

MAM4

EDP1

2025-26

TD 5 - Ondes

Exercice 1

Étudier la stabilité au sens de Von Neumann du θ -schéma ci-dessous, $\theta \in [0, 1/2]$:

$$\frac{u_j^{n+1} - 2u_j^n + u_j^{n-1}}{\Delta t^2} - \theta \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{\Delta x^2} - (1 - 2\theta) \frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{\Delta x^2} - \theta \frac{u_{j+1}^{n-1} - 2u_j^{n-1} + u_j^n}{\Delta x^2}$$

Exercice 2

Étudier la stabilité au sens de Von Neumann du schéma vectoriel de Lax-Friedrichs ci-dessous, où A est une matrice que l'on précisera :

$$\frac{2U_j^{n+1} - U_{j+1}^n - U_{j-1}^n}{2\Delta t} + A \frac{U_{j+1}^n - U_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0.$$

Exercice 3

Étudier la stabilité au sens de Von Neumann du schéma vectoriel de Lax-Wendroff ci-dessous :

$$\frac{2U_j^{n+1} - U_{j+1}^n - U_{j-1}^n}{2\Delta t} + A \frac{U_{j+1}^n - U_{j-1}^n}{2\Delta x} + A^2 \Delta t \frac{U_{j+1}^n - 2U_j^n + U_{j-1}^n}{2\Delta x^2} = 0.$$