



CEC

# 选频网络

## Frequency Selection Circuits/Networks

2023年3月27日

学而不厌 诲人不倦

- ➡ 2.1 串联谐振回路
- ➡ 2.2 并联谐振回路
- ➡ **2.3 串、并联阻抗的等效互换与回路抽头时的阻抗变换**
- ➡ 2.4 耦合回路
- ➡ 2.5 滤波器的其他形式

## 2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

### Impedance matching

#### ➤ 1. 并联阻抗转变为串联阻抗

所谓等效，就是指电路工作在某一频率时，不管其内部的电路形式如何，从端口看过去其阻抗或者导纳是相等的。

$$R_s + jX_s = \frac{R_p(jX_p)}{R_p + jX_p}$$

$$= \frac{R_p X_p^2}{R_p^2 + X_p^2} + j \frac{R_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2}$$

$$R_s = \frac{R_p X_p^2}{R_p^2 + X_p^2} = \frac{R_p X_p^2}{Z_p^2} \quad X_s = \frac{R_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2} = \frac{R_p^2 X_p}{Z_p^2}$$

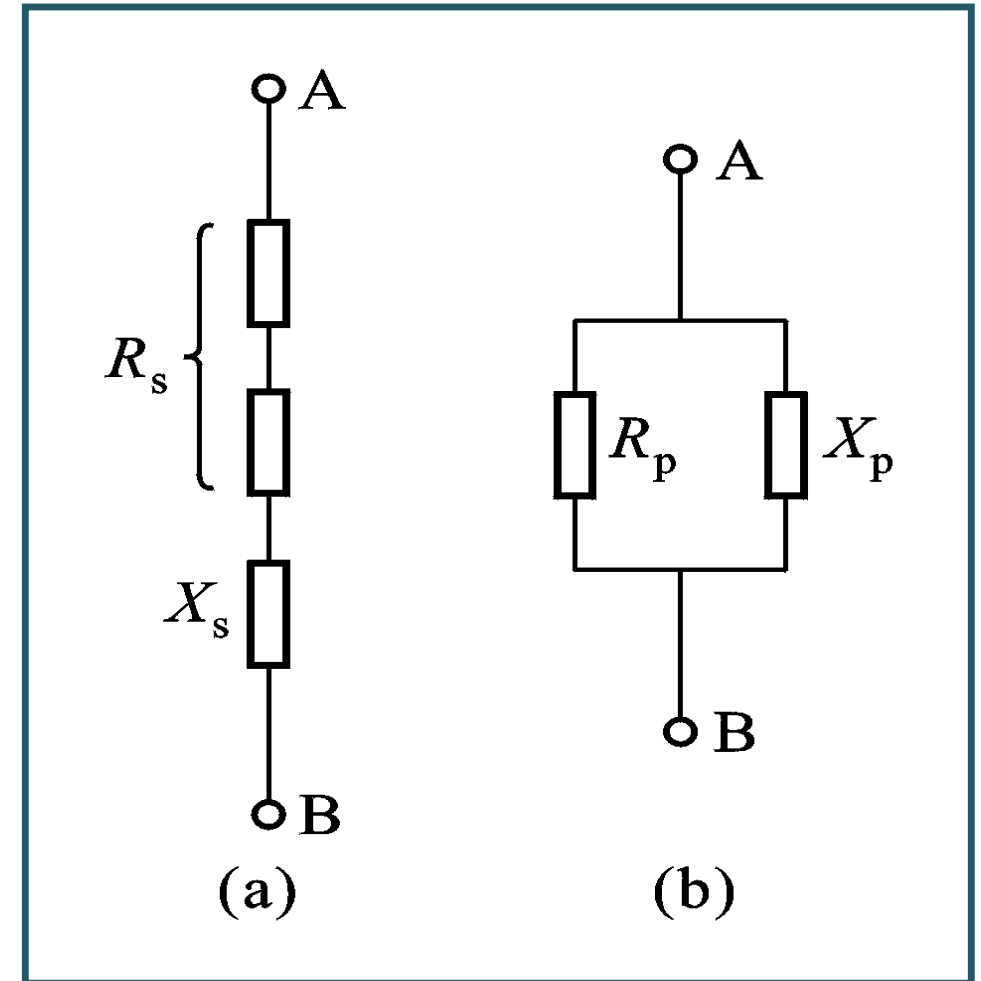


图2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

## 2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

### ➤ 2. 串联阻抗转变为并联阻抗

$$\frac{1}{R_s + jX_s} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_p}$$

令两边的实数与虚数相等

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} = \frac{Z_s^2}{R_s}$$

$$X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s} = \frac{Z_s^2}{X_s}$$

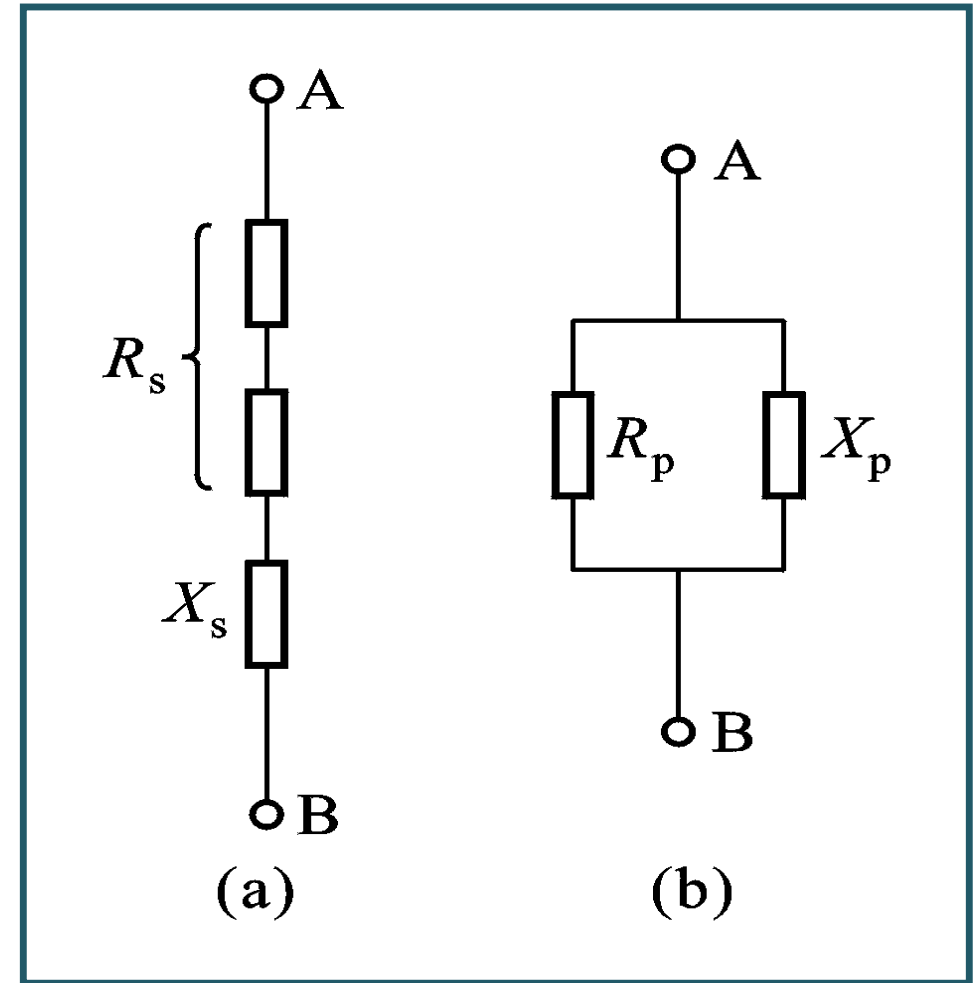


图2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

## 2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

### ➤ 3. 等效互换电路的品质因数相等

$$Q_{L1} = \frac{X_s}{R_s} = Q_{L2} = \frac{R_p}{X_p} = Q_L$$

$$R_s = \frac{R_p}{1 + Q_L^2}$$

$$X_s = \frac{Q_L^2}{1 + Q_L^2} X_p$$

$$R_p = (1 + Q_L^2) R_s$$

$$X_p = \left( 1 + \frac{1}{Q_L^2} \right) X_s$$

当 $Q_L$ 较高 ( $Q_L > 10$ ) 时 ,

$$R_p \approx R_s Q_L^2$$

$$X_p \approx X_s$$

**结论：** 当品质因数足够高时：

- 1) 小的串联电阻变为大的并联电阻。
- 2) 串联电抗变为同性质的并联电抗。

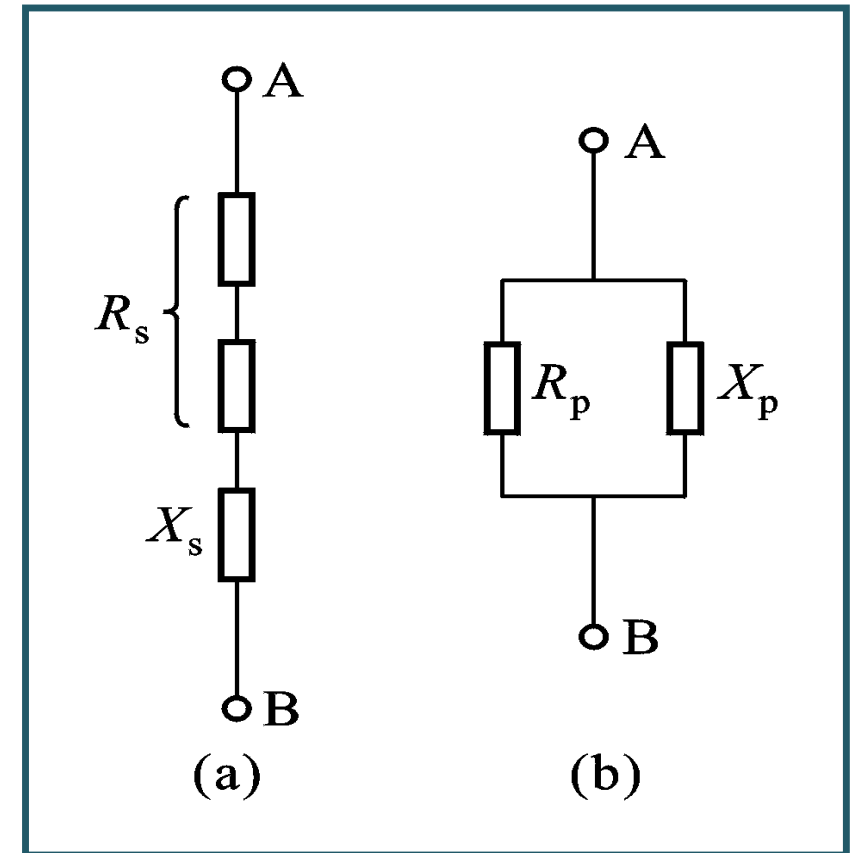
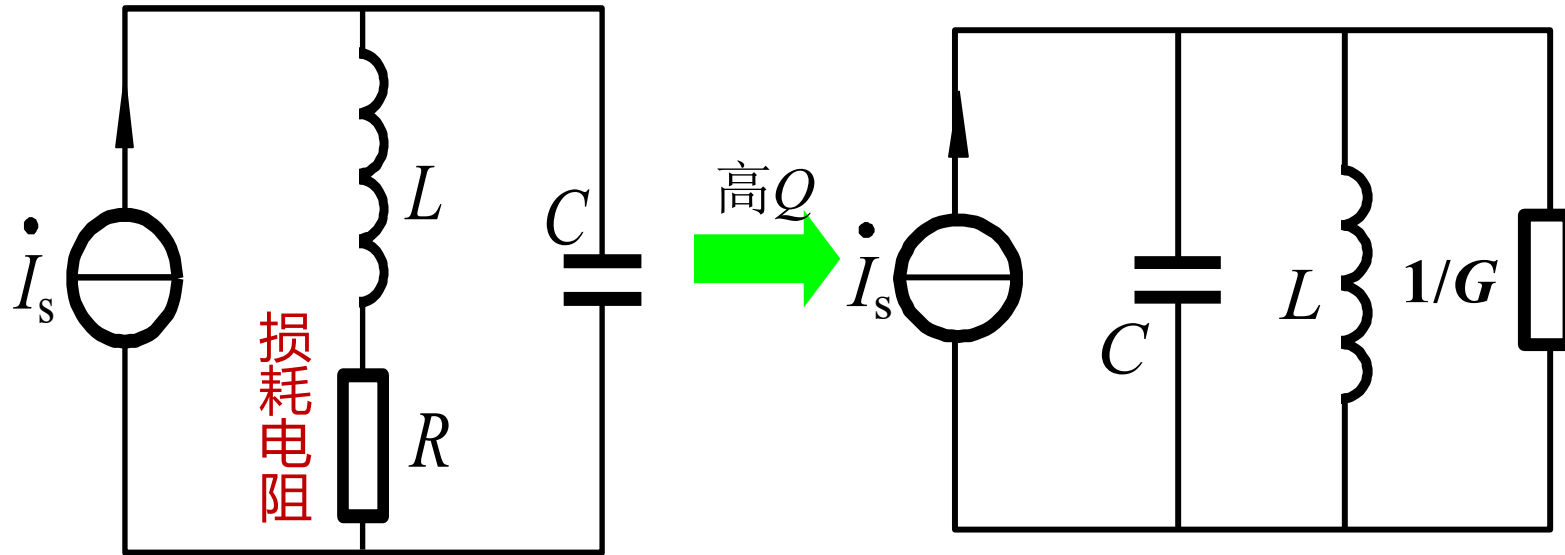


图2.3.1 串、并联阻抗的等效互换

## 2.3.2 并联谐振回路的其他形式

### ➤ 1. 单振荡回路的阻抗变换



$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$R_p = \frac{\omega_p^2 L^2}{R} = \frac{1}{R \omega_p^2 C^2}$$

对于高 $Q$ 值并联谐振回路，其谐振频率与串联谐振回路相近，谐振阻抗可以通过串联支路的串并联互换得到。

## 2.3.2 并联谐振回路的其他形式

### ➤ 2. 复杂并联谐振回路

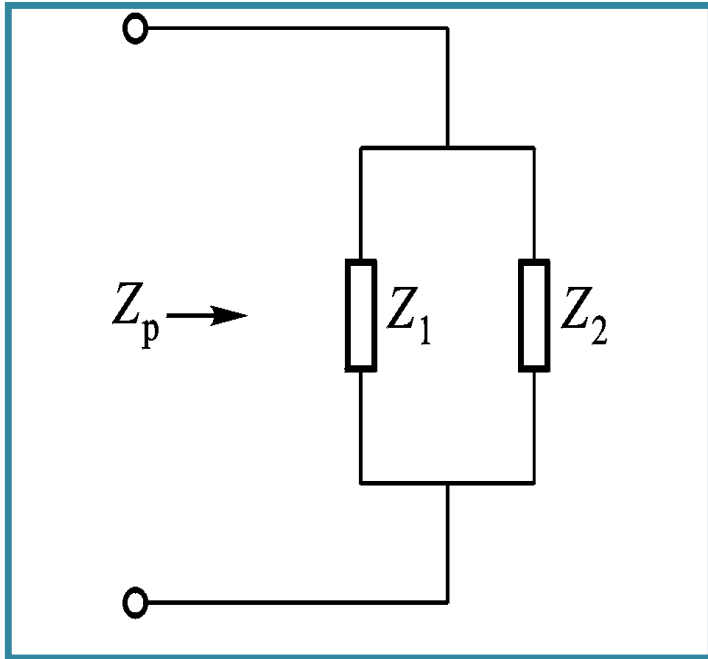


图 2.3.2 并联电路的广义形式

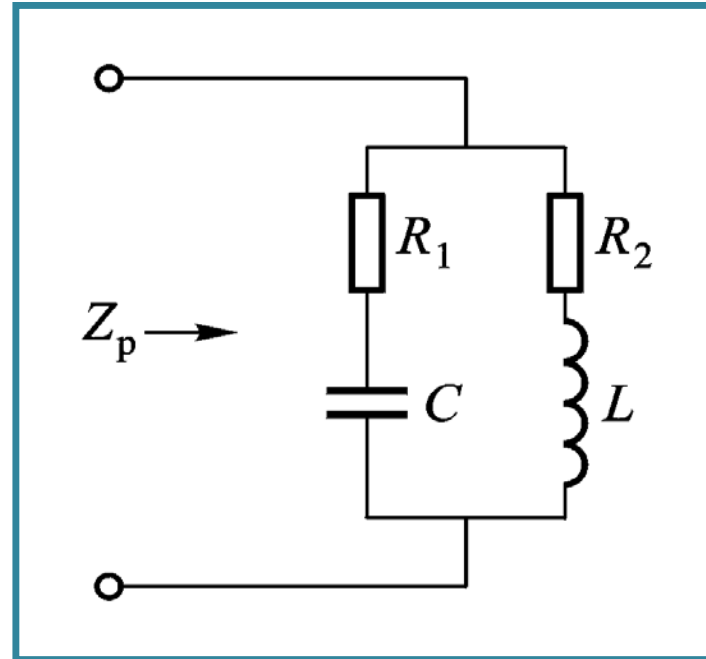


图 2.3.3 两个支路都有电阻的并联回路

复杂的并联谐振回路，其**谐振频率和**谐振阻抗****的计算一般更为繁琐。然而，当整个电路满足高  $Q$  条件时，计算可以大大化简。

## 2.3.2 并联谐振回路的其他形式

### ➤ 2. 复杂并联谐振回路

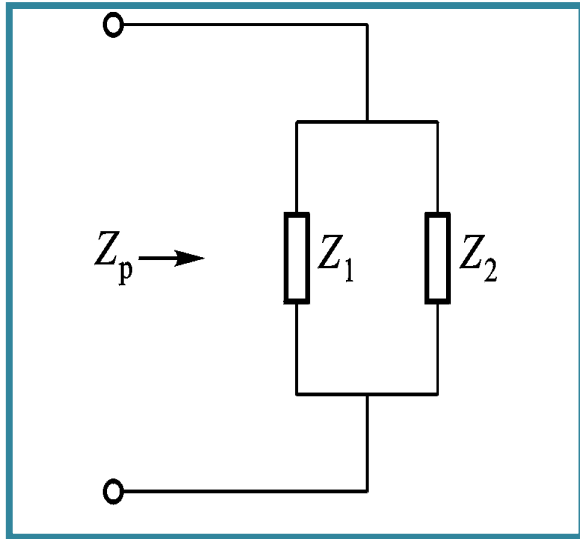


图 2.3.2 并联电路的  
广义形式

$$Z_1 = R_1 + jX_1$$

$$Z_2 = R_2 + jX_2$$

并联谐振时  $X_1 + X_2 = 0$

通常满足  $X_1 \gg R_1, X_2 \gg R_2$

$$Z_p = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2)}{(R_1 + jX_1) + (R_2 + jX_2)} = \frac{(R_1 + jX_1)(R_2 + jX_2)}{R_1 + R_2}$$

$$\approx -\frac{X_1 X_2}{R_1 + R_2} = \frac{X_1^2}{R_1 + R_2} = \frac{X_2^2}{R_1 + R_2}$$



## 2.3.2 并联谐振回路的其他形式

### ➤ 2. 复杂并联谐振回路

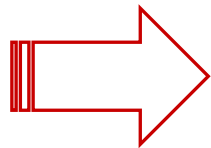
当品质因数足够高时

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Z_p = \frac{(\omega_p L)^2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{(R_1 + R_2)(\omega_p C)^2}$$

如果 $R_1$ 和 $R_2$ 都不是很大，则认为都是集中在电感支路内，这时

$$Q_P = \frac{R_p}{\omega_p L}$$



$$Q_p = \frac{\omega_p L}{R_1 + R_2}$$

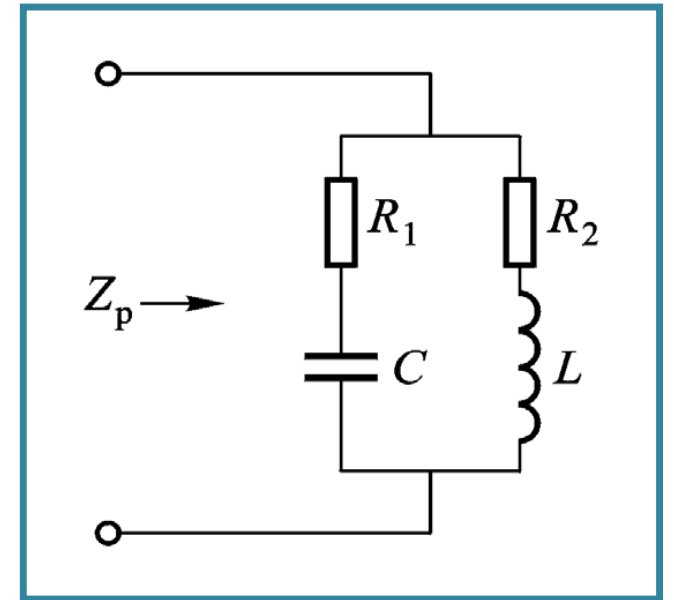
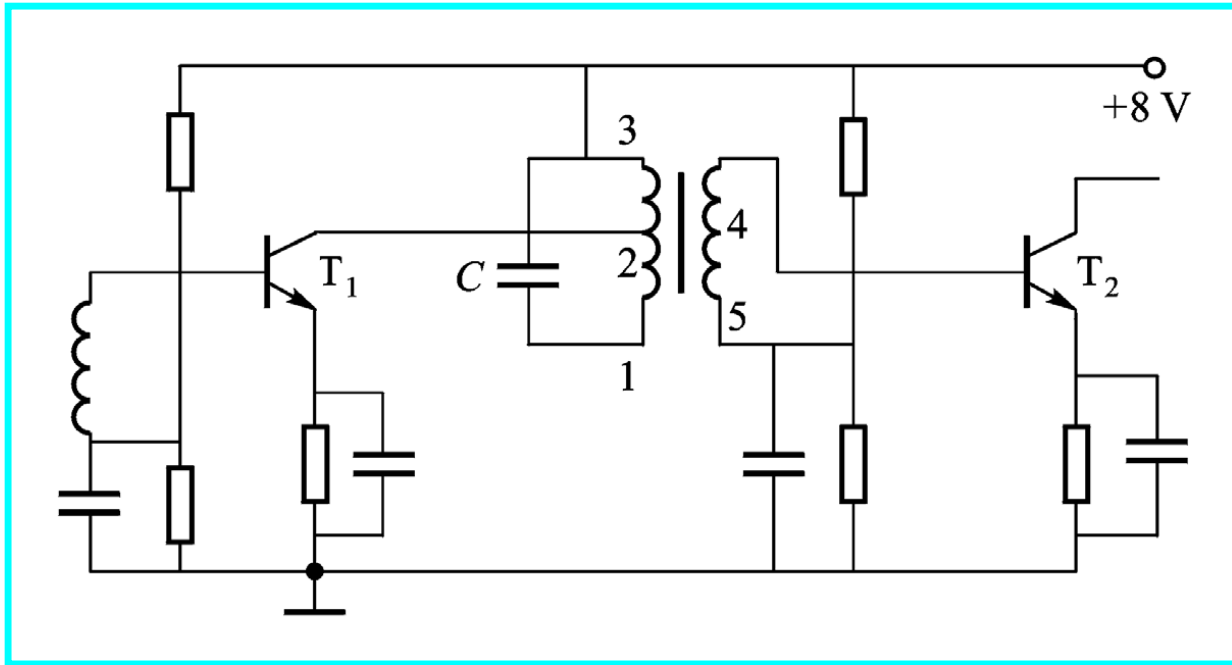


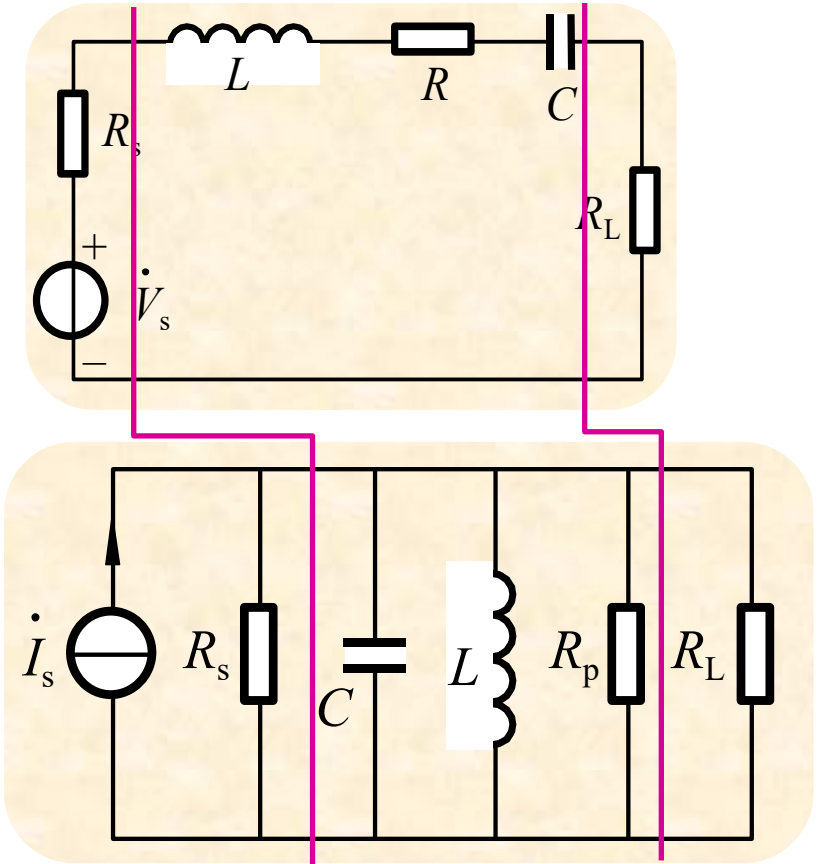
图 2.3.3 两个支路都有电阻的并联回路

## 2.3.2 并联谐振回路的其他形式

### ➤ 3. 信号源及负载对谐振回路的影响



$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{R + R_S + R_L} = \frac{Q_0}{1 + \frac{R_S}{R} + \frac{R_L}{R}}$$



$$Q_L = \frac{1}{\omega_p L (G_p + G_s + G_L)}$$



### 2.3.3 抽头式并联电路的阻抗变换

#### ➤ 抽头式接入形式

为了减小信号源或负载电阻对谐振回路的影响，**信号源或负载电阻**不是直接接入回路，而是经过一些简单的变换电路，将它们**部分接入**回路。

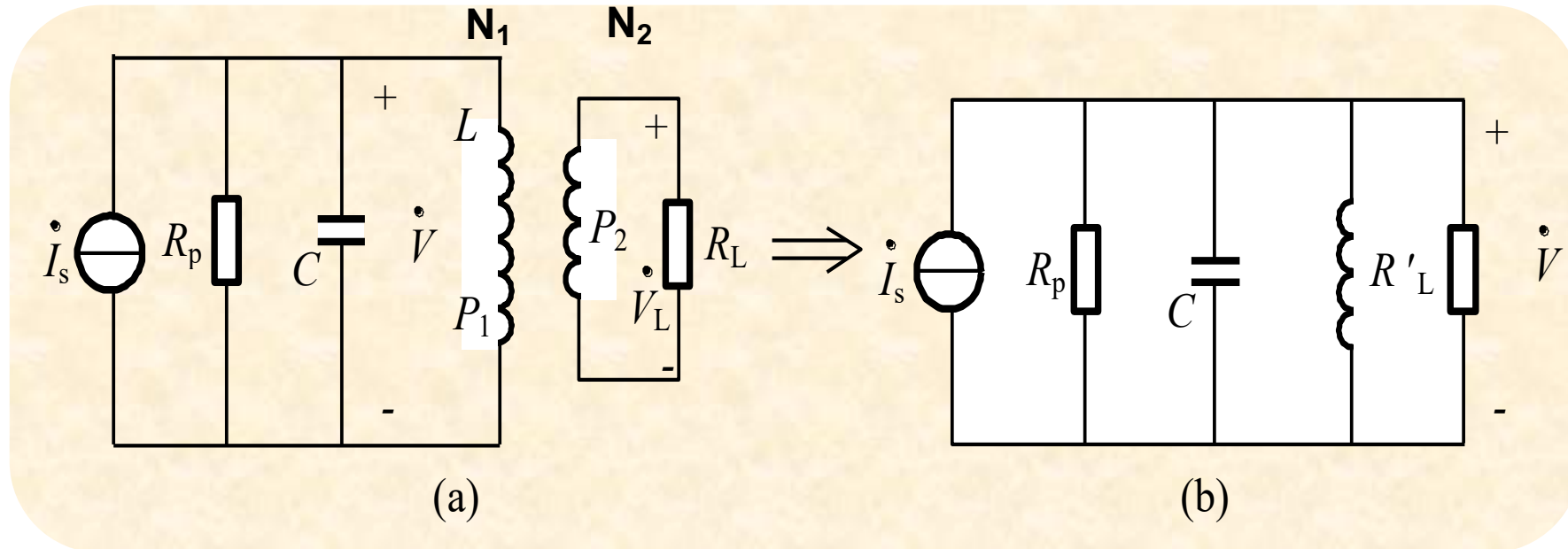
常用的电路形式：

**变压器耦合连接、自耦变压器抽头电路和双电容抽头电路**

**信号源及其内阻的部分接入问题。**

## 2.3.3 抽头式并联电路的阻抗变换

### ➤ 1. 变压器耦合连接



$$P_1 = \frac{V^2}{R_L}, \quad P_2 = \frac{V_L^2}{R_L}$$

功率守恒

$$P_1 = P_2$$

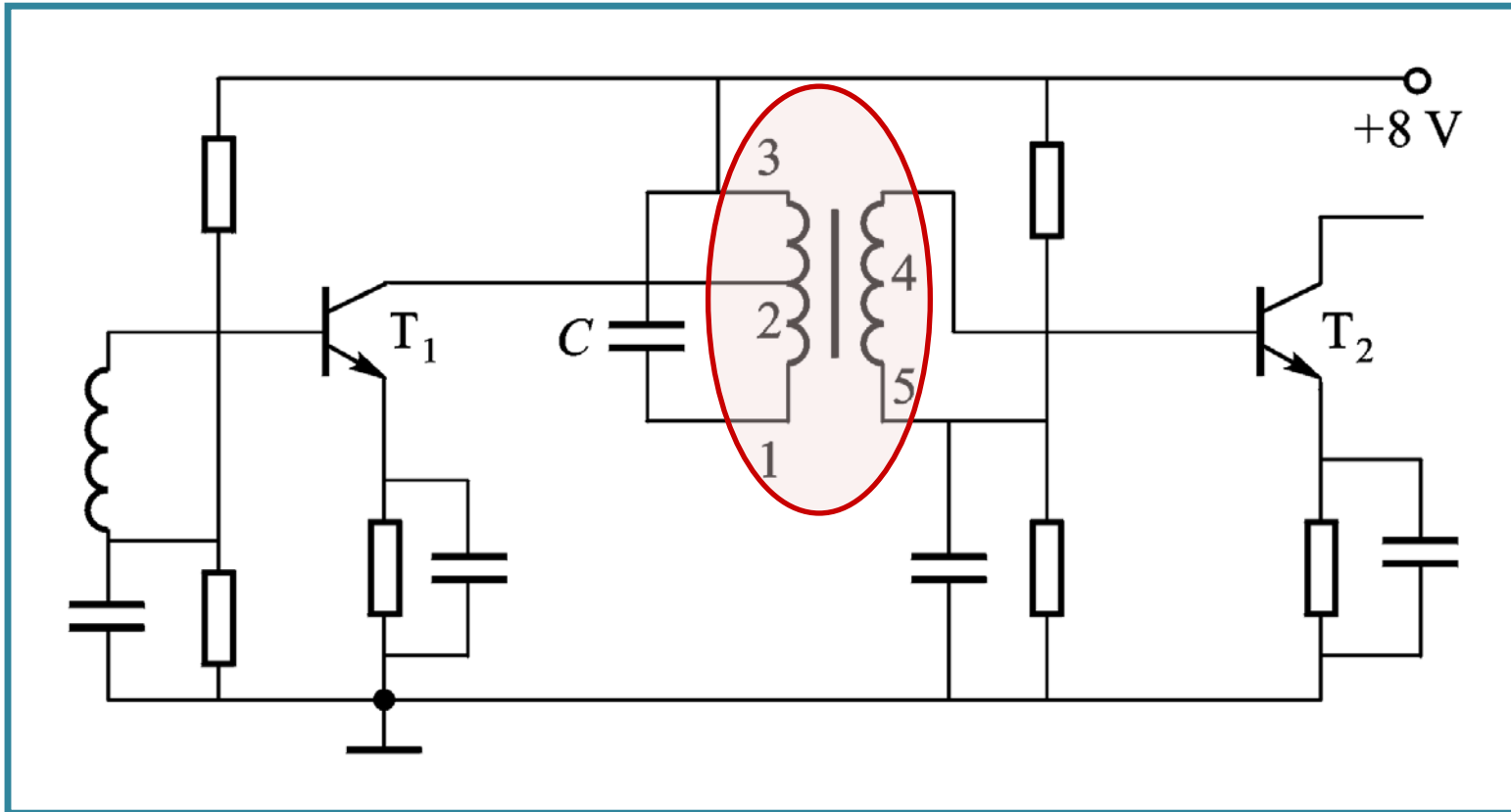
$$R_L' = \left( \frac{V}{V_L} \right)^2 R_L = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_L = \frac{1}{p^2} R_L$$

接入系数

$$p = \frac{V_L}{V} = \frac{N_2}{N_1} \leq 1$$

## 2.3.3 抽头式并联电路的阻抗变换

### ➤ 1. 变压器耦合连接 实例

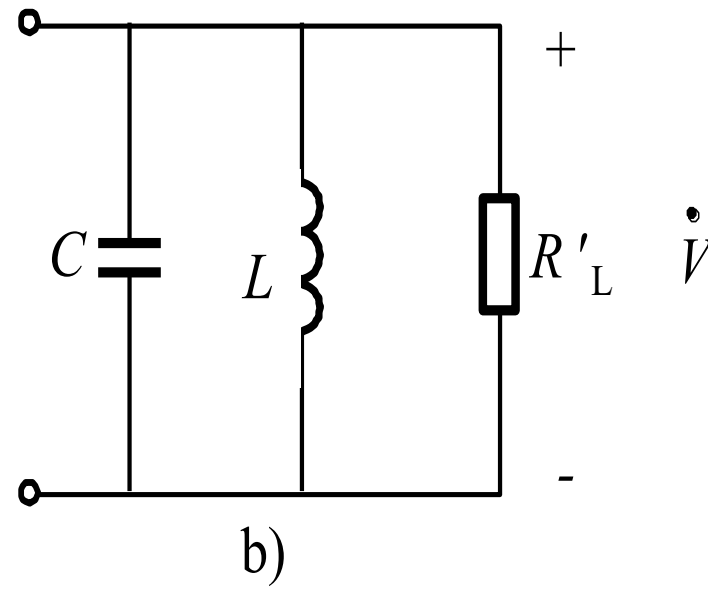
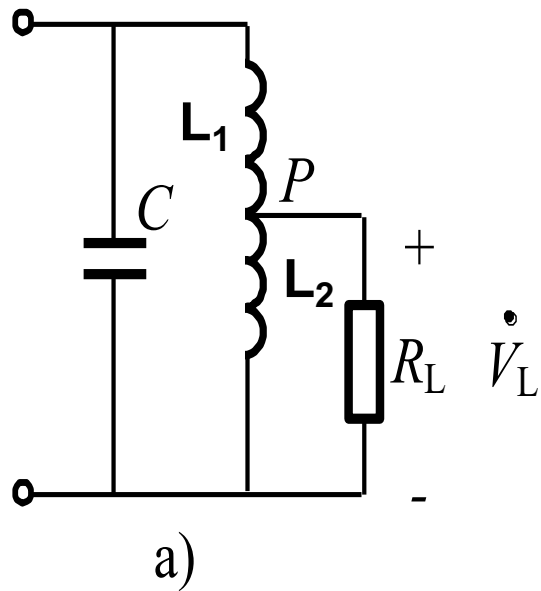


负载和回路之间采用了  
变压器耦合，接入系数

$$p_2 = \frac{V_{54}}{V_{31}} = \frac{N_2}{N_1}$$

## 2.3.3 抽头式并联电路的阻抗变换

### ➤ 2. 自耦和变压器—电感抽头式



$$P_1 = \frac{V^2}{R_L'} \quad P_2 = \frac{V_L^2}{R_L}$$

**功率守恒**

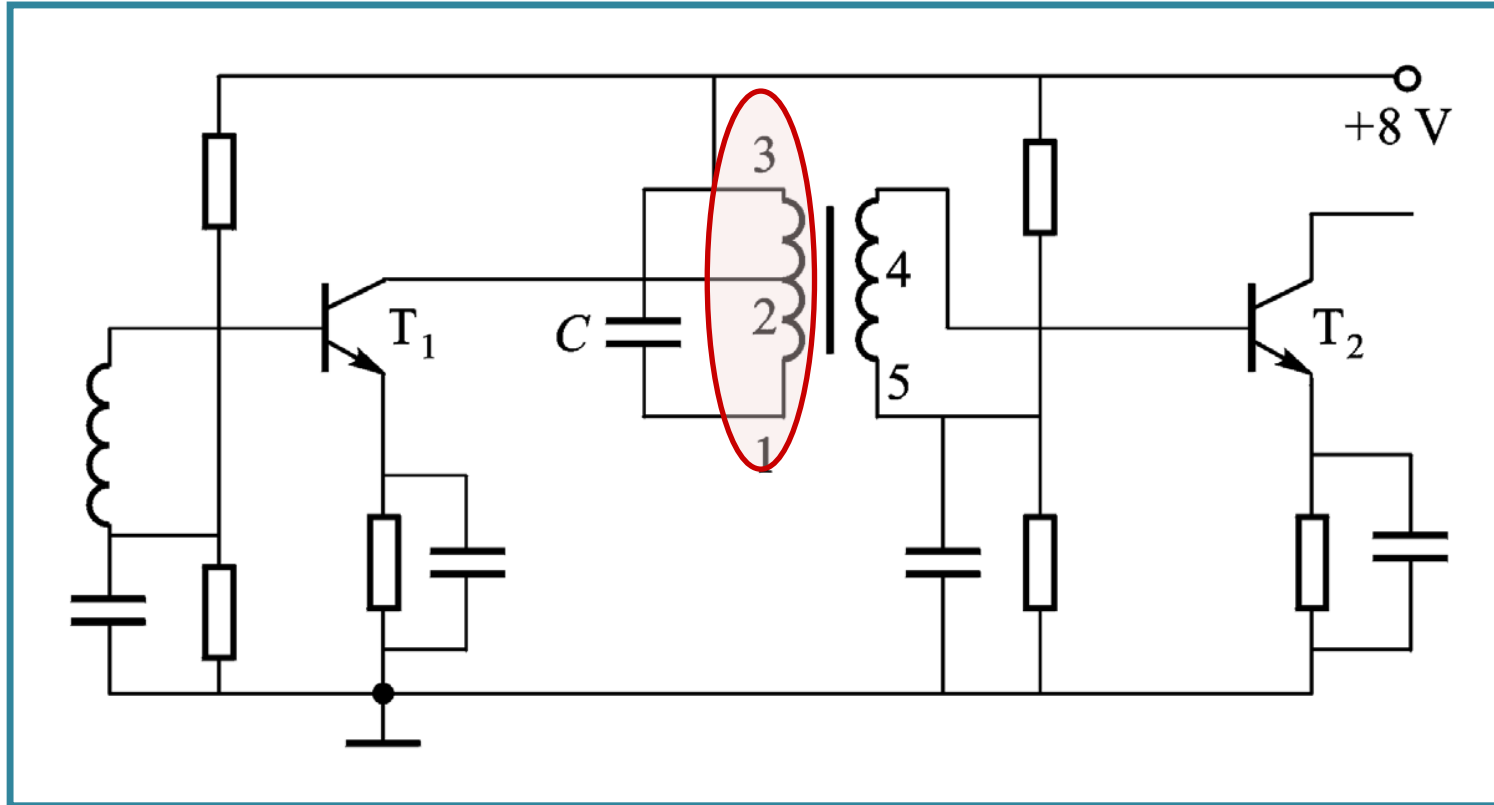
$$P_1 = P_2 \quad \frac{L_1}{L_2} > 1$$

$$R_L' = \left( \frac{V}{V_L} \right)^2 R_L = \left( \frac{L_1}{L_2} \right)^2 R_L = \frac{1}{p^2} R_L$$

**接入系数**  $p = \frac{V_L}{V} = \frac{L_2}{L_1} \leq 1$

## 2.3.3 抽头式并联电路的阻抗变换

### ➤ 2. 自耦和变压器—电感抽头式



晶体管集、射回路与振荡回路之间采用抽头接入，

接入系数

$$p_1 = \frac{V_{23}}{V_{31}} = \frac{N_1}{N}$$

## 2.3.3 抽头式并联电路的阻抗变换

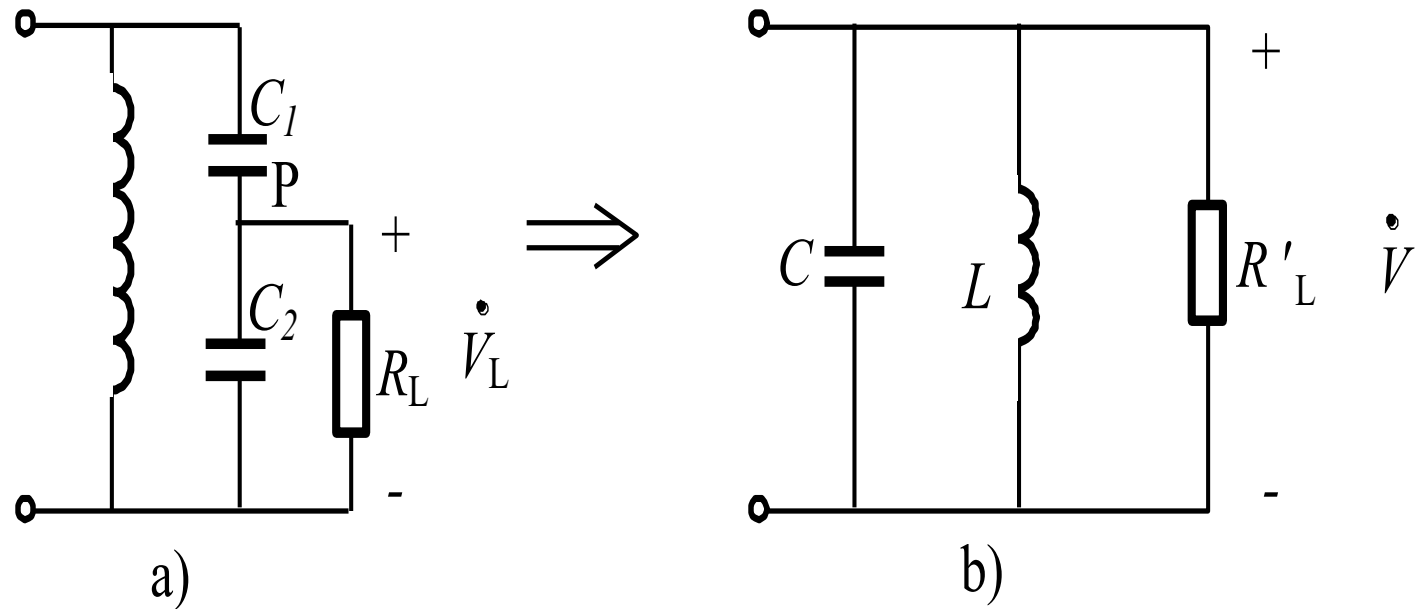
### ➤ 3. 电容抽头式

$$P_1 = \frac{V^2}{R_L}, \quad P_2 = \frac{V_L^2}{R_L}$$

**功率守恒**  $P_1 = P_2$

$$R_L' = \left( \frac{V}{V_L} \right)^2 R_L = \frac{1}{p^2} R_L$$

$$R_L \gg \frac{1}{\omega C_2}$$



**接入系数**  $p = \frac{V_L}{V} \leq 1$

$$p = \frac{V_L}{V} \approx \frac{\frac{1}{\omega C_2}}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{C}{C_2} = \frac{\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}{C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$



## 2.3.3 抽头式并联电路的阻抗变换

### ➤ 4. 信号源及其内阻部分接入问题

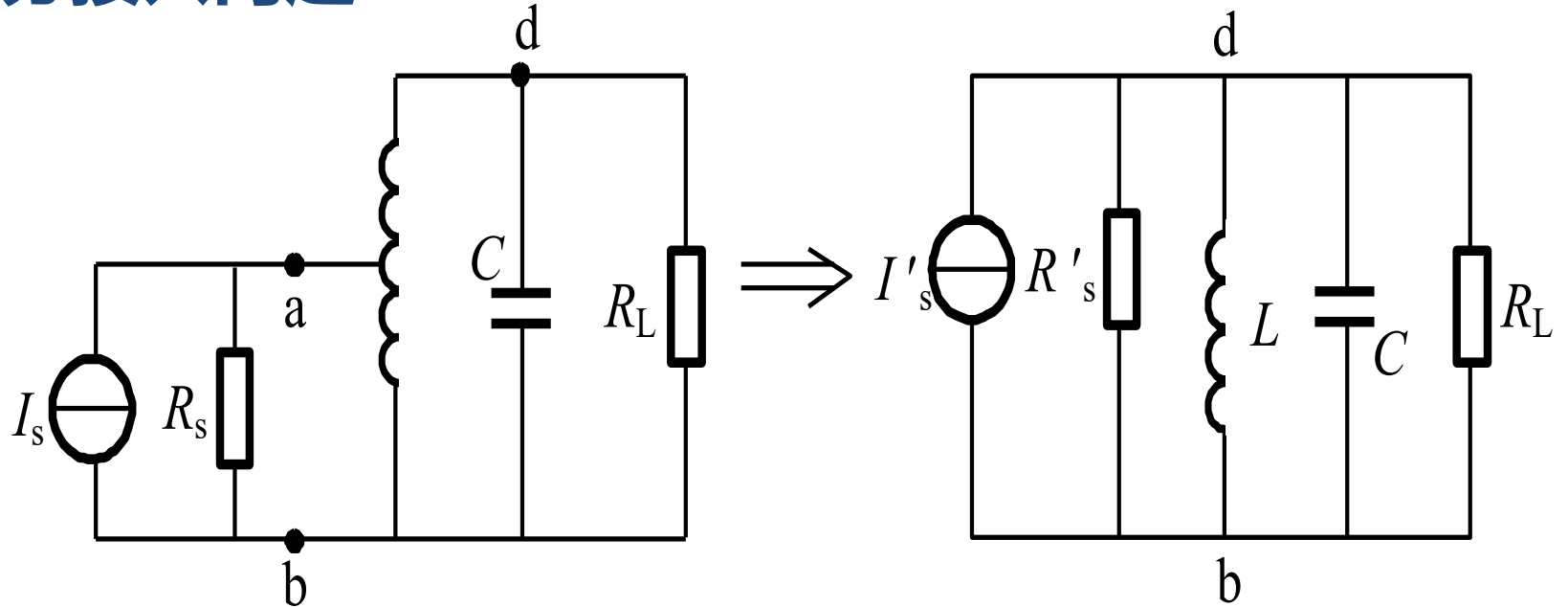
$$R'_s = \frac{1}{p^2} R_s = \left( \frac{V_{db}}{V_{ab}} \right)^2 R_s$$

$$P_1 = V_{db} \cdot I'_s$$

$$P_2 = V_{ab} \cdot I_s$$

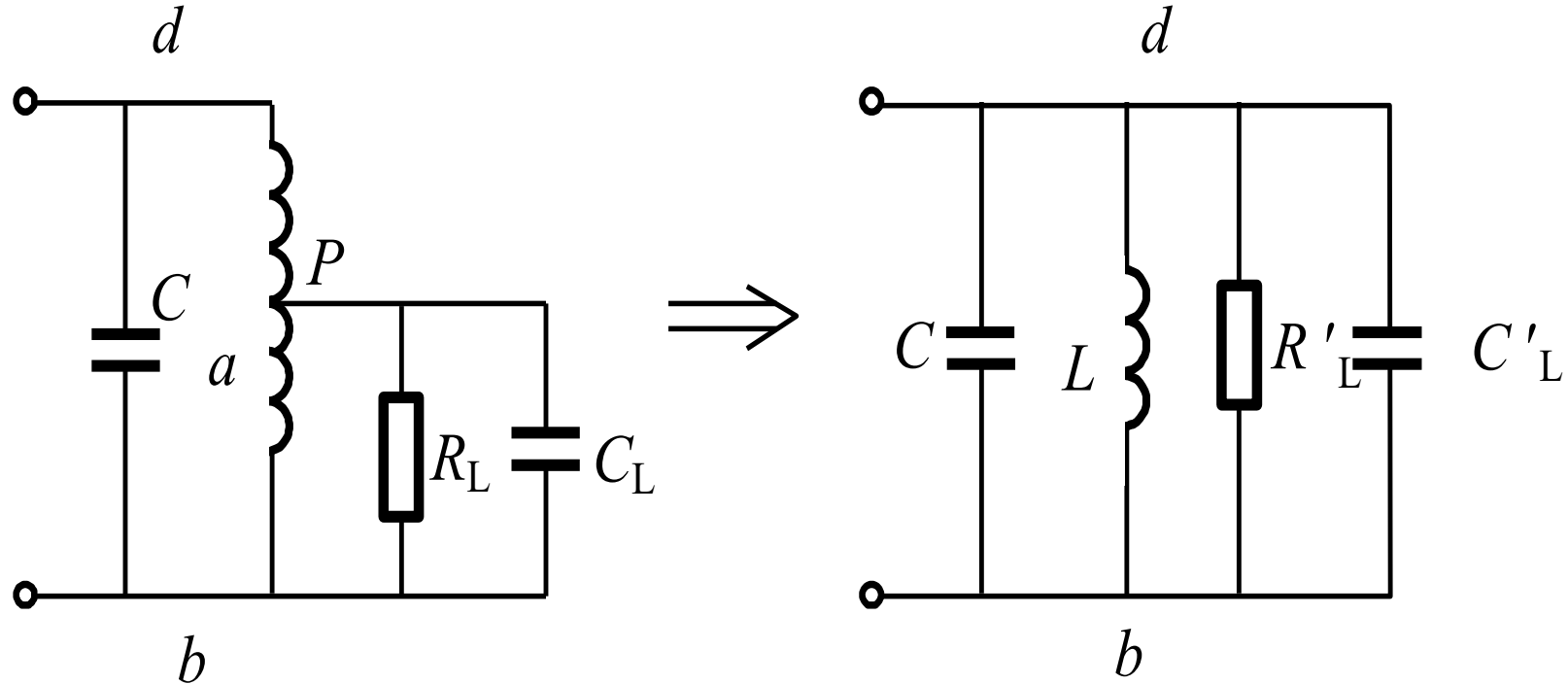
$$P_1 = P_2$$

$$I'_s = \frac{V_{ab}}{V_{db}} I_s = p I_s$$



## 2.3.3 抽头式并联电路的阻抗变换

### ➤ 5. 负载部分接入问题



$$R_L' = \left( \frac{V_{db}}{V_{ab}} \right)^2 R_L = \left( \frac{L_1}{L_2} \right)^2 R_L = \frac{1}{p^2} R_L$$

$$C_L' = \left( \frac{V_{ab}}{V_{db}} \right)^2 C_L = p^2 C_L$$



### 2.3.3 抽头式并联电路的阻抗变换

#### ► 例题

抽头式并联电路的阻抗变换的电路形式主要包括（ ）。

- ☒ A 变压器耦合连接
- ☒ B 电感抽头式
- ☒ C 电容抽头电路
- ☐ D 电阻分压电路

ABC

- ➡ 2.1 串联谐振回路
- ➡ 2.2 并联谐振回路
- ➡ 2.3 串、并联阻抗的等效互换与回路抽头时的阻抗变换
- ➡ 2.4 耦合回路
- ➡ 2.5 滤波器的其他形式

## 2.4 耦合回路

### ➤ 耦合回路

单振荡回路具有频率选择性和阻抗变换的作用。

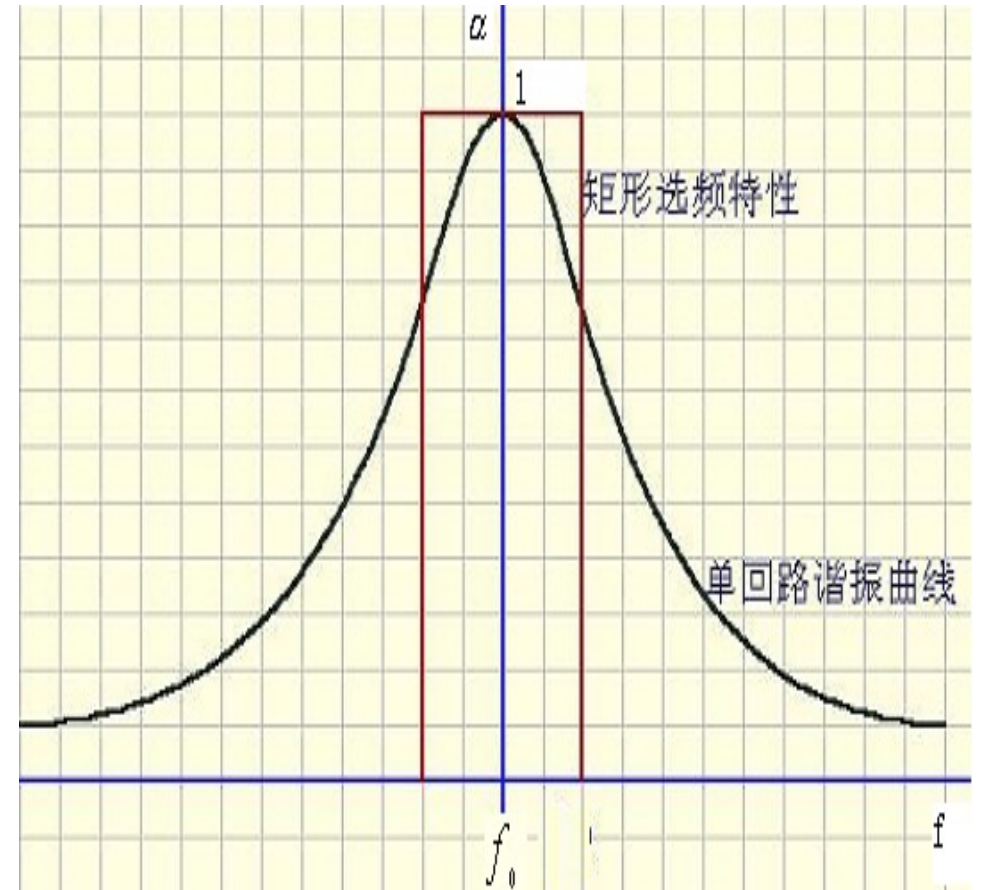
但是：

- 1、选频特性不够理想
- 2、阻抗变换不灵活、不方便

一般地，为了说明**选择性**和**通频带**两个相互矛盾的指标统一的程度，定义**矩形系数**：

$$D = \frac{D_{3dB}}{D_{0.1}}$$

为了使网络具有矩形选频特性，或者完成阻抗变换的需要，需要采用**耦合振荡回路**。



## 2.4 耦合回路

### ➤ 各式耦合回路

耦合回路是由两个或两个以上的电路形成的一个网络，两个电路之间必须有公共阻抗存在，才能完成耦合作用。

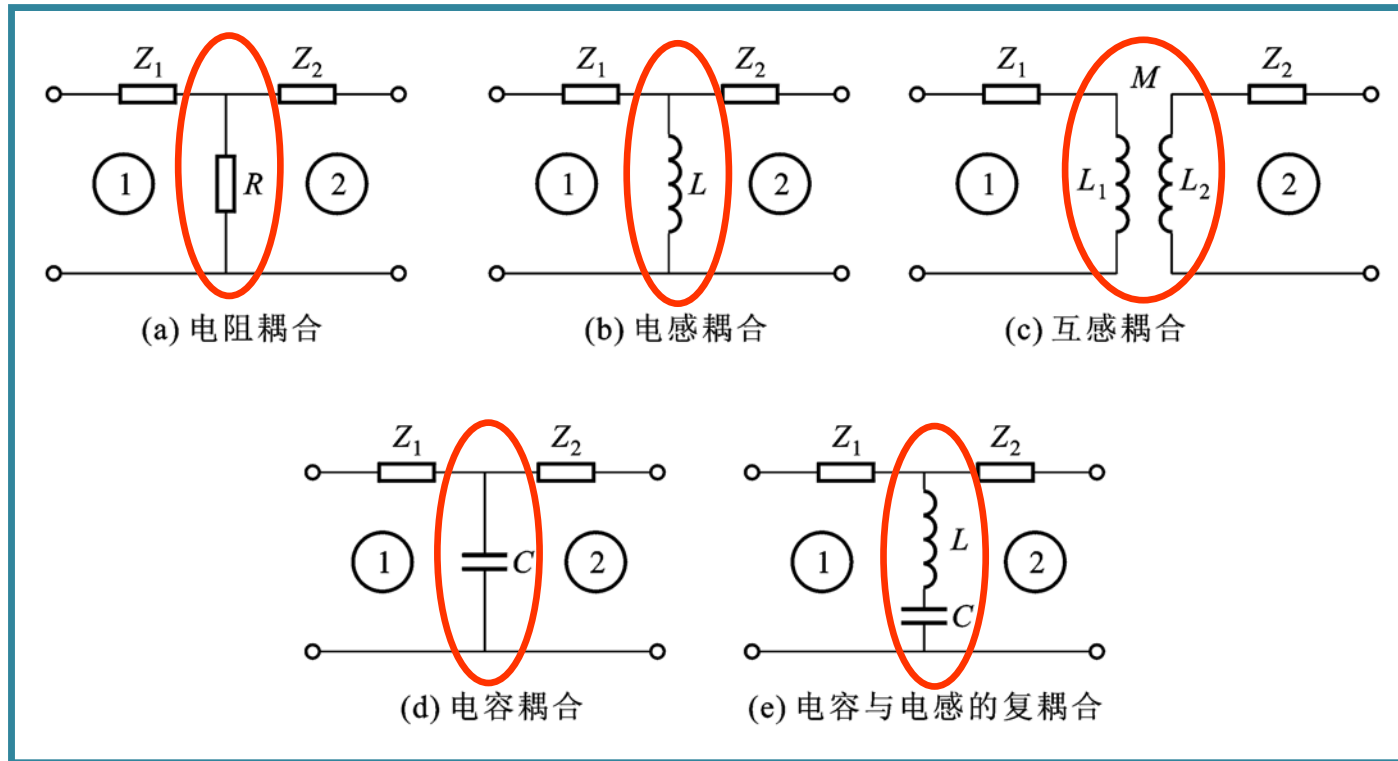


图 2.4.1 各式耦合电路

#### ✓ 纯耦合

➤ 公共阻抗如果是纯电阻或纯电抗。

#### ✓ 复耦合

➤ 公共阻抗由两种或两种以上的电路元件所组成

## 2.4 耦合回路

### ➤ 耦合系数

在耦合回路中接有激励信号源的回路称为**初级回路**，与负载相接的回路称为**次级回路**。

为了说明回路间的耦合程度，常用**耦合系数  $k$** 来表示，它的定义是：耦合回路的公共电抗（或电阻）绝对值与初、次级回路中同性质的电抗（或电阻）的几何中项之比，即：

$$k = \frac{|X_{12}|}{\sqrt{X_{11}X_{22}}}$$

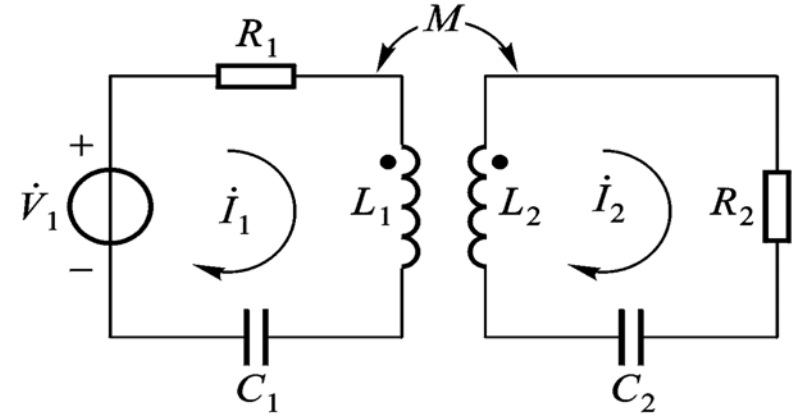
耦合系数 $k$ 是一个**小于1、最大等于1**的**没有量纲的正实数**。

## 2.4 耦合回路

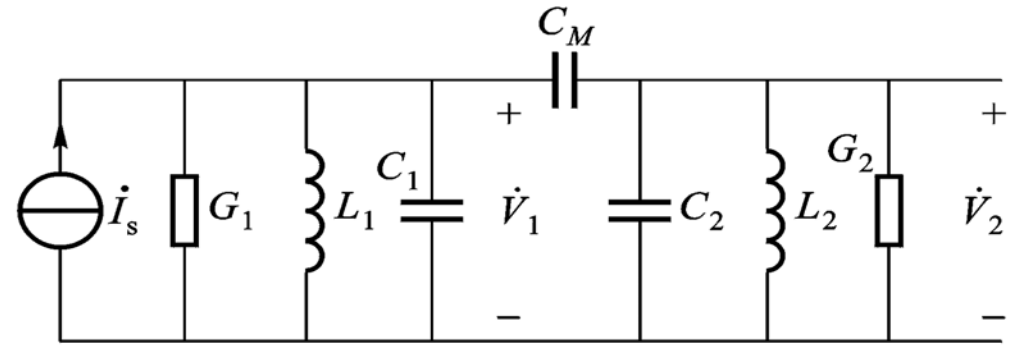
### ➤ 2.4.1 互感耦合回路

在高频电子线路中，常采用图2.4.2所示的两种耦合回路：

- (a)为互感耦合串联型回路；  
(b)为电容耦合并联型回路。



(a) 互感耦合串联型回路



(b) 电容耦合并联型回路

图 2.4.2 两种常用的耦合回路



## 2.4 耦合回路

### ➤ 2.4.1 互感耦合回路

由基尔霍夫定律得出回路电压方程为

$$\dot{V}_1 = \dot{I}_1 Z_{11} - j\omega M \dot{I}_2$$

$$0 = \dot{I}_2 Z_{22} - j\omega M \dot{I}_1$$

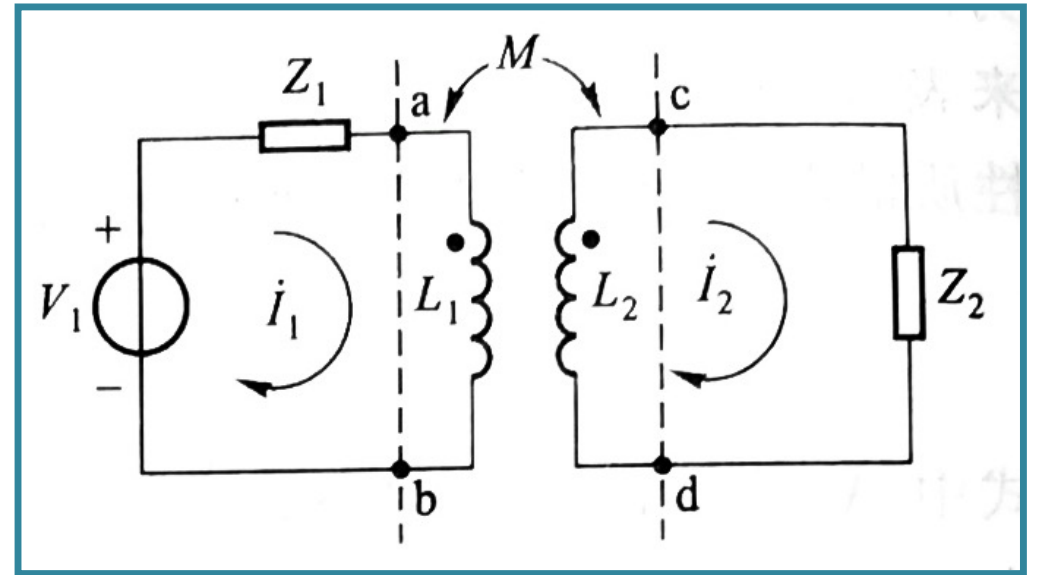


图2.4.3 互感耦合回路的一般形式

式中， $Z_{11}$ 为**初级回路**的**自阻抗**，即 $Z_{11}=R_{11}+jX_{11}$ ，  
 $Z_{22}$ 为**次级回路**的**自阻抗**，即 $Z_{22}=R_{22}+jX_{22}$ 。

解得

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{-j\omega M \frac{\dot{V}_1}{Z_{11}}}{Z_{22} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}}$$

## 2.4 耦合回路

### ➤ 2.4.1 互感耦合回路

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{Z_{11} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}}$$

$$Z_{f1} = \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}}$$

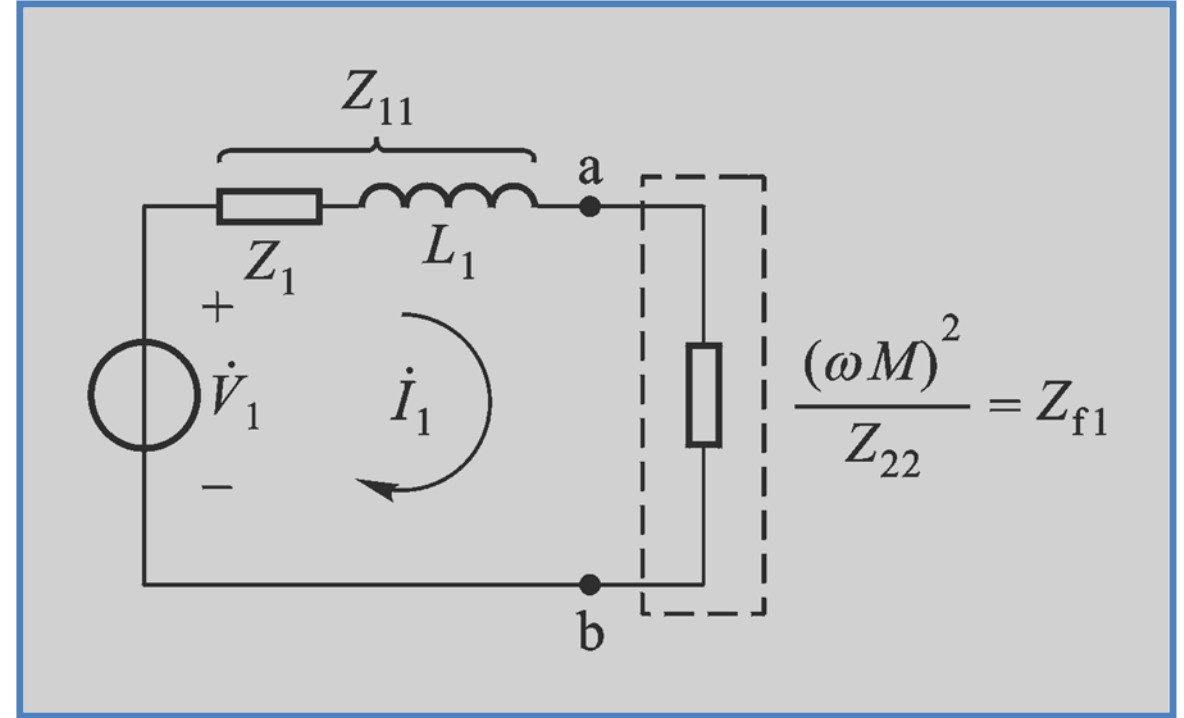


图2.4.4 初级等效电路

**反射阻抗**，又称为**耦合阻抗**，它的物理意义是：次级电流通过互感 $M$ 的作用，在初级回路中感应的电动势对初级电流的影响，可用一个**等效阻抗**  $Z_{f1}$  来表示。

## 2.4 耦合回路

### ➤ 2.4.1 互感耦合回路

$$\dot{I}_2 = \frac{-j\omega M \frac{\dot{V}_1}{Z_{11}}}{Z_{22} + \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}}$$

在次级回路中反射阻抗 $Z_{f2}$ ：

$$Z_{f2} = \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}}$$

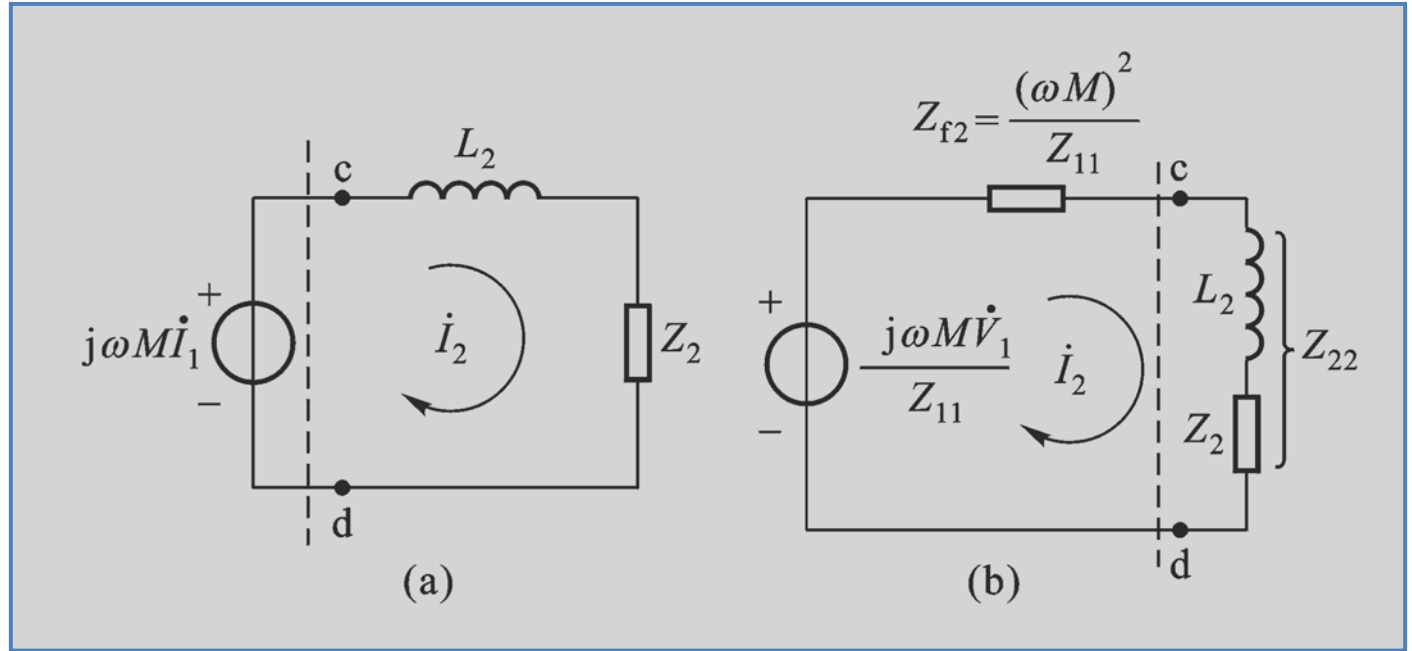


图2.4.5 次级等效电路的两种形式

## 2.4 耦合回路

### ➤ 2.4.1 互感耦合回路

$$Z_{f1} = \frac{(\omega M)^2}{Z_{22}} = \frac{(\omega M)^2}{R_{22} + jX_{22}}$$

$$= \frac{(\omega M)^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} R_{22} + j \frac{-(\omega M)^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} X_{22}$$

$$Z_{f2} = \frac{(\omega M)^2}{Z_{11}} = \frac{(\omega M)^2}{R_{11} + jX_{11}}$$

$$= \frac{(\omega M)^2}{R_{11}^2 + X_{11}^2} R_{11} + j \frac{-(\omega M)^2}{R_{11}^2 + X_{11}^2} X_{11}$$

$$R_{f1} = \frac{(\omega M)^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} R_{22} \quad X_{f1} = \frac{-(\omega M)^2}{R_{22}^2 + X_{22}^2} X_{22}$$

$$R_{f2} = \frac{(\omega M)^2}{R_{11}^2 + X_{11}^2} R_{11} \quad X_{f2} = \frac{-(\omega M)^2}{R_{11}^2 + X_{11}^2} X_{11}$$

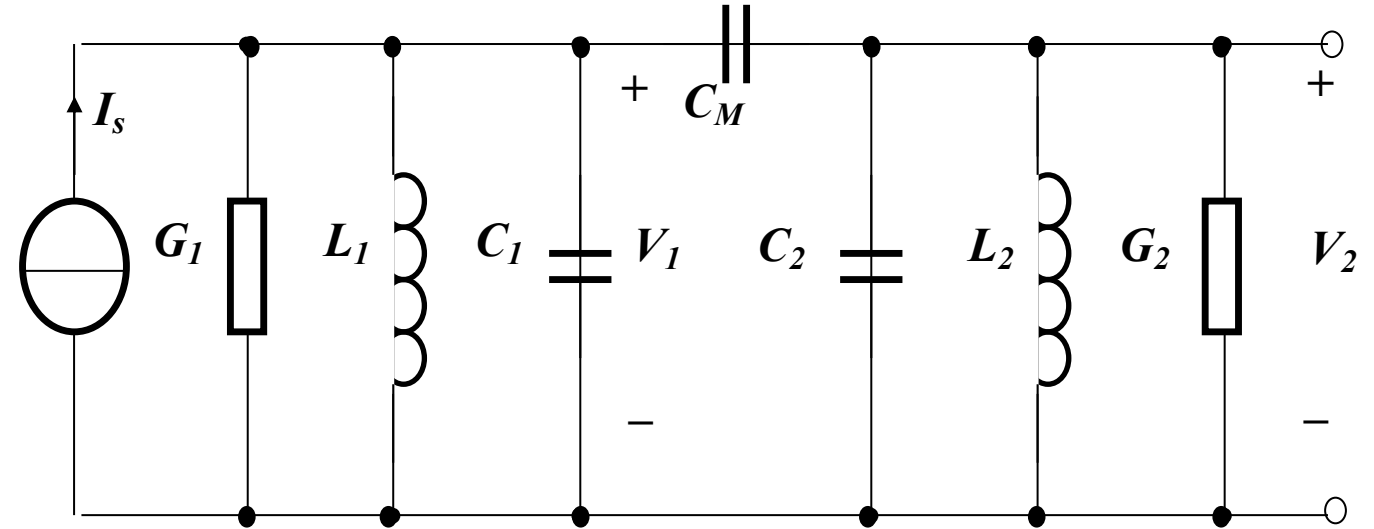
结论：

- ①反射电阻永远是正值；
- ②反射电抗的性质与原回路总电抗的性质总是相反；
- ③当初次级回路同时谐振 (即 $X_{11}=X_{22}=0$ )，反射阻抗 $Z_f=R_f$ ；
- ④ $M$ 的大小直接影响反射阻抗 $Z_f$ 。

## 2.4 耦合回路

### ➤ 2.4.2 耦合振荡回路的频率特性

图2.4.2 (b) 电容耦合并联型回路



为了简化分析，假定初次级回路参量相同，即

$$L_1 = L_2 = L \quad C_1 = C_2 = C \quad G_1 = G_2 = G \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega \quad Q_1 = Q_2 = Q \quad \xi_1 = \xi_2 = \xi$$

节点电流方程

$$\dot{I}_s = \dot{V}_1 G + \frac{\dot{V}_1}{j\omega L} + j\omega(C_1 + C_M)\dot{V}_1 - j\omega C_M \dot{V}_2 \quad 0 = \dot{V}_2 G + \frac{\dot{V}_2}{j\omega L} + j\omega(C_2 + C_M)\dot{V}_2 - j\omega C_M \dot{V}_1$$

## 2.4 耦合回路

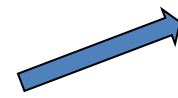
### ➤ 2.4.2 耦合振荡回路的频率特性

令  $C = C_1 + C_M = C_2 + C_M$  并引入  $\xi = Q\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)$

上式可得

$$\dot{I}_s = \dot{V}_1 G(1 + j\xi) - j\omega C_M \dot{V}_2$$

$$0 = \dot{V}_2 G(1 + j\xi) - j\omega C_M \dot{V}_1$$



$$\dot{V}_1 = \frac{G(1 + j\xi)}{j\omega C_M} \dot{V}_2$$

求解：

$$\dot{V}_2 = \frac{j\omega C_M \dot{I}_s}{G^2(1 + j\xi)^2 + \omega^2 C_M^2}$$

$$= \frac{j\omega C_M \dot{I}_s}{G^2(1 - \xi^2 + \frac{\omega^2 C_M^2}{G^2} + j2\xi)}$$

其幅值：

$$V_{2m} = \frac{\omega C_M I_{sm}}{G^2 \sqrt{(1 - \xi^2 + \frac{\omega^2 C_M^2}{G^2})^2 + 4\xi^2}} = \frac{\eta I_{sm}}{G \sqrt{(1 - \xi^2 + \eta^2)^2 + 4\xi^2}}$$

其中  $\eta = \frac{\omega C_M}{G}$  为耦合因数，它反映耦合程度。

## 2.4 耦合回路

### ➤ 2.4.2 耦合振荡回路的频率特性

$$V_{2m} = \frac{\omega C_M I_{sm}}{G^2 \sqrt{(1 - \xi^2 + \frac{\omega^2 C_M^2}{G^2})^2 + 4\xi^2}} = \frac{\eta I_{sm}}{G \sqrt{(1 - \xi^2 + \eta^2)^2 + 4\xi^2}}$$

利用微分求导，求极值可得  $\eta=1$ ， $\xi=0$  代入上式得：最大值  $V_{2\max} = \frac{I_{sm}}{2G}$

$V_2$  比  $V_{2\max}$  可得

整理得

$$\alpha = \frac{V_{2m}}{V_{2\max}} = \frac{2\eta}{\sqrt{(1 - \xi^2 + \eta^2)^2 + 4\xi^2}}$$

$$\alpha = \frac{V_{2m}}{V_{2\max}} = \frac{2\eta}{\sqrt{(1 + \eta^2)^2 + 2(1 - \eta^2)\xi^2 + \xi^4}}$$

若以  $\xi$  为变量， $\eta$  为参变量  $\alpha = f(\eta, \xi)$

## 2.4 耦合回路

### ➤ 2.4.2 耦合振荡回路的频率特性

$$\alpha = \frac{V_{2m}}{V_{2\max}} = \frac{2\eta}{\sqrt{(1+\eta^2)^2 + 2(1-\eta^2)\xi^2 + \xi^4}}$$

1. 当 $\eta=1$  即 $kQ=1$ 称为临界耦合,曲线是单峰 ,  
这就是**最佳耦合全谐振**

$$\alpha = \frac{2}{\sqrt{4 + \xi^4}}$$

2. 当 $\eta < 1$  即 $kQ < 1$  称弱耦合,曲线是单峰,  
其峰值为 :

$$\alpha = \frac{2\eta}{1 + \eta^2} < 1$$

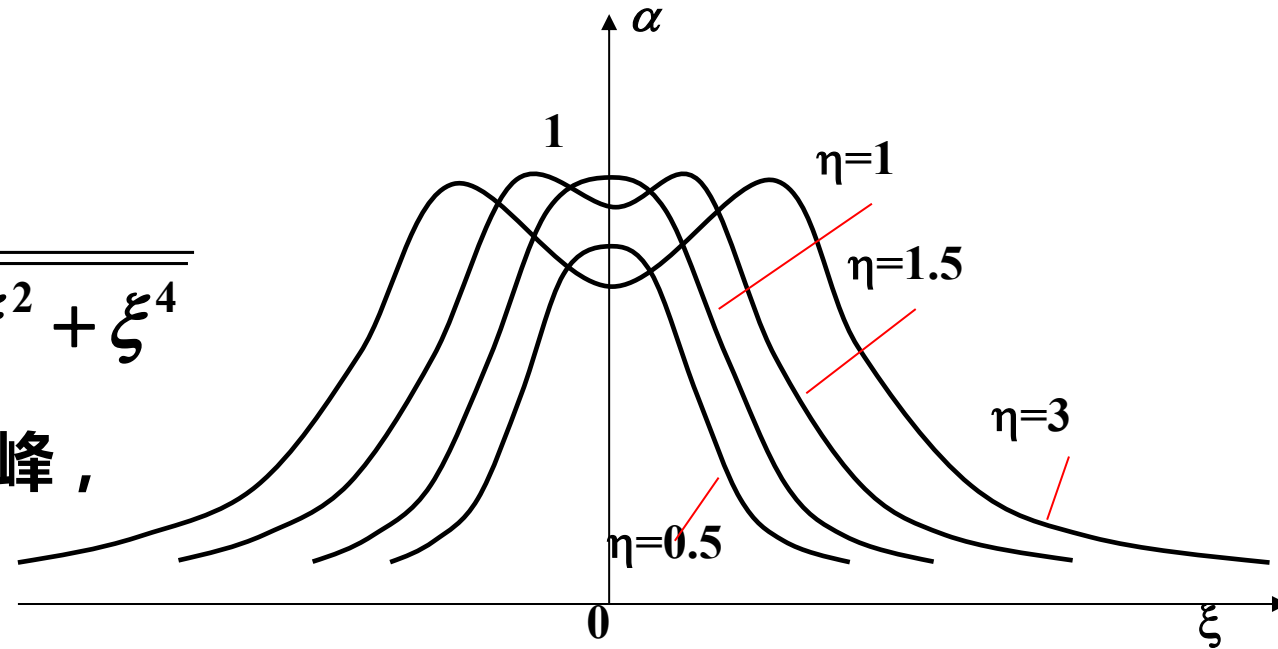


图2.4-7

3. 当 $\eta > 1$  即 $kQ > 1$  称强耦合,曲线是双峰。





## 本章小结

1. 掌握**串、并联谐振回路**的**基本原理**
2. 掌握**串、并联谐振回路**的**谐振特性**
3. 掌握**频率选择性、通频带、幅频特性、相频特性**的分析方法
4. 掌握**电感抽头式、电容抽头式、变压器**实现**阻抗变换**的基本原理
5. 理解**耦合回路**和**耦合振荡器**的分析方法和**频率特性**



*Thank You !*

*Q & A*