

Đề bài:

## Ví dụ 2

- Khảo sát độ phức tạp dựa trên số phép gán và so sánh trong thuật toán sau đây:

```
sum = 0
i = 1
while i ≤ n do
    j = n - i * i
    αi lần while j ≤ i * i do
        sum = sum + i * j
        j = j + 1
    endw
    i = i + 1
endw
```

Điều kiện cần để chạy vòng lặp con là:

$$\begin{aligned} j &\leq i^2 \\ n - i^2 &\leq i^2 \\ n &\leq 2i^2 \\ \frac{n}{2} &\leq i^2 \\ \left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor &\leq i \end{aligned}$$

- Xét:  $i \in [1, \left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor]$

Số lần thực thi là 0

Số phép so sánh và gán trong 1 lần là lặp là 0 phép gán và 1 phép so sánh

$$G_1(n) = 2 + \sum_{i=1}^{\left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor} [1 + 0 + 1] = 2 + 2 * \left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor$$

$$SS_1(n) = 1 + \sum_{i=1}^{\left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor} [1] = 1 + \left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor$$

- Xét:  $i \in \left[ \left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor + 1, n \right]$

Số lần thực thi:  $2i^2 - n + 1$

Số phép so sánh và gán trong 1 lần là lặp là 2 phép gán và 1 phép so sánh

$$\begin{aligned} G_2(n) &= \sum_{i=\left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor + 1}^n [1 + 1 + 2(2i^2 - n + 1)] \\ &= \sum_{i=\left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor + 1}^n [4i^2 - 2n + 4] \\ &= \sum_{i=\left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor + 1}^n [2(2i^2 - n + 2)] \\ SS_2(n) &= \sum_{i=\left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor + 1}^n [2i^2 - n + 1 + 1] \end{aligned}$$

Vậy

$$\begin{aligned} G(n) &= G_1(n) + G_2(n) \\ G(n) &= 2 + 2 * \left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor + \sum_{i=\left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor + 1}^n [2(2i^2 - n + 2)] \end{aligned}$$

Và

$$\begin{aligned} SS(n) &= SS_1(n) + SS_2(n) \\ SS(n) &= 1 + \left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor + \sum_{i=\left\lfloor \sqrt{\frac{n}{2}} \right\rfloor + 1}^n [2i^2 - n + 2] \end{aligned}$$