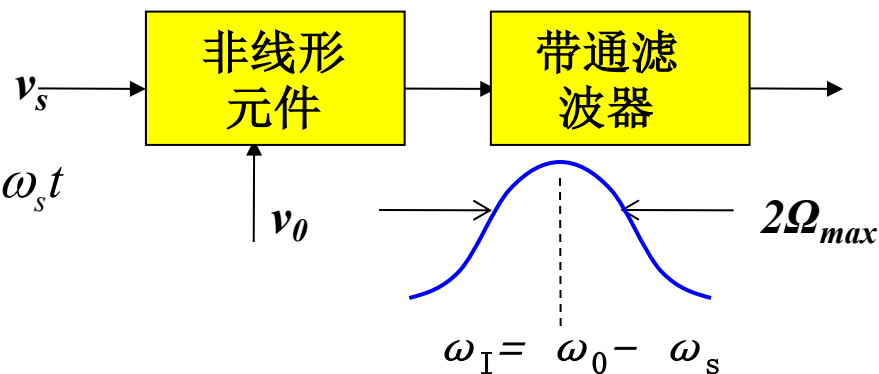
## 4.5 变频器的的工作原理

### ➤ 1. 变频器的定义

混频器的一般结构框图

设输入已调波信号： $v_s = [V_{sm} \cos \Omega t] \cos \omega_s t$

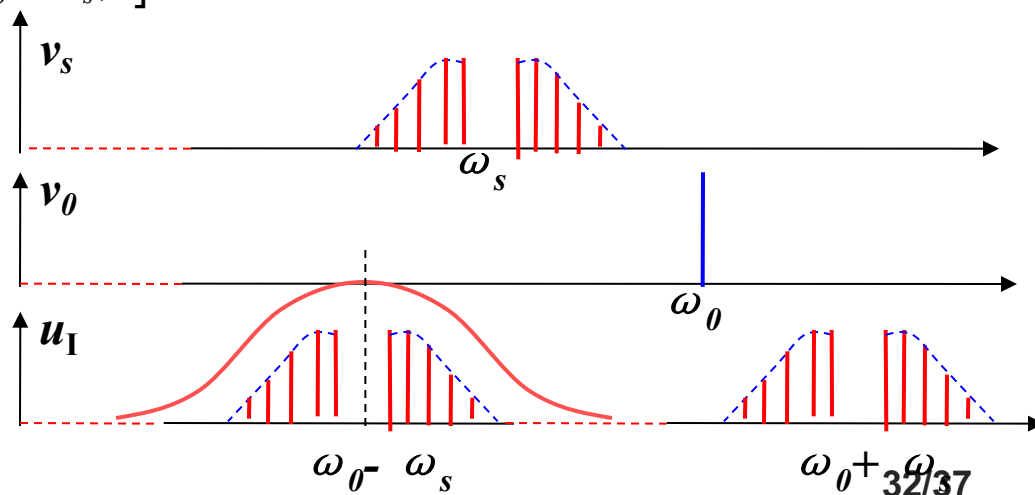
本振信号： $v_0 = V_{0m} \cos \omega_0 t$



那么两信号的乘积项为：

$$\begin{aligned} v_I &= V_{0m} V_{sm} \cos \Omega t [\cos \omega_s t \cos \omega_0 t] \\ &= \frac{1}{2} V_{0m} V_{sm} \cos \Omega t [\cos(\omega_s + \omega_0)t + \cos(\omega_0 - \omega_s)t] \end{aligned}$$

如果带通滤波器的中心频率为  $\omega_I = (\omega_0 - \omega_s)$ ，带宽  $B = 2\Omega_{\max}$





## 4.5 变频器的的工作原理

### ➤ 2. 变频的实质 线性频率变换

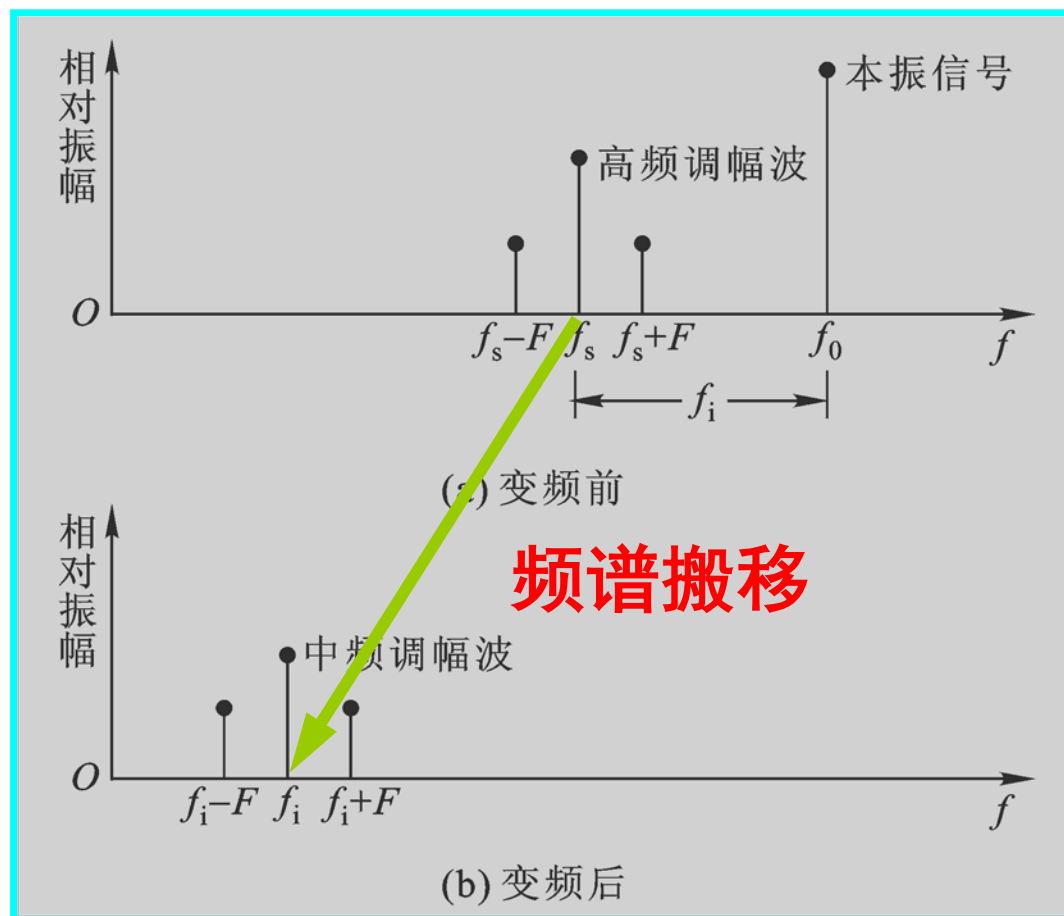


图 4.5.2 变频前后的频谱图

## 4.5 变频器的工作原理

### ➤ 3. 变频器的分类与质量指标

分类:

按所用器件分类:

{ 二极管混频器:  
晶体管混频器:  
场效应管混频器:  
差分对混频器。

根据结构: { 单管:  
平衡;  
环形。

变频器的主要质量指标:

#### 1) 变频增益

电压增益

$$A_{vo} = \frac{V_{im}}{V_{sm}} = \frac{\text{中频输出电压振幅}}{\text{高频输入电压振幅}}$$

功率增益

$$P_{vo} = \frac{P_{im}}{P_{sm}} = \frac{\text{中频输出信号功率}}{\text{高频输入信号功率}}$$

#### 2) 选择性

为了抑制不需要的干扰, 就要求中频输出回路有良好的选择性, 即回路应有理想的谐振曲线(矩形系数为1)。

## 4.5 变频器的工作原理

### ➤ 3. 变频器的分类与质量指标

#### 3) 失真与干扰

变频器失真 { 频率失真  
非线性失真

各种干扰

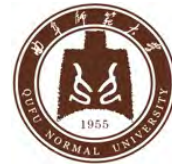
{ 组合频率  
交叉频率  
互相调制

要求使变频器既能完成频率变换，又能抑制各种干扰。

#### 4) 噪声系数

$$F_n = \frac{P_{si} / P_{ni}}{P_{so} / P_{no}} = \frac{\text{输入端高频信号噪声比}}{\text{输出端中频信号噪声比}}$$

#### 5) 工作稳定性



- ➡ §4.1 概述
- ➡ §4.2 非线性元件的特性
- ➡ §4.3 非线性电路分析法
- ➡ §4.4 线性时变参量电路分析法
- ➡ §4.5 变频器的工作原理
- ➡ **§4.6 晶体(三极)管混频器**
- ➡ §4.7 二极管混频器
- ➡ §4.8 差分对模拟乘法器混频电路
- ➡ §4.9 混频器中的干扰
- ➡ §4.10 外部干扰

## 本章小结

1. 理解并掌握**非线性元件**的基本特性
2. 掌握非线性电路分析的**幂级数法**和**折线近似法**
3. 掌握**混频器（变频器）**的**基本工作原理**
4. 掌握**晶体管混频器**的基本原理和分析方法
5. 掌握**二极管混频器**的基本原理和分析方法
6. 了解混频器中的**干扰**



*Thank You !*

Q & A