

$$f(x) = x^2 - 6|x| + 8$$

- Определить корни
- Найти интервалы, на которых функция возрастает
- Найти интервалы, на которых функция убывает
- Построить график
- Вычислить вершину
- Определить промежутки, на котором $f(x) > 0$
- Определить промежутки, на котором $f(x) < 0$

```
In [1]: from sympy import *
```

```
In [2]: x = Symbol('x', real=True)
```

```
In [3]: y = x ** 2 - 6 * abs(x) + 8  
y
```

```
Out[3]:  $x^2 - 6|x| + 8$ 
```

Область определения функции

```
In [4]: Reals - singularities(y, x)
```

```
Out[4]:  $\mathbb{R}$ 
```

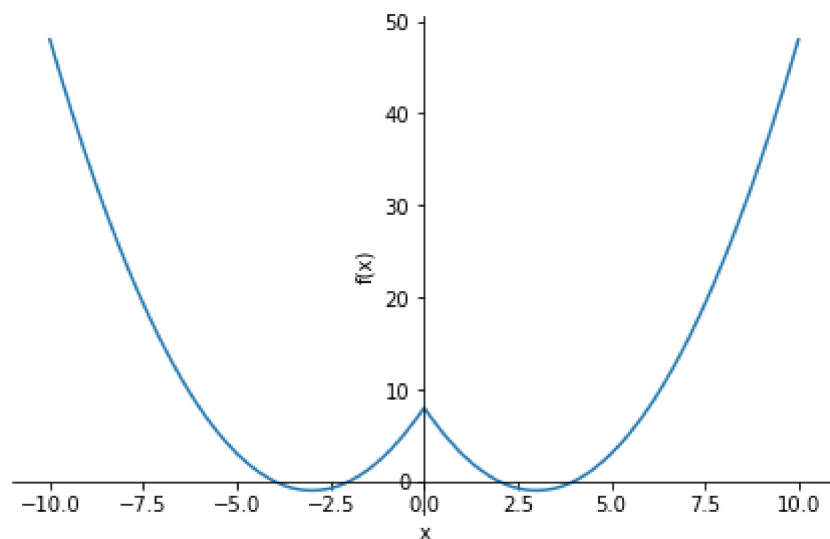
Определить корни

```
In [5]: roots_y = solve(y)  
roots_y
```

```
Out[5]: [-4, -2, 2, 4]
```

Построить график

```
In [6]: g_y = plot(y)
```



Находим производную функции для нахождения экстремумов

```
In [7]: d = diff(y)
d
```

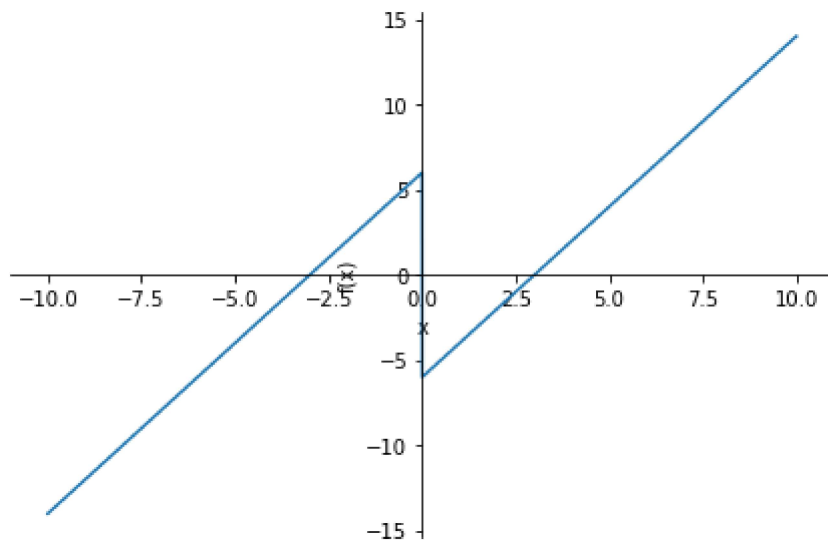
Out[7]: $2x - 6 \operatorname{sign}(x)$

Находим корни производной - точки экстремума

```
In [8]: roots_d = solve(d)
roots_d
```

Out[8]: [3]

```
In [9]: g_d = plot(d)
```



Исходя из графика и учитывая $|x|$ в функции, производная равна нулю в двух точках 3 и -3 , так же в точке $x=0$ функция имеет излом, который не является экстремумом, но необходим для исследования функции. Добавляем недостающие точки в корни производной

```
In [10]: roots_d.append(roots_d[0] * -1)
roots_d.append(0)
roots_d = sorted(roots_d)
roots_d
```

Out[10]: [-3, 0, 3]

Вычислить вершины

```
In [11]: print(f'Точки экстремума функции {roots_d[0]}, {roots_d[-1]}')
```

Точки экстремума функции -3, 3

```
In [12]: def make_intervals(roots): # Функция принимает корни уравнения и создаёт промежутки для
    intervals = []
    intervals.append([roots[0]-1, roots[0]])
    for i in range(len(roots)-1):
        r = [roots[i], roots[i+1]]
        intervals.append(r)
    intervals.append([roots[-1], roots[-1]+1])
    return intervals
```

Интервалы на которых функция возрастает/убывает

```
In [13]: intervals = make_intervals(roots_d)
```

```
In [14]: for i in intervals:
    start_int = -oo if intervals.index(i) == 0 else i[0]
    end_int = oo if intervals.index(i) == len(intervals)-1 else i[1]
    if d.evalf(subs={x:(i[0] + i[1])/2}) > 0:
        print(f'^ Функция возрастает на промежутке {start_int, end_int}')
    else:
        print(f'v Функция убывает на промежутке {start_int, end_int}')
```

- v Функция убывает на промежутке $(-\infty, -3)$
- ^ Функция возрастает на промежутке $(-3, 0)$
- v Функция убывает на промежутке $(0, 3)$
- ^ Функция возрастает на промежутке $(3, \infty)$

Определить промежутки, на которых $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$

```
In [15]: intervals = make_intervals(roots_y)
```

```
In [16]: for i in intervals:
    start_int = -oo if intervals.index(i) == 0 else i[0]
    end_int = oo if intervals.index(i) == len(intervals)-1 else i[1]
    if y.evalf(subs={x:(i[0] + i[1])/2}) > 0:
        print(f'f(x) > 0 на промежутке {start_int, end_int}')
    else:
        print(f'f(x) < 0 на промежутке {start_int, end_int}')
```

- $f(x) > 0$ на промежутке $(-\infty, -4)$
- $f(x) < 0$ на промежутке $(-4, -2)$
- $f(x) > 0$ на промежутке $(-2, 2)$
- $f(x) < 0$ на промежутке $(2, 4)$
- $f(x) > 0$ на промежутке $(4, \infty)$