NEGRE Philippe

YOUSSEF Alan

MAM 4

2020/2021

RAPPORT DE PROJET EDP : simulation numérique de la température dans une pièce

N.B : dans tous nos plots, on a pris une discrétisation avec n = 50.

I. Partie I : équation de la chaleur stationnaire

Dans cette partie nous allons modéliser la température d'une pièce en utilisant l'équation de chaleur stationnaire (équation de Poisson). Nous allons prendre en compte 2 conditions initiales physique :

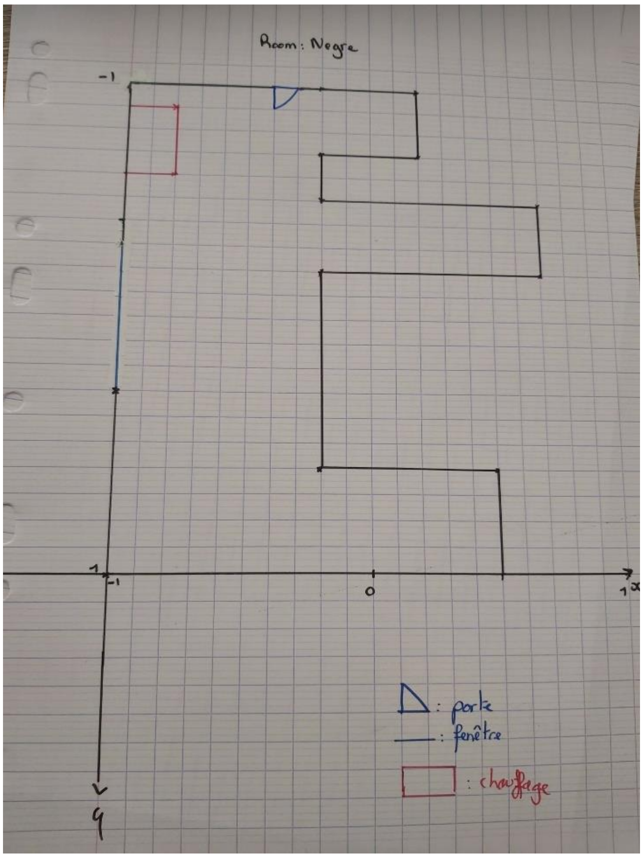
- Des murs parfaitement isolants, ce qui implique des conditions aux limites de Neumann homogènes
- La fenêtre et la porte sans aucune isolation, ce qui implique des conditions de Dirichlet non homogènes, et donc de ce fait une paramétrisation de leur température.

On va se proposer de réaliser différents tests, pour savoir si suivant la saison, la géométrie de la chambre ainsi que ses spécificités (emplacements chauffages, fenêtres, porte) est adéquate ou non.

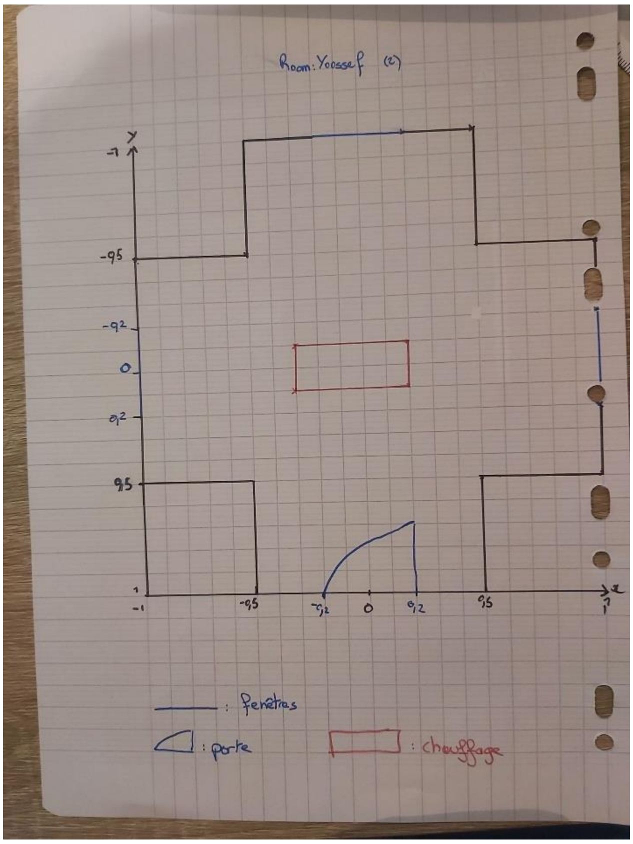
De plus on a essayé de prendre 2 pièces totalement différentes. En effet, on en voulait une où le(s) chauffage(s) seraient bien placés, et une autre où cela serait tout le contraire.

- Voici nos deux pièces :

Pièce de NEGRE Philippe (1) :

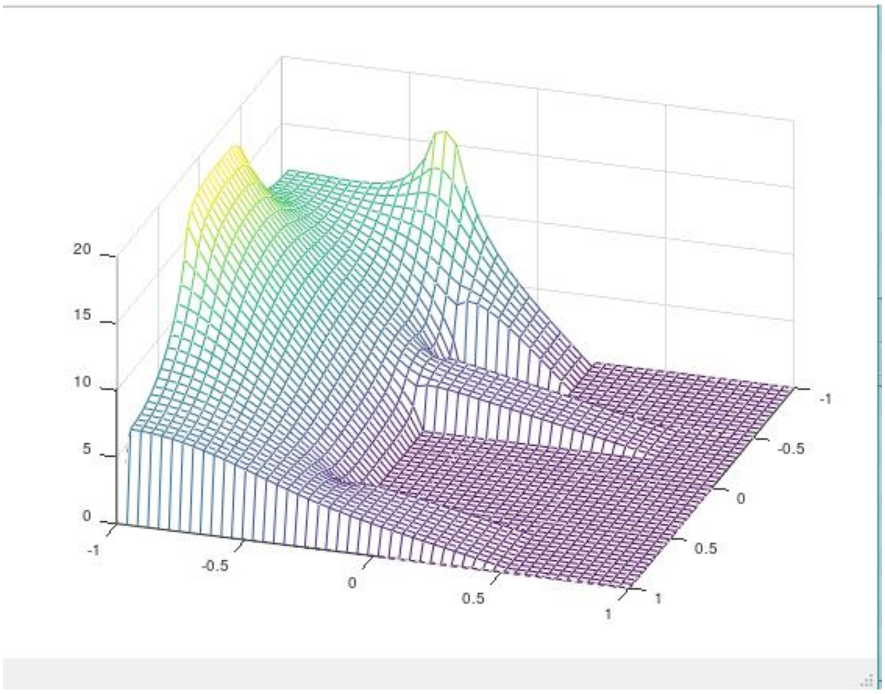


Pièce de YOUSSEF Alan (2) :



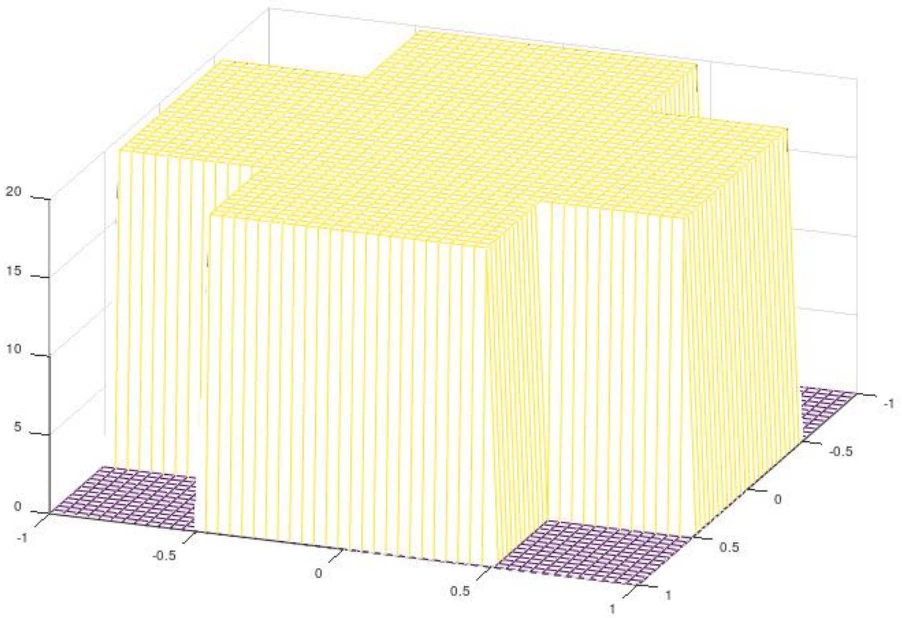
- 1er test : en été, donc ht (= radiateur) = 0°C, portes et fenêtres à 20° , donc dt = wt = 20°C.

  Graphe 1 :



On remarque qu'en été, la température n'est pas homogène dans la pièce mais en cas de forte chaleurs, des endroits de la pièce resteront au frais, du fait que le radiateur et la fenêtre soit concentrés dans un même espace.

Graphe 2 :

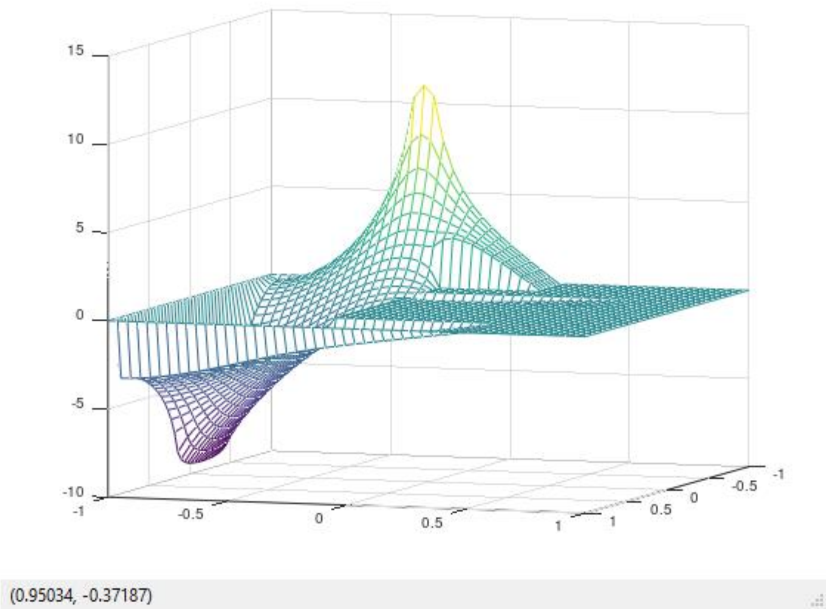


Comparé à la disposition de la chambre (1), ici l'on peut voir que la température se diffuse de manière homogène.

Conclusion 1 : entre les 2 pièces, sur cette configuration, la pièce 2 est la mieux agencée !

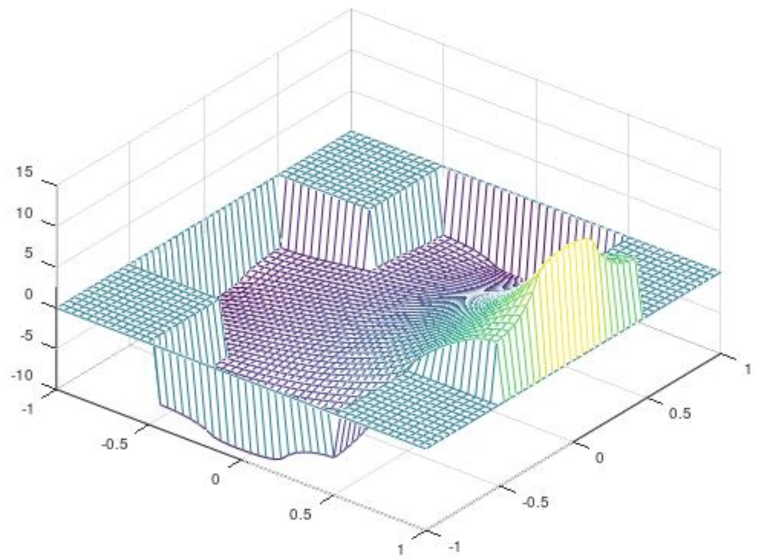
- 2ème test : en hiver mais sans chauffage, avec wt = -10°C et dt = 15°C

Graphe 1 :



On remarque que la température est globalement homogènement froide (0), mais qu'elle est encore plus froide au niveau de la fenêtre du fait des conditions de Dirichlet non-homogène, c'est-à-dire un manque d'isolation de celle-ci. Et comme dehors la température est négative, de ce fait dans une région proche de la fenêtre, la température tend à être la même que celle de dehors.

Graphe 2 :

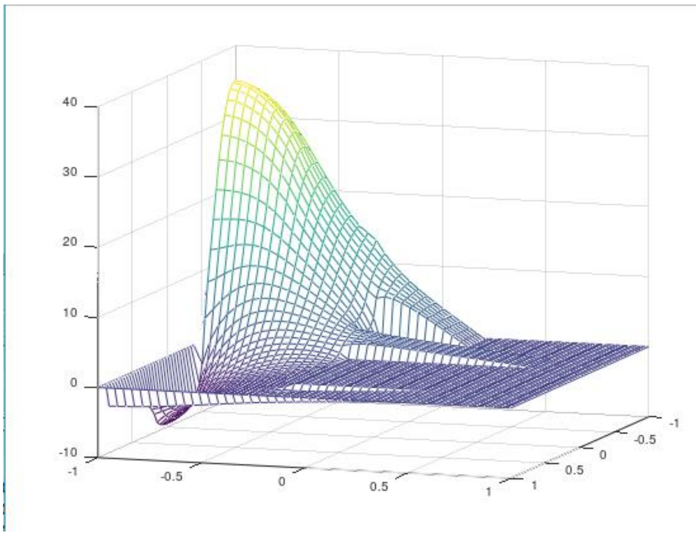


La pièce comportant 3 fenêtres et celles-ci étant non isolées (conditions de Dirichlet non-homogènes) et la température extérieure étant de -10 sans chauffage, il est normal d'obtenir un résultat tel que celui-ci. On observera tout de même un « point de chaleur » décroissant au niveau de la porte.

Conclusion 2 : De part la configuration des 2 pièces et de leurs spécificités, il est compliqué de dire si l'une ou l'autre est la meilleure. Donc ici elles sont équivalentes : mieux vaut ne pas y habiter par ces conditions météorologiques.

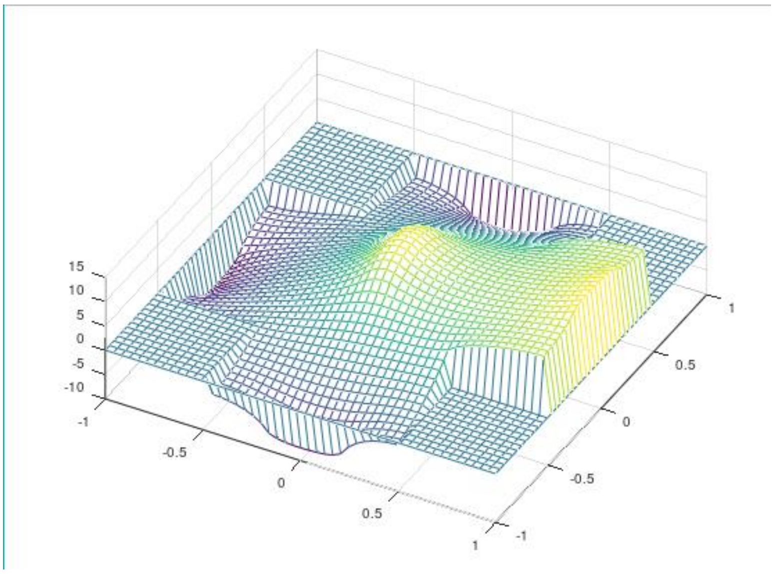
- $3^{ème}$ test : le même que précédemment sauf que cette fois-ci on allume le chauffage à fond (ht = 500) .

Graphe 1 :



En ajoutant le chauffage même à fond, on remarque assez facilement que la position du chauffage très mal située. Seulement la partie de la pièce où le chauffage se trouve est chauffée, mais comme c'est dans la zone aussi de la fenêtre, cette température-là ne serait même pas confortable. Quand au reste de la pièce, le problème reste inchangé : il fait toujours aussi froid dans la pièce, et par une température extérieure de -10, sans isolation des fenêtres, ce n'est pas vivable.

Graphe 2 :



On remarque que comme le chauffage est placé au centre de la pièce, il y a un point de chaleur central comparé au test précédent. Mais cet ajout de chauffage, ne résout pas le souci de la non isolation des fenêtres et de ce fait, la température très froide qu'il y fait aux alentours.

Conclusion 3 : Au regard des 2 graphes, on voit assez nettement que la disposition de la chambre 2 est bien meilleure du fait du placement du chauffage au centre de la pièce. La chambre 1 a un énorme pic de chaleur à un endroit et le reste est complètement froid tandis que la chambre 2, une zone plus grande (porte + chauffage) reste à une température « correcte » mais certes pas très chaude du fait des 3 fenêtres.

Conclusion générale partie 1 : la position du chauffage est grandement à revoir pour la chambre 1 ! De plus, l'ajout d'un second chauffage ne serait pas une mauvaise idée. Tandis que dans la chambre 2 le chauffage est plutôt bien placé, mais qu'il serait peut-être utile d'enlever 1 voire 2 fenêtres.

II. <u>Partie 2 : simulation instationnaire</u>

Dans cette partie, nous n'allons plus faire une étude en stationnaire mais une étude instationnaire. C'est-à-dire qu'en rajoutant une boucle de temps, nous allons pouvoir voir comment la chaleur se diffuse dans la pièce, plutôt que de voir directement quel est la « répartition moyenne » de la chaleur comme dans la partie 1.

De ce fait nous sommes repartis du code de la partie 1 et comme dis précédemment nous avons ajouté une boucle de dépendance temporelle. Nous avons aussi implémenté 2 méthodes numériques (Euler implicite et explicite). On se proposera à la fin de comparer les 2 méthodes (que cela soit en termes de stabilité ou de temps de calcul) pour essayer de proposer quelle est la meilleure de manière générale ou bien si une convient mieux à une chambre qu'une autre.

Pour nous aider dans ces comparaisons, nous allons faire des simulations avec les cas test suivant pour la chambre 2, avec pour chaque cas test alpha = 0.5 et nu = 1 :

A - chambre initialement froide (en hiver), avec un radiateur qui chauffe progressivement jusqu'à atteindre la température de consigne « ht ».

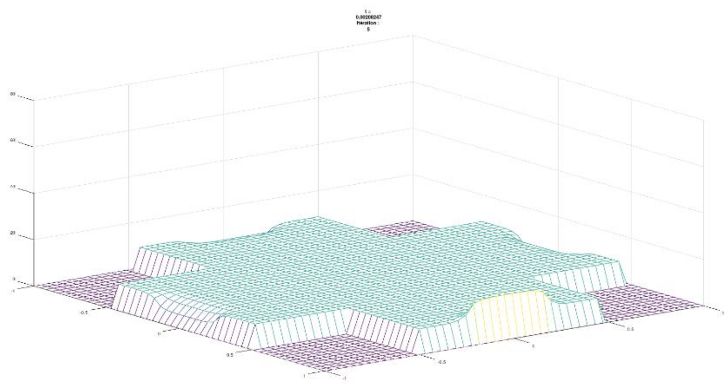
B - chambre initialement très chaude (en été), avec un climatiseur qui refroidit progressivement jusqu'à la température de consigne « ht ».

C- chambre initialement froide avec une source de chaleur à température constante (quel que soit t). Ce cas n'est pas réalisable dans la réalité car la source de chaleur ne peut atteindre immédiatement une certaine température de consigne du fait de l'inertie thermique (mais on va considérer que la source est très performante pour notre simulation)

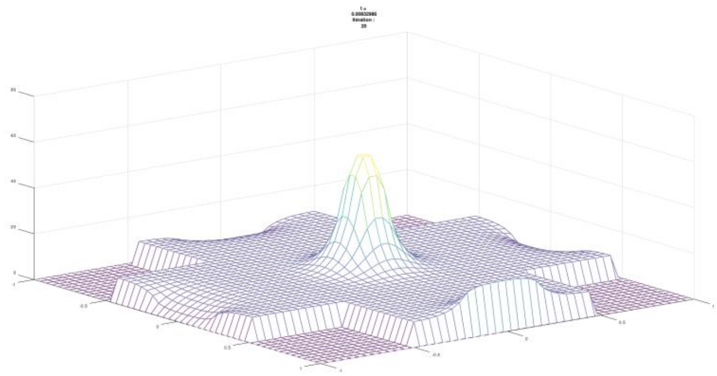
<u>Cas test A :</u> Pour cette première simulation, nous avons ces paramètres :

```
% ---- VARIABLES ----
  ht = 70
  dt = 25
  wt = 0
  n = 50
  iteration =  1000
  ini = 10
  methode = 0
  test = 1
```

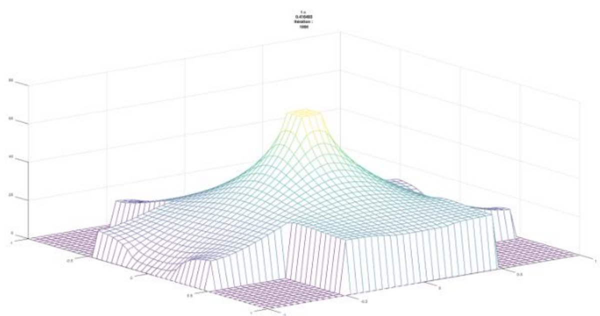
```
%ht  temperature du chauffage
%dt  temperature de la porte d'entree
%wt  temperature de la fenetre
%n   nombre de points de discretisation
%iteration nombre d'iteration dans la boucle temporelle
%ini température initiale dans l'ensemble de la pièce (temperature homogène)
%methode type de methode utilisée : explicite = 0 / implicite = 1
%test fonction du radiateur : 0 = eteint, 1 = chauffage progressif, 2 = climatiseur , 3 = chauffage constant
```



: au début de la simulation



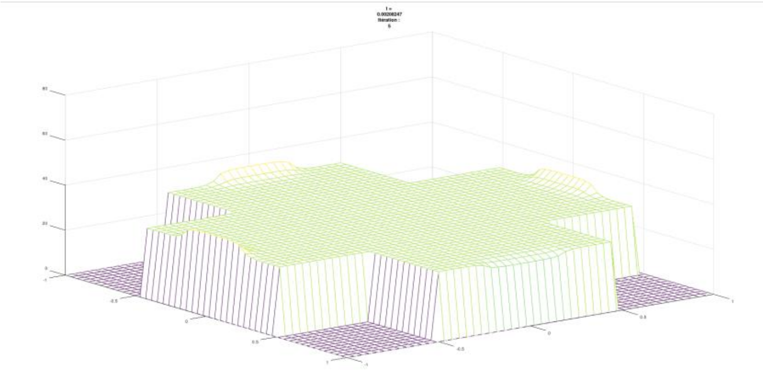
: au milieu de la simulation



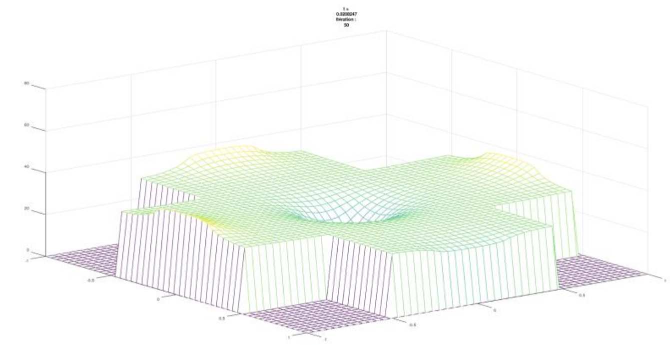
: à la fin de la simulation

Cas test B : Pour cette seconde simulation, nous avons ces paramètres :

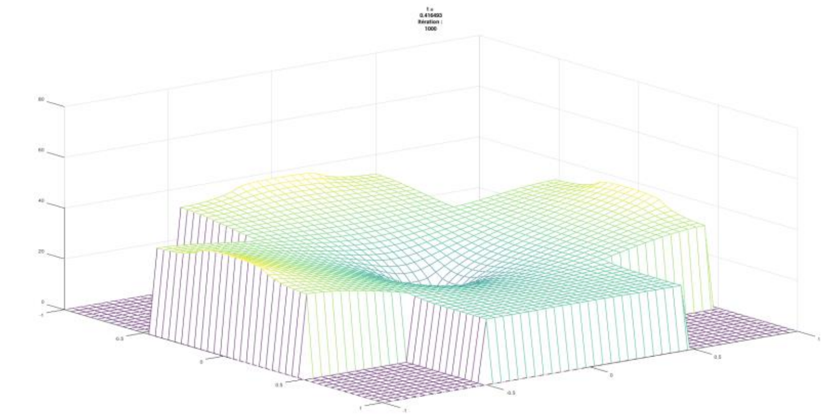
```
% ---- VARIABLES ----
  ht = 10
  dt = 25
  wt = 40
  n = 50
  iteration =  1000
  ini = 30
  methode = 0
  test = 2
```



: au début de la simulation



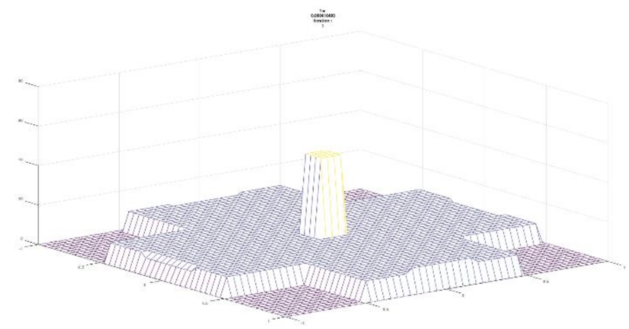
: au milieu de la simulation



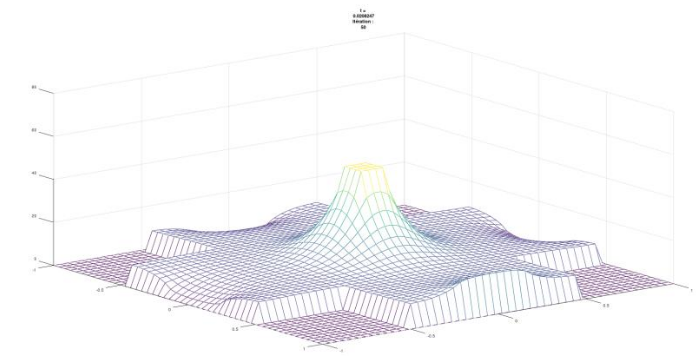
: à la fin de la simulation

Cas test C : Pour cette 3ème simulation, nous avons ces paramètres :

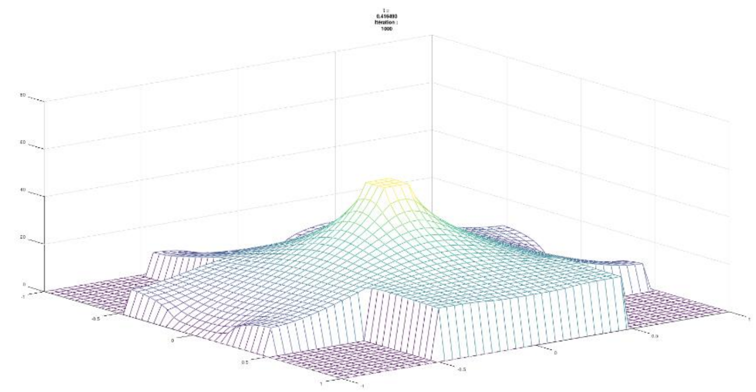
```
% ---- VARIABLES ----
  ht = 50
  dt = 20
  wt = 0
  n = 50
  iteration =  1000
  ini = 10
  methode = 0
  test = 3
```



: au début de la simulation



: au milieu de la simulation



: à la fin de la simulation

Comparaison entre Euler explicite et implicite en termes de temps de calcul (pour 1000 itérations):

	CAS TEST A	CAS TEST B	CAS TEST C
Euler explicite	0.25916 s	0.274593 s	1.46075 s

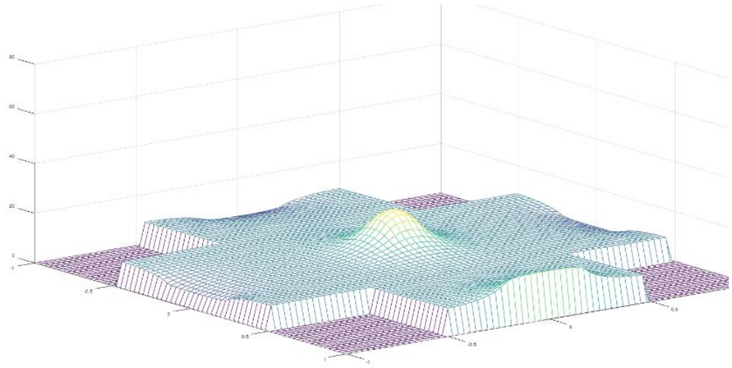
Euler implicite	1.99066 s	2.00931 s	3.12095 s

En analysant ces données, on remarque bien que les simulations via le schéma d'Euler implicite sont plus chronophages, et cela n'est pas étonnant. En effet, dans ce dernier on doit résoudre un système linéaire, ce qui n'est pas le cas pour Euler explicite.

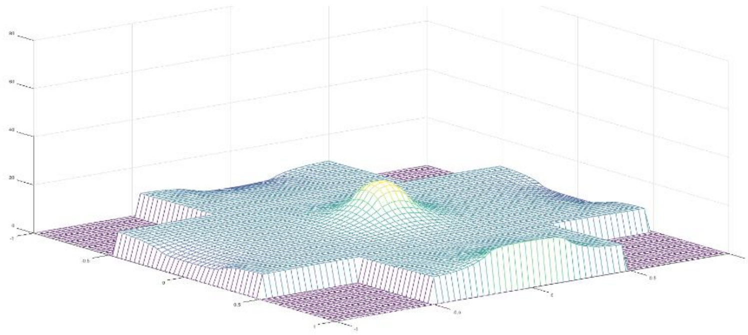
<u>Comparaison de la stabilité entre Euler explicite et implicite (pour 1000 itérations):</u>

Pour comparer ces 2 méthodes, on se propose de fixer un cas Test (ici le A) et de fixer nu (=1), ce qui n'affectera pas la stabilité. Nous allons donc faire varier alpha (le CFL).

1er cas : alpha = 0.5 :

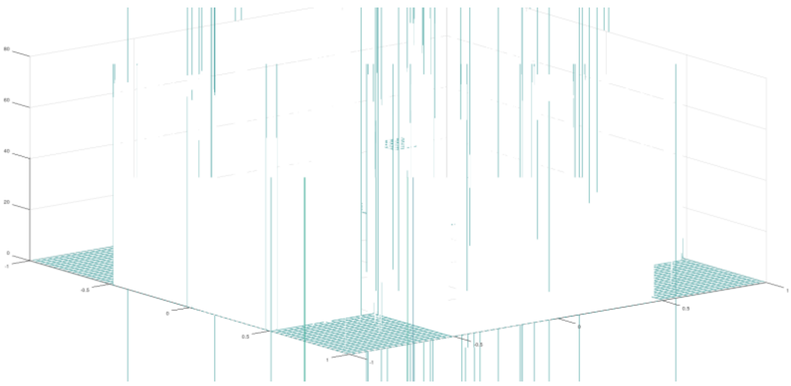


: schéma explicite

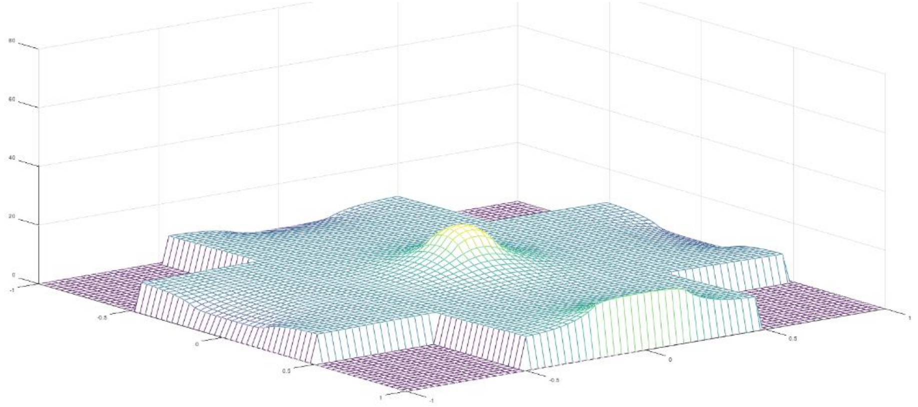


: schéma implicite

2ème cas : alpha = 0.6 :



: explicite : la solution explose

 : implicite

Ce que l’on peut conclure de ce test de stabilité, c’est que comme marqué dans le cours, le schéma explicite est stable pour tout alpha <= 0.5 et instable dans le cas contraire ; tandis que le schéma implicite est inconditionnellement stable, peu importe la valeur de alpha.

Conclusion générale partie 2 :

Pour choisir si on veut utiliser une méthode implicite ou explicite, on doit savoir précisément quelle paramétrisation on va faire. En effet, la méthode explicite d’Euler est beaucoup plus rapide que celle implicite, mais son gros défaut c’est qu’elle est instable pour alpha> 0.5. Tandis que l’implicite est plus longue (du fait de la résolution du système linéaire) mais inconditionnellement stable.

Remarques :

- On a pris la liberté de modifier directement la valeur de u(heat) (le vecteur comportant les valeurs des points où se trouve le radiateur) en considérant que celui-ci a une température homogène à partir d’un certain seuil (que nous avons défini dans le code).

- En réalisant ce projet on a fait nos calculs en posant nu = 1 m^2/s par défaut. Mais nu, qui correspond à la diffusivité thermique, en réalité vaut 1,9e-5 m^2/s pour l’air (source : Wikipedia). Lorsque l’on entre cette valeur (pour des soucis de réalisme), on remarque que la diffusion de la chaleur dans nos chambres est beaucoup plus lente (De l’ordre de 10e-1 secondes contre 10e3 secondes pour que la solution se stabilise). La chaleur dans une pièce ne se stabilise pas en quelque secondes comme dans la réalité.

- On aurait pu utiliser la décomposition LU de notre matrice A avant la boucle puis utiliser la fonction « \ » pour résoudre des systèmes linéaires pour la méthode implicite à chaque passage dans la boucle temporelle afin d’optimiser le programme.

<u>Conclusion générale du projet :</u>

Ce projet nous aura été très instructif pour 2 raisons : la première étant la mise en pratique de tous ce qu’on a fait en cours de manière théorique, et donc ça nous a donné un aspect concret de « pourquoi on fait ça ». La seconde étant la manipulation du logiciel Octave ainsi que la réflexion pour implémenter les méthodes de instationnaires.