Из колоды в 52 карты извлекаются случайным образом 4 карты. а) Найти вероятность того, что все карты — крести. б) Найти вероятность, что среди 4-х карт окажется хотя бы один туз.

a)
$$P(A) = \frac{C_{13}^4}{C_{52}^4} = \frac{\frac{13!}{4! \cdot (13-4)!}}{\frac{52!}{4! \cdot (52-4)!}} = \frac{13! * 48!}{9! * 52!} = \frac{10 * 11 * 12 * 13}{49 * 50 * 51 * 52} = \frac{11 * 12}{20 * 49 * 51} = 0,0026 = 0.26\%$$

6)
$$P(A) = \frac{C_4^1}{C_{52}^1} + \frac{C_4^2}{C_{52}^2} + \frac{C_4^3}{C_{52}^3} + \frac{C_4^4}{C_{52}^4} = \frac{\frac{4!}{1!(4-1)!}}{\frac{52!}{1!(52-1)!}} + \frac{\frac{4!}{2!(4-2)!}}{\frac{52!}{2!(52-2)!}} + \frac{\frac{4!}{3!(4-3)!}}{\frac{52!}{3!(52-3)!}} + \frac{\frac{4!}{4!(4-4)!}}{\frac{52!}{4!(52-4)!}} = \frac{4! * 51!}{3! * 52!} + \frac{4! * 50!}{2! * 52!} + \frac{4! * 49!}{1! * 52!} + \frac{4! * 48!}{0! * 52!} = \frac{4}{52} + \frac{3 * 4}{51 * 52} + \frac{2 * 3 * 4}{50 * 51 * 52} + \frac{1 * 2 * 3 * 4}{49 * 50 * 51 * 52} = \frac{4}{52} + \frac{12}{2652} + \frac{24}{132600} + \frac{24}{6497400} = 0.0816 = 8.16\%$$

На входной двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий десять кнопок с цифрами от 0 до 9. Код содержит три цифры, которые нужно нажать одновременно. Какова вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки?

$$P(A) = \frac{1}{C_{10}^3} = \frac{1}{\frac{10!}{3!(10-3)!}} = \frac{3!*7!}{10!} = \frac{1*2*3}{8*9*10} = \frac{6}{720} = \frac{1}{120} = 0.0083 = 0.83\%$$

В ящике имеется 15 деталей, из которых 9 окрашены. Рабочий случайным образом извлекает 3 детали. Какова вероятность того, что все извлеченные детали окрашены?

$$P(A) = \frac{C_9^3}{C_{15}^3} = \frac{\frac{9!}{3! (9-3)!}}{\frac{15!}{3! (15-3)!}} = \frac{9! * 12!}{6! * 15!} = \frac{7 * 8 * 9}{13 * 14 * 15} = \frac{504}{2730} = \frac{12}{65} = 0.1846 = 18.46\%$$

В лотерее 100 билетов. Из них 2 выигрышных. Какова вероятность того, что 2 приобретенных билета окажутся выигрышными?

$$P(A) = \frac{C_2^2}{C_{100}^2} = \frac{\frac{2!}{2!(2-2)!}}{\frac{100!}{2!(100-2)!}} = \frac{2!*98!}{0!*100!} = \frac{1*2}{99*100} = \frac{2}{9900} = \frac{1}{4950} = 0.0002 = 0.02\%$$