Data Structures

字符串和多维数组
String & Matrices

2024年9月29日

学而不厭 誨人不倦

4.1 引言

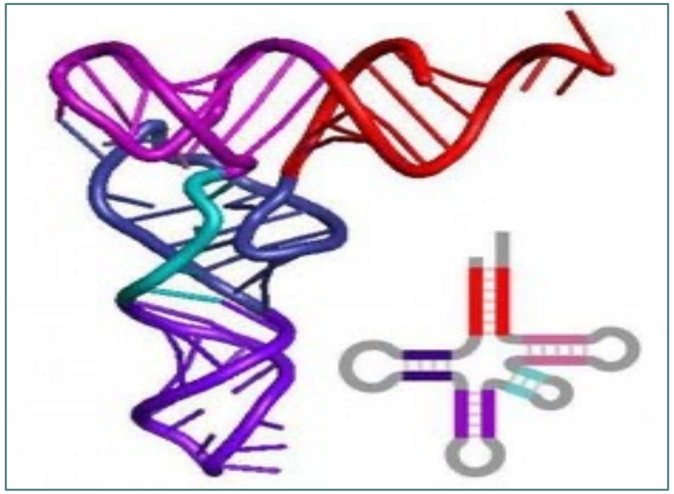
3.1 引言

字符串在逻辑上有什么特点？在操作上有什么特性？

随处可见的字符

在非数值问题的处理过程中，数据常常以字符串的形式出现

- 英文字母 ➔ 英文单词，汉字 + 标点 ➔ 文章
- C 语言字符集 ➔ C 语言源程序
- DNA的碱基 = {A(腺嘌呤) , G(鸟嘌呤), T(胸腺嘧啶), C(胞嘧啶)}
- RNA的碱基 = {A(腺嘌呤) , G(鸟嘌呤), U尿嘧啶, C(胞嘧啶)}



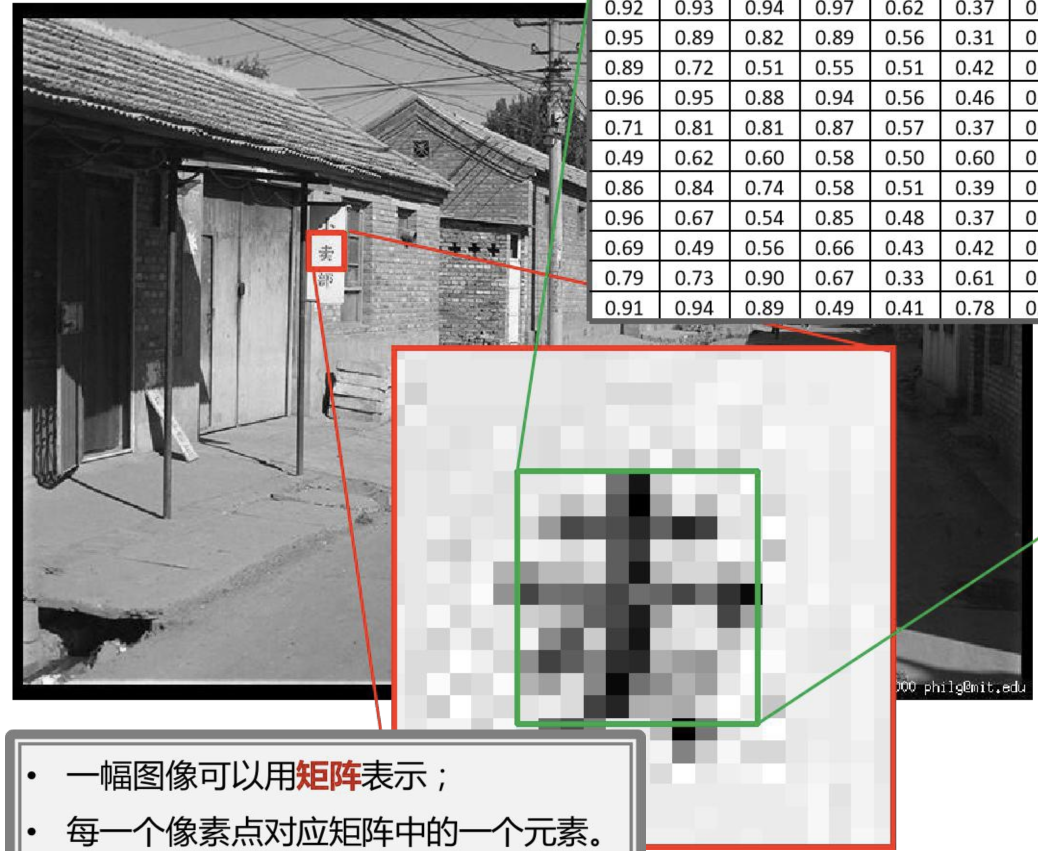
3.1 引言

数组/矩阵在逻辑上有什么特点？在操作上有什么特性？

数组/矩阵

很多问题的表现形式是矩阵，很多科学问题的数据模型是矩阵

0.92	0.93	0.94	0.97	0.62	0.37	0.85	0.97	0.93	0.92	0.99
0.95	0.89	0.82	0.89	0.56	0.31	0.75	0.92	0.81	0.95	0.91
0.89	0.72	0.51	0.55	0.51	0.42	0.57	0.41	0.49	0.91	0.92
0.96	0.95	0.88	0.94	0.56	0.46	0.91	0.87	0.90	0.97	0.95
0.71	0.81	0.81	0.87	0.57	0.37	0.80	0.88	0.89	0.79	0.85
0.49	0.62	0.60	0.58	0.50	0.60	0.58	0.50	0.61	0.45	0.33
0.86	0.84	0.74	0.58	0.51	0.39	0.73	0.92	0.91	0.49	0.74
0.96	0.67	0.54	0.85	0.48	0.37	0.88	0.90	0.94	0.82	0.93
0.69	0.49	0.56	0.66	0.43	0.42	0.77	0.73	0.71	0.90	0.99
0.79	0.73	0.90	0.67	0.33	0.61	0.69	0.79	0.73	0.93	0.97
0.91	0.94	0.89	0.49	0.41	0.78	0.78	0.77	0.89	0.99	0.93



- 一幅图像可以用**矩阵**表示；
- 每一个像素点对应矩阵中的一个元素。
- 一幅分辨率为1024*768的图像，对应的矩阵表示为：$I \in \mathbb{R}^{1024\times768}$

八皇后问题

	Q						
			Q				
					Q		
							Q
				Q			
Q							
						Q	
		Q					

【问题】八皇后问题是数学家高斯于1850年提出的。问题是：在8×8的棋盘上摆放八个皇后，使其不能互相攻击，即任意两个皇后都不能处于同一行、同一列或同一斜线上。

4.2 字符串

4-2-1　字符串的逻辑结构

1. 字符串的定义

字符串常量

字符串变量

\+ 一系列字符串操作 = 一种新的数据类型—**串类型**

(1) 字符串是由一个个字符组成的，需要对每个字符分别处理

(2) 字符串需要先转化为数值后再进行处理

ASC(‘A’) = 65

ASC(‘a’) = 97

由于硬件结构的特点，决定了处理字符串数据时要比数值数据复杂的多。

1. 字符串的定义

- 线性表（表）：具有相同类型的数据元素的有限序列

⇩ 将元素类型限制为字符

- 字符串（串）：零个或多个字符组成的有限序列

$$(a_1, \ a_2, \ \cdots \ , \ a_i, \ \cdots \ , \ a_n)$$

⇩

串名 —— $S = "s_1 \, s_2 \, \ldots\ldots \, s_n"$ —— 定界符

2. 字符串的基本概念

- 串长：串中所包含的字符个数
- 空串：长度为 0 的串
- 子串：串中任意个连续的字符组成的子序列
  主串：包含子串的串
  子串的位置：子串的第一个字符在主串中的序号

$S1 = "ab12cd"$　　$S4 = "ab13"$

$S2 = "ab12"$　　$S5 = ""$

$S3 = "ab12␣"$　　$S6 = "␣␣␣"$

3. 字符串的比较

字符串之间如何比较大小呢？ ⇒ 组成串的字符之间的比较

给定两个串：$X = "x_1x_2\ldots x_n"$和$Y = "y_1y_2\ldots y_m"$，则：

1. 当 $n = m$ 且 $x_1 = y_1$，…，$x_n = y_m$ 时，称 $X = Y$

2. 当下列条件之一成立时，称 $X < Y$

（1） $n < m$ 且 $x_i = y_i$（$1 \le i \le n$）；

（2）存在 $k \leqslant \min(m, n)$，使得 $x_i = y_i (1 \le i \le k-1)$ 且 $x_k < y_k$

$S1 = "ab12cd"$ $S4 = "ab13"$

$S2 = "ab12"$ $S5 = "\ "$

$S3 = "ab12␣"$ $S6 = "␣␣␣"$

4. 字符串的抽象数据类型定义

ADT String

DataModel

串中的数据元素仅由一个字符组成，相邻元素具有前驱和后继关系

Operation

StrAssign： 串赋值
StrLength： 求串S的长度
Strcat： 串连接
StrSub： 求子串
StrCmp： 串比较
StrIndex： 子串定位
StrInsert： 串插入
StrDelete： 串删除

endADT

字符串的基本操作有什么特点?

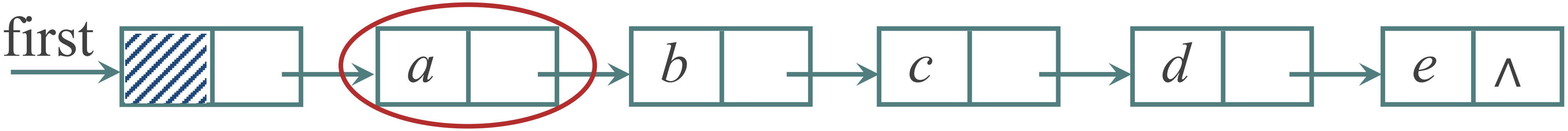
- 通常以**串整体**作为操作对象
- 程序语言大都**实现**了串的基本操作

4.2 字符串

4-2-2 字符串的存储结构

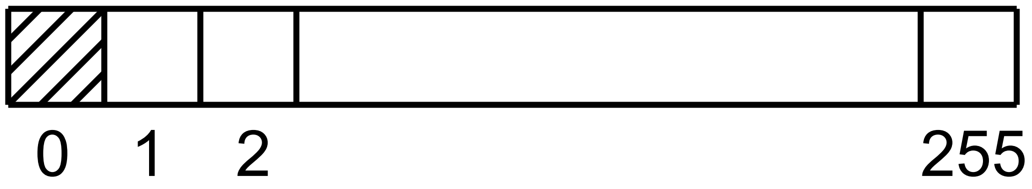
1. 串的存储

" *a b c d e* "



- 指针的结构性开销降低空间性能

- **字符串通常采用顺序存储，即用数组存储**



串实际长度在预定义长度内随意，超过预定义长度的串值则被舍去，称为“**截断**”。

1. 串的存储

用一组地址连续的存储单元存储串值的字符序列

方案 1

0	1	2	3	4	5	6	…… ……	Max−1
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	空 闲	9

方案 2

0	1	2	3	4	5	6	7 …… ……	Max−1
9	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	空 闲

方案 3

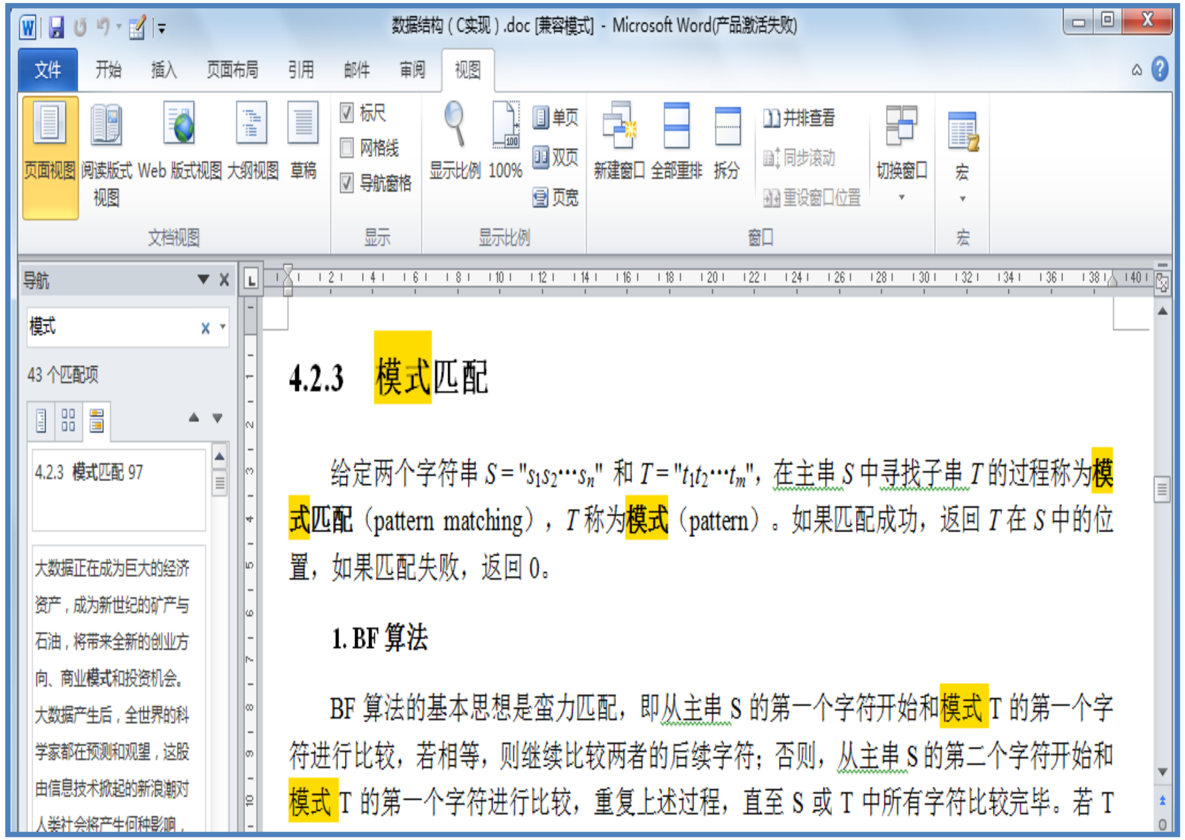
0	1	2	3	4	5	6	7	…… …… Max−1
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	\0	空 闲

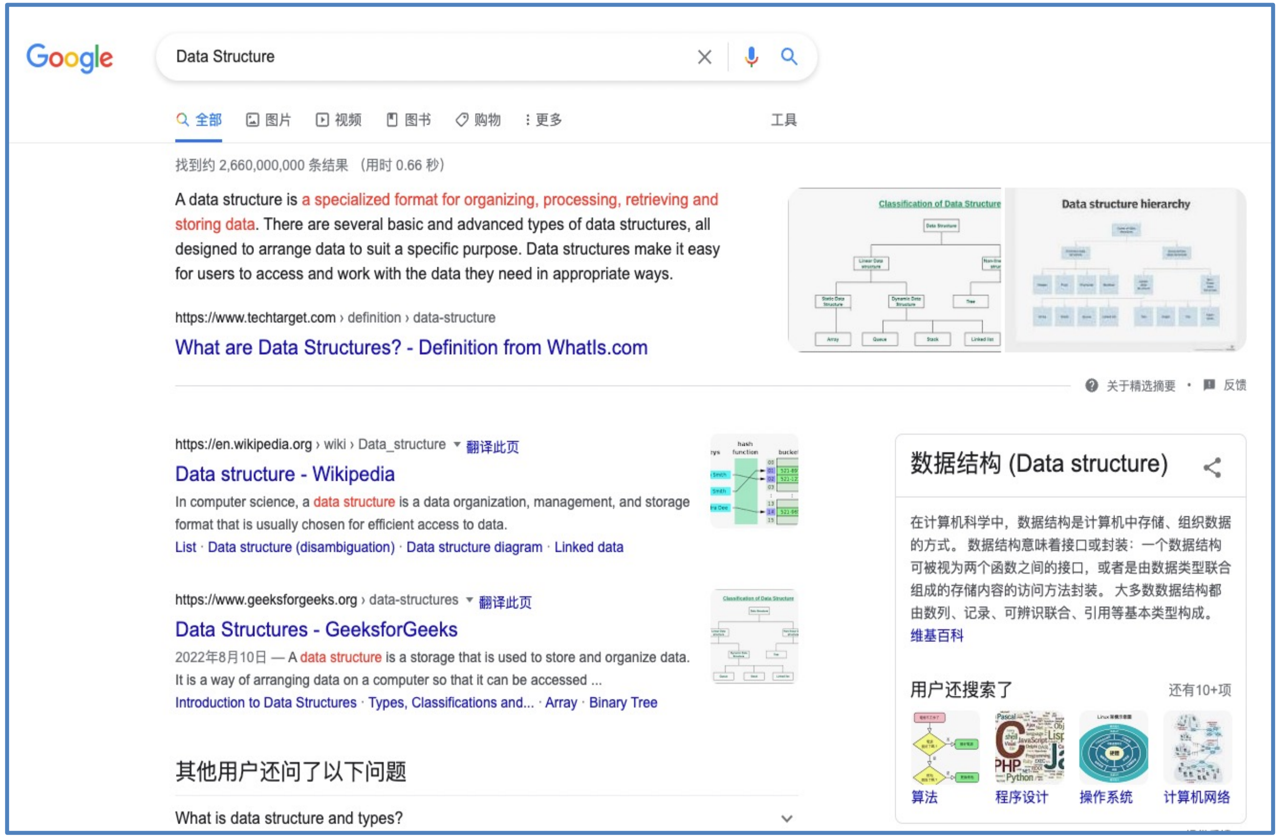
4.2 字符串

4-2-3a　模式匹配BF算法

Brute Force 蛮力匹配/朴素匹配

1. 模式匹配


数据结构（C实现）.doc [兼容模式] - Microsoft Word(产品激活失败)
文件 开始 插入 页面布局 引用 邮件 审阅 视图
页面视图 阅读版式视图 Web 版式视图 大纲视图 草稿
标尺 网格线 导航窗格
显示比例 100% 单页 双页 页宽
新建窗口 全部重排 拆分 并排查看 同步滚动 重设窗口位置 切换窗口 宏
文档视图 显示 显示比例 窗口 宏
导航
模式
43 个匹配项
4.2.3 模式匹配 97
大数据正在成为巨大的经济资产，成为新世纪的矿产与石油，将带来全新的创业方向、商业模式和投资机会。大数据产生后，全世界的科学家都在预测和观望，这股由信息技术掀起的新浪潮对人类社会将产生何种影响，
4.2.3 模式匹配
给定两个字符串 S="s1s2…sn" 和 T="t1t2…tm"，在主串 S 中寻找子串 T 的过程称为模式匹配（pattern matching），T 称为模式（pattern）。如果匹配成功，返回 T 在 S 中的位置，如果匹配失败，返回 0。
1. BF 算法
BF 算法的基本思想是蛮力匹配，即从主串 S 的第一个字符开始和模式 T 的第一个字符进行比较，若相等，则继续比较两者的后续字符；否则，从主串 S 的第二个字符开始和模式 T 的第一个字符进行比较，重复上述过程，直至 S 或 T 中所有字符比较完毕。若 T

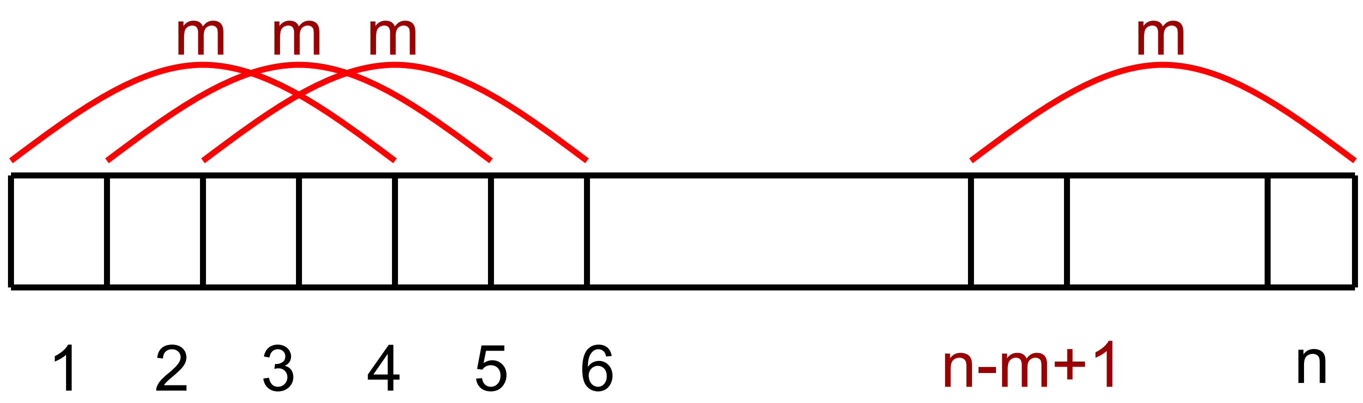

Google
Data Structure
全部 图片 视频 图书 购物 更多 工具
找到约 2,660,000,000 条结果 （用时 0.66 秒）
A data structure is a specialized format for organizing, processing, retrieving and storing data. There are several basic and advanced types of data structures, all designed to arrange data to suit a specific purpose. Data structures make it easy for users to access and work with the data they need in appropriate ways.
https://www.techtarget.com › definition › data-structure
What are Data Structures? - Definition from WhatIs.com
Classification of Data Structure
Data structure hierarchy
关于精选摘要 · 反馈
https://en.wikipedia.org › wiki › Data_structure 翻译此页
Data structure - Wikipedia
In computer science, a data structure is a data organization, management, and storage format that is usually chosen for efficient access to data.
List · Data structure (disambiguation) · Data structure diagram · Linked data
https://www.geeksforgeeks.org › data-structures 翻译此页
Data Structures - GeeksforGeeks
2022年8月10日 — A data structure is a storage that is used to store and organize data. It is a way of arranging data on a computer so that it can be accessed ...
Introduction to Data Structures · Types, Classifications and... · Array · Binary Tree
其他用户还问了以下问题
What is data structure and types?
数据结构 (Data structure)
在计算机科学中，数据结构是计算机中存储、组织数据的方式。数据结构意味着接口或封装：一个数据结构可被视为两个函数之间的接口，或者是由数据类型联合组成的存储内容的访问方法封装。大多数数据结构都由数列、记录、可辨识联合、引用等基本类型构成。
维基百科
用户还搜索了
还有10+项
算法 程序设计 操作系统 计算机网络

1. 模式匹配

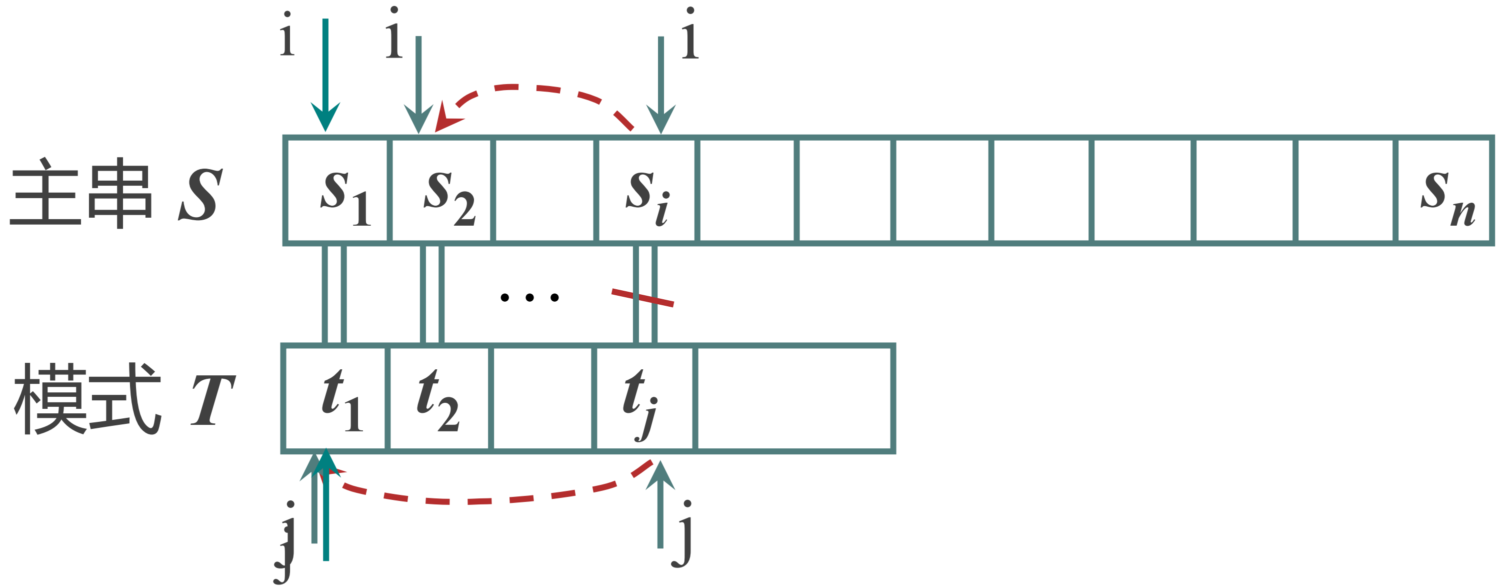
- 模式匹配：在主串 S 中寻找子串 T 的过程，T 也称为模式
- 如果匹配成功，返回 T 在 S 中的位置；否则返回 0

思想:

Index (String S， String T)
n m



2. 模式匹配BF算法

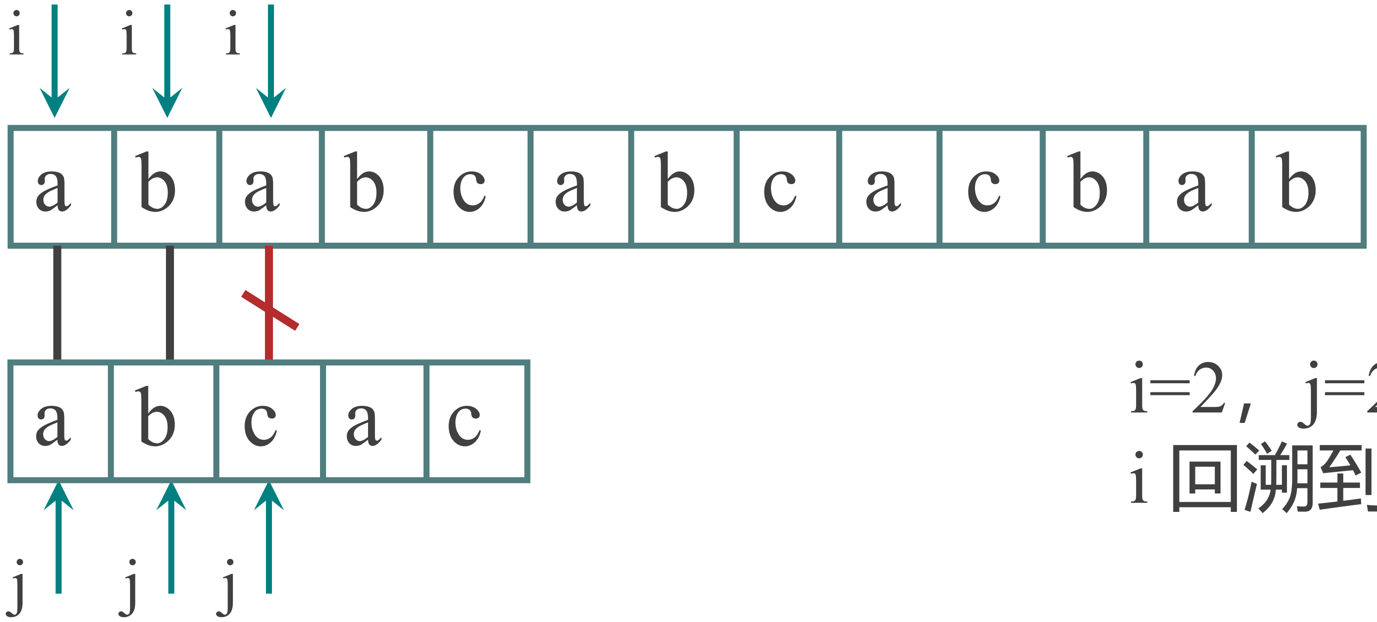


1. 在串 S 和串 T 中设比较的起始下标 i 和 j；
2. 循环直到 S 或 T 的所有字符均比较完
   2.1 如果S[i] 等于T[j]，继续比较 S 和 T 的下一个字符；
   2.2 否则，将 i 和 j 回溯，准备下一趟比较；
3. 如果T中所有字符均比较完，则返回匹配的起始比较下标；否则返回 0；

2. 模式匹配BF算法

例：主串 S = "ababcabcacbab"，模式 T ="abcac"

第1趟



i=2，j=2失败；
i 回溯到 1，j 回溯到 0

2. 模式匹配BF算法

例：主串 S = "ababcabcacbab"，模式 T ="abcac"

第2趟

i

a	b	a	b	c	a	b	c	a	c	b	a	b

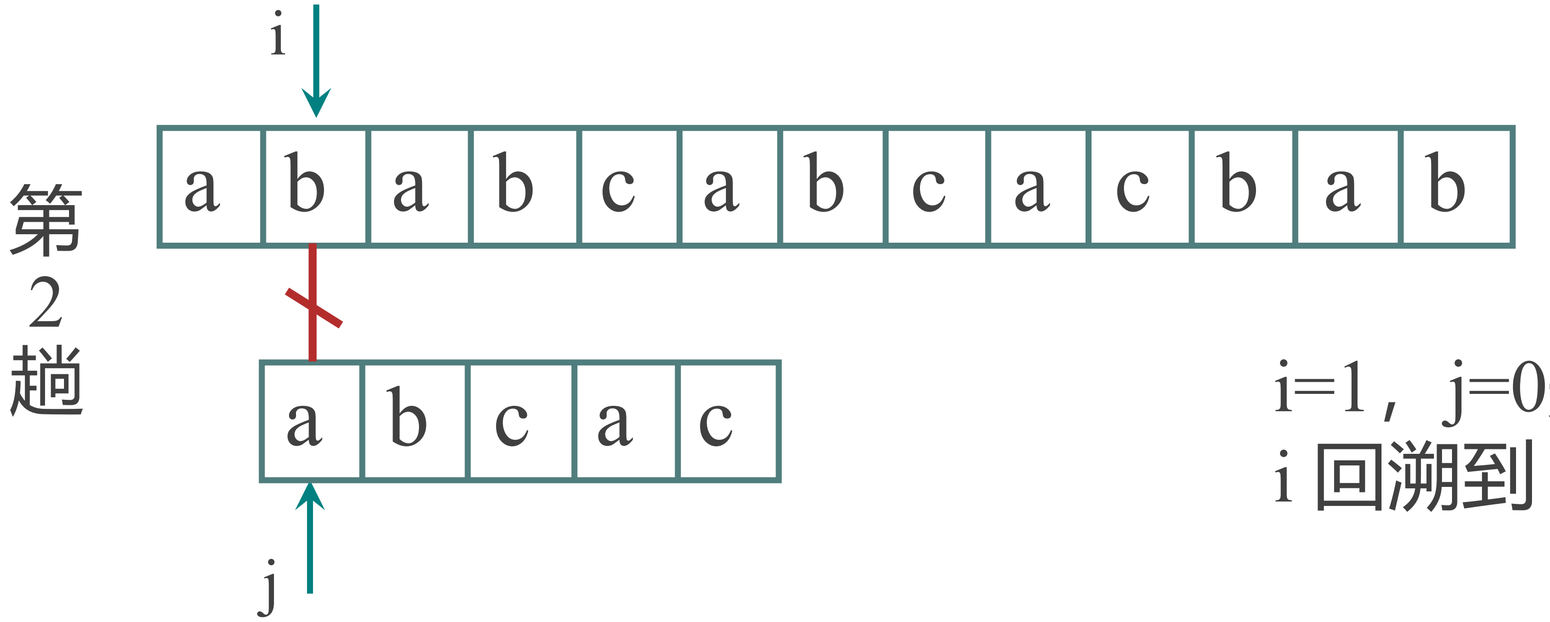
a	b	c	a	c

j

i=2，j=2失败；
i 回溯到 1，j 回溯到 0

2. 模式匹配BF算法

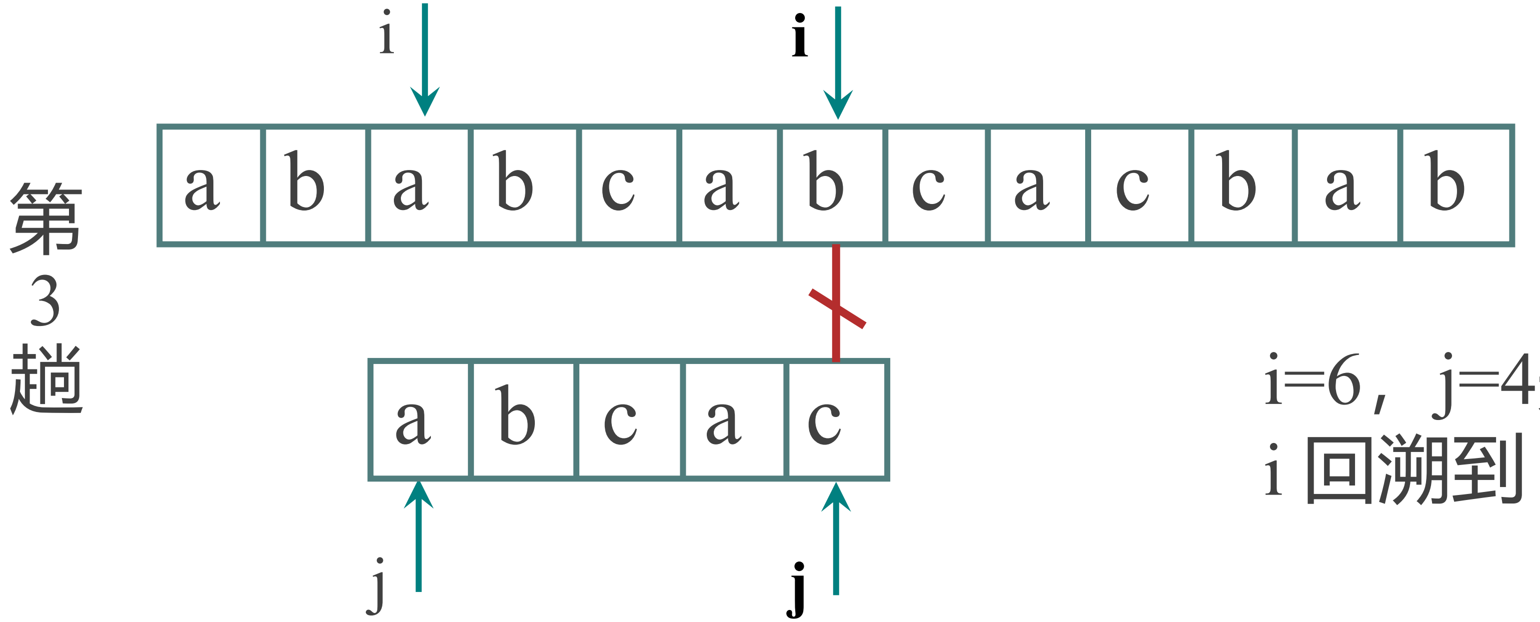
例：主串 S = "ababcabcacbab"， 模式 T ="abcac"



i=1， j=0失败
i 回溯到 2， j 回溯到 0

2. 模式匹配BF算法

例：主串 S = "ababcabcacbab"，模式 T ="abcac"



i=6，j=4失败

i 回溯到 3，j 回溯到 0

2. 模式匹配BF算法

例：主串 S = "ababcabcacbab"，模式 T ="abcac"

第4趟

i

a	b	a	b	c	a	b	c	a	c	b	a	b

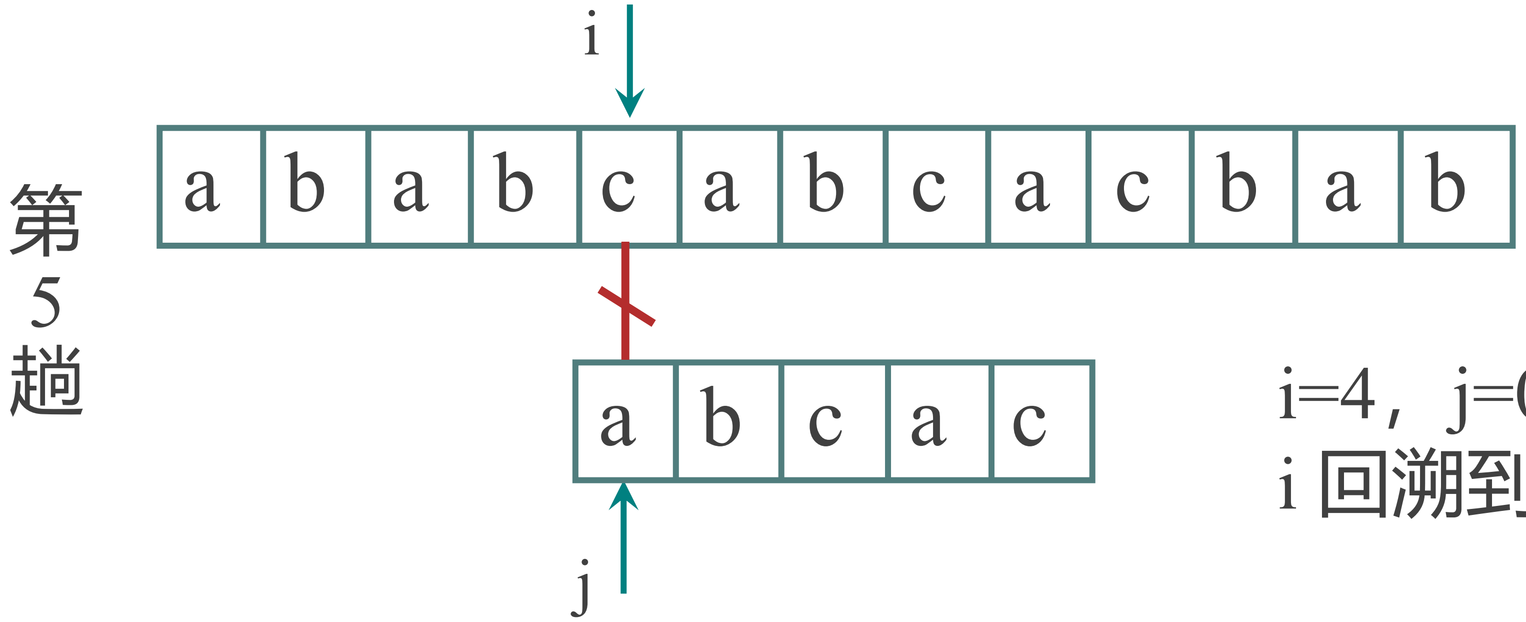
a	b	c	a	c

j

i=3，j=0失败
i 回溯到 4，j 回溯到 0

2. 模式匹配BF算法

例：主串 S = "ababcabcacbab"，模式 T ="abcac"



i=4，j=0失败

i 回溯到 5，j 回溯到 0

2. 模式匹配BF算法

```
int BF(char S[ ], char T[ ])
{
   int i = 0, j = 0;
   while (S[i] != '\0'&&T[j] != '\0')
   {
      if (S[i] == T[j]) {
         i++;   j++;
      }
      else {
         i = i – j + 1;    j = 0;
      }
   }
   if (T[j] == '\0') return (i – j + 1);
   else return 0;
}
```

```
int BF(char S[ ], char T[ ])
{
   int i = 0, j = 0, start = 0;
   while (S[i] != '\0'&&T[j] != '\0')
   {
      if (S[i] == T[j]) {
         i++;   j++;
      }
      else {
         start++;  i = start;  j = 0;
      }
   }
   if (T[j] == '\0') return start + 1;
   else return 0;
}
```

3. 模式匹配BF算法—性能分析

在匹配成功的情况下，考虑两种极端情况：

最好情况：不成功的匹配都发生在串 T 的**第 1 个字符**

例如：$S = "aaaaaaaaaabcdccccc"$

$T = "bcd"$

设匹配成功发生在 s_i 处，则在 i-1 趟不成功的匹配中比较了 i-1 次：
等概率下平均匹配次数为：

$$\sum_{i=1}^{n-m+1} p_i \times (i-1+m) = \sum_{i=1}^{n-m+1} \frac{1}{n-m+1} \times (i-1+m) = \frac{(n+m)}{2} = O(n+m)$$

3. 模式匹配BF算法—性能分析

在匹配成功的情况下，考虑两种极端情况：

最坏情况：不成功的匹配都发生在串 T 的**最后一个字符**

例如：$S = "aaaaaaaaaaaabccccc"$

$T = "aaab"$

设匹配成功发生在 s_i 处，则在 ***i*-1 趟不成功**的匹配中比较了 $(i-1)m$ 次，等概率下平均匹配次数为：

$$\sum_{i=1}^{n-m+1} p_i \times (i \times m) = \sum_{i=1}^{n-m+1} \frac{1}{n-m+1} \times (i \times m) = \frac{m(n-m+2)}{2} = O(m \times n)$$

4.2 字符串

4-2-3b 模式匹配KMP算法

Knuth Morris Pratt

1. KMP算法

SIAM J. COMPUT.
Vol. 6, No. 2, June 1977

FAST PATTERN MATCHING IN STRINGS*

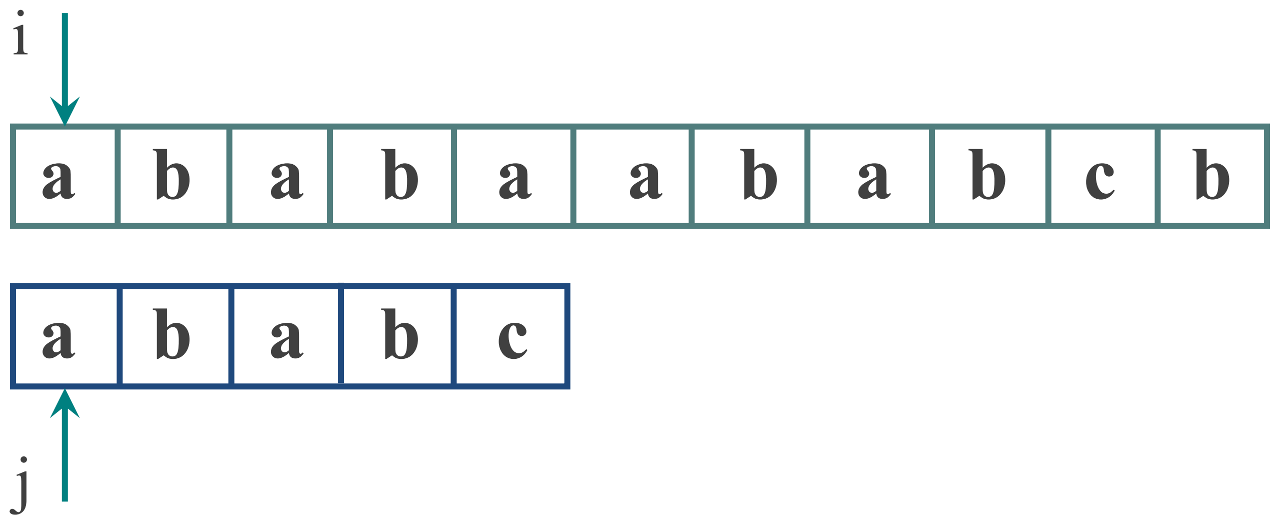
DONALD E. KNUTH†, JAMES H. MORRIS, JR.‡ AND VAUGHAN R. PRATT¶

1. KMP算法

思想：每趟匹配过程中出现字符比较不等时，不回溯主指针i，利用已得到的“部分匹配”结果将模式向右滑动尽可能远的一段距离，继续进行比较。

主串不回溯，模式就需要向右滑动一段距离，如何确定模式的滑动距离?

例题4-5 主串 S = "ababaababcb"，模式 T ="ababc"



2. KMP算法—前缀/后缀集合

	前缀集合	后缀集合
A		
AB	A	B
ABC	A, AB	C, BC
ABCA	A, AB,ABC	A, CA, BCA
ABCAB	A, AB, ABC, ABCA	B, AB, CAB, BCAB
ABCABF	A, AB, ABC, ABCA, ABCAB	F, BF, ABF, CABF, BCABF

3. KMP算法—下标j回溯位置的确定

设next[j]表示在匹配过程中与 T[j] 比较不相等时，**下标 j 的回溯位置**

$$
\text{next}[j]=\begin{cases} -1 & j=0 \\ \max\{k \mid 1\le k<j \text{ 且 } \underbrace{T[0]\ldots T[k-1]}_{\text{前缀：开头的k个字符}} = \underbrace{T[j-k]\ldots T[j-1]}_{\text{后缀：后面的k个字符}}\} & \text{集合非空} \\ 0 & \text{其它情况} \end{cases}
$$

j	0	1	2	3	4
T[j]	a	b	a	b	c
next[j]	-1	0	0	1	2

4. KMP算法—next数组

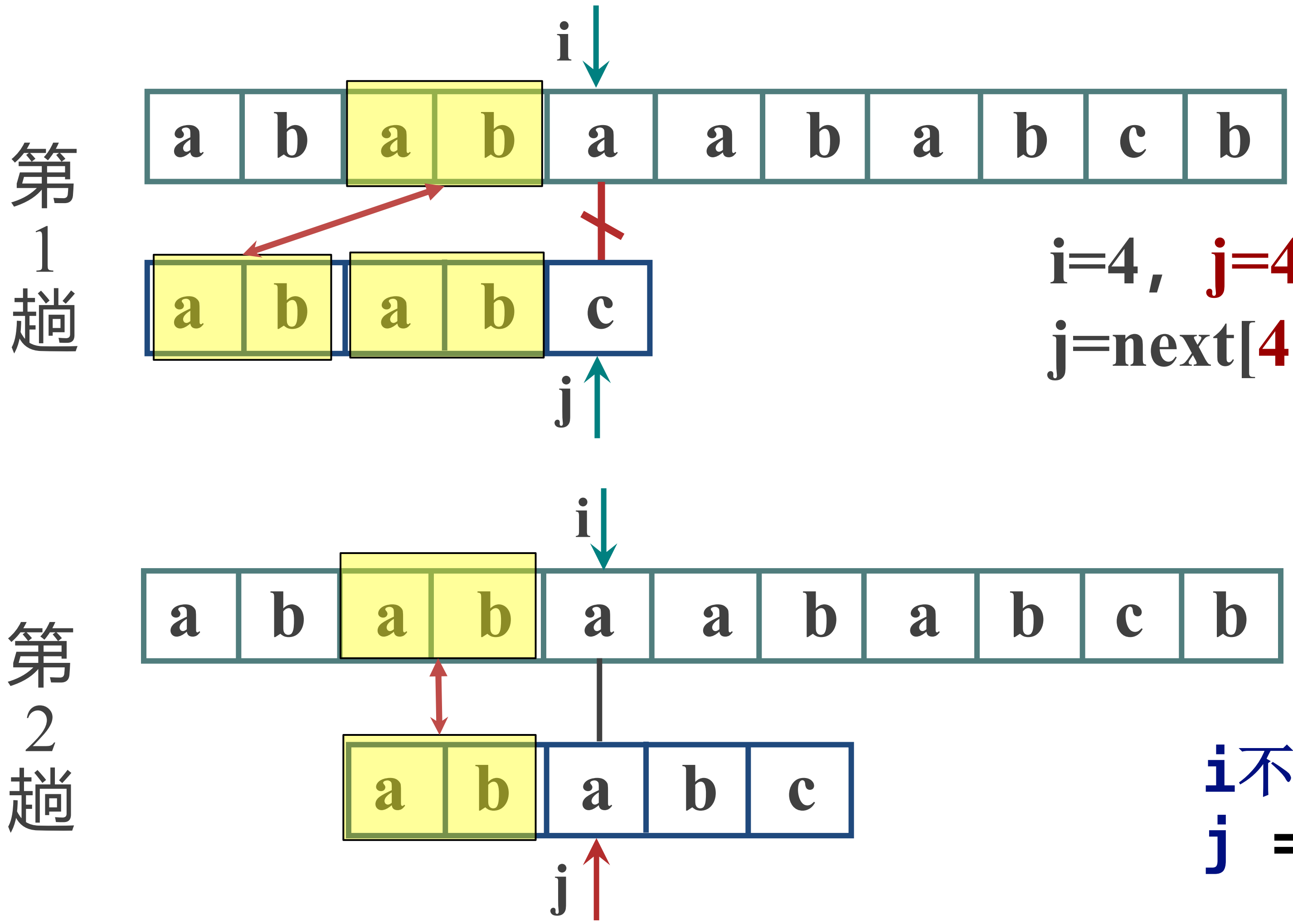
```
struct SeqString
{
      char ch[MaxSize];
      int len;
};
```

j	0	1	2	3	4	5	6	7
T[j]	a	b	a	a	b	c	a	c
next[j]	-1	0	0	1	1	2	0	1

```
void GetNext(SeqString t, int next[])
{
    int j,k;
    j=0;
    k=-1;
    next[0]=-1;
    while(j<t.len-1)
    {
        if (k==-1 || t.ch[j]==t.ch[k])
        {
            j++;
            k++;
            next[j]=k;
        }
        else k = next[k];
    }
}
```

5. KMP算法匹配过程

next[j]={-1, 0, 0, 1, 2}

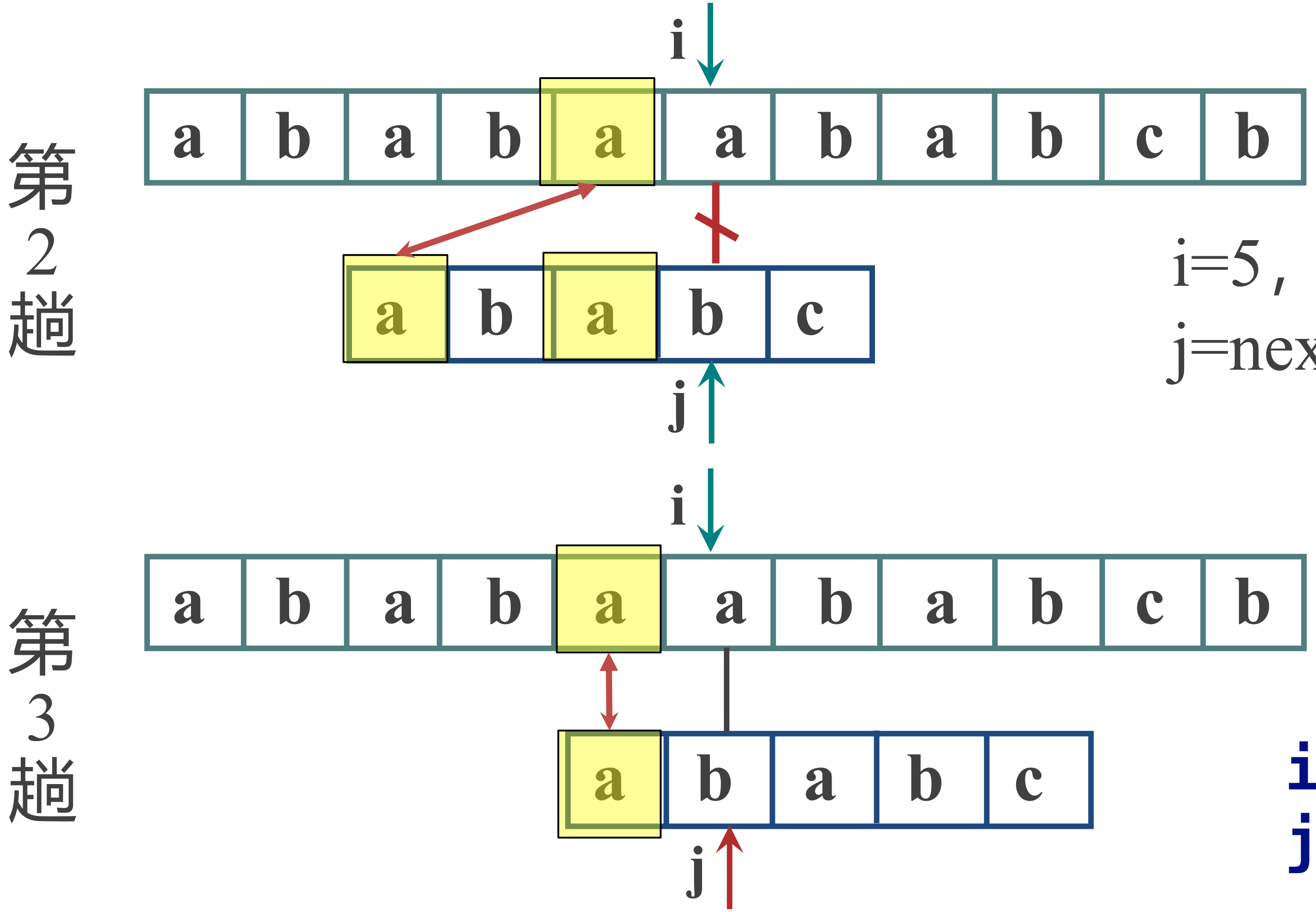


i=4，j=4失败；
j=next[4]=2

i不回退，j尽量不回退到0
j = next[j];

5. KMP算法匹配过程

next[j]={-1, 0, 0, 1, 2}



i=5， j=3失败；
j=next[3]=1

i不回退，j尽量不回退到0

```
j = next[j];
```

5. KMP算法匹配过程

注：模式串t并未向右移动，仅是为了效果，动图中进行了右移！

j	0	1	2	3	4	5
t[j]	A	A	A	A	B	A
next[j]	-1	0	1	2	3	0

从i=0，j=0开始匹配

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 …

i ↓

s: A A A B A A A A A B A

t: A A A A B A

↑ j

0 1 2 3 4 5

5. KMP算法匹配过程

注：模式串t并未向右移动，仅是为了效果，动图中进行了右移！

j	0	1	2	3	4	5
t[j]	A	A	A	A	B	A
next[j]	-1	0	1	2	3	0

从i=0，j=0开始匹配

```
      0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 …
      i
      ↓
s:    A A A B A A A A A B A

t:    A A A A B A
      ↑
      j
      0 1 2 3 4 5
```

```c
int KMPIndex(SeqString s, SeqString t)
{
    int next[MaxSize], i =0, j=0;
    GetNext(t,next);
    while(i<s.len && j<t.len)
    {
        if (j==-1 || s.ch[i]==t.ch[j])
        {
            i++;
            j++;
        }
        else j = next[j]; //i 不变， j 后退
    }
    if(j>=t.len)
        return (i-t.len); //返回匹配模式串的首字符下标
    else
        return -1; //返回不匹配标志
}
```

5. KMP算法匹配过程

例题 已知主串 S = “abaabaabacacaabaabcc”，模式 T =“abaabc”，采用KMP算法进行匹配，第一次出现失配 s[i]!=t[j]时，i=j=5，则下次开始匹配时，i 和 j 的值分别是

A. i =1, j=0　B. i=5, j=0　C. i=5, j=2.　D. i=6, j=2

j	0	1	2	3	4	5
t[j]	a	b	a	a	b	c
next[j]	-1	0	0	1	1	2

6. KMP算法的时间复杂度

设主串 S 的长度为n，模式串 T 长度为m，在KMP算法中求 next数组的时间复杂度为 O(m)，在后面的匹配中因主串 S 的下标不减即不回溯，比较次数可记为n，所以KMP算法的平均时间复杂度为O(n+m)。

最坏的时间复杂度为 O(n × m) 。

7. KMP算法使用

```
struct SeqString
{
    char ch[MaxSize];
    int len;
};
```

```
int main()
{
        SeqString s, t;
        cout<<"input S:";
        cin>>s.ch;
        cout<<"S = "<<s.ch<<endl;
        string str = s.ch;
        s.len = str.length();
        cout<<s.len<<endl;

        cout<<"input T:";
        cin>>t.ch;
        cout<<"T = "<<t.ch<<endl;
        str = t.ch;
        t.len = str.length();
        cout<<t.len<<endl;

        int index = KMPIndex(s, t);
        cout<<"子串位置为: "<<index<<endl;
}
```

KMP算法总结

1. 模式串的Next数组求解； 2. KMP匹配过程

设next[j]表示在匹配过程中与 T[j] 比较不相等时，下标 j 的回溯位置

前缀：开头的k个字符 **后缀：后面的k个字符**

$$\text{next}[j]=\begin{cases}-1 & j=0\\ \max\{k \mid 1\le k<j \text{ 且 } \underbrace{T[0]\ldots T[k-1]}_{\text{前缀：开头的k个字符}} = \underbrace{T[j-k]\ldots T[j-1]}_{\text{后缀：后面的k个字符}}\} & \text{集合非空}\\ 0 & \text{其它情况}\end{cases}$$

主串 S = "ababaababcb"，模式 T ="ababc"

j	0	1	2	3	4
T[j]	a	b	a	b	c
next[j]	-1	0	0	1	2

a	b	a	b	a	a	b	a	b	c	b

a	b	a	b	c

在KMP算法中求next数组的时间复杂度为 O(m)，在后面的匹配中因主串 S 的下标不减即不回溯，比较次数可记为n，所以KMP算法的平均时间复杂度为O(n+m)。最坏的时间复杂度为 O(n × m) 。

8. KMP算法改进

例题4-5 主串 S = "aaabaaaab"，模式 T =”aaaab"

a	a	a	b	a	a	a	a	b

a	a	a	a	b

j	0	1	2	3	4
t[j]	a	a	a	a	b
next[j]	-1	0	1	2	3

8. KMP算法改进—nextval数

例题

主串 S = "aaabaaaab"，模式 T =”aaaab"

j	0	1	2	3	4
t[j]	a	a	a	a	b
next[j]	-1	0	1	2	3
nextval[j]	-1	-1	-1	-1	3

k

如 果 **位 置 k** 的 元 素 与 **位 置 next[k]** 元 素 **相 同** 时 ，

nextval[k]=nextval[next[k]]

如果**位置k**的元素与**位置next[k]**元素**不同**时，

nextval[k]= next[k]

8. KMP算法改进—nextval数

例题

主串 S = "aaabaaaab"，模式 T =”aaaab"

j	0	1	2	3	4
t[j]	a	a	a	a	b
next[j]	-1	0	1	2	3
nextval[j]	-1	-1	-1	-1	3

```
void GetNextval(SeqString t, int nextval[])
{
    int j,k;
    j=0;
    k=-1;
    nextval[0]=-1;
    while(j<t.len)
    {
        if (k==-1 || t.ch[j]==t.ch[k])
        {
            j++;
            k++;
            if(t.ch[j]!=t.ch[k]) nextval[j]=k;
            else nextval[j]=nextval[k];
        }
        else k = nextval[k];
    }
}
```

8. KMP算法改进

例题

主串 S = "aaabaaaab"，模式 T =”aaaab"

j	0	1	2	3	4
t[j]	a	a	a	a	b
next[j]	-1	0	1	2	3
nextval[j]	-1	-1	-1	-1	3

```
int Improved_KMPIndex(SeqString s, SeqString t)
{
    int nextval[MaxLen], i =0, j=0;
    GetNextval(t,nextval);
    while(i<s.len && j<t.len)
    {
       if (j==-1 || s.ch[i]==t.ch[j])
        {
           i++;
           j++;
        }
        else j = nextval[j]; //i 不变， j 后退
    }
    if(j>=t.len)
       return (i-t.len); //返回匹配模式串的首字符下标
    else
       return -1; //返回不匹配标志
}
```

小结

1. 理解字符串的定义和存储结构
2. 掌握字符串的模式匹配的BF算法和KMP算法
3. 掌握KMP算法中next、nextval数组的计算方法及匹配过程

作业：**设目标主串为S=“abcaabbcaaabababaabca”，模式串为T=“babab”**

(1) 写出按BF算法对主串S进行模式匹配的过程;

(2) 手工计算模式串T的next值和nextval值;

(3) 写出利用求得的nextval数组，按KMP算法对主串S进行模式匹配的过程。

Thank You !

Q & A