

Sobre Acréscimo e Desconto

28 de março de 2020

1 Resumo

Operações baseadas em percentuais são essenciais no dia-a-dia das pessoas. Veja alguns exemplos de desconto ou aumento que são divulgados de forma percentual:

- aumento salarial
- alíquota ou aumento de impostos¹
- aumento ou queda nas vendas
- produção industrial
- produto interno bruto (PIB)
- queda ou aumento do dólar
- exportações e importações
- aumento ou desconto na venda de produtos

2 Acréscimo em percentual

Antes de formalizarmos matematicamente a operação de acréscimo, vamos trabalhar com um exemplo numérico. Considere a situação de aumento de um produto. O preço atual do produto é de R\$ 278,00 e o reajuste será de 13%, o valor do aumento poderá ser calculado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{valor Aumento} &= 278,00 * \frac{13}{100} \\ \text{valor Aumento} &= 278,00 * 0.13 \\ \text{valor Aumento} &= 36,14 \end{aligned}$$

¹veja o caso da compra de dólar via cartão pré-pago

Para encontrarmos o valor do produto já com o reajuste devemos somar o valor do aumento com o preço do produto:

$$\begin{aligned} \text{valorAjustado} &= 278,00 + 36,14 \\ \text{valorAjustado} &= 314,14 \end{aligned}$$

Note que, como o objetivo é aplicar o reajuste no preço do produto, podemos resumir esse processo em uma única expressão:

$$\text{valorAjustado} = 278,00 * \frac{13}{100} + 278,00 \quad (1)$$

Agora vamos tentar generalizar o problema para podermos resolver qualquer tipo de acréscimo. Considere *valorBase* como sendo o valor atual do produto, *i* o valor do reajuste em percentual e *valorAjustado* o novo valor do produto após a aplicação do reajuste:

$$\begin{aligned} \text{valorAjustado} &= \text{valorBase} * \frac{i}{100} + \text{valorBase} \\ \text{valorAjustado} &= \text{valorBase} * (1 + \frac{i}{100}) \end{aligned} \quad (2)$$

Vamos tentar aplicar a fórmula (??) em um outro problema.

PROBLEMA 1: Os índice de reajuste do aluguel é calculado com base no acumulado em 12 meses do IGP-M. Contratos que vencem em fevereiro de 2014 deverão ser reajustados em 5,66%. O contrato do Sr. André vence em fevereiro, sabendo que ele pagou até janeiro um valor de aluguel de R\$ 1.780,00, qual será o valor a ser pago em fevereiro.

SOLUÇÃO: De acordo com os dados do problema temos $\text{valorBase} = 1780,00$, $i = 5,66$ e gostaríamos de encontrar o *valorAjustado*. Podemos fazer uma aplicação direta da fórmula (??):

$$\begin{aligned} \text{valorAjustado} &= 1780,00 * (1 + \frac{5,66}{100}) \\ &= 1780,00 * (1 + 0,0566) \\ &= 1780,00 * 1,0566 \\ &= 1880,75 \end{aligned}$$

O valor do aluguel que Sr. André pagará em fevereiro será de R\$ 1.880,75. Vamos considerar um outro problema:

PROBLEMA 2: Em 2013, a média do dólar em novembro foi de R\$ 2,297 já em dezembro foi de R\$ 2,345. Qual foi o percentual de aumento entre os meses de novembro e dezembro?

Para resolver este problema, podemos alterar a fórmula (??) com o objetivo de isolar o valor de i .

$$\begin{aligned}
 \text{valorAjustado} &= \text{valorBase} * (1 + \frac{i}{100}) \\
 \text{valorBase} * (1 + \frac{i}{100}) &= \text{valorAjustado} \\
 1 + \frac{i}{100} &= \frac{\text{valorAjustado}}{\text{valorBase}} \\
 \frac{i}{100} &= \frac{\text{valorAjustado}}{\text{valorBase}} - 1 \\
 i &= 100 * (\frac{\text{valorAjustado}}{\text{valorBase}} - 1) \quad (3)
 \end{aligned}$$

Considerando que $\text{valorAjustado} = 2,345$ e $\text{valorBase} = 2,297$ podemos aplicar a fórmula (??) para resolver o Problema 2:

$$\begin{aligned}
 i &= 100 * (\frac{2,345}{2,297} - 1) \\
 &= 100 * (1,0209 - 1) \\
 &= 100 * 0,0209 \\
 i &= 2,09
 \end{aligned}$$

Ou seja, a cotação média mensal de dezembro subiu 2,09% em relação à novembro.

3 Desconto

Um dos produtos mais procurados nos dias de hoje é o vídeo-game da Sony PS4. Contudo, por conta do seu preço, o torna quase que proibitivo para muitos brasileiros. A alternativa é procurar lojas que ofereçam desconto para pagamento à vista no boleto bancário.

No Submarino encontramos o PS4 por R\$ 4.000,00 mas para pagamento à vista no boleto bancário ele oferece um desconto de 14%. Qual o valor do desconto e qual o valor final do PS4 já com o desconto aplicado?

$$\begin{aligned}
 \text{valorDesconto} &= 4000,00 * \frac{14}{100} \\
 \text{valorDesconto} &= 4000,00 * 0.14 \\
 \text{valorDesconto} &= 560,00
 \end{aligned}$$

Para encontrarmos o valor do produto já com o desconto devemos subtrair o valor do desconto do preço do produto:

$$\text{valorAjustado} = 4000,00 - 560,00$$

$$valorAjustado = 3440,00$$

Colocando em uma única expressão temos:

$$valorAjustado = 4000,00 - 4000,00 * \frac{14}{100} \quad (4)$$

Agora vamos tentar generalizar o problema para podermos resolver qualquer tipo de desconto. Considere *valorBase* como sendo o valor atual do produto, *i* o valor do desconto em percentual e *valorAjustado* o novo valor do produto após a aplicação do desconto:

$$\begin{aligned} valorAjustado &= valorBase - valorBase * \frac{i}{100} \\ valorAjustado &= valorBase * (1 - \frac{i}{100}) \end{aligned} \quad (5)$$

A partir da fórmula (5) conseguimos resolver facilmente o problema do IPTU proposto no material. Para isso, precisamos isolar o valor de *i* da fórmula (5):

$$i = 100 * (1 - \frac{valorAjustado}{valorBase}) \quad (6)$$

Suponha que o valor à vista do IPTU é de R\$ 835,00 e a parcela sai por R\$ 78,90. Qual o percentual de desconto dado para pagamento à vista? O valor a prazo é de R\$ 789,00 pois são 10 parcelas fixas. Usando a fórmula (6) temos:

$$\begin{aligned} i &= 100 * (1 - \frac{789,00}{835,00}) \\ &= 100 * (1 - 0,944) \\ &= 100 * 0,056 \\ &= 5,6 \end{aligned}$$

O desconto do IPTU é de 5,6%.