

Q₁ : Quelle est la condition de stabilité de schéma en 2d .

Q₂ : Quelle est la valeur maximale du nombre de C_{FL} dans le cas implicite !

Q₃ : Avec le schéma explicite on converge plus lentement mais que peut-on dire de la précision si on fait de

Equations aux dérivées partielles l'implicite sera pas mal

Rapport de projet

2020/2021

et comment on peut améliorer!

Sommaire :

- I- Partie 1
- II- Partie 2
- III- Conclusion

Q. méthode des diff finies

Présentation du problème : Durant ce projet, on cherche à estimer la température d'une chambre en utilisant les méthodes explicites et implicites d'Euler. Ce projet nous permettra de bien comprendre les notions apprises en cours tel que la méthode des différences finies.

I- Partie 1 :

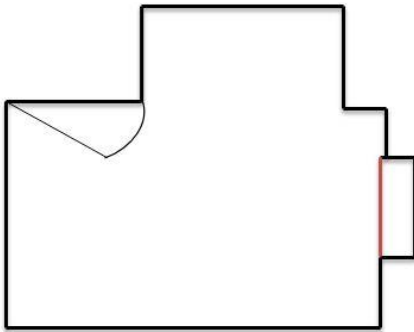
Durant notre projet, on a choisi de travailler avec ces deux chambres :

Code pour la 1^{ère} chambre :

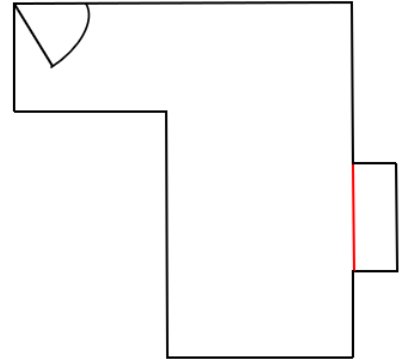
first_room.m

Code pour la 2^{ème} chambre :

second_room.m

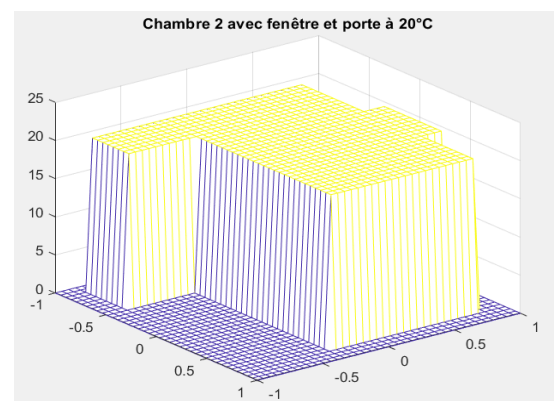
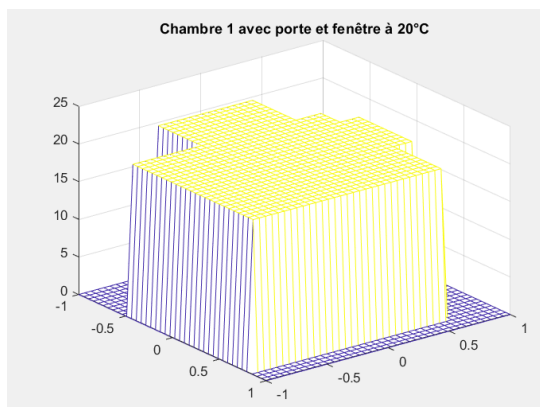


Chambre 1



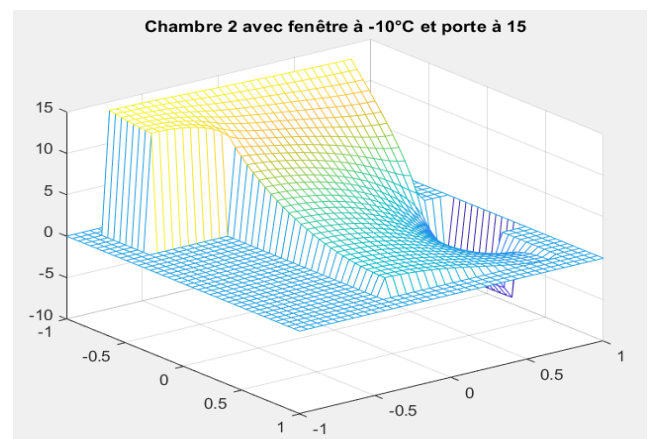
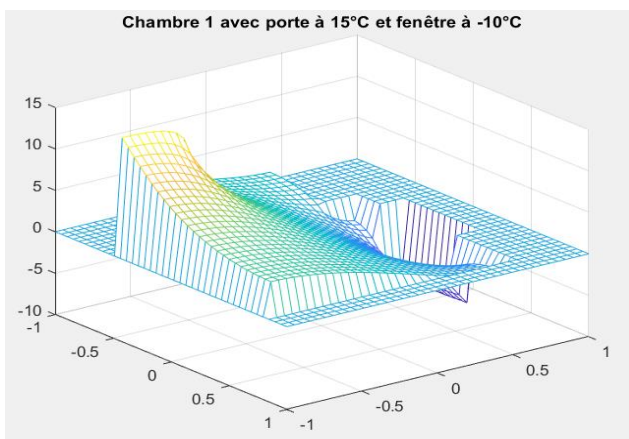
Chambre 2

1-Calculer la température ambiante en été, lorsque les portes et les fenêtres sont à 20°C. Quel résultat observez-vous ?



Pour les deux chambres, on remarque que la température est la même partout. Elle est égale à 20°C. C'est la température de la porte et de la fenêtre.

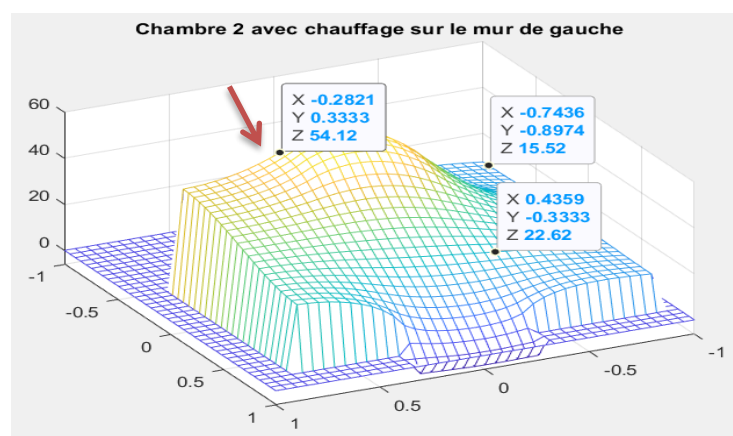
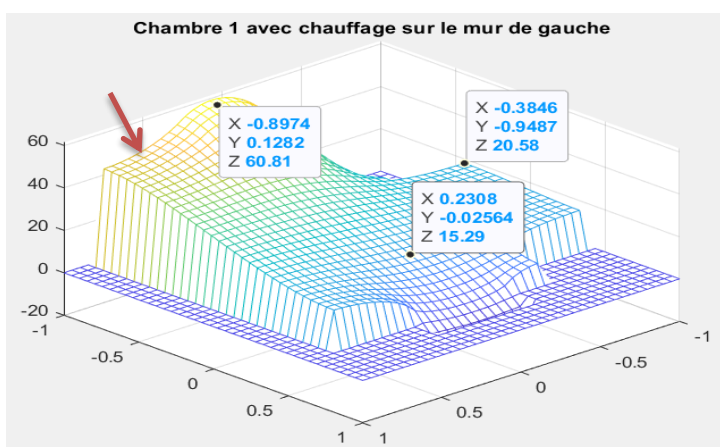
2- Calculer la température ambiante en hiver, sans chauffage, par une froide journée d'hiver avec -10°C à l'extérieur, et les portes à une température de 15°C.



En absence du chauffage, les deux chambres sont froides. La température varie entre 14°C à côté de la porte et -4°C au niveau de la fenêtre à l'intérieur de la chambre. Il existe une légère variation de température entre les chambres.

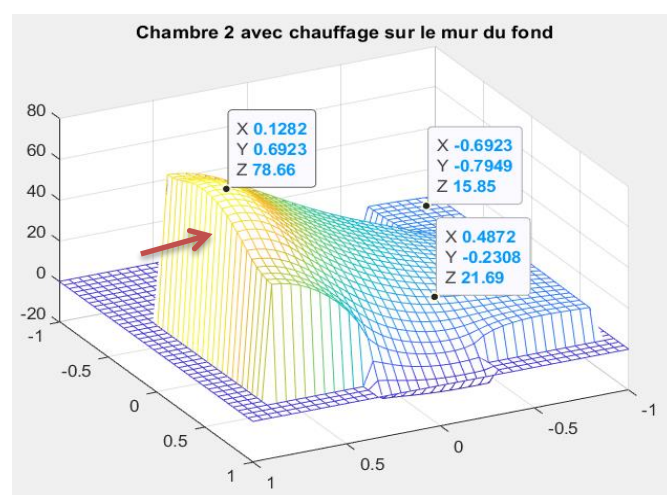
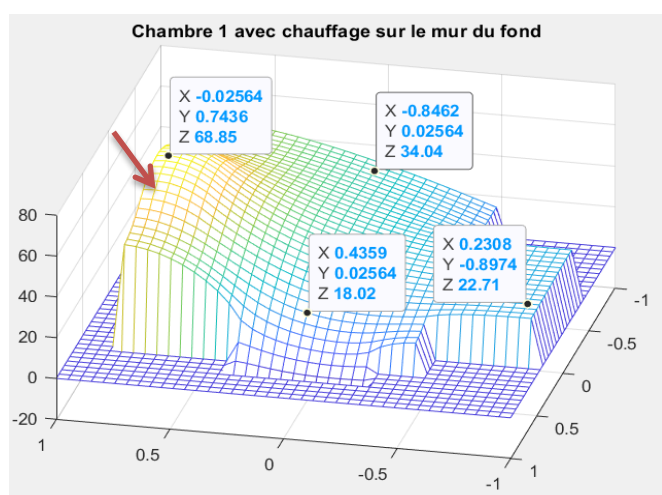
3-Faites de même maintenant avec le radiateur allumé afin que la température soit confortable.
Vos appareils de chauffage sont-ils bien placés?

1^{er} cas :



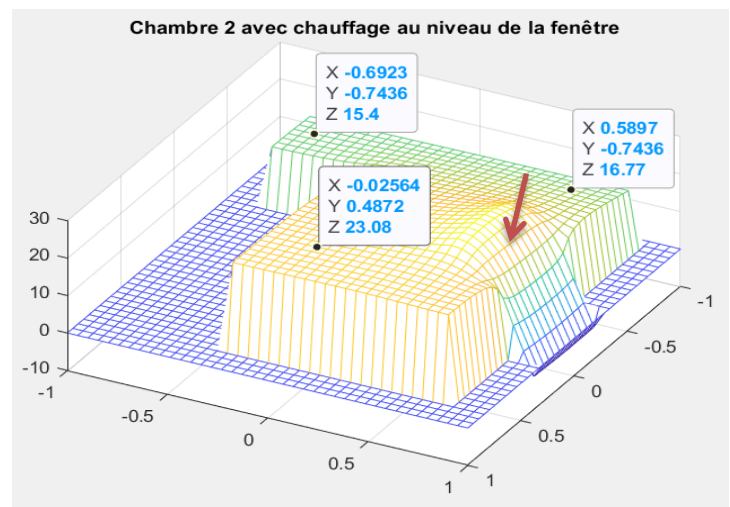
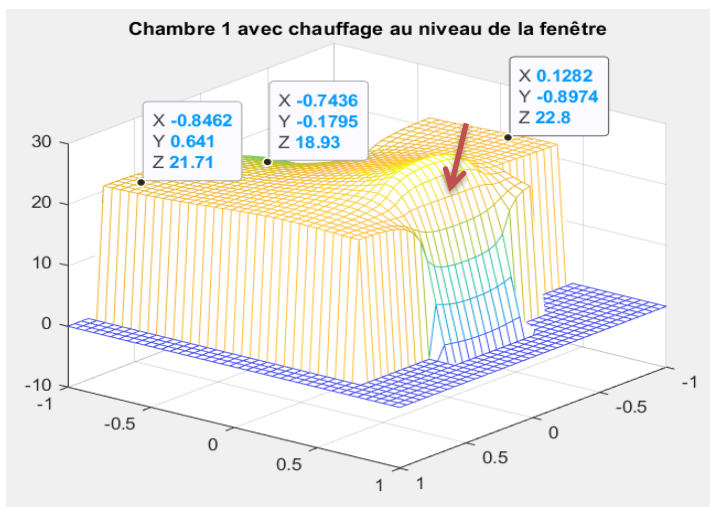
En plaçant le chauffage sur le mur opposé à la fenêtre, la température varie entre 15,01°C au niveau de la fenêtre et 60,81°C au niveau du chauffage pour la chambre 1, de même pour la 2^{ème} chambre. La répartition de la température est complètement inégale : On a une partie très chaude et une partie très froide. Ce sont donc des conditions inconfortables. En effet, la partie la plus froide dans la chambre est la zone où se trouve la fenêtre. La partie la plus chaude est la zone où se trouve le chauffage. Il faut donc trouver une autre position qui permet d'avoir plus ou moins la même température dans toute la chambre.

2^{ème} cas :



La température dans les deux chambres varie entre 18°C et 78°C. Par rapport au positionnement précédent du chauffage (sur le mur de gauche), l'avoir positionnée sur le mur du fond a permis de gagner quelques degrés au niveau de la fenêtre. En effet, le chauffage est plus proche de la fenêtre que précédemment. Mais toutefois, on rencontre le même problème précédent à savoir une répartition inégale de la température dans la chambre.

3^{ème} cas :



Dans cette simulation, on positionne le chauffage au niveau de la fenêtre. On peut voir directement que la température est répartie équitablement dans la pièce, avec une légère baisse au niveau de la porte (car la température au niveau de la porte était de 15°C, elle a augmenté sans atteindre la température du reste de la pièce). On considère donc que c'est le meilleur positionnement possible de notre chauffage. Ce résultat s'explique par le fait que la chaleur dégagée par le chauffage compense la faible température au niveau de la fenêtre, donc la chaleur diffusée dans l'ensemble de la chambre permet d'avoir une température confortable (en moyenne 22°C).

first_room.m simule la température ambiante dans ce cas de figure ou le chauffage est au niveau de la fenêtre et est allumé.

Dans cette simulation, on positionne le chauffage au niveau de la fenêtre. On peut voir directement que la température est répartie équitablement dans une grande partie de la pièce. En effet, le « couloir » en face de la porte est plus froid que le reste de la chambre. Pour régler ce problème, on peut par exemple ajouter un 2^{ème} chauffage suffisamment petit pour ne pas surchauffer cette partie de la pièce.

second_room.m simule la température ambiante dans ce cas de figure ou le chauffage est au niveau de la fenêtre et est allumé.

II- Partie 2 :

On travaille sur la 1^{ère} chambre en plaçant le chauffage / climatiseur au niveau de la fenêtre.

1-Votre chambre est initialement froide car vous êtes partis en vacances au ski. Simuler le chauffage progressif une fois que le radiateur est allumé à votre retour.

- Schéma explicite : Dans cette simulation, on a choisi les inputs suivants :
 - Température extérieure et de la fenêtre : -15°C
 - Température de la porte : 15°C
 - Valeur du chauffage : 600

Le code effectuant cette simulation est dans le fichier Partie2_chauffage.m (décommentez/commentez dans la boucle while pour utiliser le schéma explicite/implicite).

Dans ce cas, on veut atteindre une température idéale égale à environ 20°C à l'intérieur de la chambre. Cette température idéale est modélisée par la moyenne de toutes les températures dans les différentes zones de la pièce. Comme le schéma explicite est conditionnellement stable, on fixe le pas de temps Δt à $\frac{CFL * dx^2}{2 * \mu} \approx 6,6 * 10^{-4}$.

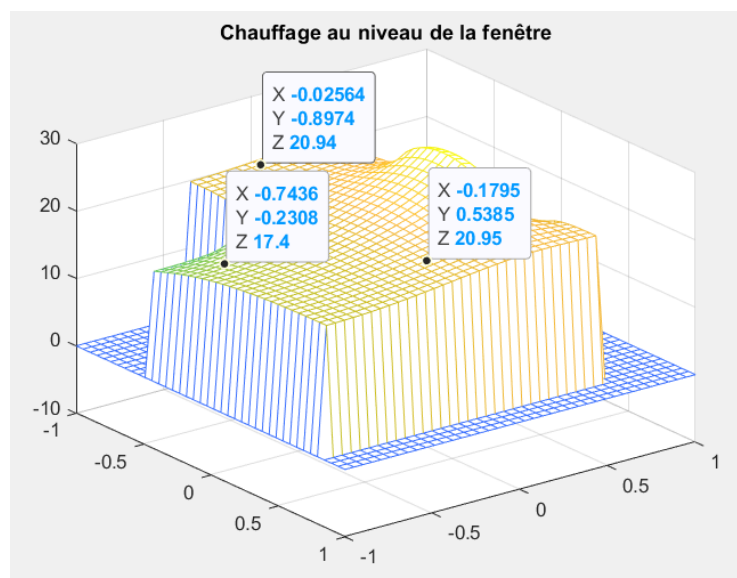
Nous choisissons 0.5 pour la CFL, celle-ci doit être entre 0 et 0.5 pour que le schéma explicite soit stable. Cette valeur de la CFL nous permet d'avoir une simulation plus rapide.

Concernant, la condition initiale u_0 , qui représente la température de la pièce à $t=0$, on l'a modélisée par le vecteur de dimension $(N \times 1)$ et tous les coefficients sont égaux à 10 sauf aux indices de la porte et de la fenêtre.

N = nombre d'éléments non nuls dans la grille G représentant la chambre.

Après 2123 itérations et un temps d'exécution de 87 secondes, on arrive à atteindre la température souhaitée.

- Schéma implicite : Dans cette simulation, on a choisi les mêmes inputs. On souhaite atteindre la même température que dans le cas explicite. Nous gardons le même pas de temps pour pouvoir comparer correctement les deux schémas. Après 2125 itérations et un temps d'exécution de 112 secondes, on arrive à atteindre la température souhaitée.



Résultat du chauffage de la pièce

2-en plein été, la température extérieure est très élevée et vous mettez le radiateur en mode "clim". Combien de temps il vous faut pour atteindre la température "idéale"?

- **Schéma implicite :** Dans cette simulation, on a choisi les inputs suivant :

-Température extérieure et de la fenêtre : 38°C

-Température de la porte : 22°C

-Valeur du chauffage : -200

Le code effectuant cette simulation est dans le fichier Partie2_climatiseur.m

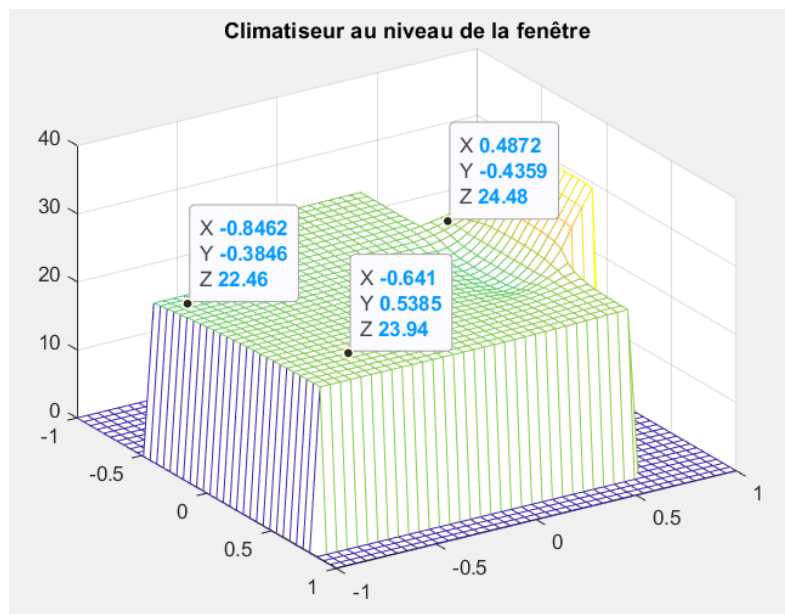
(décommentez/commentez dans la boucle while pour utiliser le schéma explicite/implicite).

La condition initiale u_0 , qui représente la température de la pièce à $t=0$, est modélisée par le vecteur de dimension $(N \times 1)$ et tous les coefficients sont égaux à 29 sauf aux indices de la porte et de la fenêtre.

Dans ce cas, on veut atteindre une température idéale égale à environ 24°C à l'intérieur de la chambre. Après 2040 itérations et un temps d'exécutions de 112 secondes, on arrive à atteindre la température souhaitée.

- **Schéma explicite :** On choisit les mêmes inputs que précédemment.

Après 2038 itérations et un temps d'exécutions de 81 secondes, on arrive à atteindre la température souhaitée.



Résultat de la climatisation de la pièce

⇒ Comparaison :

On remarque que notre pièce atteint la température souhaitée, pour les deux cas, plus rapidement avec le schéma explicite que le schéma implicite. En effet, le schéma implicite résout un système avec N inconnues à chaque itération alors que le schéma explicite effectue de simples additions et multiplications matricielles. Pour le chauffage il y a 25 secondes de différence contre 35 secondes pour la climatisation. Ces différences s'expliquent par un temps de calcul plus long du processeur pour le schéma implicite que le schéma explicite. Mais les deux schémas sont stables. Au bout d'un grand nombre d'itérations, chacune des solutions approchées converge vers la solution exacte (solution de l'équation de la chaleur stationnaire).

pas maie a 2d!

Comparaison sur le pas de temps :

Pour pouvoir comparer l'efficacité du schéma explicite et de l'implicite, nous avons choisi un pas de temps $dt = \frac{CFL * dx^2}{2 * \mu}$. En effet nous avons fait ce choix car le schéma explicite est conditionnellement stable et doit respecter la condition $dt \leq \frac{CFL * dx^2}{2 * \mu}$, sinon il diverge. Avec un pas de temps égal pour les 2 schémas, on trouvait que le schéma explicite est plus rapide en termes de vitesse d'exécution. Mais comme le schéma implicite est inconditionnellement stable, le pas de temps dt peut être fixé librement. Il s'avère qu'utiliser le schéma implicite est plus intéressant pour nos simulations, car ce schéma sera plus rapide à l'exécution en augmentant le pas de temps. Regardons le résultat de ce changement et comparons-le à la simulation de chauffage progressif précédente.

On rappelle les inputs choisis :

- Température extérieure et de la fenêtre : -15°C
- Température de la porte : 15°C
- Valeur du chauffage : 600

quelle est la valeur de la CFL

Et pour cette simulation, nous fixons le pas de temps $dt = 0.01$.

Le code effectuant cette simulation est dans le fichier Partie2_chauffage_implicite.m

On veut atteindre une température idéale égale à environ 20°C à l'intérieur de la chambre. Au bout de 141 itérations et d'un temps d'exécution de 8 secondes, on atteint la température souhaitée. C'est un gain de temps très important par rapport aux précédentes simulations (gain de 79 secondes par rapport au schéma explicite avec l'ancien pas de temps). On a donc intérêt à privilégier le schéma implicite avec un pas de temps bien choisi pour réduire le temps d'exécution de nos simulations.

III- Conclusion :

Durant ce projet, nous avons étudié deux modèles de l'équation de la chaleur, stationnaire et instationnaire. Pour le cas instationnaire, nous avons modélisé le chauffage progressif ou le refroidissement d'une chambre, nous donnant une représentation fidèle de la réalité, à l'aide des schémas explicites et implicites. De nos simulations, nous avons appris que pour bien représenter l'évolution de la température ambiante dans une chambre, le positionnement d'éléments tels que la fenêtre et le chauffage doit être stratégique pour avoir une température bien répartie dans la chambre. Enfin le choix du schéma explicite ou implicite dépend principalement des paramètres d'une simulation, mais privilégier le schéma implicite avec un pas de temps adéquat permet de converger rapidement vers le résultat souhaité.