

---

## Équations aux dérivées partielles – Mini projet par groupe

Le but de ce mini-projet est de vous faire mieux comprendre la méthode des différences finies appliquée à un cas test assez réaliste, à savoir la simulation numérique de la température dans une pièce. Comme précisé en cours, le travail se fera par binôme ou trinôme.

**Bien lire les consignes de travail avant de commencer!**

Un code de départ pour la simulation numérique du Laplacien dans un domaine non-nécessairement rectangulaire vous sera fourni à titre d'exemple. Une fois que vous avez bien compris ce code et vous l'avez fait tourner pour différents paramètres et configurations vous pouvez enfin démarrer le travail. Ce travail se fera en deux parties.

**Partie 1.** Cette partie porte sur la simulation statique de la chaleur et il s'agit d'une extension directe du travail de TP.

- Dessiner un plan de votre chambre (cela peut être une chambre imaginaire mais elle doit pas être rectangulaire, mais de géométrie un peu plus complexe comme celle du programme donné à titre d'exemple), y compris les fenêtres, les portes et les radiateurs. (comme vous travaillez en groupe, il me faudra au moins 2 exemples de chambres différentes)
- On modélisera la température de votre pièce en utilisant l'équation de chaleur stationnaire

$$-\Delta u = f$$

également appelée équation de Poisson. Pour ce faire, écrire un programme Matlab similaire au programme donné dans la séance de TP. On suppose ici que les murs sont parfaitement isolants, ce qui implique des conditions aux limites de Neumann homogènes, et pour les fenêtres et les portes, on suppose aucune isolation, ce qui implique des conditions de Dirichlet avec une température donnée.

- Calculer la température ambiante en été, lorsque les portes et les fenêtres sont à 20C. Quel résultat observez-vous?
- Calculer la température ambiante en hiver, sans chauffage, par une froide journée d'hiver avec -10C à l'extérieur, et les portes à une température de 15C.
- Faites de même maintenant avec le radiateur allumé afin que la température soit confortable. Vos appareils de chauffage sont-ils bien placés?

**Partie 2.** Dans la deuxième partie il faudra faire une simulation instationnaire en utilisation la discrétisation de l'équation de la chaleur par la méthode d'Euler explicite et implicite. Quelques indications:

- (a) Il ne faut pas changer de géométrie et la discretisation du Laplacien sera très utile car on va se servir de cette matrice pour implémenter les deux schémas écrits sous forme matricielle.
- (b) Il faudra ajouter dans votre programme une boucle en temps et puis simuler l'évolution de la température dans des cas tests que vous allez définir.
- (c) Analyser les différences entre les schémas implicite et explicite (du point de vue de la stabilité ou vitesse d'exécution du programme).

Quelques suggestions de test:

- votre chambre est initialement froide car vous êtes partis en vacances au ski. Simuler le chauffage progressif une fois que le radiateur est allumé à votre retour.
- en plein été, la température extérieure est très élevée et vous mettez le radiateur en mode "clim". Combien de temps il vous faut pour atteindre la température "idéale"?

**Mini-rapport.** Le travail sera rendu sous forme de rapport (10 pages max) et codes (à part). Ce rapport devra inclure:

- (a) une brève présentation du problème et des cas tests qui vous permettent d'obtenir les résultats,
- (b) les résultats numériques sous forme de figures et les commentaires et conclusions autour de ces résultats.

A ne pas faire:

- (c) Vous ne devez pas écrire beaucoup mais l'essentiel doit y être (ce n'est pas la longueur mais la qualité des résultats et conclusions qui compte).
- (d) Ne pas mettre les codes en annexe mais les ajouter séparément quand vous envoyez les résultats.
- (e) Un code qui ne fonctionne pas risque d'invalider votre travail, tout comme le plagiat.

Date limite de rendu: **vendredi 27 Novembre**.

**Présentation orale.** Une brève présentation orale de 5 minutes par groupe + 5 minutes de questions aura lieu **le vendredi 4 Décembre**, créneau de cours/TD.

---

### Evaluation du cours Équations aux Dérivées Partielles :

- Un contrôle écrit le vendredi 23 Octobre (pendant la séance de cours).
- Une note de devoir maison/projet (présentation orale le 4 décembre).
- Un examen écrit pendant la session d'examen.

La note finale est :  $30\%(\text{note contrôle}) + 30\%(\text{note devoir/projet}) + 40\%(\text{note examen})$ .