AAYAR Soukaïna RAFANO Sébastien RALALASOA Christel

MAM 4 2020-2021

Projet – Équations aux dérivées partielles

Introduction.

Pour la réalisation de ce projet, nous avons utilisé Octave.

Partie 1.

La première partie de ce projet consiste à étudier la répartition de la température dans une pièce en fonction de plusieurs paramètres.

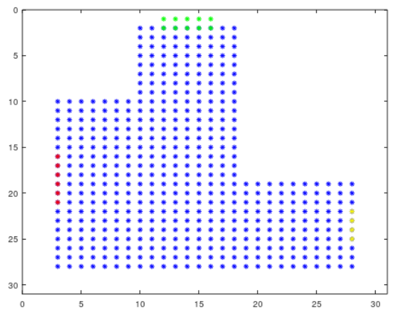
Dans cette étude, on utilise l'équation de la chaleur stationnaire, ou équation de Poisson, pour réaliser la modélisation :

$$-\Delta u = f$$

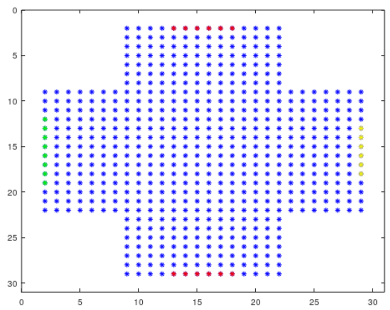
On supposera dans nos chambres les conditions aux limites de Neumann homogènes et les conditions de Dirichlet avec une température donnée. C'est-à-dire que l'on considèrera que les murs soient parfaitement isolants et que les fenêtres et les portes ne possèdent aucune isolation.

Pour cela, nous avons tout d'abord imaginé 2 chambres non rectangulaires de géométries différentes, chacune disposant de fenêtres, de portes et de radiateurs. A l'aide de la fonction spy() d'Octave, nous avons pu configurer nos chambres telles quelles :

- En vert : une fenêtre
- En rouge : un chauffage
- En jaune : une porte



(fichier : first_room)

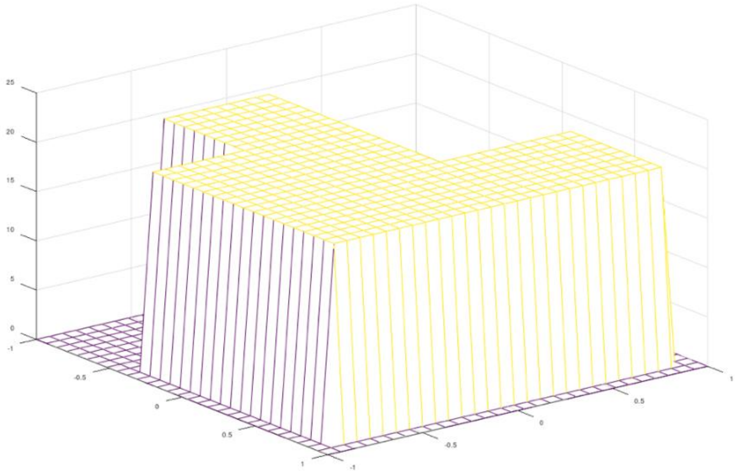


(fichier : second_room)

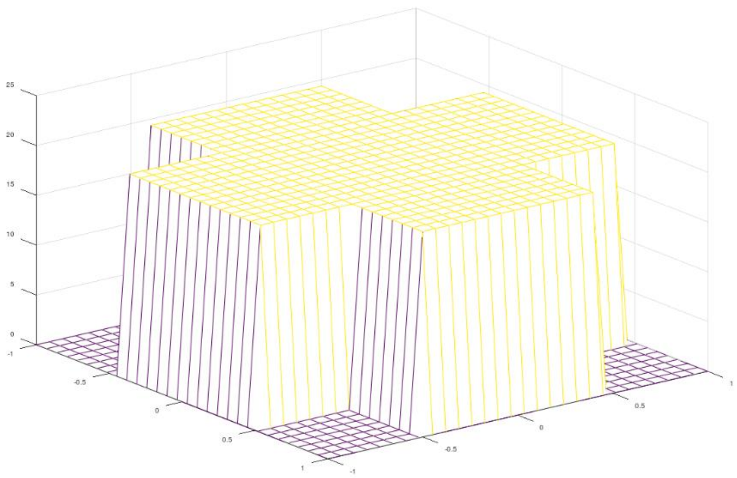
1. Calcul de la température ambiante en été dans nos deux chambres avec les portes et les fenêtres à 20°c, sans chauffage.

Voici les résultats obtenus :

1ère chambre *(fichier : first_room)* avec les paramètres n=30, wt = 20, dt = 20, ht = 0.



2e chambre *(fichier : second_room)* avec les paramètres n=30, wt = 20, dt = 20, ht = 0.

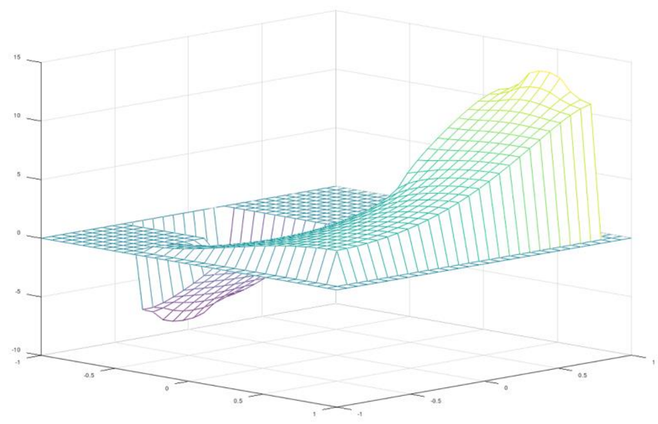


On remarque donc facilement que en été, avec les fenêtres et les portes à 20°C sans chauffage, la température ambiante dans les chambres est constante et égale à 20°C.

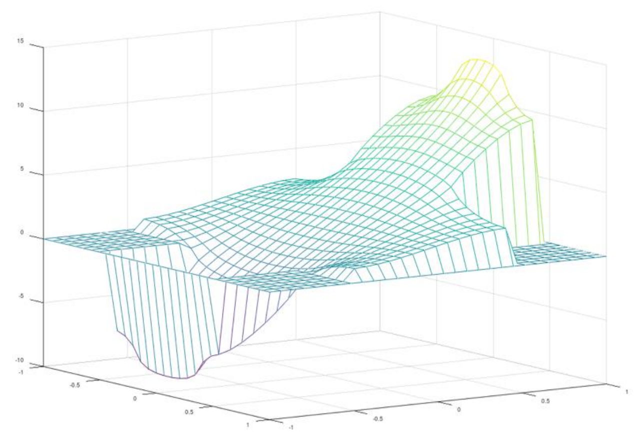
2. Calcul de la température ambiante dans nos deux chambres en hiver, sans chauffage, avec une température aux fenêtres à -10°C et aux portes à 15°C.

Voici les résultats obtenus :

1ère chambre *(fichier : first_room)* avec les paramètres n=30, wt = -10, dt = 15, ht = 0.



2e chambre *(fichier : second_room)* avec les paramètres n=30, wt = -10, dt = 15, ht = 0.

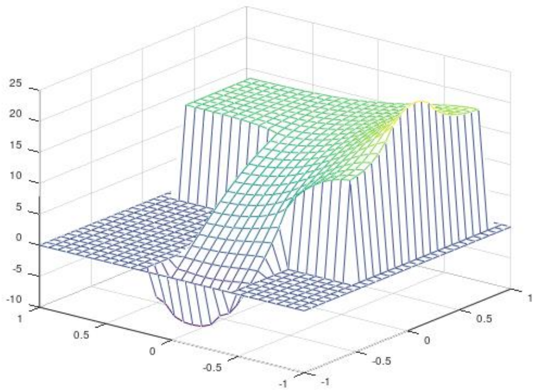


On observe qu'il y a de grosses différences de température au sein des pièces. La température la plus faible se trouve au niveau des fenêtres. Cela est dû au fait que l'on considère aucune isolation au niveau des fenêtres. De même, la température la plus élevée se trouve au niveau de la porte, que l'on considère a 15°C. C'est les conditions de Dirichlet.

3. Nous allons maintenant allumer les radiateurs afin d'étudier leur influence sur la température de la pièce avec différents cas pour déterminer la disposition la plus optimale pour chaque chambre.

Chambre 1. *(fichier : first_room)* avec les paramètres n=30, wt=-10, dt=15, ht=500.

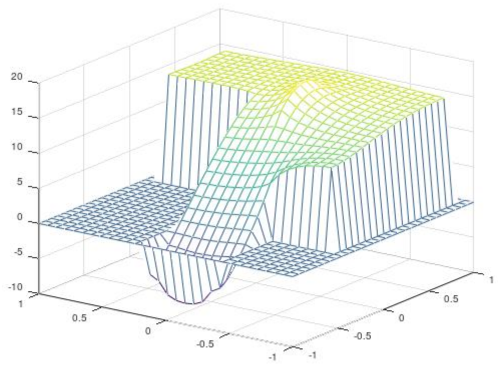
1^er^ cas : disposition initiale, le radiateur est sur l'un des murs.



On remarque que la température au niveau du mur est élevée mais dès qu'on se rapproche de la fenêtre, la température chute très rapidement.

La température moyenne se trouve entre 12°C et 18°C.

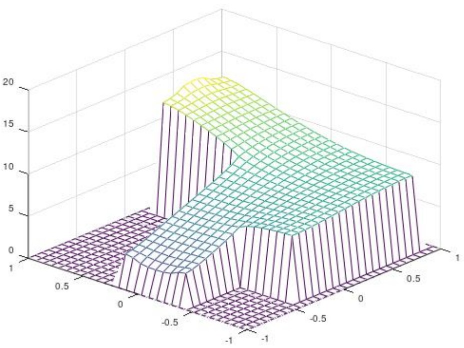
2^ème^ cas : le radiateur au centre.



On remarque qu'il fait à peine globalement plus chaud.

La température moyenne se trouve environ vers 15°C.

3^ème^ cas : le radiateur sous la fenêtre.



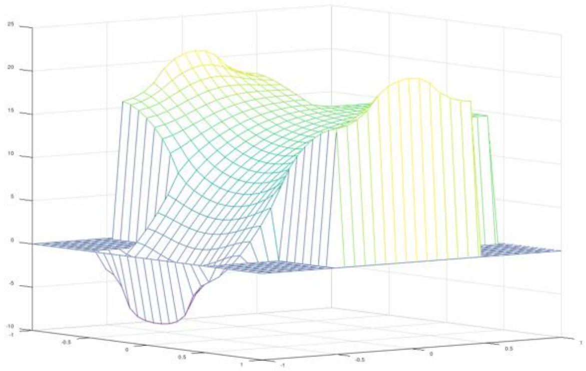
La température moyenne de la pièce a chuté bien que la température sous la fenêtre ait augmenté. La température maximale est celle de la porte.

La température moyenne se trouve maintenant entre 8°C et 15°C.

Avec ces 3 cas tests, nous pouvons en déduire que nous aurions pu mieux choisir la disposition initiale de notre chauffage en la plaçant comme dans le cas n°2, là où la température moyenne est la plus élevée.

Chambre 2. *(fichier : second_room)* avec les paramètres n=30, wt=-10, dt=15, ht=500.

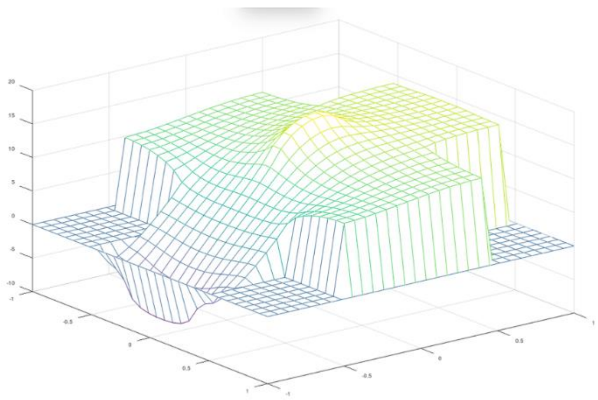
1er cas : disposition initiale, les radiateurs sont sur deux des murs.



On remarque que la température au niveau des murs est élevée mais dès qu'on se rapproche de la fenêtre, la température chute très rapidement.

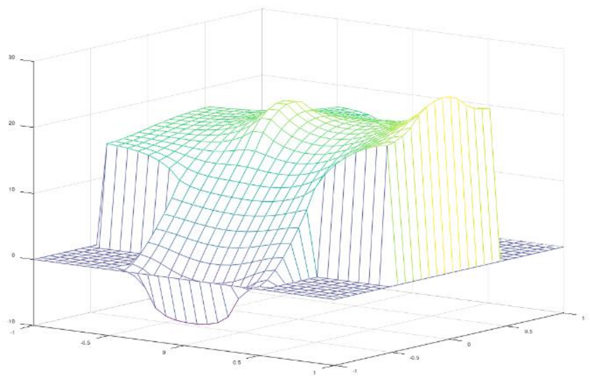
La température moyenne se trouve entre 15°C et 20°C.

2ème cas : les 2 radiateurs au centre.



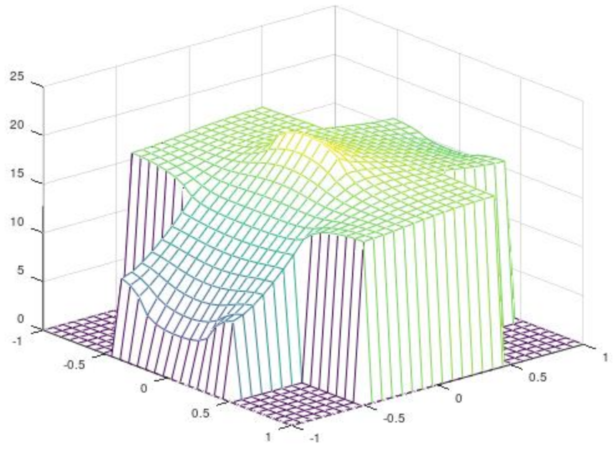
Dans ce cas, la température est basse au niveau des murs isolants mais la chute de température en se rapprochant de la fenêtre est plus faible. La température ambiante moyenne reste tout de même assez faible, entre 10°C et 15°C.

3ème cas : un radiateur sur un mur isolant et un radiateur au centre un peu excentré vers l'autre mur isolant.



Cette configuration est meilleure que la précédente. La température ambiante est plus homogène et plus confortable (proche de 20°C)

4ème cas : un radiateur au centre et un radiateur sous la fenêtre.



La température moyenne est légèrement plus basse bien que la température sous la fenêtre ait augmenté.

C'est ici que la température est la plus homogène.

Avec ces 4 cas tests, on peut en déduire que nous aurions pu mieux choisir la disposition initiale de nos chauffages en les plaçant comme dans le cas n°3, là où la température moyenne est la plus élevée (ou alors le cas n°4 pour une température ambiante plus homogène).

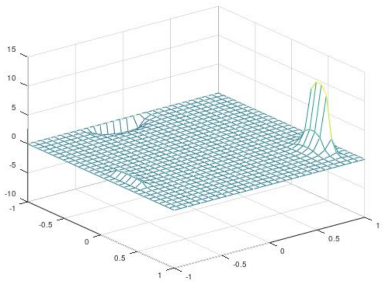
Partie 2.

La deuxième partie de ce projet consiste à simuler en fonction du temps l'évolution de la température dans une pièce. Pour cela, nous allons utiliser la discrétisation de l'équation de la chaleur par la méthode d'Euler explicite et implicite.

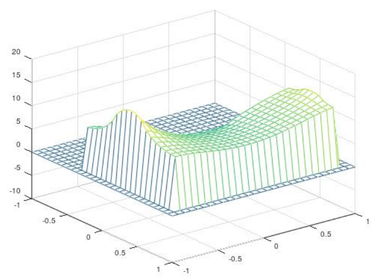
Nous allons donc reprendre nos deux chambres et faire des cas tests. Nous avons choisi une boucle de temps qui va de 1 à 1000 car cela nous semblait suffisant pour obtenir le même résultat que sur la représentation stationnaire.

1. Nos chambres sont initialement froides car nous sommes parties en vacances au ski. Nous simulons le chauffage progressif une fois que le radiateur est allumé à notre retour.

<u>Chambre 1.</u> *(fichier : first_room)* avec les paramètres n=30, wt=-10, dt=15, ht=500, uold à 0.



début

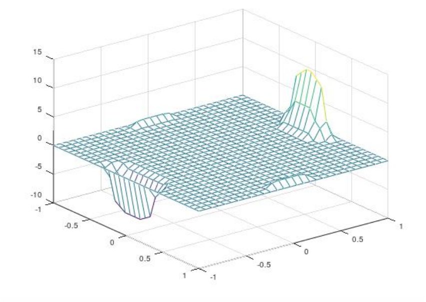


fin

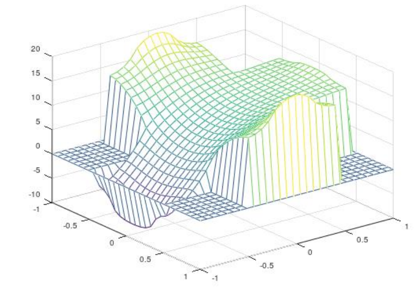
Avec le schéma explicite et la condition CFL alpha=1/2, la pièce met 143 secondes pour se réchauffer. Nous n'avons pas la possibilité de rendre la vitesse d'exécution plus rapide à cause de cette condition sinon nous perdrons la stabilité et ainsi la convergence.

Avec le schéma implicite et la condition CFL alpha=1/2, la pièce met 168 secondes pour se réchauffer. Si on augmente à alpha=2 (ce que nous pouvons faire car le schéma implicite est inconditionnellement stable), nous augmentons la vitesse d'exécution. Ainsi, la pièce met 40 secondes à se réchauffer. Si on augmente encore plus le alpha, la pièce met encore moins de temps pour revenir à température ambiante.

<u>Chambre 2.</u> *(fichier : second_room)* avec les paramètres n=30, wt=-10, dt=15, ht=500, uold à 0.



début



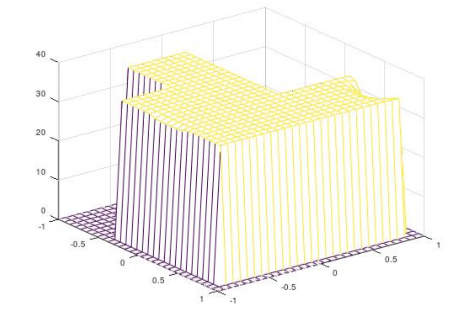
fin

Avec le schéma explicite et la condition CFL alpha = 1/2, la pièce met 100 secondes pour se réchauffer.

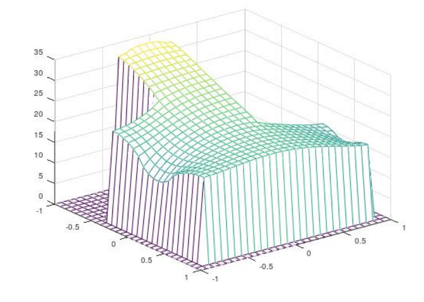
Avec le schéma implicite et la condition CFL alpha = 1/2, la pièce met 122 secondes pour se réchauffer. Si on augmente à alpha=2, la pièce met 24 secondes pour se réchauffer. Si on augmente encore plus le alpha, la pièce met encore moins de temps pour revenir à la température ambiante.

2. En plein été, la température extérieure est très élevée et nous mettons le radiateur en mode « clim ».

<u>Chambre 1.</u> *(fichier : first_room)* avec les paramètres n=30, wt=35, dt=15, ht=-500, uold à 35.



début

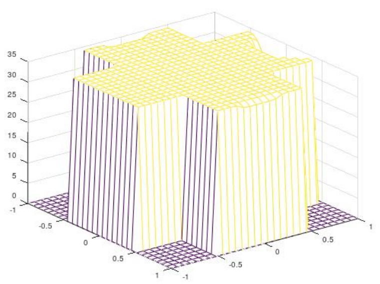


fin

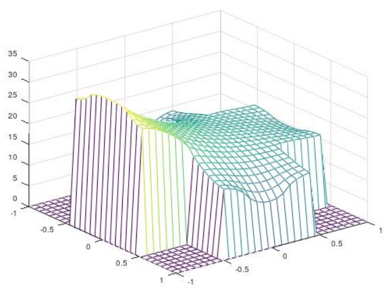
Avec le schéma explicite et la condition CFL alpha=1/2, la pièce met 96 secondes pour revenir à température ambiante.

Avec le schéma implicite et la condition CFL alpha=1/2, la pièce met 118 secondes pour revenir à température ambiante. Si on augmente à alpha=2, la pièce met 23 secondes pour revenir à température ambiante. Si on augmente encore plus le alpha, la pièce met encore moins de temps pour revenir à la température ambiante.

<u>Chambre 2.</u> *(fichier : second_room)* avec les paramètres n=30, wt=35, dt=15, ht=-500, uold à 35.



début



fin

Avec le schéma explicite et la condition CFL alpha=1/2, la pièce met 95 secondes pour revenir à température ambiante.

Avec le schéma implicite et la condition CFL alpha=1/2, la pièce met 110 secondes pour revenir à température ambiante. Si on augmente à alpha=2, la pièce met 30 secondes pour revenir à température ambiante. Si on augmente encore plus le alpha, la pièce met encore moins de temps pour revenir à la température ambiante.

3. Conclusion sur la différence entre schéma explicite et implicite.

Nous avons remarqué que le schéma explicite entraîne des temps d'exécution plus courts que le schéma implicite pour un même CFL. Cependant, le schéma implicite est plus utile pour modéliser des phénomènes « longs » car il nous permet de modifier Δt et ainsi augmenter la vitesse du temps de calcul. Tant dis que le schéma explicite est plus contraignant pour modéliser des phénomènes « longs » car nous ne pouvons pas augmenter Δt. De plus, il ne permet pas de converger vers la solution exacte alors que le schéma implicite avec un grand Δt permet de converger plus vite vers la solution exacte.