Data Structures

Ch7

查找
Searching

2024 年 12 月 03 日

学而不厌 诲人不倦

Chapter 7 查找

- 7.1 概述
- 7.2 线性表查找技术
- 7.3 树表的查找技术
- 7.4 散列表查找技术
- 7.5 各种查找方法的比较
- 7.6 扩展与提高

本章的重点就是研究**查找表的存储方法**以及在此基础上的**查找方法**。

7.3 树表的查找技术

7-3-2　平衡二叉树

平衡二叉(查找)排序树（Balanced Binary Sort Tree)

1989奥斯卡最佳短片 Balance

1. 平衡二叉树

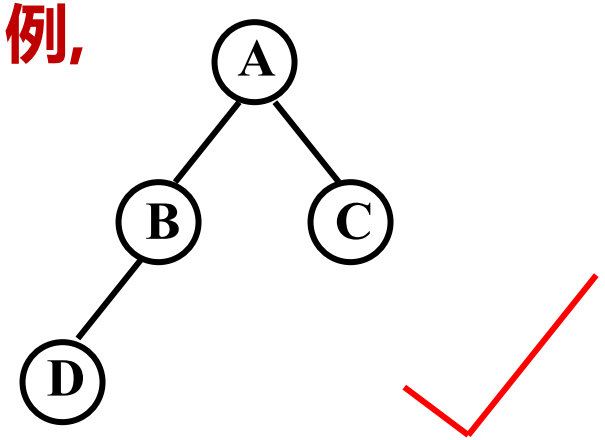
AVL树（由 Adelson-Velsky 和 Landis 共同发明）

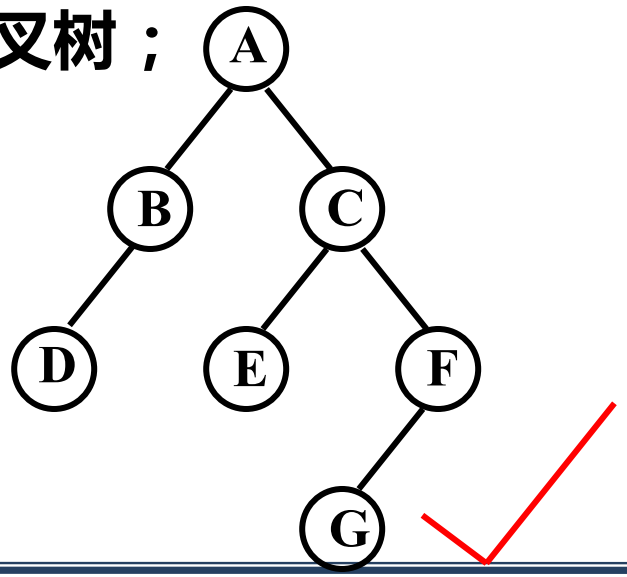
为了实现二叉排序树的平均查找长度和 log n 等数量级，需要对二叉排序树进行“平衡化”处理，即构造平衡二叉树。

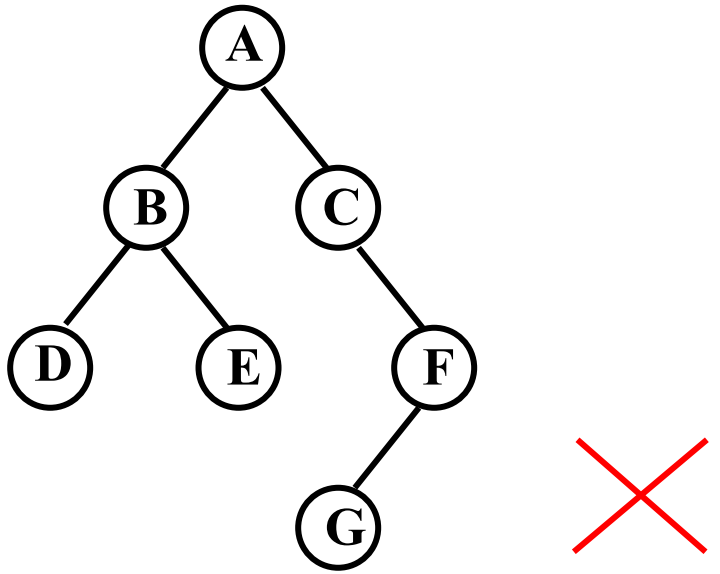
平衡二叉树首先是一棵二叉排序树；

平衡二叉树或者是一棵空树，或者是具有下列性质的二叉树:
其左子树和右子树的深度之差的绝对值不超过 1；
其左子树和右子树都是平衡二叉树；

例,



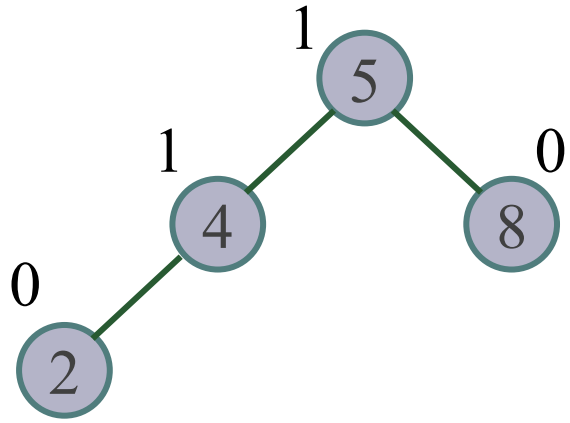




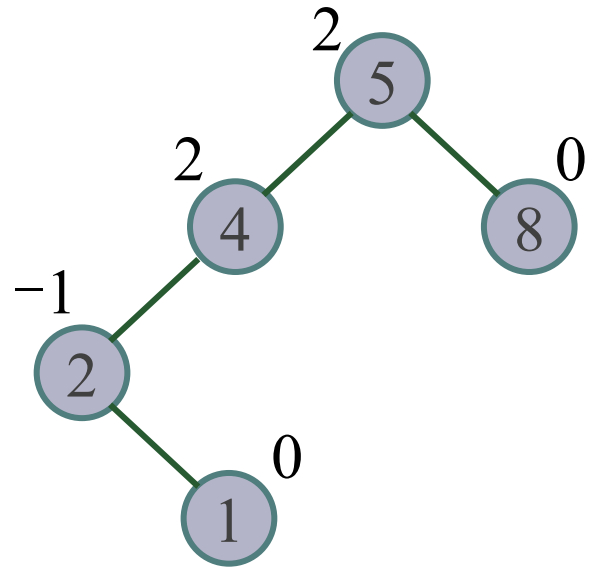
1. 平衡二叉树

平衡因子：该结点的左子树的深度减去右子树的深度

在平衡二叉树中，
结点的平衡因子取值只能为：
1、0 或 −1



平衡二叉树



非平衡二叉树

2. 最小不平衡子树

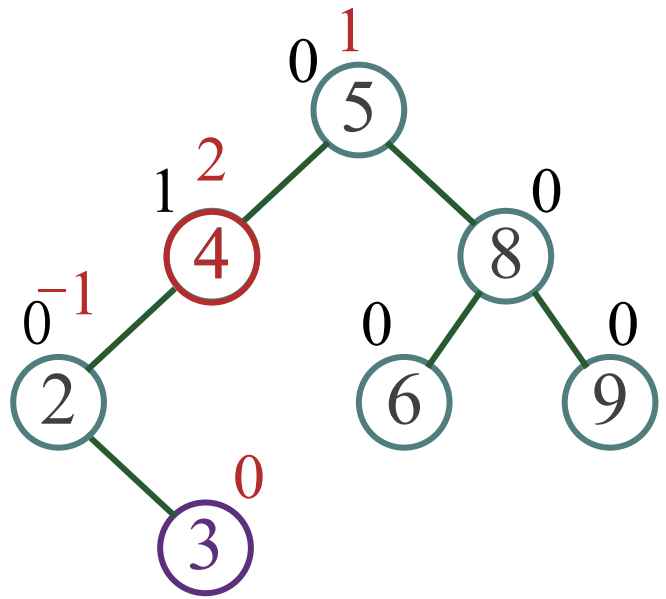
插入一个结点会影响哪些结点的平衡因子?

最小不平衡子树：以距离插入结点最近的、且平衡因子的绝对值大于 1 的结点为根的子树

且入且判断，一旦失衡立即调整

⇩

只调整最小不平衡子树，并且不影响其他结点



如何调整最小不平衡子树呢?

3. 平衡调整算法

如果在一棵AVL树中插入一个新结点，就有可能造成失衡，此时必须重新调整树的结构，使之恢复平衡。我们称调整平衡过程为平衡旋转。

算法：平衡调整

输入：平衡二叉树，新插入结点A

输出：新的平衡二叉树

1. 找到最小不平衡子树的根结点 D
2. 根据结点A和结点D之间的关系，判断调整类型
3. 根据类型、遵循扁担原理和旋转优先原则进行相应调整
   (1) LL型、RR型：调整一次
   (2) LR型、RL型：调整两次

- ✓LL平衡旋转
- ✓RR平衡旋转
- ✓LR平衡旋转
- ✓RL平衡旋转

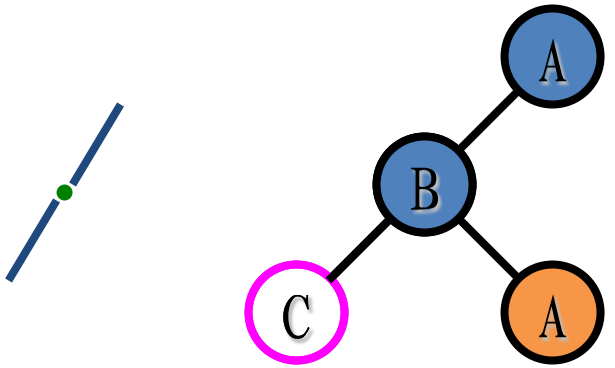
原则：保证二叉排序树的次序不变

3. 平衡调整算法

1）LL平衡旋转：

若在A的左子树的左子树上插入结点，使A的平衡因子从1增加至2，需要进行一次顺时针旋转。

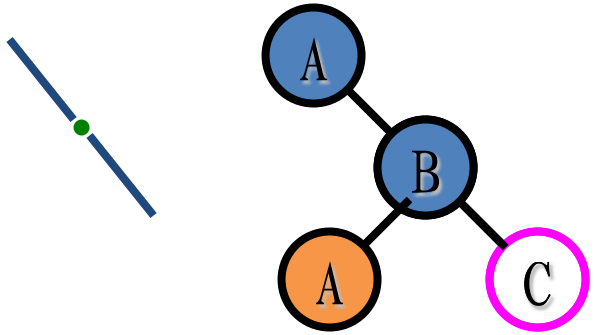
（以B为旋转轴）



2）RR平衡旋转：

若在A的右子树的右子树上插入结点，使A的平衡因子从-1增加至-2，需要进行一次逆时针旋转。

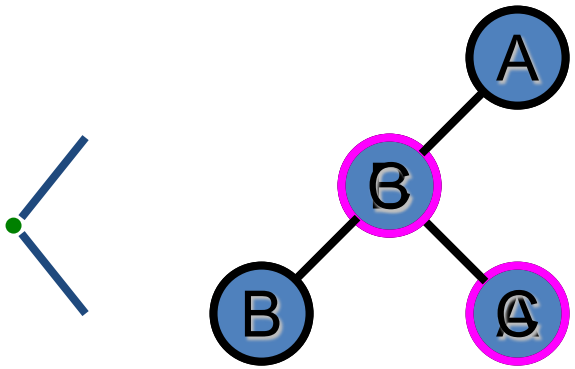
（以B为旋转轴）



3. 平衡调整算法

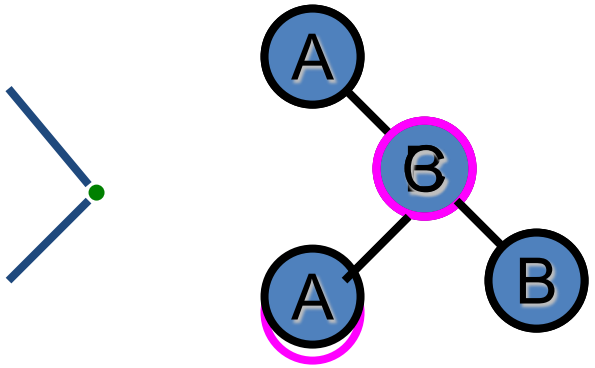
3）LR平衡旋转：

若在A的左子树的右子树上插入结点，使A的平衡因子从1增加至2，需要先进行逆时针旋转，再顺时针旋转。
(以插入的结点C为旋转轴)



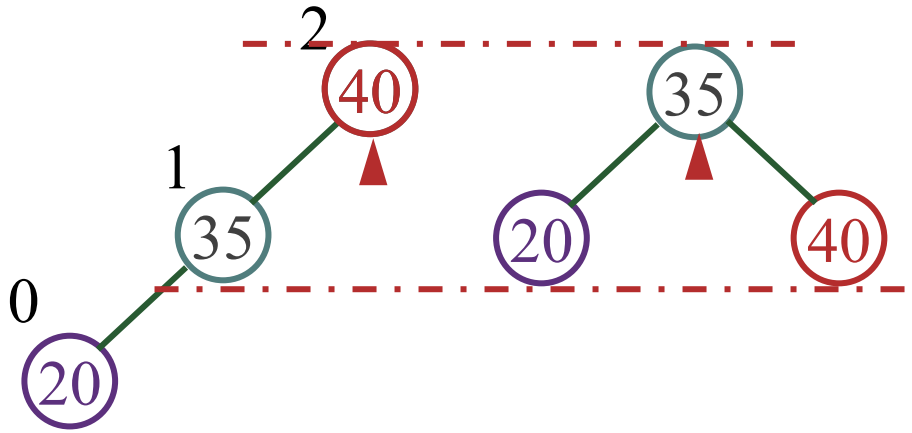
4）RL平衡旋转：

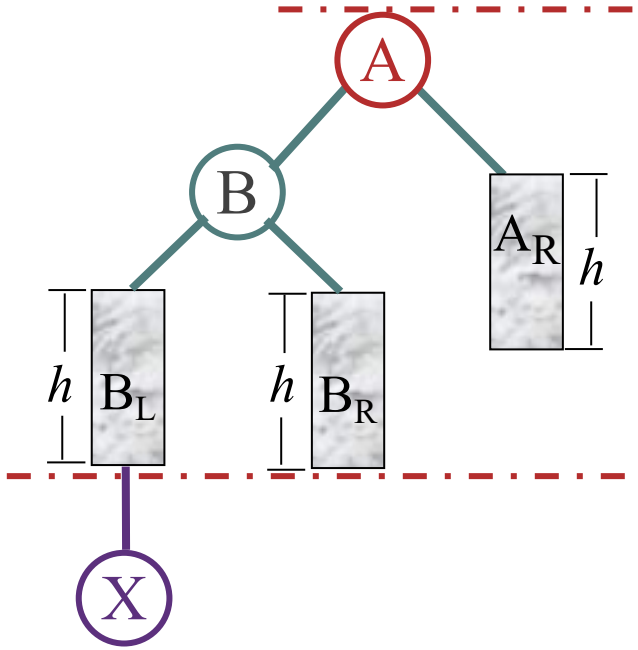
若在A的右子树的左子树上插入结点，使A的平衡因子从-1增加至-2，需要先进行顺时针旋转，再逆时针旋转。
(以插入的结点C为旋转轴)



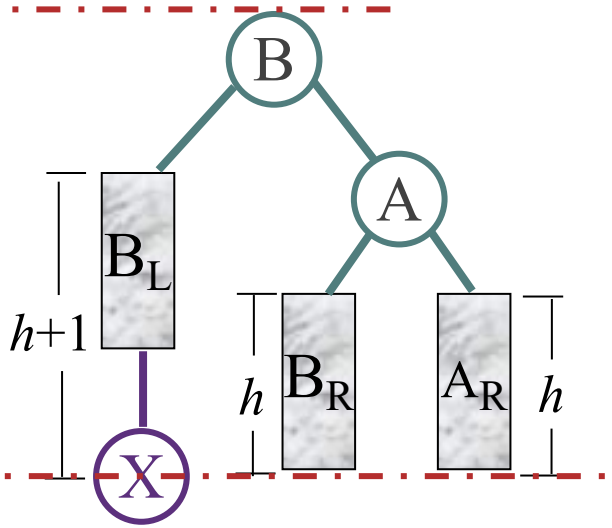
4. LL型平衡调整

例 1：设序列{40, 35, 20}，构造平衡二叉树





插入结点X失去平衡

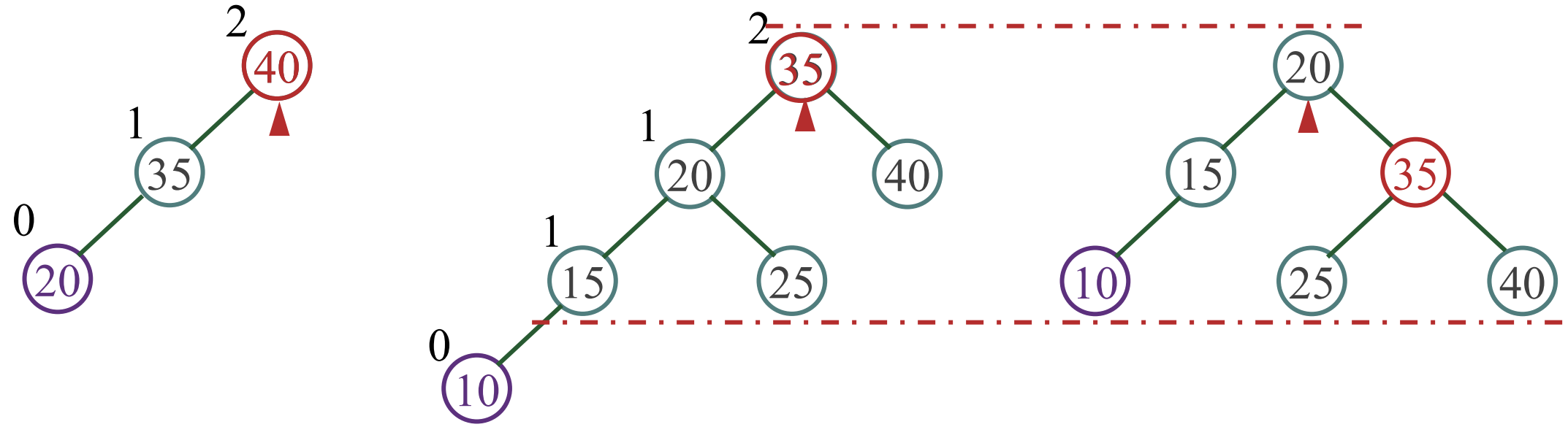


调整后重新平衡

新插入结点20和最小不平衡子树根结点40之间的关系——**LL型**

4. LL型平衡调整

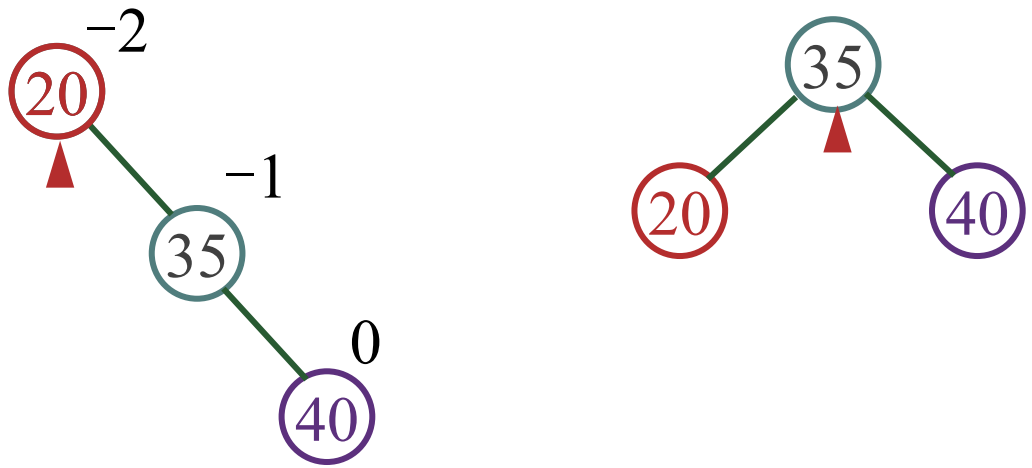
例 2：设序列{40, 35, 20,15, 25, 10}，构造平衡二叉树



- 新插入结点10和最小不平衡子树根结点35之间的关系——LL型
- 扁担原理：将根结点看成是扁担中肩膀的位置

5. RR型平衡调整

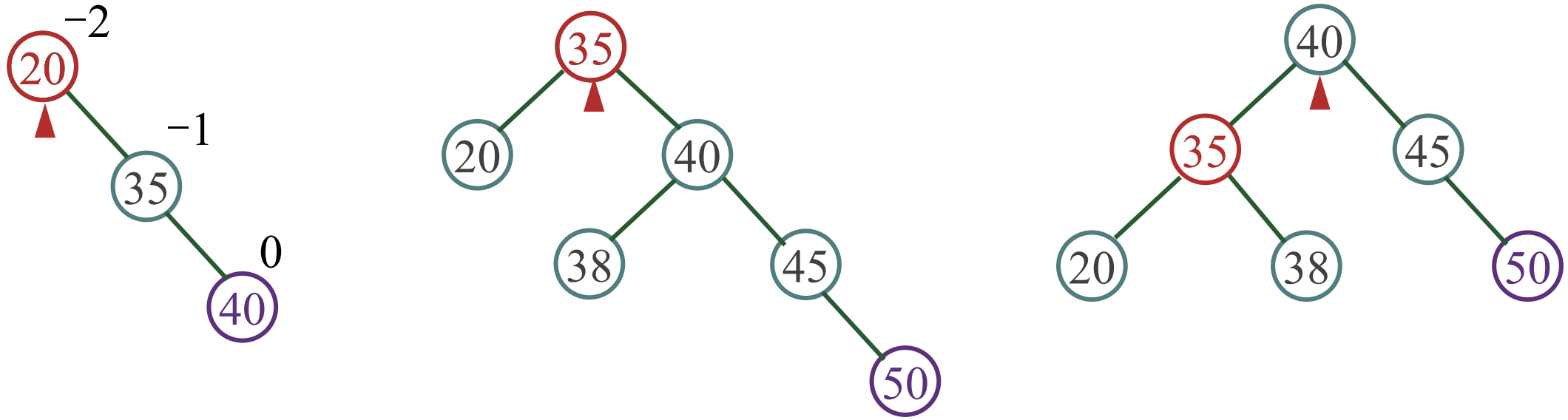
例 3：设序列{20, 35, 40}，构造平衡二叉树



- 新插入结点40和最小不平衡子树根结点20之间的关系——RR型
- 扁担原理：将根结点看成是扁担中肩膀的位置

5. RR型平衡调整

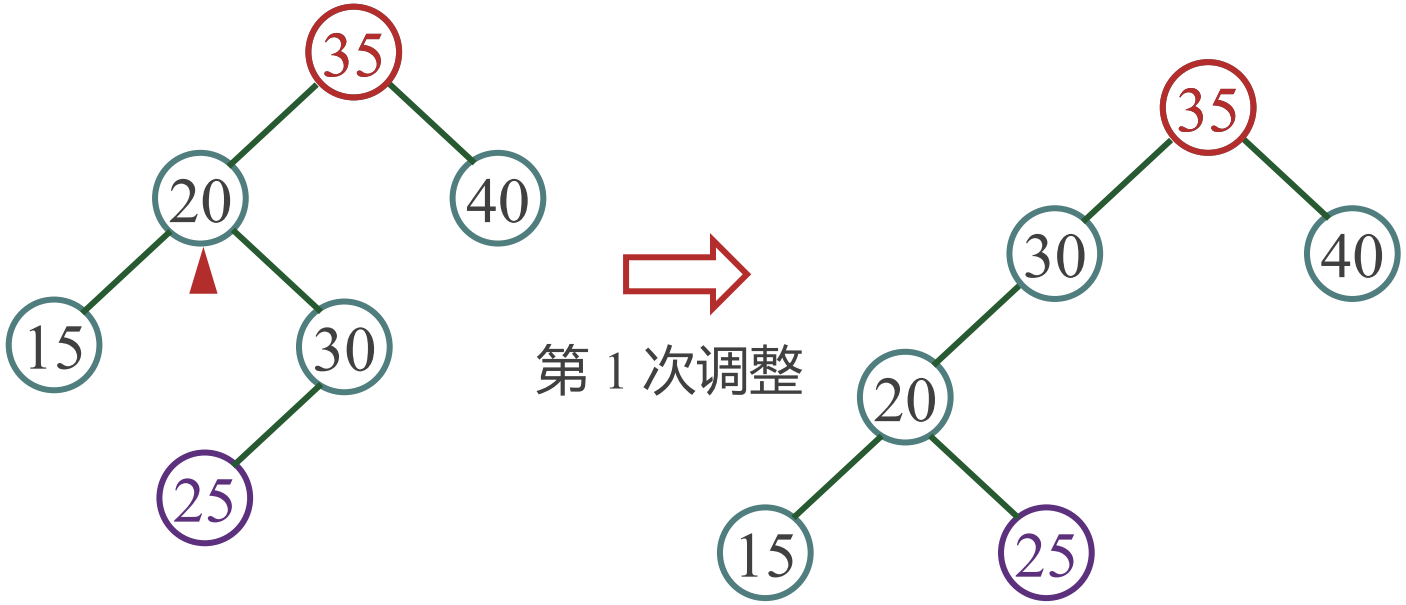
例 4：设序列{20, 35, 40, 38, 45, 50}，构造平衡二叉树



- 新插入结点50和最小不平衡子树根结点35之间的关系——RR型
- 扁担原理：将根结点看成是扁担中肩膀的位置
- 旋转优先：旋转下来的结点作为新根结点的孩子

6. LR型平衡调整

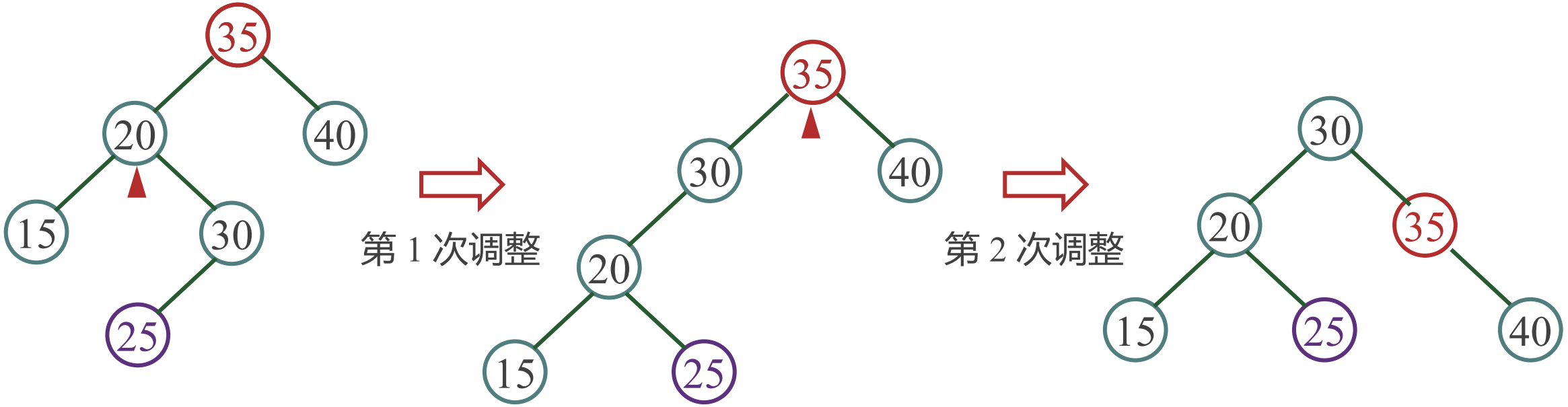
例 5：设序列{35, 40, 20, 15, 30, 25}，构造平衡二叉树



- 新插入结点25和最小不平衡子树根结点35之间的关系——LR型
- 扁担原理：将根结点看成是扁担中肩膀的位置

6. LR型平衡调整

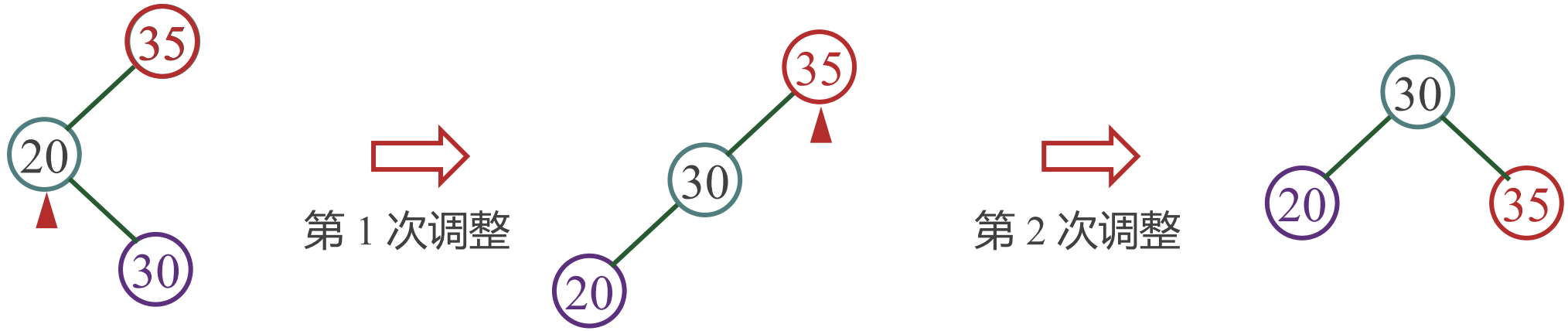
例 5：设序列{35, 40, 20, 15, 30, 25}，构造平衡二叉树



- 新插入结点25和最小不平衡子树根结点35之间的关系——LR型
- 扁担原理：将根结点看成是扁担中肩膀的位置

6. LR型平衡调整

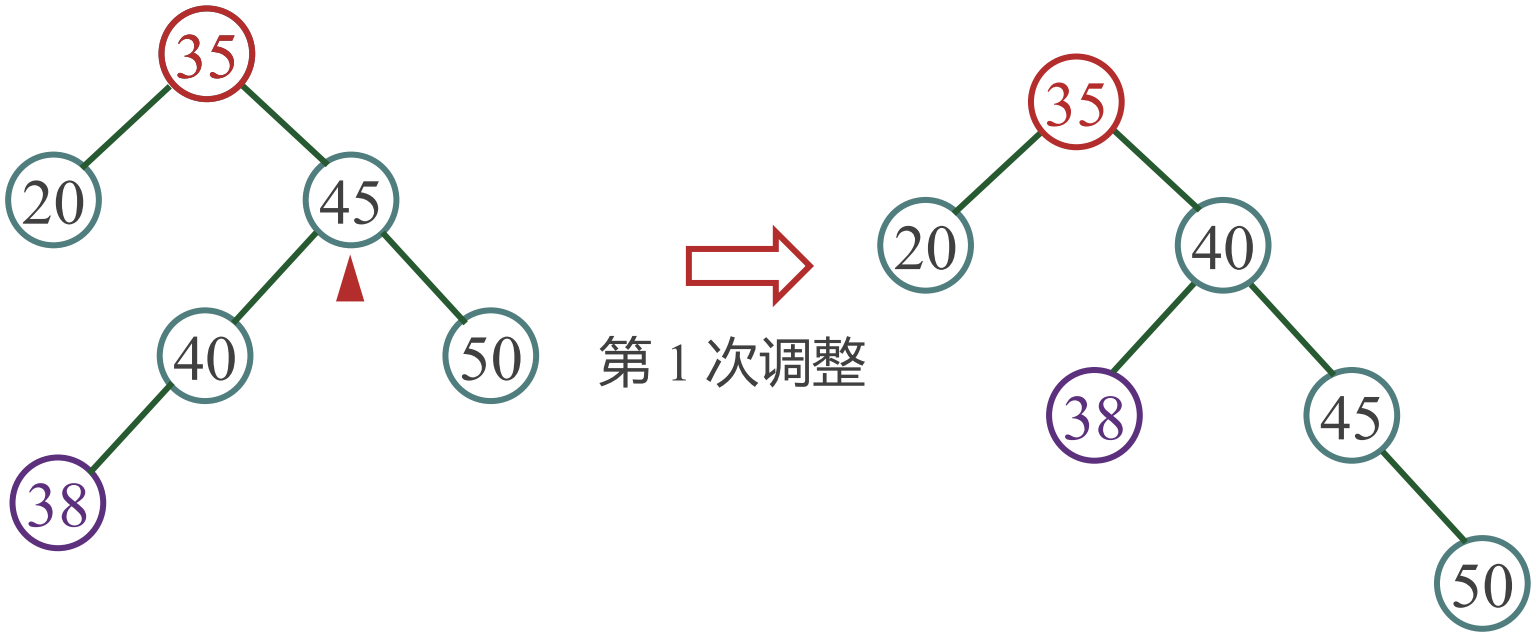
例 6：设序列{35, 20, 30}，构造平衡二叉树



- 新插入结点30和最小不平衡子树根结点35之间的关系——LR型
- 扁担原理：将根结点看成是扁担中肩膀的位置

7. RL型平衡调整

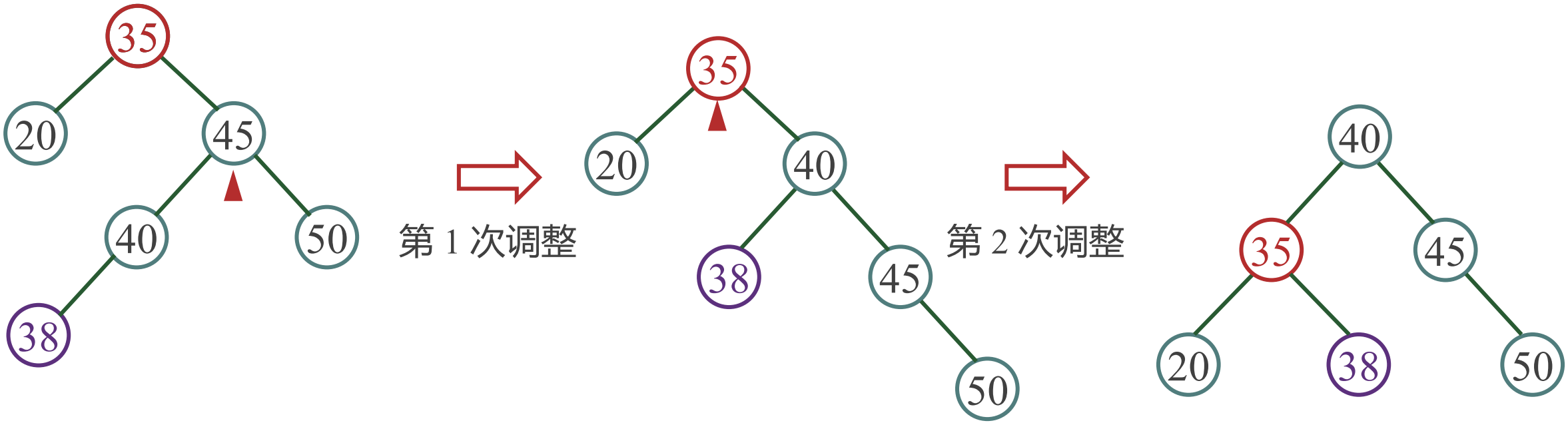
例 7：设序列{35, 45, 20, 50, 40, 38}，构造平衡二叉树



- 新插入结点38和最小不平衡子树根结点35之间的关系——RL型
- 扁担原理：将根结点看成是扁担中肩膀的位置

7. RL型平衡调整

例 7：设序列{35, 45, 20, 50, 40, 38}，构造平衡二叉树



- 新插入结点38和最小不平衡子树根结点35之间的关系——RL型
- 扁担原理：将根结点看成是扁担中肩膀的位置

8. 平衡二叉树的性能

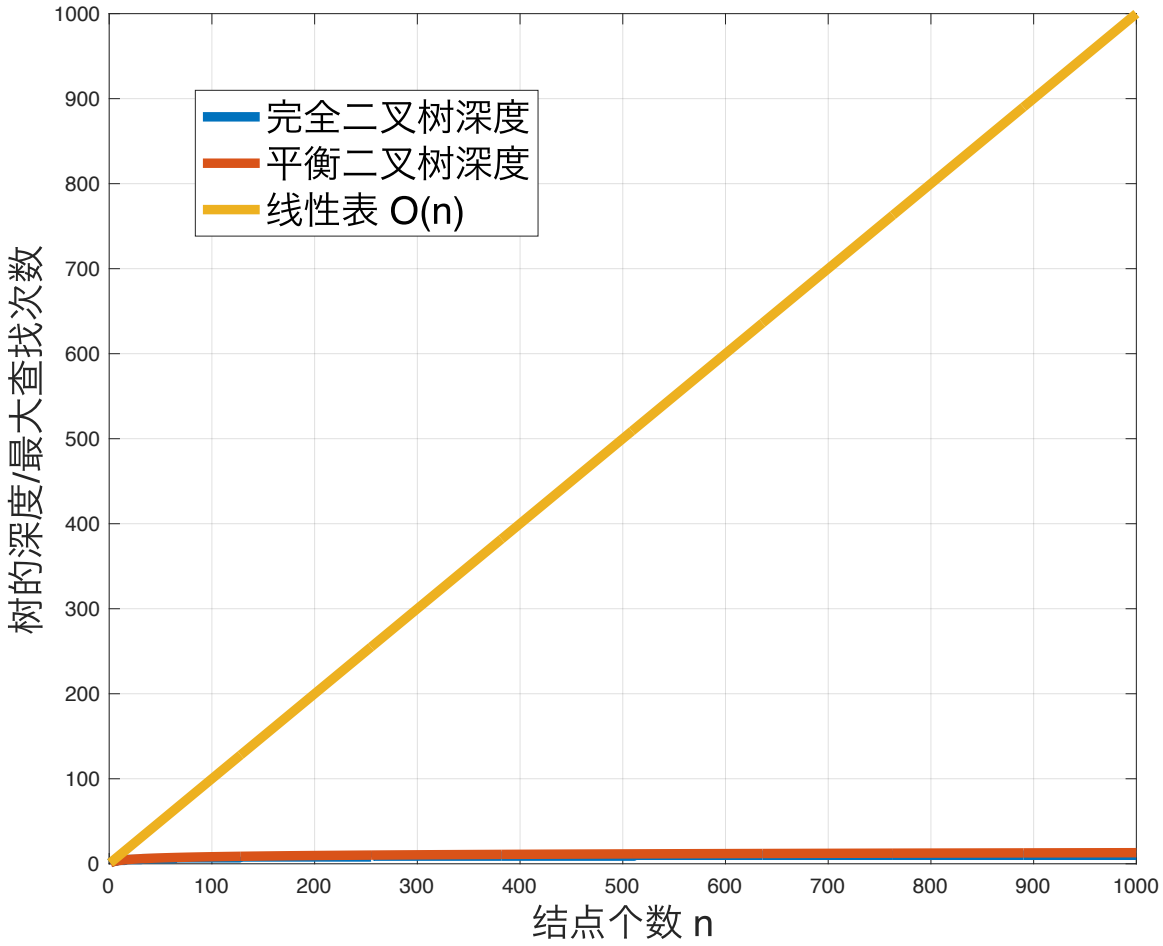
平衡二叉树的深度： $1.44\log_2(n+2)-1.328$

左右子树的深度相差 1

左右子树的深度相同

完全二叉树的深度： $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

你知道O(n)在哪里吗?



8. 平衡二叉树的性能

树高的下界:

假设树高为 h，最大点数为： $n=2^{h+1}-1$

导出： $h=\log_2(n+1)-1$ （满二叉树）

树高的上界:

假设树高为 h，高度一定时，左右子树高低都差1时树的结点数最少。

总点数为： $n(h) = n(h-1)+n(h-2)+1$

$n(0) =1$， $n(1)=2$

$n(h)+1 = n(h-1)+1+n(h-2)+1$

$n(0) =1$， $n(1)=2$

斐波那契数列通项公式：

$n(h)= f(h+3)-1$

$$\begin{cases} f(n) = f(n-1)+f(n-2), & n \geq 3 \\ f(1) = f(2) = 1 \end{cases}$$

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

斐波那契数列通项公式

$$n(h) = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{h+3} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{h+3}\right] - 1 > \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{h+3} - 2$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{h+3} < 1$$

$$h < [\log_{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\sqrt{5}(n(h)+2)] - 3$$

$$h < \frac{\log_2(n(h)+2)}{\log_2\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)} + \frac{\log_2\sqrt{5}}{\log_2\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)} - 3$$

平衡二叉树的深度上界： $1.44\log_2(n+2)-1.328$

小结

1. 掌握二叉排序树的构建、查找、插入、删除原理
2. 掌握二叉排序树的实现方法和性能分析方法
3. 掌握平衡二叉树的相关概念和不同类型平衡调整方法
4. 了解平衡二叉树的性能分析方法
5. 掌握B树的定义和查找方法
6. 理解B树的插入和删除方法

实验安排

实验八 查找算法的实现与应用

一、实验目的

1. 掌握二叉排序树的逻辑结构和存储结构
2. 掌握二叉排序树**构建**原理及实现方法
3. 掌握二叉排序树**查找并插入结点**的原理及实现方法
4. 掌握二叉排序树**查找并删除结点**的原理及实现方法
5. 用C++语言实现相关算法，并上机调试。

二、实验内容

1. 建立二叉排序树类。
2. 实现二叉排序树的建立、查找。
3. 实现二叉排序树的插入、删除。
4. 给出测试过程和测试结果。

实验报告要求：测试数据不低于10个，每插入一个结点，绘制树的形状。

实验时间：　第14周周四晚 19:00-21:00
实验地点：　格物楼A216

作业

1．设查找的关键字序列为(35,26,6,96,75,12,46,58,32)，请构造出对应的二叉排序树和平衡二叉树。

Thank You !

Q & A

8. 平衡二叉树的性能

平衡二叉树的深度： $1.44\log_2(n+2)-1.328$

左右子树的深度相差 1

左右子树的深度相同

完全二叉树的深度： $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

你知道O(n)在哪里吗?