

MAM4

Rapport de projet EDP1

Simulation numérique de la température
dans une pièce



BRICOUT Guillaume

DUBES Hugo

UGGERI Luca

Sommaire

- 1..... **Présentation du problème**
- 2..... **Simulation statique de la chaleur**
- 3..... **Simulation instationnaire**
- 4..... **Bilan**

Présentation du problème

Ce projet a pour but de simuler numériquement l'évolution de la température dans une pièce par la méthode des différences finies.

Deux simulations sont alors mises en avant :

- Une simulation statique de la chaleur permettant d'évaluer la température dans la pièce à l'aide de l'équation de Poisson
- Une simulation instationnaire afin d'évaluer en tout temps l'évolution de la température dans la pièce à l'aide des schémas d'Euler explicite et implicite pour l'équation de la chaleur.

Pour répondre à ce problème nous appliquerons les différentes simulations numériques à deux chambres dont la géométrie ainsi que l'emplacement des portes et fenêtres diffèrent. La position du chauffage nous permettra d'observer différents résultats dans le but de définir une position optimale en vue des attentes de température dans la pièce.

Dans le cas des schémas en temps, la stabilité ainsi que les critères de performance en temps nous permettront d'évaluer lequel des deux schémas est préférable en fonction de nos attentes en termes de simulation numérique.

Après exécution du programme on obtient la figure ci-dessus, avec une température ambiante à nouveau de 20°C (logique d'après les conditions de test).

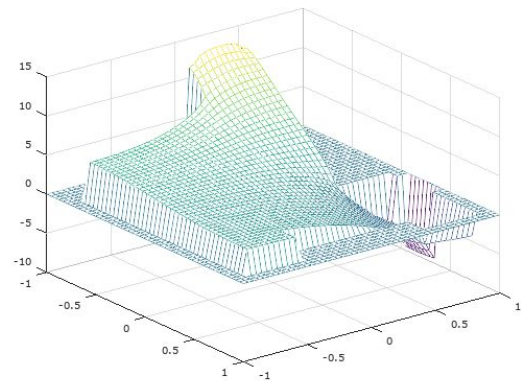
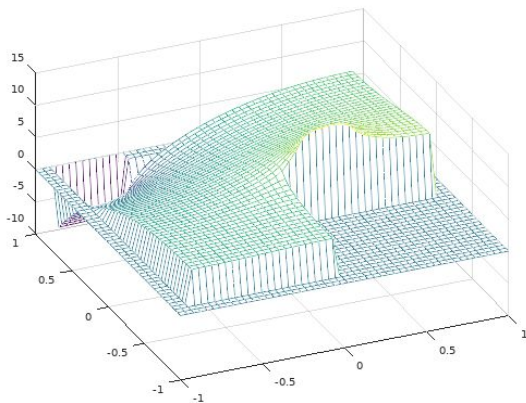
Test 2 :

On se place maintenant dans le cas d'une pièce en hiver avec une température extérieure et donc une fenêtre à -10°C , et une porte à 15°C . On ne prend pour l'instant pas en compte le chauffage.

Les pièces sont toujours définies comme précédemment.

Après exécution du programme, on obtient la répartition de la chaleur suivante pour la chambre 1 (figure de gauche), à travers la pièce, avec une température ambiante de 4.83°C ce qui est une température logique étant donnée la géométrie de la pièce ainsi que les conditions de test qui n'incluent pas de chauffage.

De même pour la chambre 2, on obtient la répartition de la chaleur suivante (figure de droite), à travers la pièce, avec une température ambiante de 2.9°C



Test 3 :

On cherche maintenant à obtenir une température ambiante confortable dans la chambre en ajoutant un radiateur aux conditions de test 2. Pour les chambres, la température idéale se situe entre 16 et 17°C , on va donc choisir une température de chauffage adaptée.

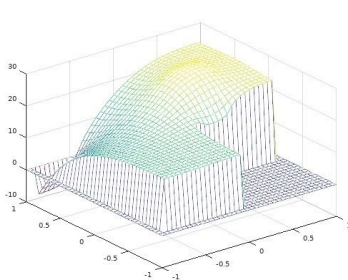
Testons alors différents emplacements de chauffage pour en voir l'incidence sur la température de la pièce.

• Chambre 1

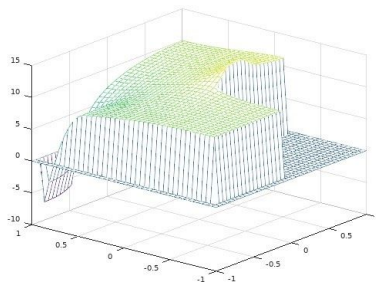
(1) Chauffage près de la porte : température ambiante de 11.5°C

(2) Chauffage près de la fenêtre : température ambiante de 9.7°C

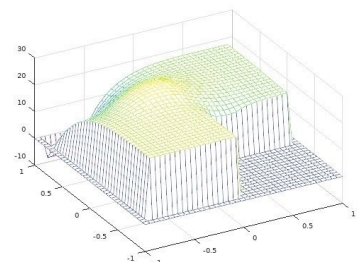
(3) Chauffage au centre de la pièce : température ambiante de 19.8°C



(1)



(2)



(3)

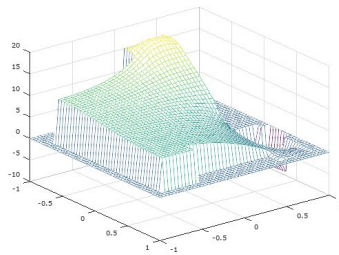
Dans notre cas, la position optimale du chauffage parmi les trois tests effectués est celle au centre de la pièce.

- Chambre 2

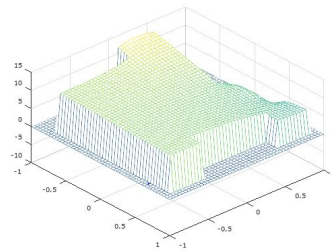
(1) Chauffage près de la porte : température ambiante de 7.4 °C

(2) Chauffage près de la fenêtre : température ambiante de 9.6°C

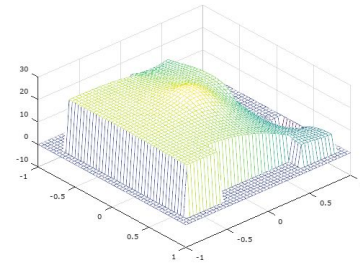
(3) Chauffage au centre de la pièce : température ambiante de 14.4°C



(1)



(2)



(3)

Dans notre cas, la position optimale du chauffage parmi les trois tests effectués est celle au centre de la pièce. Il suffit simplement d'augmenter la valeur du chauffage afin d'atteindre une valeur de température confortable.

Simulation instationnaire

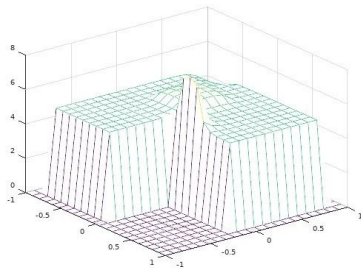
On cherche dorénavant à faire une simulation instantanée en utilisant la discrétisation de l'équation de la chaleur par la méthode d'Euler explicite et implicite. Pour chacun des cas de test, les observations seront effectuées à la fois dans le cas d'un schéma implicite et d'un schéma explicite dont nous expliquerons les différences, notamment en termes de temps d'exécution et de stabilité.

Test 1

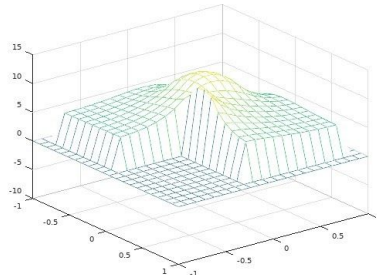
On se place dans une situation d'hiver. Notre chambre est initialement froide (on initialise donc la valeur de u en conséquence) et on cherche à observer l'évolution de la température en fonction de la position du chauffage dans la pièce.

- Chambre 1

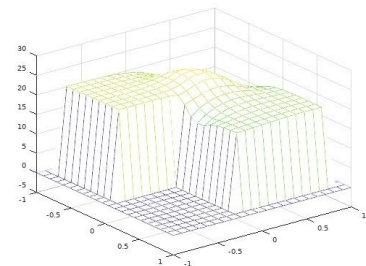
Chauffage au centre de la pièce



t=2

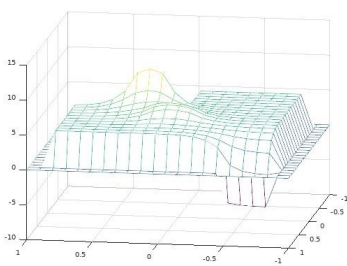


t=50

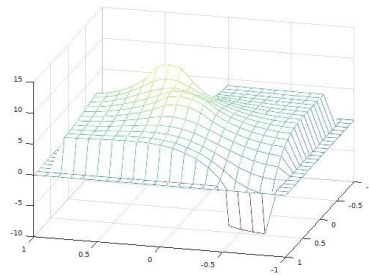


t=5000

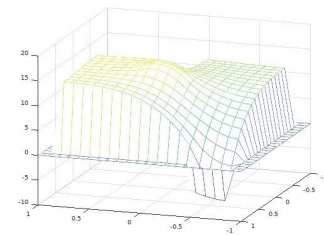
Chauffage près de la porte



t=10

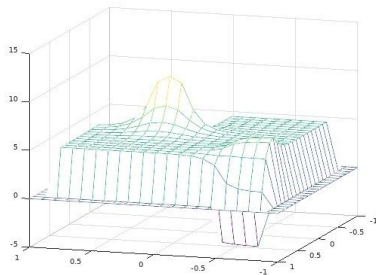


t=50

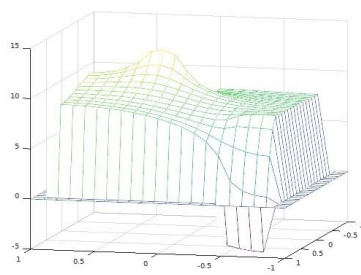


t=5000

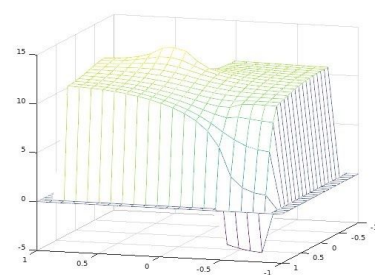
Chauffage près de la fenêtre



t=10



t=50



t=5000

Dans ces trois cas on constate en effet une nette augmentation de la chaleur à travers la pièce, que ce soit dans le cas de l'utilisation d'un schéma explicite ou implicite. Tout comme dans la première partie, on note que la position optimale du chauffage est celle au centre de la pièce, bien que dans chacun des cas la répartition de la chaleur est uniforme à travers la pièce.

Les différences notables entre les deux schéma sont :

- Instabilité de la solution lorsque $\alpha > 0.5$ dans le cas du schéma explicite
- Temps d'exécution pour le schéma implicite : 9.5s

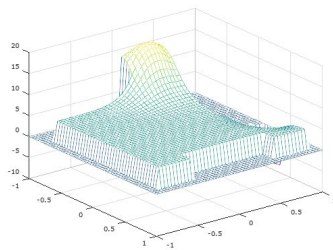
- Temps d'exécution pour le schéma explicite : 7.0s

Le schéma explicite est donc conditionnellement stable et le schéma implicite inconditionnellement stable.

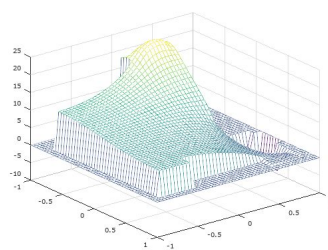
En ce qui concerne la performance, les temps sont élevés car nous avons pris un très grand nombre d'itérations en temps, et l'affichage de chaque graphique à tout temps est pris en compte. Le schéma explicite est donc plus performant.

- Chambre 2

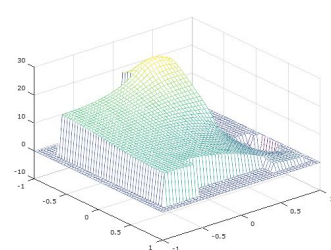
Chauffage près de la porte



t=100

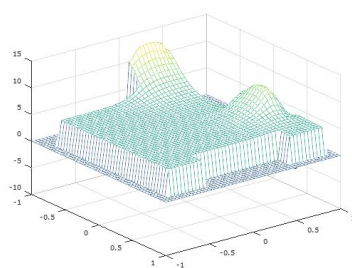


t=2500

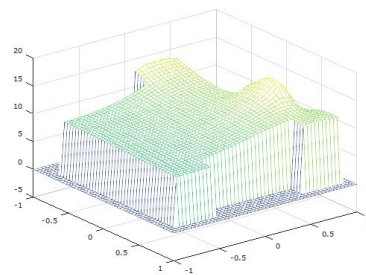


t=10000

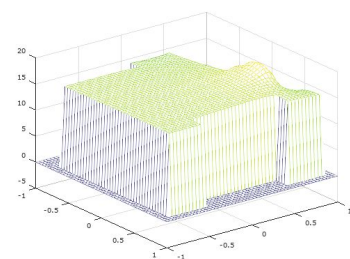
Chauffage près de la fenêtre



t=100

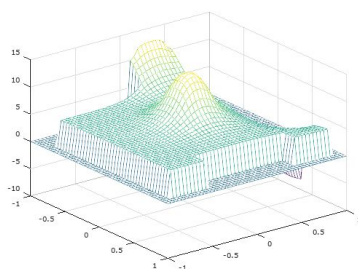


t=2500

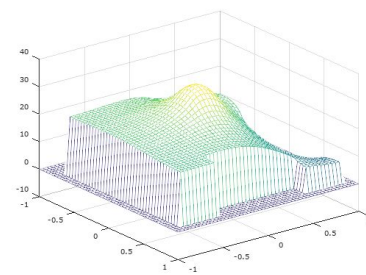


t=10000

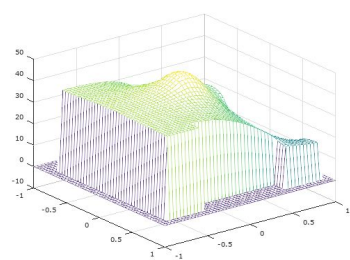
Chauffage au centre



t=100



t=2500



t=10000

Dans ces trois cas on constate en effet une nette augmentation de la chaleur à travers la pièce, que ce soit dans le cas de l'utilisation d'un schéma explicite ou implicite. Tout comme dans la première partie, on note que la position optimale du chauffage est celle

au centre de la pièce. Cependant, dans le cas où le chauffage est près de la fenêtre, la chaleur est plus répartie uniformément à travers la pièce.

Les différences notables entre les deux schéma sont :

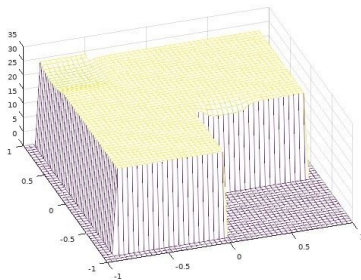
- Instabilité de la solution lorsque $\alpha > 0.5$ dans le cas du schéma explicite
- Temps d'exécution pour le schéma implicite : 14.99s
- Temps d'exécution pour le schéma explicite : 7.52s

Test 2

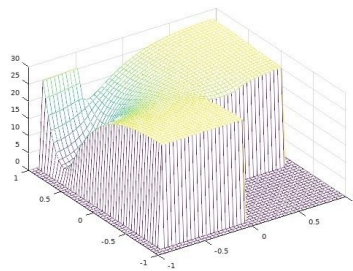
On se place dans une situation d'été. Notre chambre est initialement chaude (on initialise donc la valeur de u en conséquence) et on cherche à observer l'évolution de la température en fonction de la position d'une climatisation dans la pièce dans la pièce.

● Chambre 1

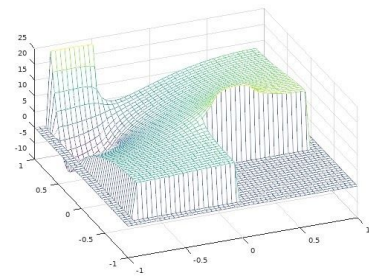
Climatisation près de la fenêtre



t=10

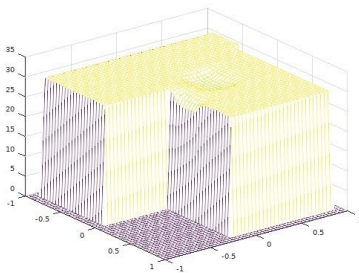


t=500

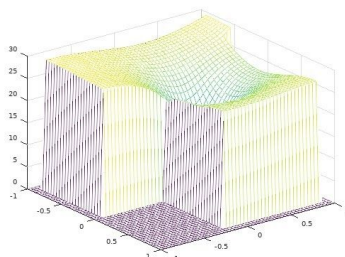


t=5000

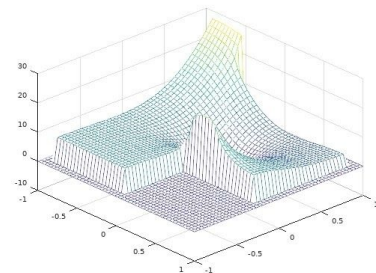
Climatisation près de la porte



t=10

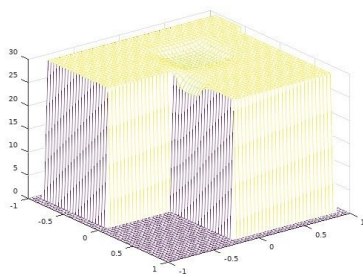


t=500

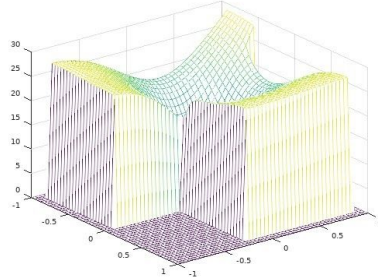


t=5000

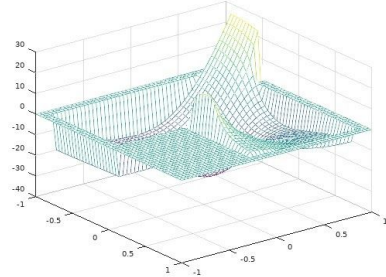
Climatisation au centre de la pièce



t=10



t=500



t=5000

Dans ces trois cas on constate en effet une nette diminution de la chaleur à travers la pièce, que ce soit dans le cas de l'utilisation d'un schéma explicite ou implicite. La position optimale de la climatisation est celle au centre de la pièce. Les températures finales dans ce cas sont très basses voire irréelles puisque nous avons volontairement pris une valeur de climatisation très faible pour observer plus facilement les résultats.

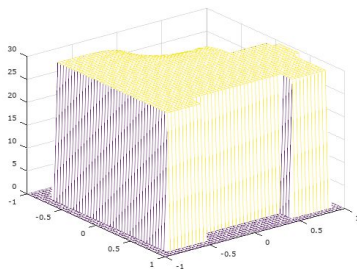
Les différences notables entre les deux schéma sont :

- Instabilité de la solution lorsque $\alpha > 0.5$ dans le cas du schéma explicite
- Temps d'exécution pour le schéma implicite : 10.2s
- Temps d'exécution pour le schéma explicite : 2.3s

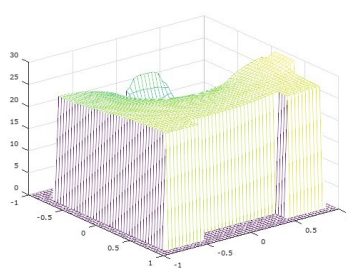
Pour une clim à -200°C , à $t=500$, on obtient une température de 22.0°C dans la pièce.

● Chambre 2

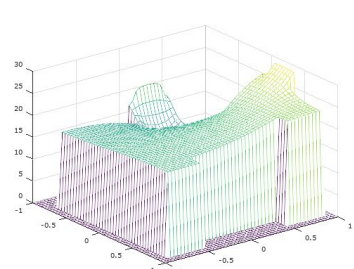
Climatisation près de la porte



t=100

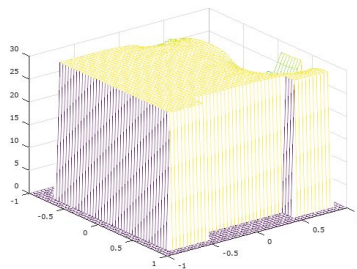


t=2500

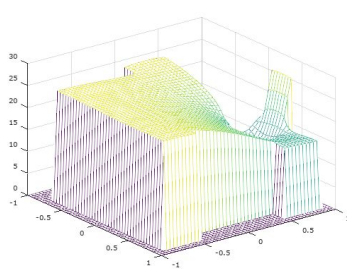


t=10000

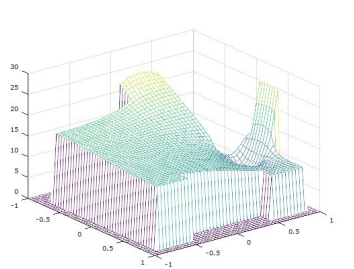
Climatisation près de la fenêtre



t=100

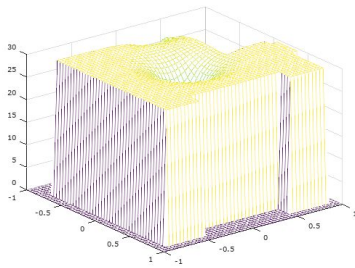


t=2500

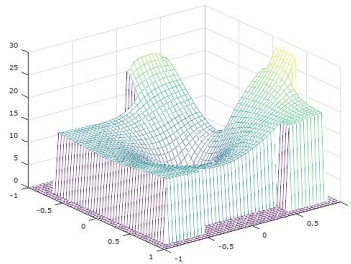


t=10000

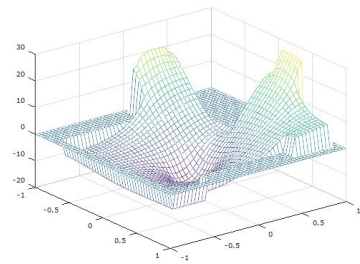
Climatisation au centre



t=100



t=2500



t=10000

Dans ces trois cas on constate en effet une nette diminution de la chaleur à travers la pièce, que ce soit dans le cas de l'utilisation d'un schéma explicite ou implicite.

La position optimale de la climatisation est celle au centre de la pièce. Les températures finales sont une nouvelle fois très basses voire irréelles puisque nous avons volontairement pris une valeur de climatisation très faible pour observer plus facilement les résultats.

Les différences notables entre les deux schéma sont :

- Instabilité de la solution lorsque $\alpha > 0.5$ dans le cas du schéma explicite
- Temps d'exécution pour le schéma implicite : 16.32s
- Temps d'exécution pour le schéma explicite : 8.4s

Pour une clim à -500°C , à $t=500$, on obtient une température de 21.8°C dans la pièce.

Conclusion

Que ce soit dans chacun des deux cas de test le schéma explicite est conditionnellement stable et le schéma implicite inconditionnellement stable.

En ce qui concerne la performance, les temps sont élevés car nous avons pris un très grand nombre d'itérations en temps, et l'affichage de chaque graphique à tout temps est pris en compte. Le schéma explicite est donc plus performant puisque dans tous les cas, et ce peu importe que le nombre d'itérations en temps soit faible ou très élevé, son temps d'exécution est plus faible que le schéma implicite.

Bilan

- Schéma d'Euler explicite

Le schéma d'Euler explicite est un schéma d'ordre 1 en temps et 2 en espace. C'est un schéma explicite et conditionnellement stable (sous la condition $\alpha \leq 0.5$). Au-delà de cette valeur de α , la solution explose et le schéma ne peut être utilisé pour répondre à notre problème car il est devenu instable.

- Schéma d'Euler implicite

Le schéma d'Euler Implicite est un schéma d'ordre 1 en temps et 2 en espace. C'est un schéma inconditionnellement stable. C'est à dire que contrairement au schéma d'Euler explicite la valeur de α n'impacte pas la stabilité du schéma.

Cependant en terme de temps d'exécution, ce schéma est moins performant que le précédent.

Dans le cas de notre problème, on peut alors proposer deux solutions (donnant sensiblement les mêmes résultats d'après les tests effectués) :

- Dans le cas où l'on recherche la stabilité du schéma, on va privilégier le schéma d'Euler implicite et effectuer des itérations en temps raisonnable pour limiter le temps d'exécution.
- Dans le cas où l'on recherche avant tout un critère de performance pour tester les solutions du problème avec beaucoup d'itération en temps, on va privilégier le schéma d'Euler explicite, tout en faisant attention à bien respecter le critère de stabilité.

Pour finir, on peut être amené à se demander si le schéma de Crank-Nicholson pourrait nous permettre d'allier stabilité et performance.

En effet le schéma de Crank-Nicholson est d'ordre 2 en temps et 2 en espace.

C'est un schéma inconditionnellement stable tout comme le schéma implicite.

Il serait donc possible d'effectuer un tel schéma à moindre coût en terme d'exécution, afin d'être plus performant que l'implicite, mais la difficulté d'implémentation serait plus importante.