

$$f(x) = (\sin(x)/2 + \cos(x)/2)^2 * \sin(x)$$

Определить корни

Найти интервалы, на которых функция возрастает

Найти интервалы, на которых функция убывает

Построить график

Вычислить вершину

Определить промежутки, на котором $f > 0$

Определить промежутки, на котором $f < 0$

```
In [1]: from sympy import *
        from pprint import pprint
```

```
In [2]: x = Symbol('x')
```

```
In [3]: y = (sin(x)/2 + cos(x)/2) ** 2 * sin(x)
```

```
In [4]: y
```

```
Out[4]:
```

$$\left(\frac{\sin(x)}{2} + \frac{\cos(x)}{2} \right)^2 \sin(x)$$

Определить корни

```
In [5]: roots_y = solve(y)
        roots_y = sorted(roots_y)
        solveset(y)
        # roots_y
```

```
Out[5]:
```

$$\{2n\pi \mid n \in \mathbb{Z}\} \cup \{2n\pi + \pi \mid n \in \mathbb{Z}\} \cup \left\{ 2n\pi + \frac{3\pi}{4} \mid n \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ 2n\pi + \frac{7\pi}{4} \mid n \in \mathbb{Z} \right\}$$

Из корней видно, что функция периодическая с периодом $(2\pi n \mid n \in \mathbb{Z})$

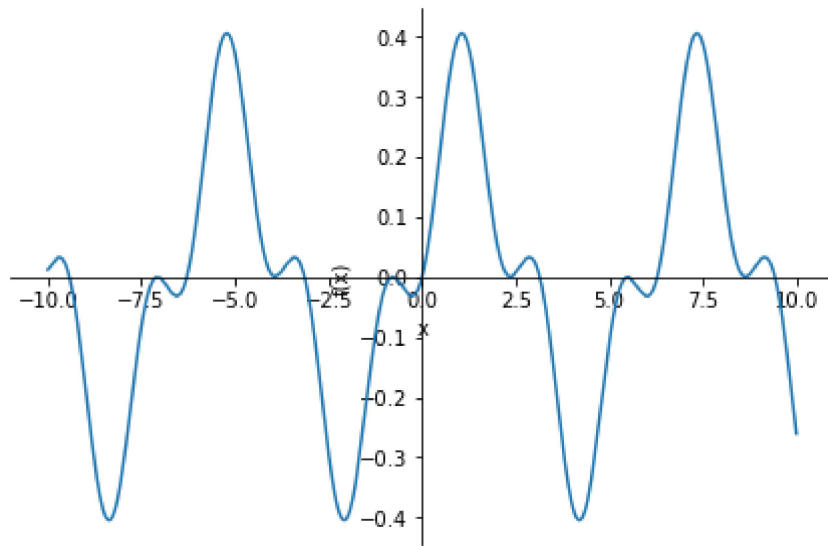
Область определения функции

```
In [6]: Reals - singularities(y, x)
```

```
Out[6]: ℝ
```

Построить график

```
In [7]: g_y = plot(y)
```



```
In [8]: d = diff(y)
d
```

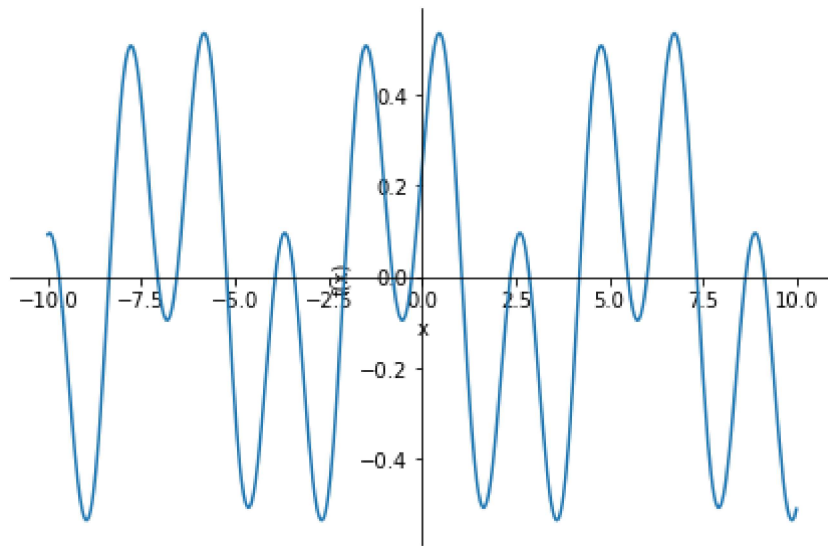
```
Out[8]: 
$$(-\sin(x) + \cos(x)) \left( \frac{\sin(x)}{2} + \frac{\cos(x)}{2} \right) \sin(x) + \left( \frac{\sin(x)}{2} + \frac{\cos(x)}{2} \right)^2 \cos(x)$$

```

```
In [9]: roots_d = solve(d)
roots_d = sorted(roots_d)
roots_d
```

```
Out[9]: [-2*atan(-3/2 + sqrt(6)*sqrt(5 - sqrt(17)))/2 + sqrt(17)/2),
-pi/4,
2*atan(-sqrt(6)*sqrt(sqrt(17) + 5)/2 + 3/2 + sqrt(17)/2),
2*atan(-sqrt(17)/2 + sqrt(6)*sqrt(5 - sqrt(17)))/2 + 3/2),
3*pi/4,
2*atan(3/2 + sqrt(17)/2 + sqrt(6)*sqrt(sqrt(17) + 5)/2)]
```

```
In [10]: g_d = plot(d)
```



Вычислить вершины

```
In [11]: print('Точки экстремума функции')
pprint(roots_d)
```

```
Точки экстремума функции
[-2*atan(-3/2 + sqrt(6)*sqrt(5 - sqrt(17)))/2 + sqrt(17)/2),
 -pi/4,
 2*atan(-sqrt(6)*sqrt(sqrt(17) + 5)/2 + 3/2 + sqrt(17)/2),
 2*atan(-sqrt(17)/2 + sqrt(6)*sqrt(5 - sqrt(17)))/2 + 3/2),
 3*pi/4,
 2*atan(3/2 + sqrt(17)/2 + sqrt(6)*sqrt(sqrt(17) + 5)/2)]
```

```
In [12]: # Функция принимает корни уравнения
# и создаёт промежутки для исследования функции
def make_intervals(roots):
    intervals = []
    for i in range(len(roots)-1):
        r = [roots[i], roots[i+1]]
        intervals.append(r)
    return intervals
```

Интервалы на которых функция возрастает/убывает

```
In [13]: intervals = make_intervals(roots_d)
intervals.append([intervals[-1][1], intervals[0][0]+2*pi]) # Учитываем периодичность
```

```
In [14]: for i in intervals:
        if d.evalf(subs={x:(i[0] + i[1])/2}) > 0:
            print(f'▲ Функция возрастает на промежутке {i[0], i[1]}')
        else:
            print(f'▼ Функция убывает на промежутке {i[0], i[1]}')
```

▲ Функция возрастает на промежутке $(-2 \cdot \arctan(-3/2 + \sqrt{6})\sqrt{5 - \sqrt{17}})/2 + \sqrt{17}/2, -\pi/4)$
 ▼ Функция убывает на промежутке $(-\pi/4, 2 \cdot \arctan(-\sqrt{6})\sqrt{\sqrt{17} + 5})/2 + 3/2 + \sqrt{17}/2)$
 ▲ Функция возрастает на промежутке $(2 \cdot \arctan(-\sqrt{6})\sqrt{\sqrt{17} + 5})/2 + 3/2 + \sqrt{17}/2, 2 \cdot \arctan(-\sqrt{17})/2 + \sqrt{6})\sqrt{5 - \sqrt{17}})/2 + 3/2)$
 ▼ Функция убывает на промежутке $(2 \cdot \arctan(-\sqrt{17})/2 + \sqrt{6})\sqrt{5 - \sqrt{17}})/2 + 3/2, 3\pi/4)$
 ▲ Функция возрастает на промежутке $(3\pi/4, 2 \cdot \arctan(3/2 + \sqrt{17})/2 + \sqrt{6})\sqrt{\sqrt{17} + 5})/2)$
 ▼ Функция убывает на промежутке $(2 \cdot \arctan(3/2 + \sqrt{17})/2 + \sqrt{6})\sqrt{\sqrt{17} + 5})/2, -2 \cdot \arctan(-3/2 + \sqrt{6})\sqrt{5 - \sqrt{17}})/2 + \sqrt{17}/2 + 2\pi)$

Область значений функции

```
In [15]: func_values = []
        for i in roots_d:
            func_values.append(y.evalf(subs={x:i}))
        print([min(func_values), max(func_values)])
```

```
[-0.404106232073136, 0.404106232073136]
```

Определить промежутки, на которых $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$

```
In [16]: intervals = make_intervals(roots_y)
        intervals.append([intervals[-1][1], intervals[0][0]+2*pi]) # Учитываем периодичность
```

```
In [17]: for i in intervals:
        if y.evalf(subs={x:(i[0] + i[1])/2}) > 0:
            print(f'f(x) > 0 на промежутке {i[0], i[1]}')
        else:
            print(f'f(x) < 0 на промежутке {i[0], i[1]}')
```

$f(x) < 0$ на промежутке $(-\pi/4, 0)$
 $f(x) > 0$ на промежутке $(0, 3\pi/4)$
 $f(x) > 0$ на промежутке $(3\pi/4, \pi)$
 $f(x) < 0$ на промежутке $(\pi, 7\pi/4)$