



MAM4

EDP1

2025-26

TD 3 - Stabilité (1/2)

Exercice 1

Étudier la stabilité au sens de Von Neumann du θ -schéma, $\theta \in [0, 1]$, avec coefficient de diffusion $\nu > 0$:

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - (1 - \theta)\nu \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} - \theta\nu \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{\Delta x^2} = 0.$$

Exercice 2

Étudier la stabilité au sens de Von Neumann du schéma de Crank-Nicolson ci-dessous, avec vitesse d'advection V :

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + V \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{4\Delta x} + V \frac{u_{j+1}^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{4\Delta x} = 0.$$

⇒ Exercice 3

3.1

Étudier la stabilité au sens de Von Neumann du schéma Leapfrog (avec $\nu > 0$) :

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t} - \nu \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} = 0.$$

3.2

Étudier la stabilité au sens de Von Neumann du schéma de Du Fort-Frankel :

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t} - \nu \frac{u_{j+1}^n - u_j^{n+1} - u_j^{n-1} + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} = 0.$$